



Analisis Pengaruh Banyak Orde pada Metode *Multivariate High-Order Fuzzy Time Series* untuk Prediksi Duga Muka Air Waduk

Dwi Kartini^{#1}, Husna Rusdiani^{#2}, Andi Farmadi^{#3}

[#]Program Studi Ilmu Komputer Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat
Jalan Ahmad Yani Km. 36 Banjarbaru

¹dwikartini@ulm.ac.id

²rusdianihusna@gmail.com

³andifarmadi@ulm.ac.id

Abstrak— Duga Muka Air (DMA) merupakan salah satu faktor yang sangat penting bagi PLTA dalam melakukan pembangkitan listrik, sehingga DMA harus dikontrol sebaik mungkin agar tidak mengalami degradasi berlebihan. Degradasi dan luapan DMA yang berlebihan perlu dikontrol, sehingga perlu dilakukan prediksi DMA agar dapat mempermudah pihak PLTA dalam melakukan pengontrolan tinggi DMA. Duga Muka Air PLTA dipengaruhi oleh dua faktor, yakni *inflow* dan *outflow* air waduk. Pada penelitian ini, dilakukan prediksi Duga Muka Air dengan menggunakan metode *Multivariate high-order Fuzzy Time Series*. Penelitian ini menggunakan data harian DMA, *Inflow*, dan *Outflow* air waduk, dimana DMA menjadi faktor utama dan *Inflow* dan *Outflow* menjadi faktor pendukung. *Multivariate high-order fuzzy time series* merupakan salah satu pengembangan dari metode *fuzzy time series* yang dapat digunakan untuk melakukan peramalan dengan menggunakan data kurun waktu. Berdasarkan penelitian ini, didapatkan bahwa prediksi DMA dengan menggunakan metode *multivariate high-order fuzzy time series* memiliki nilai MAPE yang rendah, dimana nilai MAPE terbaik didapat pada saat pengujian dengan menggunakan rentang waktu tiga bulan dengan nilai MAPE untuk orde 1 hingga 5 secara berturut-turut adalah 0.06169%, 0.02535%, 0.018%, 0.01598%, dan 0.01598%. Pada metode *multivariate high order fuzzy time series*, didapatkan bahwa faktor pendukung dan banyaknya orde dapat membantu meningkatkan keakuratan prediksi.

Kata kunci— *Time Series*, PLTA, Duga Muka Air, *Fuzzy Time Series*, *Multivariate High-Order Fuzzy Time Series*

I. PENDAHULUAN

Ketersediaan air di dalam kolam tando (*reservoir*) merupakan salah satu faktor yang mempengaruhi terhadap produksi energi listrik yang dapat dihasilkan oleh PLTA

[14]. Ketinggian Duga Muka Air dipengaruhi oleh dua hal, pertama adalah jumlah masuknya air (*inflow*) dan air yang digunakan untuk memutar turbin (*outflow*). Diketahui bahwa Duga Muka Air (DMA) sangatlah berpengaruh dalam operasi pembangkitan listrik, sehingga DMA harus dikontrol sebaik mungkin agar tidak mengalami degradasi berlebihan, yang mengakibatkan PLTA tidak dapat melakukan operasi pembangkitan listrik. DMA juga tidak boleh melebihi titik maksimum agar tidak terjadi luapan air yang dapat berakibat fatal bagi lingkungan sekitar [13].

Data urut waktu merupakan kumpulan pengamatan data yang terurut dalam suatu kurun waktu. Metode *time series* merupakan metode prediksi yang menggunakan analisis pola relasi antar variabel yang akan diprediksi dengan variabel waktu. Dalam melakukan prediksi suatu data *time series* tipe atau pola data sangat perlu untuk diperhatikan [3]. Salah satu pola data *time series* adalah pola data musiman, yaitu pola data periodik yang terjadi selama kurun waktu satu tahun, yang terdiri atas triwulan, kuartalam, bulanan, mingguan, atau harian [3].

Metode prediksi dengan menggunakan *Fuzzy time series* pertama kali dikembangkan oleh Song dan Chissom pada tahun 1996 [10]. Song dan Chissom melakukan prediksi untuk mengetahui jumlah pendaftar di Universitas Alabama [10]. *Fuzzy time series* merupakan salah satu metode *soft computing* yang telah digunakan dan diterapkan dalam melakukan analisis data runtun waktu. Tujuan utama dari *fuzzy time series* adalah untuk memprediksi data runtun waktu yang dapat digunakan secara luas pada sembarang data *real time* [4].

Multivariate-High-Order Fuzzy Time Series merupakan salah satu pengembangan dari metode *fuzzy time series*. Pada prediksi dengan menggunakan *multivariate high-order fuzzy time series*, memiliki

langkah-langkah yang sama dengan langkah-langkah yang digunakan untuk melakukan prediksi dengan menggunakan metode *fuzzy time series* biasa. Pada penelitian yang dilakukan oleh I Made Candra Satria pada tahun 2015, dimana ia melakukan komparasi prediksi jumlah wisatawan Australia ke Bali menggunakan metode *fuzzy time series* dengan *multivariate high-order fuzzy time series*, hasil prediksi menunjukkan bahwa prediksi dengan menggunakan *multivariate high-order fuzzy time series* memiliki keakuratan lebih tinggi dibanding dengan menggunakan *fuzzy time series* tanpa faktor pendukung [10]. Sedangkan pada penelitian yang dilakukan oleh Tahseen Ahmed Jilani di tahun 2008. Jilani menyatakan bahwa metode *multivariate high order fuzzy time series* dapat menghasilkan prediksi yang lebih akurat [5].

Berdasarkan uraian tersebut maka akan dilakukan penelitian untuk melakukan prediksi Duga Muka Air Waduk PLTA dengan menggunakan metode *multivariate high order fuzzy time series*. Pada penelitian ini, peramalan akan dilakukan dengan mempertimbangkan tiga buah faktor, yaitu faktor ketinggian DMA, volume air masuk (*inflow*), dan volume air keluar (*outflow*) dengan ketinggian DMA sebagai faktor utama dan dua faktor lainnya sebagai faktor pendukung. Peramalan pada penelitian ini juga akan menggunakan perubahan persentase data historis dari DMA, *inflow* dan *outflow*, yang mana menurut penelitian sebelumnya dapat meningkatkan keakuratan peramalan.

II. MULTIVARIATE HIGH-ORDER FUZZY TIME SERIES

Misalkan $F(t)$ merupakan *fuzzy time series*. Jika $F(t)$ diakibatkan oleh $F1(t-1), F2(t-1), (F1(t-2), F2(t-2)), \dots, F(t-n)$, maka relasi logika *fuzzy* dapat dituliskan sebagai $(F1(t-n), F2(t-n)), \dots, (F1(t-2), F2(t-2)), (F1(t-1), F2(t-1)) \rightarrow F(t)$. Persamaan tersebut disebut sebagai pemodelan dual faktor orde ke- n peramalan *fuzzy time series*. Dimana $F1(t)$ dan $F2(t)$ disebut sebagai faktor utama dan faktor pendukung. Dengan cara yang sama, maka kita dapat mendefinisikan m -faktor orde ke- n relasi logika *fuzzy* dengan persamaan $(F1(t-n), F2(t-n)), \dots, (Fm(t-n)), \dots, (F1(t-2), \dots, Fm(t-2)), (F1(t-1), F2(t-1), \dots, Fm(t-1)) \rightarrow F(t)$. Pada persamaan ini, $F1(t)$ disebut sebagai faktor utama dan $F2(t), F3(t), \dots, Fm(t)$ disebut sebagai faktor pendukung *fuzzy time series* [8].

Pada *multivariate high-order fuzzy time series*, tahap-tahap yang perlu dilakukan untuk melakukan prediksi, pada dasarnya sama dengan metode *fuzzy time series* yang telah diajukan oleh Song dan Chissom [10] dan Chen [2]. Berikut ini adalah langkah-langkah untuk melakukan prediksi berdasarkan pada [5] dan [6] dengan menggunakan *multivariate high-order fuzzy time series*.

1. Definisikan himpunan semesta U dari faktor utama dengan persamaan [10]

$$U = [D_{\min} - D_1, D_{\max} + D_2] \dots \quad (1)$$

dimana D_{\min} dan D_{\max} merupakan nilai minimum dan maksimum data historis faktor utama, sedangkan D_1 dan D_2 merupakan bilangan real positif sembarang untuk membagi himpunan semesta menjadi beberapa

interval u_1, u_2, \dots, u_i dengan panjang yang sama. Kemudian, dengan cara yang sama definisikan himpunan semesta faktor pendukung.

2. Definisikan nilai linguistik A_i , yang didefinisikan oleh *fuzzy set* dari faktor utama dan nilai linguistik dari faktor pendukung yang direpresentasikan dengan $B_{i,j}$ dimana $i = 1, 2, \dots, m-1, j = 1, 2, \dots, n$.
3. Fuzzifikasikan data historis dari faktor utama dan faktor pendukung.

- a. Temukan interval $u_l, l = 1, 2, \dots, p$, yang mana terdapat nilai dari faktor utama pada data historis, dengan beberapa kondisi berikut:

Kondisi 1. Jika nilai dari faktor utama terdapat pada interval u_j , maka nilai dari faktor utama tersebut difuzzifikasikan ke dalam $1/A_1 + 0,5/A_2 + 0,0/A_3$, yang dinotasikan dengan X_1 .

Kondisi 2. Jika nilai dari faktor utama terdapat pada interval $u_l, l = 2, 3, \dots, p-1$, maka nilai dari faktor utama tersebut difuzzifikasikan ke dalam $0,5/A_{l-1} + 1/A_l + 0,5/A_{l+1}$, yang dinotasikan dengan X_l .

Kondisi 3. Jika nilai dari faktor utama terdapat pada interval u_p , maka nilai dari faktor utama tersebut difuzzifikasikan ke dalam $0/A_{n-2} + 0,5/A_{n-1} + 1/A_n$, yang dinotasikan dengan X_n .

- b. Untuk faktor pendukung, temukan interval $v_{i,l}$, yang mana terdapat nilai dari faktor utama pada data historis, dengan beberapa kondisi berikut:

Kondisi 1. Jika nilai dari faktor pendukung ke- i terdapat pada interval $v_{i,l}$, maka nilai dari faktor pendukung tersebut difuzzifikasikan ke dalam $1/B_{i,1} + 0,5/B_{i,2} + 0,0/B_{i,3}$, yang dinotasikan dengan $Y_{i,1} = [Y_{1,1}, Y_{2,1}, \dots, Y_{m-1,1}]$.

Kondisi 2. Jika nilai dari faktor pendukung ke- i terdapat pada interval $v_{i,l}, l = 2, 3, \dots, p-1$, maka nilai dari faktor pendukung ke- i tersebut difuzzifikasikan ke dalam $0,5/B_{i,j-1} + 1/B_{i,j} + 0,5/B_{i,j+1}$, dimana $j = i = 2, 3, \dots, n-1$ yang dinotasikan dengan $Y_{i,j}, j = 2, 3, \dots, n-1$.

Kondisi 3. Jika nilai dari faktor pendukung ke- i terdapat pada interval $v_{i,p}$, maka nilai dari faktor pendukung tersebut difuzzifikasikan ke dalam $0/B_{i,n-2} + 0,5/B_{i,n-1} + 1/B_n$, yang dinotasikan dengan $Y_{i,n}$.

4. Bentuk relasi logika *fuzzy* dari faktor ke- m orde ke- k berdasarkan nilai fuzzifikasi data historis dari faktor utama dan faktor pendukung. Persamaan bentuk relasi dapat dituliskan dengan $(X_{j-k}; Y_{2,j-k}, \dots, Y_{m-1,j-k}), \dots, (X_{j-2}; Y_{2,j-2}, \dots, Y_{m-1,j-2}), (X_{j-1}, Y_{1,j-1}, Y_{2,j-1}, \dots, Y_{m-1,j-1}) \rightarrow X_j$, dimana $j > k$, dan X_{j-k} menampilkan step ke- k ketergantungan dari nilai ke- j faktor utama $X_j, Y_i, j-k, i = 1, 2, \dots, m-1, j = 1, 2, \dots, k$. Kemudian bagi relasi logikal *fuzzy* (FLR) ke dalam kelompok relasi logikal *fuzzy* (FLRG) berdasarkan status saat ini dari relasi logikal *fuzzy*. Faktor pendukung berperan seperti komponen pendukung terhadap m -dimensional vektor kondisi.
5. Hitung nilai prediksi berdasarkan prinsip-prinsip yang dijabarkan pada [7] :

- (1) Jika m-factors orde ke-k nilai fuzzifikasi data historis sebelum hari ke-i adalah $(X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots$, dan (X_{i1}, Y_{i1}) dimana $k \geq 2$; k adalah banyaknya orde; X dan Y melambangkan nilai fuzzifikasi faktor utama dan pendukung berturut-turut; $X_{ik}, X_{i(k-1)}, \dots, X_{i1}$ dan X_j merupakan nilai fuzzifikasi yang direpresentasikan oleh fuzzy set dari faktor utama; $Y_{ik}, Y_{i(k-1)}, \dots, Y_{i1}$ merupakan nilai fuzzifikasi yang direpresentasikan oleh fuzzy set faktor pendukung, dan pada FLR di orde ke-k FLRG adalah $(X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots, (X_{i1}, Y_{i1}) \rightarrow X_j$, maka nilai prediksi t_j dari hari ke-i dihitung dengan menggunakan persamaan berikut:

$$t_j = \begin{cases} \frac{m_1 + 0,5m_2}{1 + 0,5}, & \text{jika } j = 1 \\ \frac{0,5m_{j-1} + m_j + 0,5m_{j+1}}{0,5 + 1 + 0,5}, & \text{jika } 2 \leq j \leq n - 1 \\ \frac{0,5m_{n-1} + m_n}{0,5 + 1}, & \text{jika } j = n \end{cases} \dots (2)$$

Dimana m_{j-1}, m_j, m_{j+1} adalah nilai tengah dari interval u_{j-1}, u_j , dan u_{j+1} . Sedangkan nilai j adalah indeks yang menunjukkan nilai fuzzy set yang banyaknya dilambangkan dengan n. Jika m-faktor orde ke-k nilai fuzzifikasi data historis sebelum hari ke-i adalah $(X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots$, dan (X_{i1}, Y_{i1}) dimana $k \geq 2$; k adalah banyaknya orde; X dan Y melambangkan nilai fuzzifikasi faktor utama dan pendukung berturut turut $X_{ik}, X_{i(k-1)}, \dots, X_{i1}$ dan X_j merupakan nilai fuzzifikasi yang direpresentasikan oleh fuzzy set dari faktor utama; $Y_{ik}, Y_{i(k-1)}, \dots, Y_{i1}$ merupakan nilai fuzzifikasi yang direpresentasikan oleh fuzzy set faktor pendukung, dan pada FLR di orde ke-k FLRG adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} (X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots, (X_{i1}, Y_{i1}) &\rightarrow X_{j1} \\ (X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots, (X_{i1}, Y_{i1}) &\rightarrow X_{j2} \\ \dots & \\ (X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots, (X_{i1}, Y_{i1}) &\rightarrow X_{jp} \end{aligned}$$

Dimana k adalah banyaknya orde, i merupakan indeks yang mewakili banyaknya fuzzy set, $X_{ik}, X_{i(k-1)}, \dots, X_{j1}, X_{j2}, \dots$, dan X_{jp} adalah fuzzy sets dari faktor utama dan $Y_{ik}, Y_{i(k-1)}, \dots, Y_{i1}$ adalah fuzzy set dari faktor pendukung dan bilangan dari X_{j1}, X_{j2}, \dots , dan X_{jp} , dimana indeks p menunjukkan banyaknya FLRG yang muncul, sedangkan indeks j mewakili nilai fuzzy set dari X yang muncul. X_{j1}, X_{j2}, \dots , dan X_{jp} yang muncul pada FLRG dilambangkan dengan n_{j1}, n_{j2}, \dots , dan n_{jp} , maka hasil prediksi dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\frac{n_{j1}xt_{j1} + n_{j2}xt_{j2} + \dots + n_{jp}xt_{jp}}{n_{j1} + n_{j2} + \dots + n_{jp}} \dots (3)$$

Dimana nilai dari t_{j1}, t_{j2}, \dots , dan t_{jp} dihitung dengan menggunakan persamaan pada prinsip pertama.

- (2) Jika m-faktor orde ke-k nilai fuzzifikasi data historis sebelum hari ke-i adalah $(X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots$, dan (X_{i1}, Y_{i1}) , dimana $k \geq 2$; k adalah

banyak nya orde; X dan Y melambangkan nilai fuzzifikasi faktor utama dan pendukung berturut turut; $X_{ik}, X_{i(k-1)}, \dots, X_{i1}$ dan X_j merupakan nilai fuzzifikasi yang direpresentasikan oleh fuzzy set dari faktor utama; $Y_{ik}, Y_{i(k-1)}, \dots, Y_{i1}$ merupakan nilai fuzzifikasi yang direpresentasikan oleh fuzzy set faktor pendukung, dan pada FLR di orde ke-k FLRG adalah tidak diketahui atau digambarkan dengan #, dengan persamaannya adalah $(X_{ik}, Y_{ik}), (X_{i(k-1)}, Y_{i(k-1)}), \dots, (X_{i1}, Y_{i1}) \rightarrow \#$, maka untuk menghitung hasil prediksi dilakukan dengan persamaan:

$$\frac{1 \times t_{ik} + 2 \times t_{i(k-1)} + \dots + k \times t_{i1}}{1 + 2 + \dots + k} \dots (4)$$

Dimana nilai dari $t_{ik}, t_{i(k-1)}, \dots$ dan t_{i1} dihitung dengan menggunakan persamaan pada prinsip pertama atau persamaan 8.

III. PEMBAHASAN

Berikut ini adalah proses prediksi Duga Muka Air Waduk dengan menggunakan metode *multivariate high-order fuzzy time series*. Data yang digunakan merupakan data kurun waktu pencatatan DMA, *inflow*, dan *outflow* waduk selama 1 tahun yang diolah dengan menggunakan *Microsoft Excel*.

A. Mengubah Data Menjadi Persentase

Variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah data tinggi Duga Muka Air (DMA) waduk, variabel *inflow* air waduk, serta variabel *outflow* air waduk. Variabel tersebut merupakan data kurun waktu harian dari tanggal 1 Desember 2016 hingga 31 Desember 2017. Variabel tersebut dibagi menjadi dua kategori, yakni variabel faktor utama dan variabel faktor pendukung. Variabel yang akan diprediksi adalah tinggi Duga Muka Air waduk, yang mana pada teori metode *Multivariate High Order Fuzzy Time Series* sehingga variabel yang menjadi faktor utama adalah variabel yang akan diprediksi nilainya. Sementara itu, faktor pendukung pada penelitian ini adalah variabel *Inflow* air dan *Outflow* air waduk. Kedua variabel tersebut dijadikan sebagai faktor pendukung dikarenakan kedua variabel tersebut merupakan faktor yang mempengaruhi fluktuasi tinggi Duga Muka Air waduk.

Pada penelitian ini, prediksi tinggi Duga Muka Air waduk akan dilakukan dengan menggunakan data persentase perubahan kenaikan data. Sehingga, data kurun waktu DMA, *Inflow* air, dan *Outflow* air akan dirubah menjadi data persentase terlebih dahulu [8] dan [9]. Pengkonversian data aktual menjadi data persentase tersebut dilakukan dengan menggunakan persamaan

$$\frac{t_j - t_{j-1}}{t_{j-1}} \times 100\% \dots (5)$$

dimana t_j adalah data sekarang dan t_{j-1} adalah data sebelumnya. Data perubahan persentase tersebut selanjutnya akan kembali dirubah menjadi data aktual setelah didapat nilai hasil prediksi dari DMA. Berdasarkan perhitungan dengan persamaan tersebut, didapatkan hasil

perubahan persentase untuk DMA, *Inflow*, dan *Outflow* adalah sebagai berikut:

TABEL I

DATA AKTUAL DAN DATA PERSENTASE DMA DARI 1 SEPTEMBER – 31 DESEMBER 2017

Tanggal	Data Aktual	Data Persentase (%)
01-09-2017	58.830	-0.1104
02-09-2017	58.760	-0.1190
03-09-2017	58.740	-0.0340
...
29-12-2017	56,620	-0,0177
30-12-2017	56,600	-0,0353
31-12-2017	56,560	-0,0707

TABEL II

DATA AKTUAL DAN DATA PERSENTASE *INFLOW* DAN *OUTFLOW* DARI 1 SEPTEMBER – 31 DESEMBER 2017

Tanggal	<i>Inflow</i>		<i>Outflow</i>	
	Data Aktual	Data Persentase (%)	Data Aktual	Data Persentase (%)
01-09-2017	1077176.750	-34.51	4709851.00	54.82
02-09-2017	394807.6875	-63.34	4306918.00	-8.55
...
...
29-12-2017	4.185.404,12	18,73	4.744.277,00	16,11
30-12-2017	3.057.043,39	-26,95	4.174.789,00	-12,00
31-12-2017	2.091.548,85	-31,58	4.327.041,00	3,64

B. Prediksi dengan Metode Multivariate high-order Fuzzy time series

Berdasarkan langkah-langkah yang ada pada metode *Multivariate high-order Fuzzy time series*, maka prediksi Duga Muka Air Waduk PLTA adalah sebagai berikut:

1. Pendefinisian Himpunan Semesta

Himpunan semesta pada metode *fuzzy time series* digunakan untuk menentukan besar interval dan pembagian range data interval untuk prediksi DMA. Pendefinisian himpunan semesta dilakukan dengan menggunakan persamaan $|D_{min} - D_1, D_{max} + D_2|$, yang mana D_{min} dan D_{max} merupakan nilai minimum dan maksimum dari sebuah range data. Sedangkan nilai D_1 dan D_2 merupakan dua bilangan riil positif yang dipilih secara sembarang. Dengan menggunakan pengujian untuk melakukan prediksi tanggal 1 Desember 2017, dengan menggunakan rentang data historis selama 3 bulan, berikut ini merupakan perhitungan himpunan semesta untuk DMA, *Inflow*, dan *Outflow*:

$$\begin{aligned}
 a. \quad U_{DMA} &= [U_{1DMA}, U_{2DMA}]; \\
 &= [|D_{minDMA} - D_{1DMA}, D_{maxDMA} + D_{2DMA}|] \\
 &= [-0.1233 - 0.0767, 0.3651 + 0.0349] \\
 U_{DMA} &= [-0.2, 0.4];
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b. \quad U_{Inflow} &= [U_{1Inflow}, U_{2Inflow}]; \\
 &= [|D_{minInflow} - D_{1Inflow}, D_{maxInflow} + D_{2Inflow}|] \\
 &= [-9070.3436 - 929.6354, 1369.7581 + 630.2419] \\
 U_{Inflow} &= [-10000, 2000];
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c. \quad U_{Outflow} &= [U_{1Outflow}, U_{2Outflow}]; \\
 &= [|D_{minOutflow} - D_{1Outflow}, D_{maxOutflow} + D_{2Outflow}|] \\
 &= [-26.0645 - 3.9355, 59.1154 + 0.8846] \\
 U_{Outflow} &= [-30, 60]
 \end{aligned}$$

2. Pembentukan Interval Data

Untuk menentukan jumlah interval, dilakukan dengan menggunakan persamaan statistika seperti yang dijabarkan pada [11] sebagai berikut:

$$k = 1 + 3.3 \log n \dots (6)$$

Sedangkan untuk menentukan panjang interval atau jarak antara satu interval ke interval lain dilakukan dengan menggunakan persamaan seperti terdapat pada [11]:

$$c = \frac{x_n - x_2}{k} \dots (7)$$

yang mana x_n merupakan nilai U_2 dan x_1 merupakan nilai U_1 .

Interval untuk DMA, *inflow*, dan *outflow* ditunjukkan pada Tabel 3, 4, dan 5:

TABEL III
INTERVAL DMA

Interval DMA (u_i)	Range	Nilai Tengah
u_1	[-0.2, -0.125]	-0.1625
u_2	[-0.125, -0.05]	-0.0875
u_3	[-0.05, 0.025]	-0.0125
u_4	[0.025, 0.1]	0.0625
u_5	[0.1, 0.175]	0.1375
u_6	[0.175, 0.25]	0.2125
u_7	[0.25, 0.325]	0.2875
u_8	[0.325, 0.4]	0.3625

TABEL IV
INTERVAL *INFLOW*

Interval <i>Inflow</i> (v_i)	Rentang	Nilai Tengah
v_1	[-10000, -8500]	-9250
v_2	[-8500, -7000]	-7750
...
...
v_6	[-2500, -1000]	-1750
v_7	[-1000, 500]	-250
v_8	[500, 1500]	1250

TABEL V
INTERVAL *OUTFLOW*

Interval <i>Outflow</i> (w_i)	Rentang	Nilai Tengah
w_1	[-30, -18.75]	-24.375
w_2	[-18.75, -7.5]	-13.125
...
...
w_6	[26.25, 37.5]	31.875
w_7	[37.5, 48.75]	43.125
w_8	[48.75, 60]	54.375

3. Pendefinisian *Fuzzy set*

Berdasarkan persamaan pada [1]

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1/u_1 + 0.5/u_2 + 0/u_3 + 0/u_4... + 0/u_n, \\
 A_2 &= 0.5/u_1 + 1/u_2 + 0.5/u_3 + 0/u_4... + 0/u_n, \\
 A_3 &= 0/u_1 + 0.5/u_2 + 1/u_3 + 0.5/u_4... + 0/u_n, \\
 &\dots \\
 A_n &= 0/u_1 + 0/u_2 + \dots + 0.5/u_{n-2} + 1/u_{n-1} + 0.5/u_n \dots (8)
 \end{aligned}$$

maka didapatkan *fuzzy set* untuk prediksi tanggal 1 Desember 2017 dengan data historis sebanyak 3 bulan, yakni dari 1 September 2017 hingga 1 Desember 2017 untuk masing-masing faktor adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1/u_1 + 0.5/u_2 + 0/u_3 + 0/u_4 + 0/u_5 + 0/u_6 + 0/u_7 + 0/u_8 \\
 A_2 &= 0.5/u_1 + 1/u_2 + 0.5/u_3 + 0/u_4 + 0/u_5 + 0/u_6 + 0/u_7 + 0/u_8 \\
 A_3 &= 0/u_1 + 0.5/u_2 + 1/u_3 + 0.5/u_4 + 0/u_5 + 0/u_6 + 0/u_7 + 0/u_8 \\
 A_4 &= 0/u_1 + 0/u_2 + 0.5/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5 + 0/u_6 + 0/u_7 + 0/u_8 \\
 A_5 &= 0/u_1 + 0/u_2 + 0/u_3 + 0.5/u_4 + 1/u_5 + 0.5/u_6 + 0/u_7 + 0/u_8 \\
 A_6 &= 0/u_1 + 0/u_2 + 0/u_3 + 0/u_4 + 0.5/u_5 + 1/u_6 + 0.5/u_7 + 0/u_8 \\
 A_7 &= 0/u_1 + 0/u_2 + 0/u_3 + 0/u_4 + 0/u_5 + 0.5/u_6 + 1/u_7 + 0.5/u_8 \\
 A_8 &= 0/u_1 + 0/u_2 + 0/u_3 + 0/u_4 + 0/u_5 + 0/u_6 + 0.5/u_7 + 1/u_8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{1.1} &= 1/v_1 + 0.5/v_2 + 0/v_3 + 0/v_4 + 0/v_5 + 0/v_6 + 0/v_7 + 0/v_8 \\
 B_{1.2} &= 0.5/v_1 + 1/v_2 + 0.5/v_3 + 0/v_4 + 0/v_5 + 0/v_6 + 0/v_7 + 0/v_8 \\
 B_{1.3} &= 0/v_1 + 0.5/v_2 + 1/v_3 + 0.5/v_4 + 0/v_5 + 0/v_6 + 0/v_7 + 0/v_8 \\
 B_{1.4} &= 0/v_1 + 0/v_2 + 0.5/v_3 + 1/v_4 + 0.5/v_5 + 0/v_6 + 0/v_7 + 0/v_8 \\
 B_{1.5} &= 0/v_1 + 0/v_2 + 0/v_3 + 0.5/v_4 + 1/v_5 + 0.5/v_6 + 0/v_7 + 0/v_8 \\
 B_{1.6} &= 0/v_1 + 0/v_2 + 0/v_3 + 0/v_4 + 0.5/v_5 + 1/v_6 + 0.5/v_7 + 0/v_8 \\
 B_{1.7} &= 0/v_1 + 0/v_2 + 0/v_3 + 0/v_4 + 0/v_5 + 0.5/v_6 + 1/v_7 + 0.5/v_8 \\
 B_{1.8} &= 0/v_1 + 0/v_2 + 0/v_3 + 0/v_4 + 0/v_5 + 0/v_6 + 0.5/v_7 + 1/v_8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{2.1} &= 1/w_1 + 0.5/w_2 + 0/w_3 + 0/w_4 + 0/w_5 + 0/w_6 + 0/w_7 + 0/w_8 \\
 B_{2.2} &= 0.5/w_1 + 1/w_2 + 0.5/w_3 + 0/w_4 + 0/w_5 + 0/w_6 + 0/w_7 + 0/w_8 \\
 B_{2.3} &= 0/w_1 + 0.5/w_2 + 1/w_3 + 0.5/w_4 + 0/w_5 + 0/w_6 + 0/w_7 + 0/w_8 \\
 B_{2.4} &= 0/w_1 + 0/w_2 + 0.5/w_3 + 1/w_4 + 0.5/w_5 + 0/w_6 + 0/w_7 + 0/w_8 \\
 B_{2.5} &= 0/w_1 + 0/w_2 + 0/w_3 + 0.5/w_4 + 1/w_5 + 0.5/w_6 + 0/w_7 + 0/w_8 \\
 B_{2.6} &= 0/w_1 + 0/w_2 + 0/w_3 + 0/w_4 + 0.5/w_5 + 1/w_6 + 0.5/w_7 + 0/w_8 \\
 B_{2.7} &= 0/w_1 + 0/w_2 + 0/w_3 + 0/w_4 + 0/w_5 + 0.5/w_6 + 1/w_7 + 0.5/w_8 \\
 B_{2.8} &= 0/w_1 + 0/w_2 + 0/w_3 + 0/w_4 + 0/w_5 + 0/w_6 + 0.5/w_7 + 1/w_8
 \end{aligned}$$

dimana A_n mewakili nilai *fuzzy set* untuk faktor utama dengan jumlah n sama dengan jumlah kelas faktor utama, dan $B_{i,n}$ melambangkan faktor pendukung dengan i merupakan indeks faktor pendukung dan jumlah n sama dengan jumlah kelas faktor pendukung.

4. *Fuzzyfikasi Data*

Fuzzyfikasi data dilakukan dengan merubah data historis ke dalam bentuk nilai linguistic fuzzy. Dalam penelitian ini nilai linguistic fuzzy untuk faktor utama dilambangkan dengan A_i , sedangkan kedua faktor pendukung dilambangkan dengan B_{i1} dan B_{i2} di mana merupakan jumlah interval dan fuzzifikasi data dilakukan dengan mencocokkan nilai data historis masing-masing variabel ke dalam nilai interval. Sehingga, misalkan untuk menentukan fuzzifikasi data untuk tanggal 1 September 2017, data DMA adalah -0.1104%. Data DMA tersebut masuk ke dalam interval u_2 , sehingga didapat nilai fuzzifikasi untuk data tanggal 1 September 2017 adalah A_2 , dimana pada *fuzzy set* A_2 . Tabel 6, 7, 8 menunjukkan hasil *fuzzyfikasi data* DMA, *Inflow*, dan *Outflow* untuk

rentang tiga bulan dari 1 September – 1 Desember 2017:

TABEL VI
FUZZYFIKASI DMA

Tanggal	Data Aktual (%)	Interval	Fuzzyfikasi
2017-09-01	-0.1104	u_2	A_2
2017-09-02	-0.1190	u_2	A_2
2017-09-03	-0.0340	u_3	A_3
2017-09-04	0.0170	u_3	A_3
2017-09-05	-0.0681	u_2	A_2
...
2017-11-29	-0.0621	u_2	A_2
2017-11-30	-0.1065	u_2	A_2
2017-12-01	-0.0888	u_2	A_2

TABEL VII
FUZZYFIKASI INFLOW

Tanggal	Data Aktual (%)	Interval	Fuzzyfikasi
2017-09-01	-34.5140	v_7	$B_{1.7}$
2017-09-02	-63.3479	v_7	$B_{1.7}$
2017-09-03	647.4696	v_8	$B_{1.8}$
2017-09-04	65.5430	v_7	$B_{1.7}$
2017-09-05	-50.9537	v_7	$B_{1.7}$
...
2017-11-29	-21.0133	v_7	$B_{1.7}$
2017-11-30	-56.6451	v_7	$B_{1.7}$
2017-12-01	76.7686	v_7	$B_{1.7}$

TABEL VIII
FUZZYFIKASI OUTFLOW

Tanggal	Data Aktual (%)	Interval	Fuzzyfikasi
2017-09-01	54.8235	w_8	$B_{2.8}$
2017-09-02	-8.5551	w_2	$B_{2.2}$
2017-09-03	-5.5284	w_3	$B_{2.3}$
2017-09-04	6.3311	w_4	$B_{2.4}$
2017-09-05	7.0527	w_4	$B_{2.4}$
...
2017-11-29	-11.7548	w_2	$B_{2.2}$
2017-11-30	7.3008	w_4	$B_{2.4}$
2017-12-01	2.2364	w_3	$B_{2.3}$

5. Pembentukan *Fuzzy Logic Relationship (FLR)*

Pembentukan *Fuzzy Logic Relationship (FLR)* orde ke- n dilakukan dengan menggunakan persamaan bentuk relasi yang dapat dituliskan dengan sebagaimana terdapat pada [7]

$$(X_{j-k}; Y_{2,j-k}, \dots, Y_{m-1,j-k}), \dots, (X_{j-2}; Y_{2,j-2}, \dots, Y_{m-1,j-2}), (X_{j-1}, Y_{1,j-1}, Y_{2,j-1}, \dots, Y_{m-1,j-1}) \rightarrow X_j \dots (9)$$

dimana $j > k$, dan X_{j-k} menampilkan step ke- k ketergantungan dari nilai ke- j faktor utama. Dimana, k merupakan jumlah orde dan j merupakan data waktu sekarang, X dan Y merupakan faktor utama dan faktor pendukung secara berturut-turut. *Fuzzy logic relationship* yang terbentuk untuk range data 1 September – 1 Desember 2017 ditunjukkan pada Tabel 9.

TABEL IX
FUZZY LOGIC RELATIONSHIP (FLR) MASING-MASING ORDE

Tanggal	Orde 1		Orde 2		Orde 3		Orde 4		Orde 5	
	(t-1)	t	(t-2), (t-1)	t	(t-3), (t-2), (t-1)	t	(t-4), (t-3), (t-2), (t-1)	t	(t-5), (t-4), (t-3), (t-2), (t-1)	t
2017-09-01										
2017-09-02	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₈)	A ₂								
2017-09-03	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂)	A ₃	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₈)	A ₃						
2017-09-04	(A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃)	A ₃	(A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂)	A ₃	(A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₈)	A ₃				
2017-09-05	(A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂	(A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃)	A ₂	(A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂)	A ₂	(A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₈)	A ₂		
2017-09-06	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₈)	A ₂
...
...
2017-11-30	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃)	A ₂
2017-12-01	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃)	A ₂	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂

6. Pembentukan *Fuzzy Logic Relationship Group* (FLRG)

Pembentukan *fuzzy logic relationship group* dilakukan berdasarkan hasil dari pendefinisian FLR untuk masing-masing data. Pembentukan FLRG dilakukan berdasarkan nilai ruas sebelah kiri FLR, yakni bagian yang menunjukkan fuzzifikasi data ke t-k, yang memiliki nilai yang sama. Apabila nilai ruas sebelah kiri FLR memiliki nilai yang sama, maka mereka akan dikelompokkan menjadi satu kelompok. Apabila sebuah *fuzzy set* memiliki lebih dari satu hubungan terhadap data ke-t yang ditunjukkan pada ruas sebelah kanan FLR, maka *fuzzy set* tersebut tetap dianggap satu kelompok yang memiliki lebih dari satu relasi. *Fuzzy set* yang masih memiliki lebih dari satu hubungan terhadap data ke-t dianggap sebagai FLRG yang masih memiliki ambiguitas, karena memiliki lebih dari satu relasi. FLRG yang terbentuk untuk range data 1 September – 1 Desember 2017 ditunjukkan pada Tabel 10-14.

TABEL X
FLRG ORDE 1

Group	t-1	t
1	(A ₂ , B ₁₋₁ , B ₂₋₄)	A ₂
2	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₁)	A ₂
...
...
20	(A ₅ , B ₁₋₈ , B ₂₋₄)	A ₅
21	(A ₆ , B ₁₋₈ , B ₂₋₂)	A ₃
22	(A ₈ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃)	A ₃

TABEL XI
FLRG ORDE 2

Group	(t-2), (t-1)	t
1	(A ₂ , B ₁₋₁ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₅)	A ₂
2	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₁), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃)	A ₂
3	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂)	A ₂
4	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃)	A ₂
5	(A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₄)	A ₂
...
51	(A ₅ , B ₁₋₈ , B ₂₋₄), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₈)	A ₅
52	(A ₆ , B ₁₋₈ , B ₂₋₂), (A ₂ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃)	A ₃
53	(A ₈ , B ₁₋₈ , B ₂₋₃), (A ₃ , B ₁₋₇ , B ₂₋₃)	A ₃

TABEL XII
FLRG ORDE 3

Group	(t-3), (t-2), (t-1)	t
1	(A ₂ , B _{1.1} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.5}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.1})	A ₂
2	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.1}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₂
3	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₂
4	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₂
5	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.4})	A ₂
...
72	(A ₅ , B _{1.8} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.8}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.1})	A ₅
73	(A ₆ , B _{1.8} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₃
74	(A ₈ , B _{1.8} , B _{2.3}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₄ , B _{1.7} , B _{2.4})	A ₃

TABEL XIII
FLRG ORDE 4

Group	(t-4), (t-3), (t-2), (t-1)	t
1	(A ₂ , B _{1.1} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.5}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.1}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₂
2	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.1}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.5})	A ₂
3	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.4})	A ₂
4	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.4})	A ₂
...
...
80	(A ₅ , B _{1.8} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.8}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.1}), (A ₆ , B _{1.8} , B _{2.2})	A ₅
81	(A ₆ , B _{1.8} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2})	A ₃
82	(A ₈ , B _{1.8} , B _{2.3}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₄ , B _{1.7} , B _{2.4}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.2})	A ₃

TABEL XIV
FLRG ORDE 5

Group	(t-5), (t-4), (t-3), (t-2), (t-1)	t
1	(A ₂ , B _{1.1} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.5}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.1}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₂
2	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.1}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.5}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₂
3	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2})	A ₂
4	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₂
5	(A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.4})	A ₂
...
83	(A ₅ , B _{1.8} , B _{2.4}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.8}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.1}), (A ₆ , B _{1.8} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₅
84	(A ₆ , B _{1.8} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₃
85	(A ₈ , B _{1.8} , B _{2.3}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.3}), (A ₄ , B _{1.7} , B _{2.4}), (A ₃ , B _{1.7} , B _{2.2}), (A ₂ , B _{1.7} , B _{2.3})	A ₃

7. Menghitung Hasil Prediksi

Sebagai contoh apabila ingin memprediksi DMA untuk tanggal 1 Desember 2017 pada orde 2, dengan menggunakan rentang data sebanyak 3 bulan dari tanggal 1 September – 1 Desember 2017, maka perhitungan DMA diperoleh dengan mencari nilai FLR untuk tanggal 1 Desember 2017. Data aktual pada tanggal 1 Desember 2017 adalah 56.240 dan nilai persentasenya adalah -0.0888%. Data tersebut berada pada range [-0.125 , -0.005], sehingga termasuk pada interval u₂ dengan nilai fuzzifikasi A₂. Jika ditelusuri, maka FLR untuk orde 2 pada tanggal 1 Desember 2017 berdasarkan Tabel 9 adalah:

$$\text{Orde 2 : } (A_2, B_{1.7}, B_{2.4}), (A_2, B_{1.7}, B_{2.2}) \rightarrow A_2$$

Setelah mendapatkan nilai FLR untuk masing-masing order, maka langkah selanjutnya untuk menghitung prediksi DMA adalah mencari nilai FLRG yang sama dengan ruas kiri FLR. Pada penelitian ini, didapatkan nilai FLRG berdasarkan Tabel 11, untuk orde 2 adalah sebagai berikut:

Orde 2

$$\text{Grup 16 : } (A_2, B_{1.7}, B_{2.4}), (A_2, B_{1.7}, B_{2.2}) \rightarrow A_2$$

Setelah didapatkan hasil FLRG, maka dapat dilakukan perhitungan hasil prediksi DMA dengan menggunakan prinsip *Multivariate High Order Fuzzy time series*, pada prediksi orde 2 dilakukan dengan menggunakan prinsip 1, karena *fuzzy set* pada FLRG hanya memiliki satu relasi ke *fuzzy set* lain. Sehingga, hasil prediksi DMA untuk 1 Desember dihitung dengan menggunakan persamaan:

$$t_j = \begin{cases} \frac{m_1 + 0,5m_2}{1 + 0,5}, & \text{jika } j = 1 \\ \frac{0,5m_{j-1} + m_j + 0,5m_{j+1}}{0,5 + 1 + 0,5}, & \text{jika } 2 \leq j \leq n - 1 \\ \frac{0,5m_{n-1} + m_n}{0,5 + 1}, & \text{jika } j = n \end{cases} \dots (10)$$

Sehingga, perhitungan prediksi perubahan persentase DMA untuk 1 Desember 2017 pada orde 2 adalah:

$$t_2 = (0.5 \times m_1 + m_2 + 0.5 \times m_3) / (0.5 + 1 + 0.5)$$

$$t_2 = (0.5 \times (-0.1625) + (-0.0875) + 0.5 \times (0.0125)) / (0.5 + 1 + 0.5)$$

$$t_2 = -0.0875\%$$

Hasil prediksi tersebut kemudian akan diubah menjadi nilai data aktual, sehingga didapat hasil prediksi DMA untuk 1 Desember 2017 pada orde 2 adalah 56.241 cm. Tabel 15 menunjukkan hasil prediksi DMA dari 1 – 31 Desember dengan *Multivariate High Order Fuzzy Time Series* untuk rentang waktu 3 bulan dan menunjukkan nilai eror dengan menggunakan perhitungan MAPE [12] dengan persamaan

$$MAPE = \left[\frac{\sum |A_i - F_i|}{A_i} \right] \times 100\% \dots (11)$$

TABEL XV
HASIL PREDIKSI DMA DAN EROR SETIAP ORDE UNTUK 1-31 DESEMBER 2017 RENTANG WAKTU 3 BULAN

Tanggal	Data Aktual	Hasil Prediksi					Error (%)				
		Orde 1	Orde 2	Orde 3	Orde 4	Orde 5	Orde 1	Orde 2	Orde 3	Orde 4	Orde 5
1/12/2017	56,240	56.2619	56.2407	56.2407	56.2407	56.2407	0.0389	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013
2/12/2017	56,180	56.2646	56.233	56.1908	56.1908	56.1908	0.1506	0.0943	0.0192	0.0192	0.0192
3/12/2017	56,100	56.1842	56.187	56.1168	56.1028	56.1028	0.1501	0.1551	0.0299	0.0049	0.0049
4/12/2017	56,035	56.0509	56.0509	56.0509	56.0509	56.0509	0.0284	0.0284	0.0284	0.0284	0.0284
5/12/2017	56,000	55.986	55.986	55.986	55.986	55.986	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251
6/12/2017	55,950	56.0042	55.951	55.951	55.951	55.951	0.0969	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018
7/12/2017	55,950	55.922	55.922	55.943	55.943	55.943	0.05	0.05	0.0125	0.0125	0.0125
8/12/2017	55,900	55.999	55.901	55.901	55.901	55.901	0.177	0.0019	0.0019	0.0019	0.0019
9/12/2017	55,940	55.9042	55.9349	55.9349	55.9349	55.9349	0.064	0.009	0.009	0.009	0.009
10/12/2017	55,965	55.933	55.933	55.975	55.975	55.975	0.0572	0.0572	0.0178	0.0178	0.0178
11/12/2017	55,990	55.979	56	56	56	56	0.0197	0.0178	0.0178	0.0178	0.0178
12/12/2017	56,060	56.004	56.067	56.067	56.067	56.067	0.0999	0.0125	0.0125	0.0125	0.0125
13-12-2017	56,170	56.1231	56.1791	56.1791	56.1791	56.1791	0.0836	0.0162	0.0162	0.0162	0.0162
14-12-2017	56,280	56.2894	56.2894	56.2894	56.2894	56.2894	0.0166	0.0166	0.0166	0.0166	0.0166
15-12-2017	56,295	56.3152	56.3152	56.3152	56.3152	56.3152	0.0358	0.0358	0.0358	0.0358	0.0358
16-12-2017	56,300	56.3091	56.288	56.288	56.288	56.288	0.0161	0.0214	0.0214	0.0214	0.0214
17-12-2017	56,300	56.3493	56.293	56.293	56.293	56.293	0.0875	0.0125	0.0125	0.0125	0.0125
18-12-2017	56,330	56.3493	56.3352	56.3563	56.3352	56.3352	0.0342	0.0092	0.0467	0.0092	0.0092
19-12-2017	56,390	56.3652	56.3652	56.4075	56.4075	56.4075	0.044	0.044	0.031	0.031	0.031
20-12-2017	56,510	56.5098	56.5098	56.5098	56.5098	56.5098	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
21-12-2017	56,570	56.6089	56.5877	56.5877	56.5877	56.5877	0.0688	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313
22-12-2017	56,630	56.6336	56.6478	56.6478	56.6478	56.6478	0.0064	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314
23-12-2017	56,640	56.6937	56.6229	56.6229	56.6229	56.6229	0.0948	0.0302	0.0302	0.0302	0.0302
24-12-2017	56,635	56.6896	56.6329	56.6329	56.6329	56.6329	0.0963	0.0037	0.0037	0.0037	0.0037
25-12-2017	56,620	56.6279	56.6279	56.6279	56.6279	56.6279	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014
26-12-2017	56,620	56.6695	56.6129	56.6129	56.6129	56.6129	0.0875	0.0125	0.0125	0.0125	0.0125
27-12-2017	56,640	56.6342	56.6342	56.6554	56.6554	56.6554	0.0103	0.0103	0.0272	0.0272	0.0272
28-12-2017	56,630	56.6754	56.6329	56.6329	56.6329	56.6329	0.0802	0.0052	0.0052	0.0052	0.0052
29-12-2017	56,620	56.6796	56.6229	56.6229	56.6229	56.6229	0.1052	0.0052	0.0052	0.0052	0.0052
30-12-2017	56,600	56.5917	56.5917	56.6129	56.6129	56.6129	0.0147	0.0147	0.0228	0.0228	0.0228
31-12-2017	56,560	56.5929	56.5505	56.5505	56.5505	56.5505	0.0582	0.0168	0.0168	0.0168	0.0168
MAPE							0.06169	0.02535	0.018	0.01598	0.01598

Pada penelitian ini dilakukan beberapa kali pengujian untuk memprediksi DMA tanggal 1- 31 Desember 2017 menggunakan rentang waktu data historis selama 3 bulan, 6 bulan, 9 bulan, dan 1 tahun, dengan nilai MAPE berdasar orde dan rentang waktu sebagai berikut:

TABEL XVI
HASIL MAPE BERDASARKAN ORDE DAN RENTANG WAKTU

Orde \ Bulan	1	2	3	4	5	Min
3	0.06169	0.02535	0.018	0.01598	0.01598	0.01598
6	0.15303	0.08363	0.0622	0.06643	0.05189	0.05189
9	0.20137	0.12475	0.0666 5	0.05508	0.0486	0.0486
12	0.20137	0.12043	0.079 66	0.0606	0.0486	0.0486
Min	0.06169	0.02535	0.018	0.01598	0.01598	

Berdasarkan hasil pengujian tersebut diketahui bahwa nilai MAPE terbaik untuk prediksi DMA untuk 1 – 31 Desember 2017 adalah pada saat menggunakan rentang waktu 3 bulan dengan banyak orde adalah 5.



Gambar. 1 Grafik Hasil Prediksi Orde 5 untuk Rentang Waktu 3 Bulan

IV. KESIMPULAN

Pada penelitian prediksi DMA dengan metode *Multivariate High Order Fuzzy Time Series*, didapatkan bahwa:

1. Faktor pendukung dan banyaknya orde dapat membantu meningkatkan keakuratan prediksi. Faktor pendukung dan banyaknya orde berpengaruh ketika membentuk *fuzzy logic relationship* dan *fuzzy logic relationship group*, dimana keberadaan faktor pendukung dan banyaknya orde dapat memberikan lebih banyak variasi FLRG, yang dapat mengurangi keambiguitasan relasi antar *fuzzy set*, dan meningkatkan keakuratan hasil prediksi.
2. Hasil prediksi DMA dengan menggunakan metode *Multivariate High Order fuzzy time series* memiliki tingkat keakuratan yang tinggi, dimana nilai MAPE terbaik didapat pada saat pengujian dengan menggunakan rentang waktu tiga bulan dengan nilai MAPE untuk orde 1 hingga 5 secara berturut-turut adalah 0.06169%, 0.02535%, 0.018%, 0.01598%, dan 0.01598%.

REFERENSI

- [1] Boaissha, Samira M, *Forecasting Model Based on Fuzzy time series Approach. The 11th International Arab Conference on Information Technology (ACIT'2010)*, 2010.
- [2] Chen, Shyi Ming, *Forecasting Enrollments Based On High-order Fuzzy time series. Cybermatics and Systmes: An International Journal*, 2008, vol. 33, no. 1.
- [3] Hanke, John E. dan Dean Winchern, *Business Forecasting. Pearson Education Limited: Edinburg Gate*, 2005.
- [4] Hansun, Seng, *Peramalan Data IHSG Menggunakan Fuzzy time series. Jurnal IJCSS*, 2012, vol. 6, no. 2.
- [5] Jilani, Tahseen A, S. M. Aqil Burney, dan C Ardil, *Multivariate High Order Fuzzy Time Series Forecasting for Car Road Accidents. International Journal of Computational Intelligence*, 2008, vol. 4, no.1.
- [6] _____, *Multivariate Stockhasting Fuzzy Forecasting Models” Expert System With Application*, 2008, vol 35.
- [7] Lee, Li-Wei, dkk, *Handling Forecasting Problems Based on Two-Factors High-Order Fuzzy Time Series*, IEEE Transactions of Fuzzy Systems, 2006, vol 14, no. 3.
- [8] Porter, John E. Porter dan Meredith Stevenson, *Fuzzy time series Forecasting Using Percentage Change as The Universe Discourse*, World Academy of Science, Engineering and Technology, 2009, vol. 55.
- [9] Satria, I Made Candra, I Komang Gde Sukarsa, dan Ketut Jayanegara, *Peramalan Jumlah Wisatawan Australia yang Berkunjung ke Bali Menggunakan Multivariat Fuzzy Time Series*, E-Jurnal Matematika, 2015, vol 4, no. 3.
- [10] Song, Qiang dan B.S. Chissom, *Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series – Part I, Fuzzy sets and Systems*, 1996, vol. 54.
- [11] Supranto, J, *Statistik Teori dan Aplikasi, Edisi Keenam*. Erlangga: Jakarta, 2000.
- [12] Swanson, David. A, *MAPE-R: A Ressedled Measure of Accuracy for Cross-Sectional Forecast*. Univeristy of California, 2011.
- [13] Tim Penyusun, *Feasibility Study Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro (PLTMH)*, CV. Mitra Suplindo Pertanian: Bogor, 2010
- [14] Winasis, *Optimasi Operasi Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA) Meggunakan Linear Programming dengan Batasan Ketersediaan Air*. Jurnal Dinamika Rekayasa. 2013, vol. 9, no. 2.