

PENYELESAIAN ARUS PERALIHAN RANGKAIAN SERI R-L DENGAN TEGANGAN ARUS SEARAH BERBASIS MATLAB

Dwi Setyowati¹

¹Jurusan Matematika, Fakultas Sains Terapan, IST AKPRIND Yogyakarta

Masuk: 8 Mei 2009, revisi masuk: 14 Juli 2009, diterima: 19 Juli 2009

ABSTRACT

A Case study was taken as a research to investigate the physical process occurred in a simple electric circuit which consists of resistance component R and inductance L with direct voltage source. The general form of series circuit is represented a differential equation of the first order to count the current transfer equation can be found by many methods, they are the first ordered solution, Euler method, the third order Runge-Kutta method, and the forth order Runge-Kutta by using Matlab program.

The examinationon by using step measurement with $h = 0,05$ caused error value to the first order solution method = 2.79%, Euler method = 3.8%, the third order Runge Kutta method = 2.1%, the forth order Runge Kutta method = 2.26%, using step measurement $h = 0.1$ caused error value to the first order solution = 2.27%, Euler method = 5.23%, the third order Runge Kutta method = 2.27%, the fourth order Runge Kutta method = 1.85% and using step measurement $h = 0,15$ caused error value to the first order solution = 5.81%, Euler method = 22,35%, the third order Runge Kutta method = 7.19%, the forth order Runge Kutta method = 4.7%.

Keyword: R-L circuit Transferring Current, Matlab

INTISARI

Studi kasus yang diambil dalam penelitian ini adalah proses fisis yang terjadi pada rangkaian listrik yaitu dengan memperlihatkan rangkaian seri yang terdiri atas komponen hambatan R dan induktansi L ini dengan sumber tegangan searah. Bentuk umum rangkaian seri merupakan persamaan diferensial orde pertama untuk menghitung persamaan arus peralihan dapat diselesaikan dengan berbagai metode, yaitu dengan metode penyelesaian orde satu, Metode Euler, Metode Runge-Kutta Orde-3 dan Metode Runge Kutta orde keempat dengan menggunakan bahasa pemrograman Matlab. Hasil pengujian yang dilakukan dengan menggunakan metode penyelesaian orde satu, Metode Euler, Metode Runge Kutta Orde-3 dan Metode Runge Kutta orde keempat adalah dengan menggunakan ukuran langkah $h=0,05$ kesalahan pada metode penyelesaian orde satu sebesar 2,79%, Metode Euler= 3,8%, Metode Runge Kutta Orde ketiga 2,51 % dan Metode Runge Kutta orde ke empat= 2,26% untuk ukuran langkah $h= 0,1$, nilai kesalahan pada metode penyelesaian orde satu sebesar= 2,27%, Metode Euler 5,23%, Metode Runge Kutta Orde ketiga 2,27% dan Metode Runge Kutta orde ke empat= 1,85%. dan ukuran langkah $h=0,15$ kesalahan pada metode penyelesaian orde satu sebesar 5,81%, Metode Euler= 22,35%, Metode Runge Kutta Orde ketiga= 7,19% dan Metode Runge Kutta orde keempat= 4,7%.

Kata Kunci: Arus Peralihan Rangkaian Seri R-L, Matlab

PENDAHULUAN

Metode numerik untuk persamaan diferensial sangatlah penting bagi rekayasawan dan fisikawan sebab ini masalah yang praktis sering membawa persamaan diferensial yang tidak dapat dipecahkan. Banyak hukum-hukum fisis

ka, mekanika, termodinamika dan kimia didasarkan atas observasi empiris yang menunjukkan perubahan dalam besaran besaran fisis dan kondisi dari sistem. Hukum-hukum tersebut pada prinsipnya menunjukkan terjadinya perubahan-perubahan. Bila dihubungkan dengan per-

samaan kontinuitas untuk massa, energi, momentum dan rangkaian listrik, biasanya akan tersusun persamaan-persamaan diferensial. Jadi penyelesaian persamaan diferensial ini sangatlah penting diketahui di bidang keteknikan.

Persamaan diferensial ini pada umumnya dibedakan atas persamaan ordiner yang hanya melibatkan satu dari variabel bebas saja dan persamaan diferensial parsial ini yang umumnya menyangkut dua atau lebih variabel bebas. Meskipun sebagian dari persamaan diferensial dapat diselesaikan secara eksak atau analitis ini, namun di dalam praktek masih banyak persamaan diferensial yang tidak dapat diselesaikan secara analitis atau bila dapat diselesaikan jawaban yang diperoleh seringkali sulit untuk diinterpretasikan, karena mungkin berbentuk deret tak berhingga, sehingga dengan bantuan komputer maka persoalan tersebut dapat diselesaikan dengan mudah (Munif, 1998)

Bentuk umum persamaan diferensial ordiner dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}) = 0 \quad \dots \quad (1)$$

Persamaan (1) ini menunjukkan persamaan diferensial ordiner orde n, karena hanya terdapat bentuk-bentuk derivatife total dan derivatife yang tertinggi n. Untuk mendapatkan suatu jawaban tertentu atau khusus (*unique solution*), perlu dipakai informasi tambahan, yaitu data nilai y(x) atau derivatifnya pada beberapa nilai tertentu x. Untuk persamaan order-n, suatu jawaban khusus dapat diperoleh dengan mengetahui sebanyak n data kondisi.

Penyelesaian pendekatan terhadap persamaan diferensial ordiner seringkali dibedakan atas macam persoalan yang dihadapi, yaitu apakah merupakan *initial value problem* (IVP) atau *boundary value problem* (BVP). Alternatif lain yang dapat dilakukan untuk membicarakan metode numerik persamaan diferensial ordiner adalah didasarkan atas macam persamaan diferensial,

Suatu persamaan diferensial orde kesatu dapat dinyatakan dalam bentuk umum $f(x, y, \frac{dx}{dy}) = 0$ atau dapat pula di-

nyatakan $\frac{dx}{dy} = f(x, y)$, algoritma numerik yang umum untuk menyelesaikan persamaan diferensial satu dengan kondisi awal $y(x_0)$ didasarkan pada salah satu dari pendekatan berikut:

- Pemakaian langsung maupun tak langsung dari ekspansi deret Taylor dari fungsi jawaban f(x).
- Penggunaan formula integrasi terbuka atau tertutup.

Prosedur yang bermacam-macam pada prinsipnya dapat pula dibedakan atas metode satu langkah (*one step*) dan metode langkah jamak (*multi step*). Metode satu langkah memungkinkan penyelesaian untuk y_{i+1} , bila diberikan persamaan diferensial dan informasi nilai y_i dan x_i .

Ekspansi deret Taylor merupakan salah satu cara untuk penyelesaian pendekatan numerik yaitu dengan menyatakan fungsi jawaban y(x) dengan bentuk ekspansi Taylor sekitar titik awal x_0 sebagai berikut (Steven, C, 1999):

$$y(x_0 + h) = y(x_0) + hf'(x_0 + y(x_0)) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0, y(x_0)) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0, y(x_0)) + \dots$$

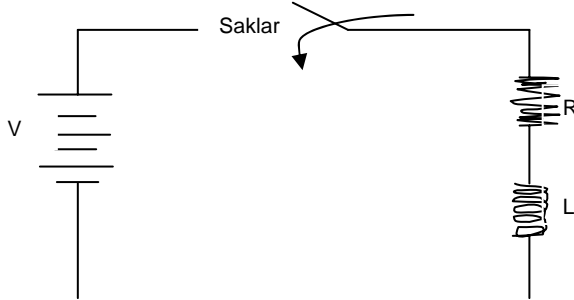
Bila $y(x_0)$ tertentu sebagai kondisi awal, $f(x_0, y(x_0))$ dapat diketahui dari persamaan semula $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$. Metode Euler merupakan metode yang paling sederhana untuk menyelesaikan persamaan diferensial ordiner orde satu. Bentuk penyelesaian dasar ini metode Euler adalah $Y_{n+1} = y_n + (\frac{dx}{dy}) \Delta x$. Pada metode Runge-Kutta adalah suatu metode yang mempunyai tingkat ketepatan yang relatif sama dengan perhitungan pendekatan deret Taylor. Metode Runge Kutta diperoleh berdasarkan ekspansi dari deret Taylor sehingga diperoleh beberapa macam metode Runge-Kutta, salah satunya metode Runge-Kutta orde keempat yang merupakan metode yang cukup banyak dikenal karena cukup tepat, stabil dan relatif mudah untuk dibuatkan program komputernya

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan metode penyelesaian orde pertama, metode Euler dan metode Runge Kutta adalah proses

mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu persamaan diferensial biasa $f(x,y)$. Fungsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan mengangakat studi kasus tentang rangkaian seri komponen-komponen R dan L yang terhubung dengan tegangan V, ketika saklar ditutup berlaku hukum tegangan Khirchoff, sehingga persamaan peralihan arus dalam suatu rangkaian adalah $i = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$ (2)

Sebuah rangkaian seri yang terdiri atas komponen hambatan R dan induktansi L yang dihubungkan dengan tegangan searah V seperti pada Gambar.1. Dalam rangkaian tersebut ketika saklar s ditutup, maka menurut Hukum Tegangan Kirchhoff jumlah tegangan pada suatu rangkaian tertutup sama dengan nol sehingga berlaku persamaan

$$\begin{aligned} V_R + V_L &= V \\ R \cdot i + L \frac{di}{dt} &= V \end{aligned} \quad \text{..... (3)}$$



Gambar 1 Rangkaian R dan L seri dengan sumber tegangan searah V (Hayt,W.H,Jr,1993)

Persamaan (2) adalah arus peralihan pada rangkaian seri ini dengan tegangan V searah yang dalam penelitian ini akan diselesaikan dengan 3 macam metode yaitu: metode penyelesaian persamaan diferensial orde pertama, metode Euler dan metode Runge Kutta orde keempat, diselesaikan dengan bantuan bahasa pemrograman Matlab. Metode Penyelesaian Persamaan Diferensial Orde Pertama berbentuk $f(x,y,y')$ dan sering dituliskan dalam bentuk eksplisit $y' = f(x,y)$. Masalah nilai awal terdiri atas sebuah persamaan diferensial dan sebuah syarat atau kondisi yang harus dipenuhi oleh solusinya, berdasarkan ekspansi deret Taylor bahwa

$$y(x+h) = y(x) + hy'(x) + \frac{h^2}{2} y''(x) .. \quad (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) dengan hanya mengambil suku konstanta dan suku yang mengandung h pangkat satu maka metode ini disebut sebagai metode orde pertama. Pembuangan suku-suku lainnya membuat persamaan (4) menyebabkan timbulnya galat, yaitu galat pemotongan atau galat pemangkasan. Untuk h yang bernilai kecil, maka suku h yang berpangkat tiga atau yang lebih tinggi lagi akan kecil dibandingkan dengan h^2 di dalam suku pertama yang dibuang dalam persamaan(4). Penyelesaian persamaan (2), diselesaikan secara iterasi sehingga persamaannya dapat ditulis menjadi

$$i_n = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t_n}) \quad \text{..... (5)}$$

Iterasi ini akan berhenti bila $|i_{\text{sebelumnya}} - i_{\text{sekarang}}| < \epsilon$, dimana ϵ adalah tetapan yang harganya ditentukan.

Metode Euler ini, semua metode satu langkah yang dapat dinyatakan dalam bentuk umum:

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \quad \text{..... (6)}$$

perkiraan *slope* ϕ dipakai untuk mengekstrapolasikan suatu harga lama y_i terhadap sebuah harga baru y_{i+1} disepanjang jarak.

Metode Runge Kutta mencapai tingkat ketepatan relatif sama dengan perhitungan suatu pendekatan dengan ekspansi deret Taylor tanpa memerlukan perhitungan dari turunan yang lebih tinggi. Metode Runge Kutta ini dapat dikatakan diperoleh berdasarkan penjabaran dari deret Taylor. Dan tergantung pada jumlah suku deret Taylor yang diperhitungkan, diperoleh beberapa macam metode Runge Kutta yang berbeda satu sama lain dalam ordenya. Dalam praktek sering dikenal adanya metode Runge Kutta orde 2,3,4,5. Namun metode yang paling banyak dipakai adalah metode Runge Kutta orde keempat.

Banyak perubahan ini terjadi, tetapi semuanya dapat ditampung dalam bentuk umum dari persamaan (6).

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad \text{..... (7)}$$

dimana $\phi(x_i, y_i, h)$ disebut suatu fungsi inkremen yang dapat diinterpretasikan

sebagai sebuah *slope* rata-rata sepanjang interval. Fungsi inkremen dapat dituliskan dalam bentuk umum sebagai berikut: $\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n$ (8)

Di mana setiap a adalah konstanta dan setiap k besarnya adalah:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) \\ k_3 &= f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) \\ k_n &= f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (9)$$

dari persamaan diatas bahwa semua harga k berhubungan secara rekurensi, artinya k_1 muncul dalam persamaan untuk k_2 , yang muncul lagi dalam persamaan k_3 dan seterusnya. Rekurensi ini membuat Runge Kutta efisien untuk kalkulasi oleh komputer. Perluasan dari deret Taylor diperoleh berbagai jenis metode Runge Kutta Metode Runge Kutta orde pertama dengan $n=1$ ternyata merupakan Metode Euler. Penurunan Metode Runge Kutta Orde Kedua dari persamaan (7) akan diperoleh:

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2) h \quad \dots \dots \dots (10)$$

dimana: $k_1 = f(x_i, y_i)$ dan $k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$ (11)
deret Taylor orde kedua

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i) h + f'(x_i, y_i) \frac{h^2}{2} \dots \dots (12)$$

$f'(x_i, y_i)$ ditentukan oleh diferensi aturan rantai: $f'(x_i, y_i) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx}$ (13)

Dengan mensubstitusikan persamaan(13) ke dalam persamaan (12) akan diperoleh:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i) h + \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} \right) \frac{h^2}{2} \dots \dots (14)$$

Dengan menggunakan manipulasi aljabar untuk menyelesaikan harga-harga a_1, a_2, p_1 , dan q_{11} , yang menjadikan persamaan (7) dan (14) ekuivalen. Adapun deret Taylor untuk suatu fungsi dua variabel didefinisikan sebagai berikut:

$$G(x+r, y+s) = G(x, y) + r \frac{\partial G}{\partial x} + s \frac{\partial G}{\partial y} \dots \dots (15)$$

maka dengan menerapkan metode persamaan (11) ini menjadi persamaan (15) disubstitusikan bersama dengan persamaan (11) ke dalam persamaan (10) suku yang serupa dalam persamaan (15) dengan persamaan (16) maka berlaku :

$$a_1 + a_2 = 1; a_2 p_1 = \frac{1}{2}; a_2 q_{11} = \frac{1}{2}$$

Jika $a_2 = \frac{1}{2}$, maka $a_1 = \frac{1}{2}$ dan $p_1 = q_{11} = 1$, lalu parameter ini dimasukkan

ke dalam persamaan(10) sehingga diperoleh:

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{1}{2} k_1 + \frac{1}{2} k_2 \right) h \quad \dots \dots \dots (17)$$

dimana : $k_1 = f(x_i, y_i)$
 $k_2 = f(x_i + h, y_i + h k_1)$

persamaan (17) merupakan persamaan metode Runge Kutta orde kedua. Untuk $n=3$, suatu turunan yang serupa dengan penurunan orde kedua, sehingga bentuk metode Runge Kutta orde ketiga adalah sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6} (k_1 + 4k_2 + k_3) \right] h$$

dimana : $k_1 = f(x_i, y_i)$
 $k_2 = f(x_i + \frac{1}{2} h, y_i + \frac{1}{2} h k_1)$
 $k_3 = f(x_i + h, y_i - h k_1 + 2h k_2)$

Metode Runge Kutta yang paling populer adalah orde keempat yang seringkali disebut dengan metode Runge Kutta orde keempat klasik

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right] h$$

dimana : $k_1 = f(x_i, y_i)$
 $k_2 = f(x_i + \frac{1}{2} h, y_i + \frac{1}{2} h k_1)$
 $k_3 = f(x_i + \frac{1}{2} h, y_i + \frac{1}{2} h k_2)$
 $k_4 = f(x_i + h, y_i + h k_3)$

Studi kasus yang diambil dalam penelitian ini adalah proses fisis yang terjadi dari pada rangkaian listrik yaitu dengan memperlihatkan rangkaian seri yang terdiri atas komponen resistansi berupa hambatan R dan induktansi L dengan sumber tegangan V searah seperti dalam Gambar 1, ketika saklar ini ditutup maka menurut hukum tegangan kirchhoff berlaku seperti dalam persamaan (3). Bentuk umum rangkaian seri yang terdiri atas komponen hambatan R dan induktansi L dengan sumber tegangan V searah merupakan persamaan diferensial orde pertama

Persamaan (2) merupakan model matematis untuk menghitung besar arus peralihan rangkaian seri yang terdiri dari hambatan dan induktansi, selanjutnya model matematik telah tersusun diselesaikan dengan bantuan komputer, bahasa pemrograman yang digunakan adalah Matlab.

Untuk menghitung persamaan arus peralihan ini dapat diselesaikan dengan berbagai metode, yaitu dengan

- Metode penyelesaian persamaan diferensial diorde pertama, metode menggunakan persamaan (2) penyelesaian persamaan arusnya secara iterasi dapat ditulis:

$$i_n = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \dots\dots\dots (18)$$

kondisi ini berhenti bila, dengan ϵ adalah $|i_{sebelumnya} - i_{sekarang}| < \epsilon$, tetapan yang harganya ditentukan.

- Metode Euler persamaan arus peralihan dapat dinyatakan dengan:

$$i_{n+1} = i_n + f(t_n, i_n)h \dots\dots\dots (19)$$

dengan: $f(t_n, i_n) = \frac{di_n}{dt_n} \dots\dots\dots (20)$

$$\frac{di_n}{dt_n} = \frac{V}{L} - \frac{R}{L}i_n \dots\dots\dots (21)$$

sehingga untuk mencari arus peralihan dengan metode Euler yaitu dengan mensubstitusikan persamaan (21) ke dalam persamaan (19)

$$i_{n+1} = i_n + \left(\frac{V}{L} - \frac{R}{L}i_n\right) \dots\dots\dots (22)$$

kondisi ini berhenti bila, nilai ϵ adalah tetapan yang harganya ditentukan

- Metode Runge Kutta Orde Keempat persamaan arus peralihan dapat dinyatakan dengan

$$i_{n+1} = i_n + \left[\frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\right] \dots (23)$$

dimana : $k_1 = hf(t_n, i_n) \dots (24)$

$$k_2 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, i_n + \frac{1}{2}k_1\right) \dots (25)$$

$$k_3 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, i_n + \frac{1}{2}k_2\right) \dots (26)$$

$$k_4 = hf(t_n + h, i_n + k_3) \dots (27)$$

dengan $f(t_n, i_n)$ persamaan (23) dan persamaan (21), menjadi persamaan (24) sampai dengan persamaan (27) adalah:

PEMBAHASAN

Pada rangkaian seri Gambar 1. yang terdiri komponen hambatan R sebesar 50Ω , induktansi L sebesar 10 H dengan sumber tegangan V searah sebesar 100V. Setelah saklar ditutup pada saat $t=0$ dan arus $i=0$ maka penyelesaian arus peralihan dengan metode:

Seperti ditunjukkan pada Tabel 1, Tabel 2, Tabel 3 dan Tabel 4 berikut:

Tabel.1: Penyelesaian orde pertama waktu mulai $t=0,1$, arus awal $i=0$ dan $h=0.05$

iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)	iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)
1	0.5500	1.8358	0.0466	26	1.4000	1.9977	0.0007
2	0.6000	1.8721	0.0363	27	1.4500	1.9982	0.0005
3	0.6500	1.9004	0.0283	28	1.5000	1.9986	0.0004
4	0.7000	1.9225	0.0220	29	1.5500	1.9989	0.0003
5	0.7500	1.9396	0.0172	30	1.6000	1.9991	0.0002
6	0.8000	1.9530	0.0134	31	1.6500	1.9993	0.0002
7	0.8500	1.9634	0.0104	32	1.7000	1.9995	0.0001

Tabel 2: Metode Euler waktu mulai $t=0,1$, arus awal $i=0$ dan $h=0.05$

iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)	iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)
1	0.5000	1.7998	0.0667	24	1.3000	1.9980	0.0007
2	0.5500	1.8498	0.0501	25	1.3500	1.9985	0.0005
3	0.6000	1.8874	0.0375	26	1.4000	1.9989	0.0004
4	0.6500	1.9155	0.0282	27	1.4500	1.9992	0.0003
5	0.7000	1.9366	0.0211	28	1.5000	1.9994	0.0002
6	0.7500	1.9525	0.0158	29	1.5500	1.9995	0.0002
7	0.7500	1.9525	0.0158	30	1.6000	1.9996	0.0001

Dengan menggunakan persamaan diferensial orde pertama diperoleh: Hasil komputasi yang dilakukan dengan waktu mulai = 0.1, arus awal = 0, dan batasan nilai epsilon 0,0001 dengan ukuran langkah 0.05 seperti dalam Tabel.1

Penyelesaian persamaan diferensial dengan metode Euler: Hasil komputasi Metode Euler ini dilakukan dengan waktu dimulai $t=0.1$, dan arus awal = 0, batasan nilai epsilon 0,0001 dengan ukuran langkah 0.05 seperti dalam Tabel 2.

Tabel 3: Metode Runge Kutta orde ketiga $t=0,1$, arus awal $i=0$ dan $h= 0.05$

iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)	iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)
1	0.5500	1.7896	0.0598	27	1.4500	1.9977	0.0007
2	0.6000	1.8362	0.0466	28	1.5000	1.9982	0.0005
3	0.6500	1.8724	0.0363	29	1.5500	1.9986	0.0004
4	0.7000	1.9007	0.0282	30	1.6000	1.9989	0.0003
5	0.7500	1.9227	0.0220	31	1.6500	1.9991	0.0002
6	0.8000	1.9398	0.0171	32	1.6500	1.9991	0.0002
7	0.8500	1.9531	0.0133	33	1.7500	1.9995	0.0001

Penyelesaian persamaan diferensial dengan metode Runge Kutta Orde ketiga: Hasil komputasi Metode Runge Kutta orde ketiga ini dilakukan de-

ngan waktu mulai = 0.1, arus awal = 0, dan batasan nilai epsilon 0,0001 dengan ukuran langkah 0.05 seperti dalam Tabel 3.

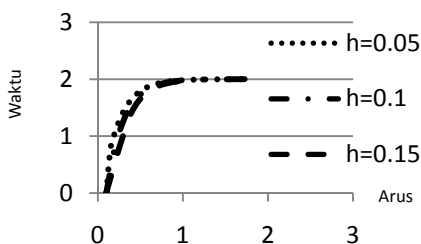
Tabel 4: Metode Runge Kutta orde keempat $t=0,1$, arus awal $i=0$ dan $h= 0.05$

iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)	iterasi	t(waktu)	I (arus)	Abs(i_1-i)
1	0.6500	1.8570	0.0388	29	1.5500	1.9981	0.0005
2	0.7000	1.8875	0.0305	30	1.6000	1.9985	0.0004
3	0.7500	1.9115	0.0240	31	1.6500	1.9988	0.0003
4	0.8000	1.9303	0.0189	32	1.7000	1.9991	0.0003
5	0.8500	1.9452	0.0149	33	1.7500	1.9993	0.0002
6	0.9000	1.9569	0.0117	34	1.8000	1.9994	0.0002
7	0.9500	1.9661	0.0092	35	1.8500	1.9995	0.0001

Penyelesaian persamaan diferensial dengan metode Runge Kutta Orde keempat: Hasil komputasi Metode Runge Kutta orde ketiga dilakukan dengan waktu mulai = 0.1, arus awal = 0, dan batasan nilai epsilon=0,0001 dengan ukuran langkah 0.05 seperti ini dalam Tabel 4.

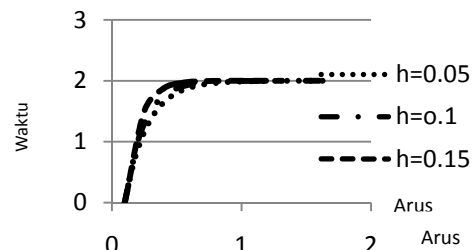
Hasil komputasi yang disajikan dalam tabel diatas secara grafik untuk masing-masing penyelesaian metode penyelesaian ini dengan variasi ukuran langkah yang berbeda.

Gambar 2 merupakan metode penyelesaian persamaan diferensial orde pertama.

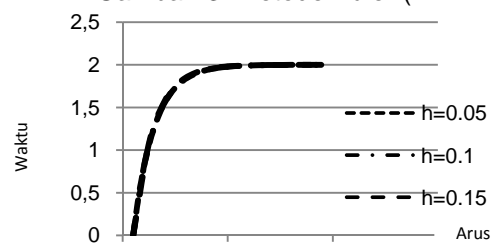


Gambar 2: Penyelesaian Orde 1

Gambar 3 penyelesaian persamaan diferensial dengan metode Euler.

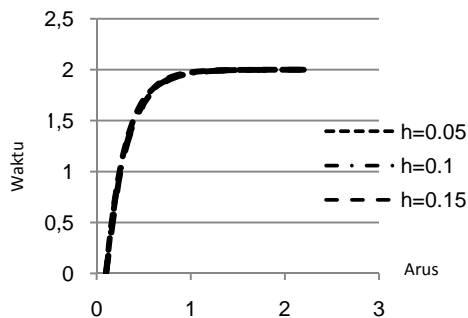


Gambar 3: Metode Euler (x)

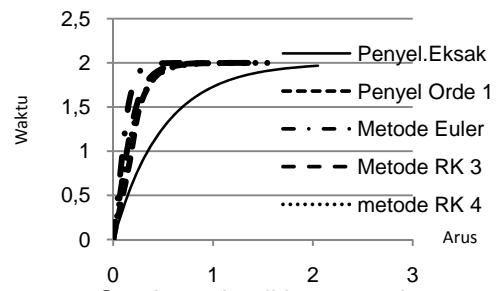


Gambar 4: Metode Runge-Kutta Orde 3

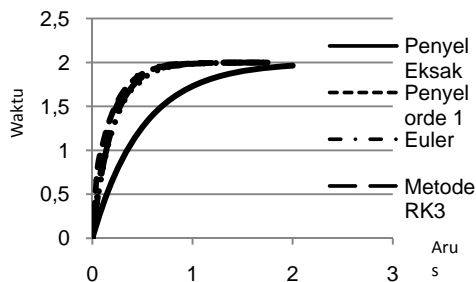
Gambar 4 adalah penyelesaian persamaan diferensial ini dengan metode Runge Kutta orde ke tiga dan Gambar 5. Penyelesaian persamaan diferensial metode Runge Kutta orde ke empat.



Gambar 5: Metode Runge-Kutta Orde 4

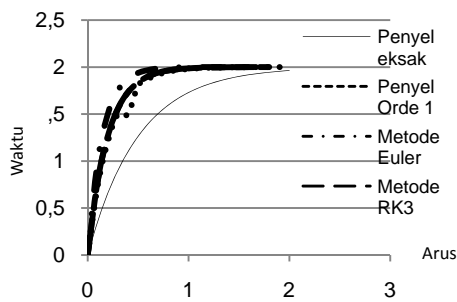


Gambar.8 hasil komputasi dengan h=0.15



Gambar 6: hasil komputasi dengan h= 0.05

Gambar 7. Hasil penyelesaian persamaan diferensial arus peralihan dalam rangkaian seri RL dengan tegangan searah V dibandingkan dengan penyelesaian arus peralihan rangkaian seri RL secara eksak, dengan ukuran langkah $h=0.1$



Gambar 7: hasil komputasi dengan h=0.1

Gambar 8. Hasil penyelesaian persamaan diferensial arus peralihan pada rangkaian seri RL dengan tegangan searah V dibandingkan dengan penyelesaian arus peralihan rangkaian seri RL secara eksak, dengan ukuran langkah $h=0.15$

Hasil pengujian yang dilakukan dengan menggunakan metode penyelesaian orde satu, Metode Euler, Metode Runge Kutta Orde 3 dan Metode Runge Kutta orde ke empat bahwa dari empat metode yang digunakan untuk mencari persamaan diferensial untuk mencari arus peralihan pada rangkaian RL tegangan searah secara rinci hasilnya dalam Tabel 5.

Tabel 5 : Hasil penyelesaian dengan berbagai metode

Metode Penyel	E_s (%) dengan $h=0.05$	E_s (%) dengan $h=0.1$	E_s (%) dengan $h=0.15$
orde 1	2.79	2.27	5.81
Euler	3.8	5.23	22.35
RK orde 3	2.51	2.27	7.19
RK orde 4	2.26	1.85	4.709

E_s : Kesalahan sebenarnya yaitu nilai hasil perhitungan dibandingkan dengan nilai eksak dari persamaan

Berdasarkan Tabel 1, 2, 3, 4, ukuran langkah yang digunakan sebesar 0.05, dengan batasan epsilon yang sudah ditentukan sebesar 0.0001. Hasil yang diperoleh bahwa untuk penyelesaian orde 1 memerlukan perhitungan sebanyak 32 iterasi, metode Euler memerlukan 30 iterasi, Runge Kutta orde ke tiga memerlukan 33 iterasi dan metode Runge Kutta orde ke 4 memerlukan 35 iterasi, namun hasil komputasi ini bila dibandingkan dengan hasil eksak dapat dilihat seperti dalam Gambar.6 serta dalam Tabel.10 menunjukkan bahwa penyelesaian yang paling mendekati nilai eksak adalah metode Runge Kutta orde ke empat tersebut dengan kesalahan 2.26%, selanjutnya metode Runge Kutta orde ke tiga dengan kesalahan se-

besar 2.51% dari harga eksak, kemudian metode penyelesaian orde 1 sebesar 2.79%. serta untuk metode Euler sebesar 3.8%.

Hasil komputasi ini juga dibandingkan dengan hasil eksak dapat dilihat seperti dalam Gambar 7, menunjukkan bahwa penyelesaian yang paling mendekati nilai eksak adalah metode Runge Kutta orde ke empat dengan kesalahan 1.85%, selanjutnya metode Runge Kutta orde ke tiga dengan kesalahan sebesar 2.27% dari harga eksak, kemudian metode penyelesaian orde 1 ini sebesar 2.27%. serta untuk metode Euler sebesar 5.23%.

Berdasar Tabel 4, hasil komputasi, menunjukkan dengan ukuran langkah $h = 0.05$ bahwa metode Runge Kutta orde keempat mempunyai *error* yang paling kecil yaitu sebesar 2,26 % dan *error* yang paling besar adalah metode Euler. Jika ditinjau dari ukuran langkah yang digunakan sebesar 0.1 dari tabel tersebut menunjukkan hasil *error* yang diperoleh bahwa metode yang paling kecil nilai *error*nya adalah metode Runge Kutta orde keempat sebesar 1,85% dan metode ini yang memiliki *error* paling besar adalah metode Euler sebesar 5.23 %. Jika ditinjau dari ukuran langkah yang digunakan sebesar 0.15 dari tabel tersebut menunjukkan hasil *error* yang diperoleh bahwa metode ini yang paling kecil nilai *error*nya adalah dengan metode Runge Kutta orde keempat sebesar 4,7% dan metode yang memiliki *error* paling besar adalah dengan metode Euler 22.35%

Secara umum bahwa untuk hasil komputasi berdasarkan Tabel 4, ini menunjukkan untuk ukuran langkah $h=0.1$ dari berbagai metode bahwa metode Runge Kutta orde empat mempunyai ni-

lai *error* yang cukup stabil bila dibandingkan dengan penyelesaian orde satu, metode Euler, metode Runge Kutta Orde ketiga. Pengendalian ukuran langkah mempengaruhi pengerjaan perhitungan secara simultan, sehingga ukuran langkah yang terlalu kecil maka akan mempengaruhi proses iterasi yang terlalu panjang, jika ukuran langkah yang digunakan terlalu besar berarti meningkatkan galat pemotongan, maka akan menghasilkan *error* yang sangat besar .

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan hasil pengujian yang dilakukan dengan menggunakan metode penyelesaian orde satu, Metode Euler, Metode Runge Kutta Orde 3 dan Metode Runge Kutta orde ke empat bahwa, empat metode yang digunakan untuk mencari persamaan ini diferensial untuk mencari arus peralihan pada rangkaian R-L ini tegangan searah seperti dalam Tabel 5, bahwa dapat disimpulkan dari keempat metode paling efektif ini adalah metode Runge Kutta Orde ke empat, ini dapat dilihat berdasarkan hasil kesalahan yang ditimbulkan dari metode tersebut. Dari Tabel 5, juga dapat disimpulkan bahwa ukuran langkah yang paling efektif digunakan metode adalah sebesar 0.1.

DAFTAR PUSTAKA.

- Steven, C, 1999, Metode Numerik Untuk teknik, Penerbit Universitas Indonesia
Hayt, W.H, Jr, 1993, Rangkaian Listrik, Penerbit Erlangga Jakarta
Munif, A dan Hidayatullah, A P, 1998, Cara Praktis Penguasaan Penggunaan Metode Numerik, Penerbit Guna Widya.