

Studi Letaratur Koreksi Model Matematis Aliran di Lengkung Sungai

Kuntjoro¹⁾, Didik H²⁾, Pudiastuti³⁾, Saptarita⁴⁾
1,2,3,4) Staft Pengajar Diploma Teknik Sipil ITS
e-mail : kuntjoro@ce.its.ac.id

ABSTRAK

Pada umumnya dalam segmen sungai dengan bentuk lengkung struktur alirannya akan rumit karena adanya ketidak-seragaman aliran ke arah samping (lateral). Analisis dapat dilakukan dengan menggunakan rata-rata vertikal pada Persamaan- persamaan yang masih mengandung variasi aliran lateral. Hasil analisis sebelumnya tidak betul-betul valid mendekati tebing sungai. Koreksi telah dilakukan oleh Ananyan (1953), Rozovskii, 1957) yang harus diterapkan pada kecepatan radial yang telah ditemukan. Koreksi hanya berpengaruh pada posisi dekat tebing dalam kasus di mana lebar saluran besar dibanding dengan kedalamannya. Teori Rozovskii dan Ananyan telah diperiksa dengan sangat seksama oleh de Fried (1975) untuk aliran laminar atau untuk aliran turbulen dengan viskositas eddy konstan.

Kata Kunci: *aliran, lengkung sungai*

1. PENDAHULUAN

Sungai dalam kondisi alamiah hampir dipastikan tidak mungkin mengalir dalam aliran yang lurus sempurna. Tuntutan debit dan kondisi topografi akan membentuk aliran sungai berbentuk lengkung. Pada umumnya dalam segmen sungai dengan bentuk lengkung struktur alirannya akan rumit karena adanya ketidak-seragaman aliran ke arah samping (lateral). Analisis dapat dilakukan dengan menggunakan rata-rata vertikal pada Persamaan- persamaan yang masih mengandung variasi aliran lateral[4]. Ini juga bisa diterapkan untuk aliran yang meluap di bantaran sungai, dll.

Penyelesaian secara umum harus menggunakan persamaan secara utuh, yang mana hal ini akan memerlukan penghitungan yang rumit yang bisa diselesaikan dengan bantuan metode numerik. Untuk mendapatkan informasi tentang pokok bahasan ini, bisa dilakukan penyederhanaan misalnya dengan mengasumsikan bahwa kedalaman air h yang besarnya ditentukan mendekati konstan dan $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 = 1$. Kondisi yang demikian ini berarti aliran merupakan aliran tunak (steady)[7].

2. RUMUSAN MASALAH

Aliran dalam lengkung sungai merupakan permasalahan yang rumit untuk dibentuk sebagai perumusan matematis. Rumusan masalah aliran aliran dalam lengkung sungai adalah : Bagaimana bentuk umum perumusan matematis profil aliran dalam lengkung sungai.

3. PENURUNAN PERSAMAAN UNTUK PENYELESAIAN MASALAH ALIRAN PADA LENGKUNG SUNGAI

3.1. Aliran Tunak

Dengan menganggap bahwa aliran dalam kondisi tunak, maka aliran bisa dituliskan dengan persamaan:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$$

$$-\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + g \frac{\partial z_w}{\partial x} + \frac{\dagger_{xb}}{\dots h} = 0 \quad (1)$$

$$-\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + g \frac{\partial z_w}{\partial y} + \frac{\dagger_{yb}}{\dots h} = 0$$

Dimana persamaan kontinuitas telah diterapkan untuk menyederhanakan persyaratan konvektif dalam persamaan momentum[9]. Jika gesekan dasar diabaikan dan aliran dianggap irasional, yaitu

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

Komponen kecepatan dapat diturunkan dari fungsi potensial $W : \bar{u} = \partial W / \partial x, \bar{v} = \partial W / \partial y$.

Dari persamaan kontinuitas, maka dapat ditunjukkan bahwa memenuhi potensi persamaan Laplace :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

yang menggambarkan aliran potensial. Hal ini menunjukkan bahwa variasi kecepatan lateral diatur oleh persamaan elips dan bahwa dalam kasus-kasus sederhana berlaku teori aliran potensial. Sistem yang umum persamaan (dengan kedalaman air tidak konstan, dengan gesekan dan dengan rotasi), meskipun tidak sederhana, memiliki karakter matematika yang sama.

Satu penerapan yang menarik dari persamaan pendekatan (2) dalam kasus lengkung di tikungan sungai. Jika aliran seragam sepanjang lengkung, persamaan dapat ditulis

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = 0$$

di mana r adalah koordinat radial. Dengan mengintegrasikan persamaan ini didapatkan bahwa :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} = \text{konstanta}$$

Konstanta harus nol, sebagai komponen kecepatan radial $\partial W / \partial r$ menghilang di dekat tebing sungai. Yang mana w adalah hanya fungsi dari posisi sudut θ . Karena kondisi seragam maka diasumsikan harus fungsi linear:

$$W = c_{\theta} + d$$

(c dan d konstanta). Kemudian komponen kecepatan tangensial \bar{u} menunjukkan :

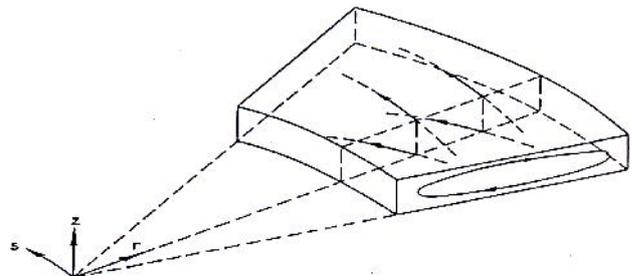
$$\bar{u} = \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} = \frac{c}{r}$$

yang berarti bahwa kecepatan berbanding terbalik dengan jari-jari lengkung lintasan aliran. Pengukuran yang dilaporkan oleh Kondrat'ev dkk. (1959) dan Rozovskii (1957)[8], menunjukkan bahwa hal ini hanya berlaku di sekitar saat akan masuk lengkungan. Di saat akan keluar lengkungan kecepatan maksimum bergeser ke tanggul luar dan mengakibatkan aliran tidak seragam. Pembahasan lebih lanjut tentang distribusi aliran lateral ini masih merupakan pokok bahasan dari tulisan ini, seperti yang disebut Rozovskii (1957) dan de Vriend (1976)[6].

3.2. Aliran Dalam Koordinat Silinder

Dalam lengkung sungai struktur aliran yang sebenarnya merupakan aliran tiga dimensi, karena adanya percepatan sentripetal. Semua partikel air mengalami gradien tekanan vertikal lateral (radial) yang sama. Percepatan sentripetal diperlukan untuk menjaga partikel dalam lintasan melingkar, yang mana lebih besar dekat ke permukaan daripada di dekat bagian dasar. Hal ini disebabkan oleh adanya perbedaan kecepatan[1].

Partikel air dekat permukaan cenderung bergerak ke luar dan lebih dekat ke dasar saluran seperti yang terlihat pada Gambar 1 terjadi aliran heliks. Mendekati tanggul menghasilkan kompensasi komponen - komponen kecepatan vertikal, di dekat tebing dalam mengarah ke atas dan di dekat tebing luar mengarah ke bawah.



Gambar 1: Aliran Helik Pada Lengkung Sungai

Perkiraan kecepatan radial dapat diperoleh dengan teori - teori yang relatif sederhana, yang dikembangkan antara lain oleh Rozovskii (1957) dan van Bendegom (1947). Untuk tujuan ini persamaan gerak ditransformasi ke dalam koordinat silinder s, r, z (lihat Gambar 1) dengan pusat lengkung sungai setempat. Yang menunjukkan komponen-komponen kecepatan yang sesuai dengan u, v, w (sementara), untuk aliran tunak maka, [5]

$$g \frac{\partial z_w}{\partial s} - \frac{1}{\dots} \frac{\partial \ddagger_{sz}}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{u^2}{r} + g \frac{\partial z_w}{\partial r} - \frac{1}{\dots} \frac{\partial \ddagger_{rz}}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

dimana dalam persamaan pertama istilah enersia konvektif telah diabaikan. Oleh karena itu, sebagaimana dalam saluran lurus, komponen tegangan tangensial \ddagger_{sz} bervariasi dari permukaan ke dasar secara linear. Bisa diasumsikan bahwa tegangan geser berperilaku sesuai dengan hipotesis panjang pencampuran selain itu sesuai dengan arah gradien vertikal dari vektor kecepatan:

$$\ddagger_{sz} = \dots l^2 \frac{\partial u}{\partial z} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\ddagger_{rz} = \dots l^2 \frac{\partial v}{\partial z} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Sebagaimana komponen radial dan vertikal v dan w akan menjadi relatif kecil terhadap u , pendekatan hubungan menjadi :

$$\ddagger_{sz} = \dots l^2 \frac{\partial u}{\partial z} \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \quad \ddagger_{rz} = \dots l^2 \frac{\partial v}{\partial z} \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|$$

Dari hubungan yang pertama dan distribusi tegangan linier dapat disimpulkan bahwa komponen kecepatan tangensial u memiliki distribusi yang sama sebagaimana komponen longitudinal pada saluran lurus, yaitu tergantung pada pilihan panjang pencampuran. Dengan memasukkan panjang pencampuran, bersamaan dengan ekspresi dari \ddagger_{rz} , ke dalam persamaan (4) dan pengobservasian terlepas dari z , hal ini memungkinkan untuk mengintegrasikan dua kali persamaan ke arah z , sehingga mendapatkan komponen kecepatan radial v .

Setelah itu komponen vertikal w dapat dicari dengan persamaan kontinuitas.

Mulai dari bentuk hukum energi (van Benegom, 1947)[3] prosedur ini, mengasumsikan bahwa v habis/menghilang setelah mencapai dasar sungai, sehingga memberikan persamaan menjadi :

$$\frac{|v|}{u_*} = -gh \frac{\partial z_w}{\partial r} u_*^{-2} n y^{1/n} + \frac{h}{|r|^2} \frac{n^4}{n+2} \int_0^{y^{1/n}} \frac{1 - \zeta^{n+2}}{1 - \zeta^n} d\zeta$$

dimana $y = z/h$. Bentuk persamaan Van Bendegom juga berisi kontribusi dari percepatan geostropik, yang signifikan pada lengkung - lengkung yang sangat tumpul[6]. Kemiringan lateral $\partial z_w / \partial r \ddagger$ masih tak dapat ditentukan. Yang ini diturunkan dengan pengamatan bahwa tidak ada aliran yang benar - benar radial, yaitu :

$$\int_0^1 v dy = 0$$

yang memberikan persamaan :

$$gh \frac{\partial z_w}{\partial r} u_*^{-2} = \frac{h}{|r|^2} \frac{n^2(n+1)}{n+2} \int_0^1 dy \int_0^{y^{1/n}} \frac{1 - \zeta^{n+2}}{1 - \zeta^n} d\zeta$$

dengan integrasi parsial didapat :

$$gh \frac{\partial z_w}{\partial r} u_*^{-2} = \frac{h}{|r|^2} \frac{n^2(n+1)}{n+2} \int_0^{y^{1/n}} (1 - \zeta^{n+2}) d\zeta = \frac{h}{|r|^2} \frac{n^2(n+1)}{n+3}$$

atau dengan $U = \frac{n^2}{n+1} \frac{u_*}{|r|}$

$$\frac{\partial z_w}{\partial r} = \frac{(n+1)^3}{n^2(n+3)} \frac{U^2}{gr} \quad (5)$$

Satu hasil yang sama dapat diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan (4), namun gesekan dasar radial harus diketahui. Koeffesien $(n+1)^3 n^{-2} (n+3)^{-1}$ selalu lebih dari satu, bervariasi dari 1,12 ($n=4$) melalui 1,06 ($n=6$) sampai 1,03 ($n=9$)[2]. Komponen kecepatan radial, setelah beberapa transformasi sekarang menjadi

$$\frac{r}{h} \frac{v}{U} = \frac{1}{|r|^2} \left[-\frac{n(n+1)^2}{n+3} y^{1/n} + \frac{n^2(n+1)}{n+2} \int_0^{y^{1/n}} \frac{1 - \zeta^{n+2}}{1 - \zeta^n} d\zeta \right] \dots \dots \dots (6)$$

Rozovskii (1957) menerapkan metode yang sama untuk distribusi kecepatan logarithmic. Dengan asumsi kedua komponen u dan v kecepatan lenyap pada level $z = z_0$ hasil yang didapatkan adalah, dalam bentuk sedikit disederhanakan sepadan dengan Boumeester (1972)

$$\frac{r v}{h U} = \frac{1}{|^2} \left[F_1(y) + \frac{\sqrt{g}}{|C} F_2(y) - 2 + 2 \frac{\sqrt{g}}{|^2 C^2} - 2 \frac{\sqrt{g}}{|C} \left(1 - \frac{\sqrt{g}}{|C} \right) \ln y \right] \dots\dots\dots(7)$$

dimana

$$F_1(y) = \int_{y_0}^y \frac{2 \ln y}{y-1} dy \quad \text{dan}$$

$$F_2(y) = \int_{y_0}^y \frac{\ln^2 y}{y-1} dy$$

Komponen - komponen radial \ddagger_{rb} dari tegangan dasar, dalam Persamaan (6) dan (7) berturut - turut adalah :

$$\ddagger_{rb} = - \dots h \frac{U^2}{r} \left[\frac{2n(n+1)^2}{n^2(n+2)(n+3)} \right] \text{ dan}$$

$$\ddagger_{rb} = - \frac{2}{|^2} \frac{h}{r} \left(1 - \frac{\sqrt{g}}{|C} \right)$$

sedangkan komponen tangensial dalam kedua kasus adalah $\ddagger_{sb} = \dots g U^2 / C^2$. Sudut u antara tegangan dasar resultan dan as sungai dinyatakan berturut-turut dengan :

$$\tan u = - \frac{2}{|^2} \frac{h}{r} \frac{n^2}{(n+2)(n+3)} \text{ dan}$$

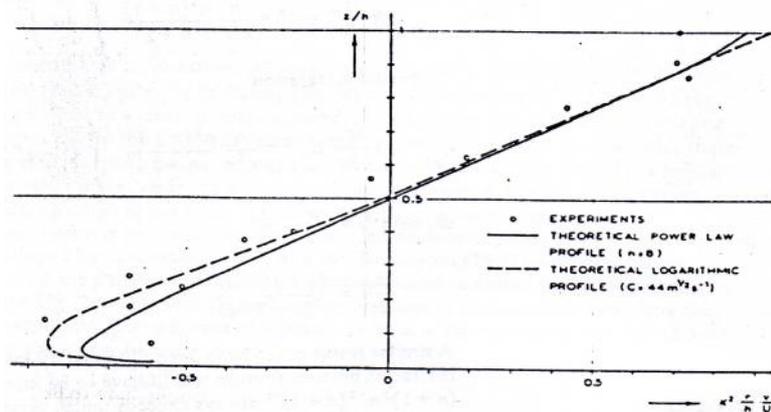
$$\tan u = - \frac{2}{|^2} \frac{h}{r} \frac{n^2}{(n+2)(n+3)}$$

Untuk kasus logaritma kemiringan lateral yang didapatkan menjadi

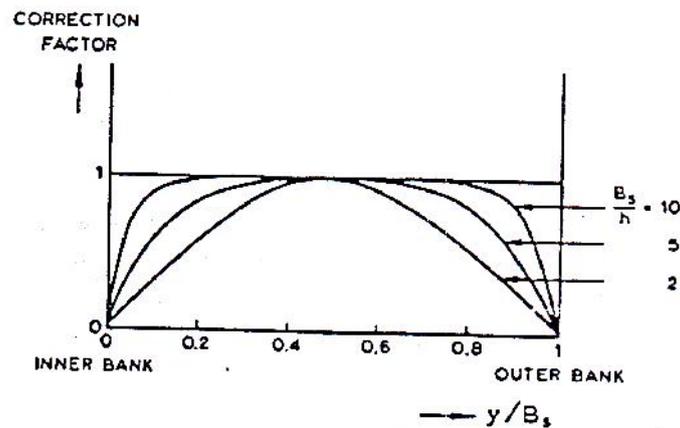
$$\frac{\partial z_w}{\partial r} = \left[1 - 3 \left(\frac{\sqrt{g}}{|C} \right)^2 - 2 \left(\frac{\sqrt{g}}{|C} \right)^3 \right] \frac{U}{gr}$$

4. HASIL PERHITUNGAN DAN KOREKSI

Untuk $C = 55 m^{1/2} s^{-1}$ ini memberikan $1.06 U^2 (gr)^{-1}$ agak lebih tinggi dari nilai dari persamaan (2.5) dengan $n = 8$ (terkait dengan nilai C). Perbedaan yang sama terlihat pada bentuk kecepatan teoritis, ditunjukkan dalam Gambar 2, dibandingkan dengan pengukuran-pengukuran Rozovskii, yang diambil dari Kondrat'ev dkk. (1959). Kedua teori kembali menghasilkan data cukup baik untuk nilai C dan n yang tidak cukup sesuai satu sama lain. Data yang memadai untuk membedakan antara nilai-nilai ini tampaknya tidak akan tersedia. Sebuah studi sejenis yang dilakukan oleh E. Becker (1955) juga mengarah ke korespondensi wajar antara teori dan eksperimen. Walaupun bagaimanapun semua studi selalu terkait dengan aliran aksial seragam yang tidak terjadi di sebagian



Gambar 2: Bentuk Grafik Kecepatan Teoritis dan Eksperimen untuk Aliran Lateral di Lengkung Sungai (setelah Kondrat'ev, 1959)



Gambar 3 : Faktor Koreksi untuk Aliran Radial

5. PEMBAHASAN

Hasil analisis sebelumnya tidak betul-betul valid mendekati tebing sungai.

Pembetulan/koreksi telah dilakukan oleh Ananyan (1953), Rozovskii, 1957)[8] yang harus diterapkan pada kecepatan radial yang telah ditemukan di atas (lihat Gambar 3). Hal ini terlihat bahwa koreksi hanya berpengaruh pada posisi dekat tebing dalam kasus di mana lebar saluran besar dibanding dengan kedalamannya.

Teori Rozovskii dan Ananyan telah diperiksa dengan sangat seksama oleh de Vriend (1973)[11] untuk aliran laminar atau aliran turbulen dengan viskositas eddy konstan.

6. KESIMPULAN

Model ini tidak bisa digunakan untuk perencanaan saluran alam misalnya sungai alam, namun baik digunakan untuk perencanaan saluran dengan dasar dan tebing yang dihaluskan seperti *tail race* PLTA atau saluran - saluran belakang lainnya.

7. SARAN

Penggunaan untuk saluran alam disarankan agar dilakukan asumsi - asumsi idealisasi aliran dalam saluran tersebut.

8. DAFTAR PUSTAKA

- [1]. H.J. OVERBEEK, Revier Engineering and Flood Protection, ASIAN INSTITUT OF TECKNOLOGY, Bangkok, January, 1978.
- [2]. Harrell, C., B.K. Ghosh and R.O. Bowden, Jr., Simulation Using Promodel, 2nd ed., McGraw-Hill, Singapore, 2003.
- [3]. HSIEH WEN SHEN : River Mechanics volume I, H. W Shen Book Company, Colorado,
- [4]. INDRATMO SOEKARNO, Morfologi dan Hidraulika Sungai, Kelompok Bidang studi Keahlian Teknik Sumberdaya Air, Jurusan Teknik Sipil, ITB Bandung, 1997.
- [5]. Jennifer G. Duan, 2005, Numerical Simulation of the Inception of Channel Meandering, Earth Surf. Proces Landform 30,1093-1110 (2005, Publish online in Wiley Science. DOI: 10.1002/esp.1264.
- [6]. Nils Reider B. Olsen, 2007, Numerical Modeling and Hydraulics, 1st edition, ISBN 82-7598-074-7
- [7]. P.Ph. JANSEN, L. Van BENDEGOM, J van den BERG, M de VRIES, A ZANEN : Principles of River Engineering The non - tidal alluvial river, Pitman Publishing Limited, London, 1979.
- [8]. Rozovskii, I. L. (1957), Flow of Water in Bend of Open Channels, Acad. Of Science of the Ukrainian U.S.S.R, Inst. of Hydrology and Hydraulic Eng., Kiev.

- [9]. Scarborough, Jance B, Numerical Mathematical analysis, First edition, Oxfort & IBH Publishing Co, New Delhi, 1973
- [10]. VEN TE CHOW, PhD : Open Channel Hydraulics, Mc GRAW-HILL KOGAKUSHA, LTD, Tokyo, 1959.
- [11]. Vriend , H. D. de (1973), Theory of viscous flow in curved shallow channels. Delf Univ. of Technol., Dept. of Civil Eng. Lab. For Fluid Mech., Report No. 72 - 1.