

# OPTIMASI STRUKTUR UNTUK MENDAPATKAN FREKUENSI ALAMI YANG TERPISAHKAN SECARA OPTIMAL

Satryo Soemantri B.<sup>1)</sup>, I Wayan Suweca,<sup>1)</sup> dan Endra Sujatmika<sup>2)</sup>

1) Lab. Perancangan Mesin, ITB

2) Universitas Mataram

## Ringkasan

*Persamaan gerak modal suatu sistem dinamik yang tidak terkopel sangat memudahkan penerapan metode superposisi modal dalam menghitung respons dinamik sistem tersebut. Dalam makalah ini dibahas tentang strategi untuk mendapatkan persamaan gerak sistem dinamik yang tidak terkopel secara dinamik. Strategi yang dibahas tersebut didasarkan pada hipotesa Basile yang menyatakan bahwa : "Walaupun matriks redaman modal masih bersifat terkopel, persamaan gerak modal dapat dianggap tidak terkopel secara dinamik untuk struktur yang mempunyai redaman kecil jika frekuensi alaminya terpisahkan secara memuaskan"<sup>(1)</sup>. Justifikasi hipotesa ini ditunjukkan oleh beberapa penulis lain, seperti misalnya Hasselman<sup>(1)</sup>. Hal ini berarti bahwa, dengan memisahkan frekuensi alami dari sistem dinamik sesuai dengan kriteria Hasselman, diharapkan persamaan gerak modal bersifat tidak terkopel. Pemisahan frekuensi alami dilakukan dengan metode optimasi dengan bantuan perangkat lunak Ansys.*

## Abstract

*In obtaining the dynamic response of a dynamic system, its uncouple modal equation of movement simplifies the usage of superposition modal method. This paper proposes a strategy to obtain the uncouple modal equation based on hypotheses of Basile : "Although the presence of modal-damping-couple, the modal equations of movement are dynamically uncoupled for a structure having small damping coefficient if its natural frequencies are well-separated"<sup>(1)</sup>. This hypotheses is justified by several authors, i.e. by Hasselman<sup>(1)</sup>. Thus, by separating the natural frequency of a dynamic system using Hasselman criteria, it is expected that the modal equation of movement will become uncoupled. The separation of the natural frequency is done by optimization method which is conducted by using the finite element software ANSYS.*

**Keywords:** structural optimization, well-separated frequencies, hypotheses of Basile, criteria Hasselman

## 1. PENDAHULUAN

Penggunaan komputer dalam membantu pemecahan persoalan perancangan semakin luas. Dengan komputer, kemungkinan kesalahan dalam proses perhitungan dapat dikontrol dan penggunaan waktu serta biaya dapat lebih efisien. Semakin kompleks persoalan yang dihadapi, maka semakin canggih pula komputer dan/atau perangkat lunak (*software*) yang dibutuhkan.

Perhitungan respon dinamik dari suatu struktur dengan redaman di mana persamaan gerak modalnya masih terkopel dan kandungan frekuensi yang lebar, dapat dilakukan secara numerik dengan menyelesaikan suatu sistem persamaan diferensial terkopel, di mana diperlukan komputer dengan kemampuan besar dan waktu yang cukup lama.

Salah satu metode yang lebih efisien untuk menghitung respon dinamik suatu struktur dengan metode superposisi modal. Metode ini akan semakin efisien, jika persamaan gerak sistem dinamik dapat dibuat menjadi tak terkopel. Matriks inersia dan matriks kekakuan struktur pada umumnya dapat

dianggap terdiagonalkan (tidak terkopel) oleh transformasi modal. Tetapi tidak demikian halnya dengan matriks redaman.

Di dalam penelitian ini perangkat lunak berbasis metode elemen hingga ANSYS digunakan untuk melakukan optimasi struktur dengan tujuan untuk mendapatkan geometri dari struktur yang mempunyai nilai rasio antara satu frekuensi dengan frekuensi lainnya yang berurutan sebesar mungkin. Hal tersebut dilakukan agar struktur memenuhi hipotesa Basile<sup>(1)</sup> sehingga matriks redaman struktur yang terkopel dapat dianggap tidak terkopel secara dinamik.

## 2. KRITERIA HASSELMAN<sup>(1)</sup>

Strategi umum yang digunakan dalam analisis dinamik dengan metode superposisi modal adalah hanya memperhitungkan elemen diagonal dari matriks redaman modal. Cara praktis ini didasarkan bukan karena kecilnya harga elemen non-diagonal dari matriks redaman modal (redaman proporsional, seri Cangehy), karena dapat ditunjukkan secara

eksperimental pada struktur riil adanya elemen non diagonal dari matriks redaman modal<sup>[1]</sup>.

Tetapi cara praktis tersebut dapat dijustifikasi oleh adanya hipotesa pemisahan secara dinamik dari persamaan gerak modal walaupun pada kenyataannya matriks redaman modal masih terkopel (mempunyai elemen non-diagonal yang tidak kecil). Hipotesa ini dikenal sebagai hipotesa *Basile* yang dinyatakan sebagai berikut :

“Walaupun matriks redaman modal masih bersifat terkopel, persamaan gerak modal dapat dianggap tidak terkopel secara dinamik untuk struktur yang mempunyai redaman kecil jika frekuensi alaminya dipisahkan secara memuaskan”<sup>[1]</sup>

Kebenaran hipotesa ini ditunjukkan oleh *Hasselman*<sup>[1]</sup> yang memformulasikan kriteria tersebut sebagai berikut :

$$\text{Faktor Hasselman} = \sqrt{2 \frac{\zeta_j}{\Omega_{kj}} \frac{c_{kj}}{c_{jj}}} \ll 1.0 \quad (1)$$

di mana

$\Omega_{kj} = (\omega_k / \omega_j)^2 - 1$  adalah faktor pemisahan frekuensi untuk dua modus getar ke-*k* dan ke-*j*.

$c_{jj}$  : elemen diagonal matriks redaman

$c_{kj}$  : elemen non-diagonal matriks redaman

$\zeta_j$  : faktor redaman modal ke-*j*

$\omega_k$  : frekuensi alami ke-*k*

$\omega_j$  : frekuensi alami ke-*j*

Jika matriks redaman dapat didiagonalkan atau memenuhi hipotesa *Basile*, maka perhitungan respon dinamik suatu struktur dengan superposisi modal dapat dilakukan hanya dengan memperhitungkan elemen diagonalnya saja.

Keuntungan yang diperoleh jika mampu membuat struktur yang mempunyai matriks redaman yang dapat didiagonalkan atau dapat memenuhi hipotesa *Basile* adalah dapat menghemat banyak waktu dan biaya dalam menghitung respon dinamik dari struktur tersebut.

Pada kriteria Hasselman, persamaan (1), dapat dilihat bahwa ada 3 faktor penting yang menentukan apakah sistem persamaan gerak tersebut memenuhi kriteria Hasselman atau tidak, yaitu :

1. Besar faktor redaman modal  $\zeta_j$ ,
2. Besar perbandingan elemen-elemen diagonal terhadap elemen non-diagonal matriks redaman  $c_{jk} / c_{jj}$ ,
3. Besar perbandingan antara frekuensi alami ke-*k* dan ke-*j* ( $\omega_k / \omega_j$ ).

Untuk mengetahui hubungan diantara faktor-faktor yang mempengaruhi kriteria Hasselman tersebut di atas, pada Tabel 1 dan Tabel 2 ditunjukkan harga faktor pemisahan frekuensi untuk dua modus getar ke-*k* dan ke-*j* ( $\Omega_{kj}$ ), perbandingan elemen-elemen diagonal terhadap elemen non-diagonal dari matriks redaman

( $c_{jk} / c_{jj}$ ), dan perbandingan antara frekuensi alami ke-*k* dan ke-*j* ( $\omega_k / \omega_j$ ) untuk berbagai harga faktor Hasselman dan faktor redaman,  $\zeta_j$ .

Tabel 1. Faktor Hasselman = 0,01 dan  $\zeta = 0,1$

Rasio ( $\omega_k / \omega_j$ )	$\Omega_{kj}$	( $c_{jk} / c_{jj}$ )
1,05	0,1025	0,007159
1,10	0,210	0,010247
1,15	0,323	0,012698
1,20	0,440	0,014832
1,30	0,690	0,018574
1,40	0,960	0,021909
1,50	1,250	0,025000
1,60	1,560	0,027928
1,70	1,890	0,030741
1,80	2,240	0,033466
1,90	2,610	0,036125
2,00	3,000	0,038730

Tabel 2. Faktor Hasselman = 0,1 dan  $\zeta = 0,1$

Rasio ( $\omega_k / \omega_j$ )	$\Omega_{kj}$	( $c_{jk} / c_{jj}$ )
1,05	0,103	0,071589
1,10	0,210	0,102470
1,15	0,323	0,126984
1,20	0,440	0,148324
1,30	0,690	0,185742
1,40	0,960	0,219089
1,50	1,250	0,250000
1,60	1,560	0,279285
1,70	1,890	0,307409
1,80	2,240	0,334664
1,90	2,610	0,361248
2,00	3,000	0,387298

Faktor Hasselman 0,01 pada Tabel 1 diambil untuk memenuhi persamaan (1) di mana nilai dari suku sebelah kiri harus jauh lebih kecil dari 1. Harga faktor redaman,  $\zeta = 0,1$  dianggap cukup kecil sesuai dengan hipotesa *Basile* dan perbandingan frekuensi alami ( $\omega_k / \omega_j$ ) berharga antara 1,05 sampai 2 karena diantara harga tersebut perbandingan frekuensi alami kemungkinan besar dapat diperoleh melalui optimasi.

Dari Tabel tersebut diperoleh gambaran seberapa besar elemen non-diagonal dapat diabaikan dalam perhitungan respon dinamik sesuai dengan hipotesa *Basile*. Misalnya dari Tabel 2 diperoleh untuk kasus ( $\omega_k / \omega_j$ ) = 1,5, maka harga elemen non-diagonal sebesar 25 % dari elemen diagonal dapat dianggap nol.

Jika ingin menentukan seberapa besar frekuensi alaminya terpisahkan secara memuaskan agar hanya elemen diagonal saja dari matriks redaman yang harus diperhitungkan, maka perlu penentuan sebagai

berikut. Pertama, tentukan terlebih dahulu faktor Hasselman yang diambil, misalnya 0,1 (Tabel 2), kemudian ditentukan besarnya elemen non-diagonal terhadap elemen diagonal yang diinginkan, misalnya sebesar 25%-nya, maka pemisahan itu dikatakan memuaskan jika perbandingan frekuensi alaminya ( $\omega_k / \omega_j$ ) minimal berharga 1,5.

### 3. OPTIMASI FREKUENSI ALAMI

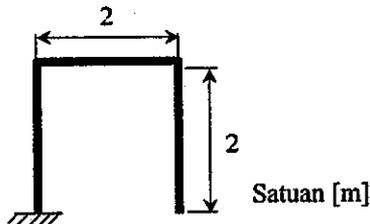
Banyak program komputer yang digunakan dalam menganalisis sebuah sistem dinamik dengan menggunakan metode superposisi modal. Agar struktur mempunyai karakteristik yang sesuai dengan kriteria Hasselman maka frekuensi alami dari struktur tersebut harus dioptimasi.

Untuk melakukan hal tersebut akan diberikan beberapa contoh kasus optimasi struktur sebagai berikut :

1. Kasus optimasi dengan menggunakan elemen balok 2 dimensi.
2. Kasus optimasi dengan menggunakan elemen pipa.

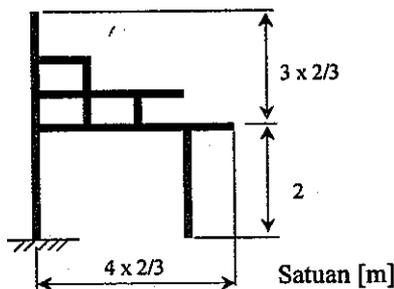
Sedangkan kasus optimasi dengan menggunakan elemen balok terdiri dari 3 kasus yaitu :

1. Kasus 1 dengan model seperti gambar 1 yang dapat dianggap sebagai model struktur yang sederhana dan fleksibel. Kasus 1 ini akan dibagi lagi menjadi 3 masalah optimasi yaitu :
  - Optimasi struktur dengan melibatkan 5 frekuensi alami.
  - Optimasi struktur dengan melibatkan 10 frekuensi alami.
  - Optimasi struktur dengan melibatkan 15 frekuensi alami.



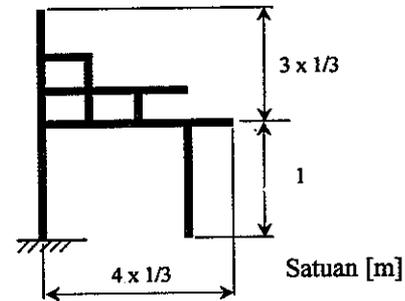
Gambar 1 Model Struktur Kasus 1

2. Kasus 2 dengan model seperti gambar 2. Kasus 2 ini juga dibagi lagi menjadi 3 masalah optimasi seperti pada kasus 1.



Gambar 2 Model Struktur Kasus 2

3. Kasus 3 dengan model seperti gambar 3. Model ini mempunyai bentuk sesuai dengan model kasus 2, tetapi dimensinya setengah kali dimensi model pada kasus 2. Kasus 3 ini juga dibagi menjadi 3 masalah optimasi seperti pada kasus 1 dan 2.



Gambar 3 Model Struktur Kasus 3

Pengambilan 3 kasus seperti tersebut diatas dimaksudkan untuk mendapatkan informasi mengenai pengaruh bentuk dan kekakuan model terhadap hasil-hasil optimasi yang dapat dicapai.

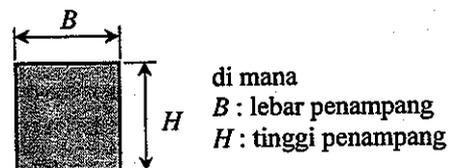
Sedangkan pembagian tiap kasus menjadi 3 masalah optimasi bertujuan untuk mendapatkan hasil optimasi jika hanya 5, 10 atau 15 frekuensi yang dilibatkan. Hal ini sangat berkaitan dengan metode yang digunakan dalam analisa dinamik yaitu metode superposisi modal. Pada metode ini biasanya dalam perhitungannya hanya memperhitungkan beberapa modus getar yang pertama.

Kasus optimasi dengan menggunakan elemen pipa terdiri dari 2 kasus yaitu :

1. Kasus 4 yang menggunakan tebal pipa dan diameter luar pipa sebagai variabel perancangan.
2. Kasus 5 yang menggunakan diameter luar saja sebagai variabel perancangan.

#### 3.1. Pemodelan dengan Elemen Balok 2 Dimensi

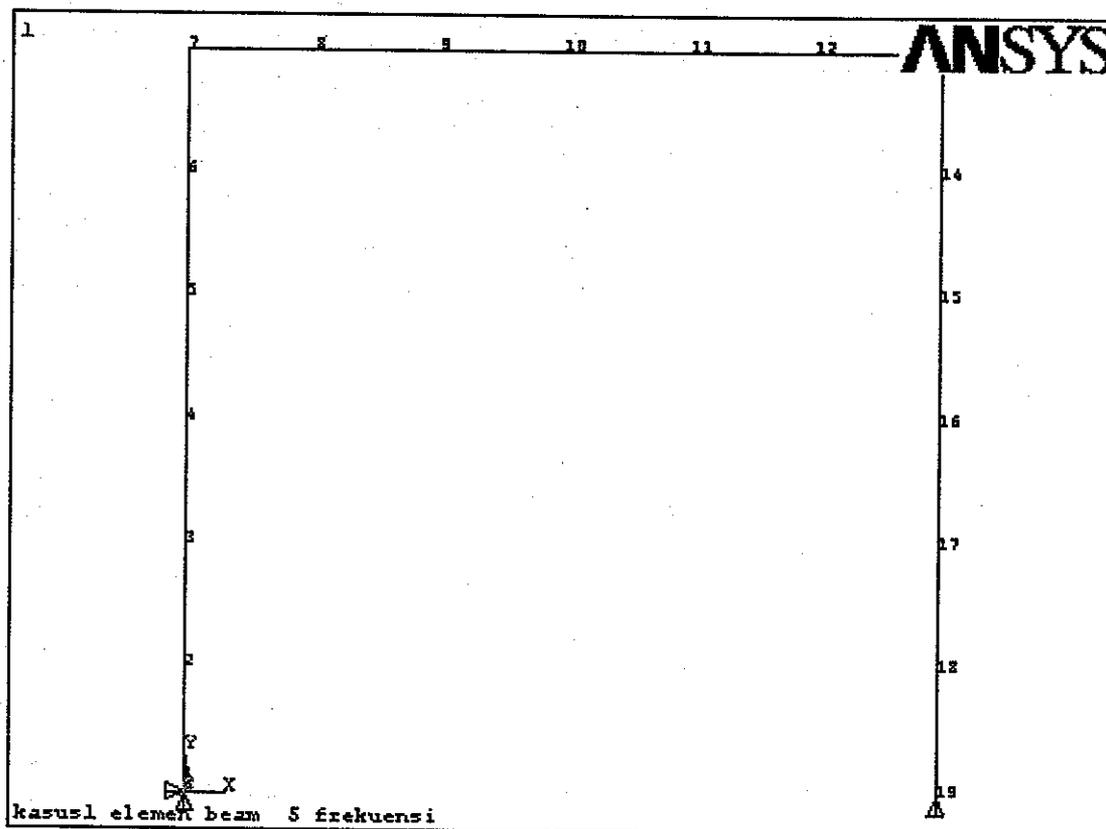
Pemodelan merupakan langkah awal yang harus dilakukan sebelum dilakukan analisis dengan metoda elemen hingga yang meliputi pemodelan secara geometri dan pemilihan material serta pemodelan diskrit.



Gambar 4 Penampang Elemen Frame

Material yang digunakan pada semua kasus adalah sama yaitu material isotropik dengan data-data sbb.

Modulus Elastisitas	$E = 210 \times 10^9 \text{ GPa}$
Rasio poisson	$\nu = 0,3$
Massa jenis	$\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$



Gambar 5. Model elemen hingga kasus 1

Pada kasus 1 model di bagi menjadi 19 titik nodal dan 18 elemen. Sedangkan untuk kasus 2 dan 3, model dibagi menjadi 18 titik nodal dan 20 elemen. Jumlah titik nodal tersebut dianggap cukup memadai untuk memberikan hasil yang diharapkan.

### 3.1.1. Variabel Perancangan

Dalam kasus ini variabel perancangan yang digunakan adalah tinggi penampang ( $H$ ). Banyaknya variabel perancangan yang digunakan untuk kasus 1 berjumlah 18 buah (karena dalam program Ansys disarankan untuk menggunakan tidak lebih dari 20 variabel perancangan) yaitu sebanyak elemennya yang berjumlah 18 buah. Sedangkan untuk kasus 2 dan 3 menggunakan 20 variabel perancangan yang juga sama dengan jumlah elemennya. Variabel perancangan tersebut diberi nama  $H_1, H_2, H_3$  dan seterusnya sampai  $H_{18}$  (untuk kasus 1) atau sampai  $H_{20}$  (untuk kasus 2 dan kasus 3). Batas atas dan batas bawah dari semua variabel perancangan ditentukan masing-masing 2 cm dan 10 cm.

### 3.1.2. Fungsi Kendala

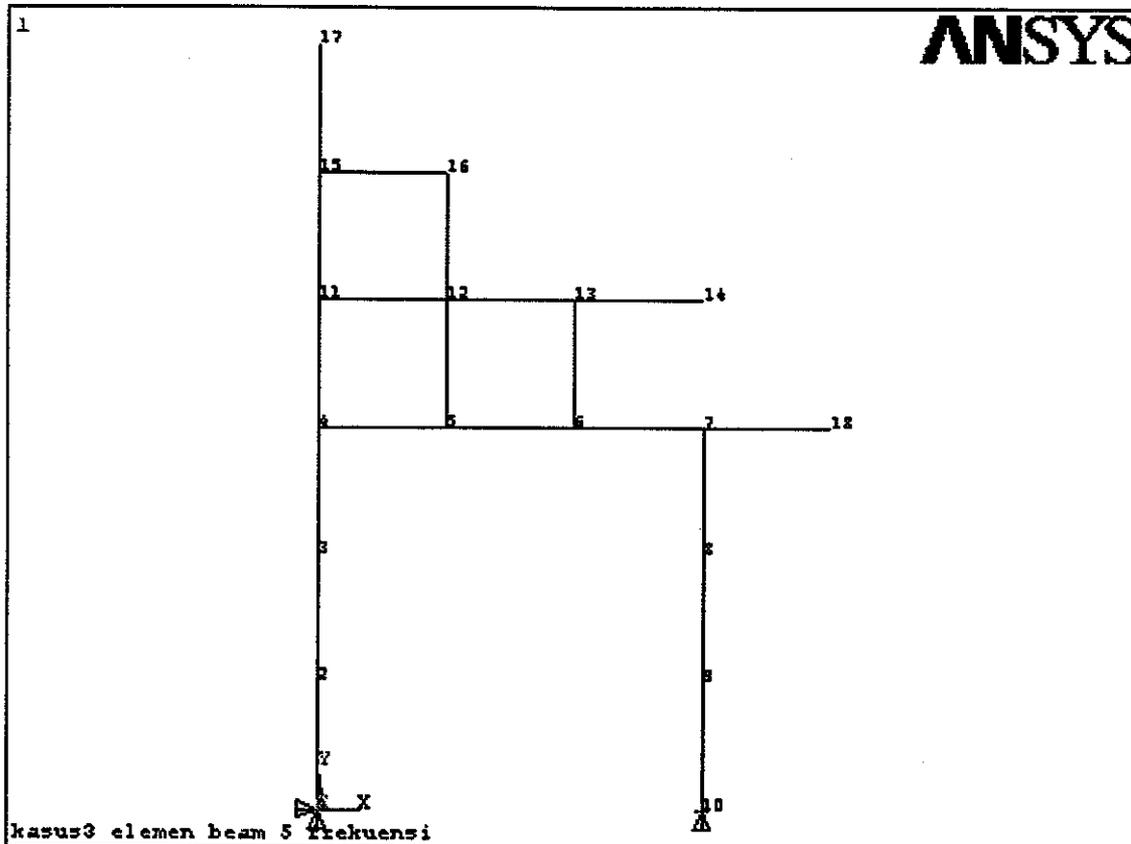
Fungsi kendala yang digunakan adalah perbandingan dua frekuensi yang berurutan (rasio frekuensi) yang dinyatakan sebagai :

$$FR_i = \frac{F_{i+1}}{F_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

di mana :

- $FR_i$  = rasio frekuensi ke- $i$
- $F_{i+1}$  = frekuensi ke  $-(i+1)$
- $F_i$  = frekuensi ke- $i$
- $n$  = jumlah perbandingan frekuensi yang dianalisis

Fungsi kendala yang digunakan dalam proses optimasi ini berjumlah 4 buah untuk masalah optimasi yang melibatkan 5 frekuensi alami pertama dan mempunyai simbol  $FR_1, FR_2, FR_3$ , dan  $FR_4$ . Untuk masalah optimasi yang melibatkan 10 frekuensi alami pertama, fungsi kendalanya berjumlah 9 buah dan mempunyai simbol  $FR_1$  sampai  $FR_9$ , dan akan berjumlah 14 untuk masalah optimasi yang melibatkan 15 frekuensi alami pertama dan diberi simbol  $FR_1$  sampai  $FR_{14}$ .



Gambar 6. Model elemen hingga kasus 2 dan kasus 3

Besarnya harga fungsi kendala berbeda untuk tiap kasus dan tiap masalah optimasi pada satu kasus. Contoh berikut menunjukkan fungsi kendala dalam formulasi matematik untuk kasus 1 dan masalah optimasi yang melibatkan hanya 5 frekuensi alami yang pertama.

Fungsi kendala :

$$g_j \leq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

di mana  $g_j$  adalah fungsi kendala ke  $j$ . Dalam hal ini jumlah kendala ada 4 buah yaitu :

$$\begin{aligned} g_1 &= 2 - FR_1 \leq 0 \\ g_2 &= 2 - FR_2 \leq 0 \\ g_3 &= 2 - FR_3 \leq 0 \\ g_4 &= 2 - FR_4 \leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Angka 2 menunjukkan harga batas bawah atau harga minimum dari rasio frekuensi yang diharapkan. Dengan demikian setelah proses optimasi nantinya diharapkan harga  $FR_1$ ,  $FR_2$ ,  $FR_3$ , dan  $FR_4$  paling kecil berharga 2.

### 3.1.3. Kendala Pada Variabel Perancangan

Kendala yang membatasi harga minimum dan maksimum dari setiap variabel perancangan dapat dituliskan sebagai berikut :

$$0.02 \leq H_i \leq 0.1, i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

di mana :

$H_i$  = variabel perancangan ke  $i$

$N$  = banyaknya variabel perancangan

### 3.1.4. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dari optimasi struktur ini adalah untuk memperoleh jumlah rasio frekuensi yang maksimum atau meminimumkan harga negatif dari jumlah total perbandingan frekuensi tersebut.

Minimumkan

$$FTOT = - \sum_{i=1}^n FR_i \quad (6)$$

di mana :

$FTOT$  : jumlah total dari rasio frekuensi.

(tanda negatif berarti bahwa meminimumkan negatif suatu fungsi, sama dengan memaksimumkan fungsi tersebut)

$n$  = jumlah perbandingan frekuensi yang dianalisis

### 3.1.5. Hasil Optimasi

Hasil-hasil yang diperoleh dari beberapa contoh numerik yang dibahas dapat dilihat pada Tabel dan grafik berikut ini.

Tabel 3. Rasio frekuensi kasus 1

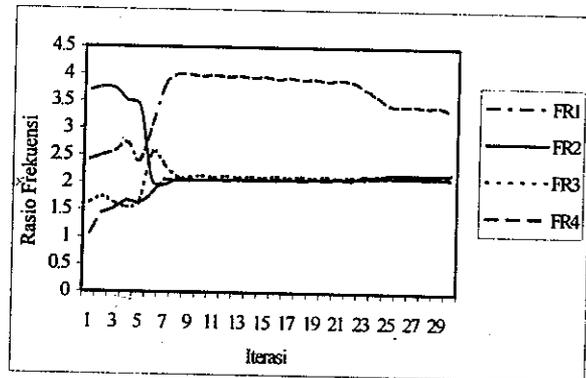
Rasio frekuensi	Nilai rasio frekuensi		
	5 frekuensi	10 frekuensi	15 frekuensi
FR <sub>1</sub>	3,4516	2,614	2,3051
FR <sub>2</sub>	2,1729	3,3024	3,7807
FR <sub>3</sub>	2,1225	1,527	1,6796
FR <sub>4</sub>	2,1143	1,6283	1,3827
FR <sub>5</sub>		1,5211	1,5383
FR <sub>6</sub>		1,4302	1,3197
FR <sub>7</sub>		1,3706	1,3561
FR <sub>8</sub>		1,3553	1,2539
FR <sub>9</sub>		1,3575	1,2253
FR <sub>10</sub>			1,2339
FR <sub>11</sub>			1,2071
FR <sub>12</sub>			1,1715
FR <sub>13</sub>			1,1732
FR <sub>14</sub>			1,1779

Tabel 4. Rasio frekuensi kasus 2

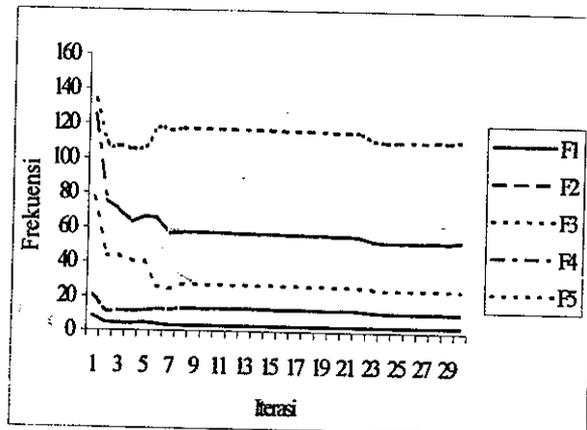
Rasio frekuensi	Nilai rasio frekuensi hasil optimasi		
	5 frekuensi	10 frekuensi	15 frekuensi
FR <sub>1</sub>	2,189	4,8949	2,8068
FR <sub>2</sub>	1,9549	1,4491	1,3238
FR <sub>3</sub>	1,9314	1,3649	2,2973
FR <sub>4</sub>	1,9218	1,5435	1,2588
FR <sub>5</sub>		1,4039	1,2523
FR <sub>6</sub>		1,3365	1,2562
FR <sub>7</sub>		1,3133	1,2476
FR <sub>8</sub>		1,339	1,2364
FR <sub>9</sub>		1,3733	1,2372
FR <sub>10</sub>			1,256
FR <sub>11</sub>			1,2467
FR <sub>12</sub>			1,2421
FR <sub>13</sub>			1,2426
FR <sub>14</sub>			1,2628

Tabel 5. Rasio frekuensi kasus 3

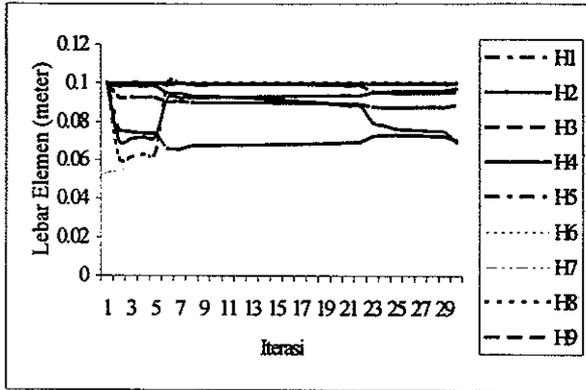
Rasio frekuensi	Nilai rasio frekuensi hasil optimasi		
	5 frekuensi	10 frekuensi	15 frekuensi
FR <sub>1</sub>	2,4881	2,3957	2,828
FR <sub>2</sub>	1,9525	1,4682	1,226
FR <sub>3</sub>	1,9505	1,774	2,4216
FR <sub>4</sub>	1,9531	1,3551	1,2336
FR <sub>5</sub>		1,3398	1,2236
FR <sub>6</sub>		1,3685	1,229
FR <sub>7</sub>		1,3213	1,2314
FR <sub>8</sub>		1,3266	1,2097
FR <sub>9</sub>		1,3666	1,2265
FR <sub>10</sub>			1,217
FR <sub>11</sub>			1,2152
FR <sub>12</sub>			1,2003
FR <sub>13</sub>			1,2104
FR <sub>14</sub>			1,2395



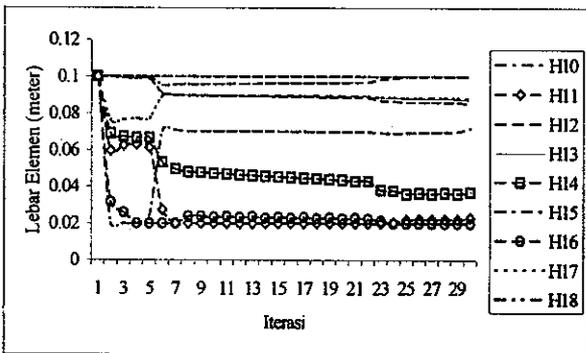
Gambar 7. Evaluasi rasio frekuensi terhadap iterasi untuk kasus 1 (4 rasio frekuensi yang pertama)



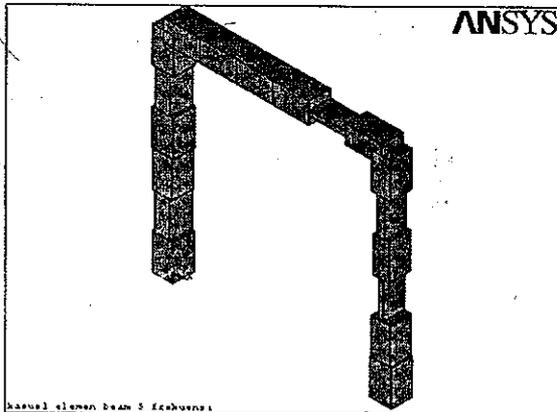
Gambar 8. Evolusi 5 frekuensi alami yang pertama terhadap iterasi untuk kasus 1 (5 frekuensi pertama)



Gambar 9. Evolusi variabel perancangan  $H_1$  s/d  $H_9$  terhadap iterasi (untuk kasus 1)



Gambar 10. Evolusi variabel perancangan  $H_{10}$  s/d  $H_{18}$  vs iterasi (untuk kasus 1)



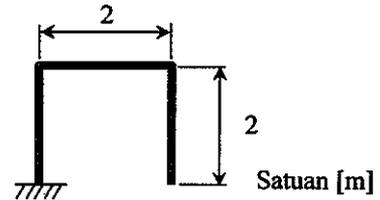
Gambar 11. Distribusi penampang optimum hasil optimasi (kasus 1)

### 3.2. Pemodelan dengan Elemen Pipa

Pemodelan dengan elemen pipa ini dilakukan dengan cara yang sama dengan pemodelan elemen balok yang telah dijelaskan. Optimasi dengan menggunakan model elemen pipa ini juga dibagi menjadi 2 kasus yaitu :

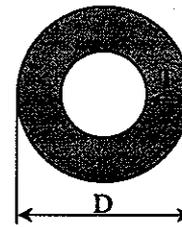
- Kasus 4 : Proses optimasi dengan elemen pipa yang menggunakan variabel perancangan tebal pipa dan diameter luar pipa.
- Kasus 5 Proses optimasi dengan menggunakan elemen pipa yang menggunakan variabel perancangan diameter luar saja.

Model dengan elemen pipa juga dibuat sederhana seperti model pada kasus 1.



Gambar 12. Model struktur kasus 3 dan 4

Jenis elemen yang digunakan adalah jenis elemen *pipa lurus elastis*. Material yang digunakan sama dengan material pada kasus sebelumnya.



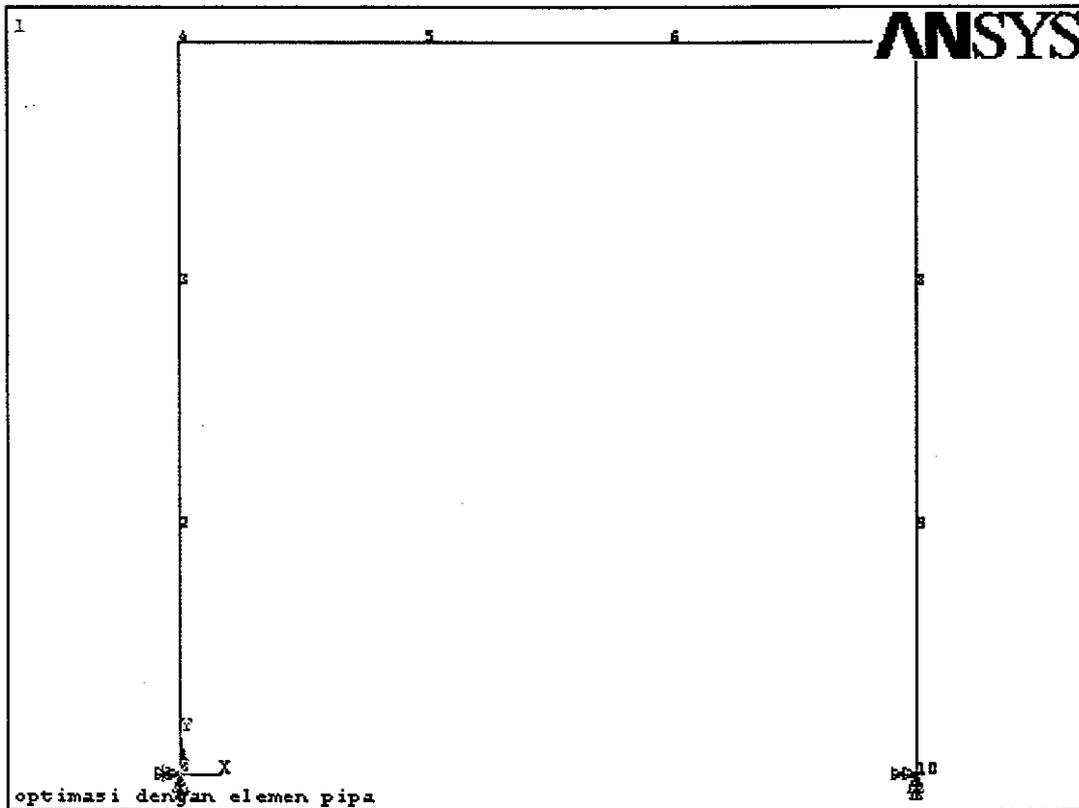
Gambar 13. Penampang pipa

Struktur pada kasus 4 ditahan dalam arah x, y, z dan pada bidang x, y, z di titik nodal 1 dan di titik nodal 10, gambar 14. Sedangkan struktur pada kasus 5, kondisi batasnya ada di titik nodal 1 dan titik nodal 19, gambar 15.

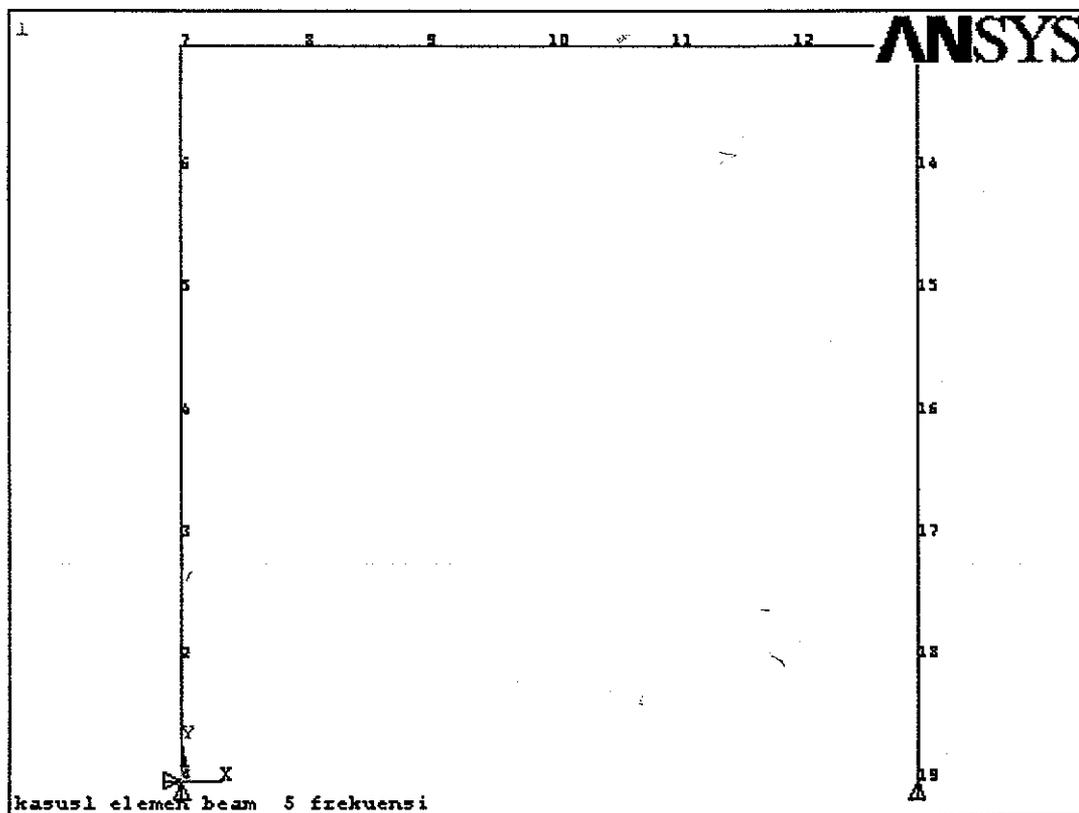
#### 3.2.1. Variabel Perancangan

Pada kasus 4 variabel perancangan yang digunakan adalah *tebal pipa (T)* dan *diameter luar pipa (D)*. Banyaknya variabel perancangan yang digunakan berjumlah 18 buah yaitu  $T_1$  sampai  $T_9$  dan  $D_1$  sampai  $D_9$ . Tebal pipa  $T$  dibatasi, yaitu minimal 1 cm dan maksimal 2,5 cm. Diameter luar  $D$  dibatasi minimal 5 cm dan maksimal 11,5 cm.

Pada kasus 5, nilai variabel perancangan yang diambil hanyalah diameter pipa saja, yaitu sebanyak 18 buah dari  $D_1$  sampai  $D_{18}$  minimal 5 cm dan maksimal 11,5 sedangkan tebal dibuat tetap yaitu 1 cm.



Gambar 14. Model elemen hingga kasus 4 (9 elemen dan 10 titik nodal)



Gambar 15. Model elemen hingga kasus 5 (18 elemen dan 19 titik nodal)

### 3.2.2. Fungsi Kendala

Fungsi kendala yang digunakan dalam proses optimasi ini berjumlah 4 buah dan diberi  $FR_1$ ,  $FR_2$ ,  $FR_3$ , dan  $FR_4$ . Jika ditulis secara matematis :

$$\begin{aligned} g_1 &= 2 - FR_1 \leq 0 \\ g_2 &= 2 - FR_2 \leq 0 \\ g_3 &= 2 - FR_3 \leq 0 \\ g_4 &= 2 - FR_4 \leq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

### 3.2.3. Kendala Pada Variabel Perancangan

Kendala pada variabel tebal dan diameter pipa untuk optimasi dengan elemen pipa pada kasus 4 dinyatakan sebagai berikut :

$$0.01 \leq T_i \leq 0.025, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

di mana :

$T_i$  = variabel perancangan (tebal pipa) ke  $i$   
 $N$  = banyaknya elemen hingga dalam model

dan

$$0.05 \leq D_i \leq 0.115, \quad i = N+1, N+2, \dots, 2N \quad (9)$$

di mana :

$D_i$  = variabel perancangan (diameter pipa) ke  $i$

Sedangkan untuk kasus 5, kendala pada variabel perancangan adalah :

$$0.05 \leq D_i \leq 0.115, \quad i = 1, 2, \dots, 2N \quad (10)$$

di mana :

$D_i$  = variabel perancangan (diameter pipa) ke  $i$   
 $N$  = banyaknya elemen hingga dalam model

### 3.2.4. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan kasus ini sama dengan fungsi tujuan pada kasus optimasi yang menggunakan elemen balok tabung 2 dimensi.

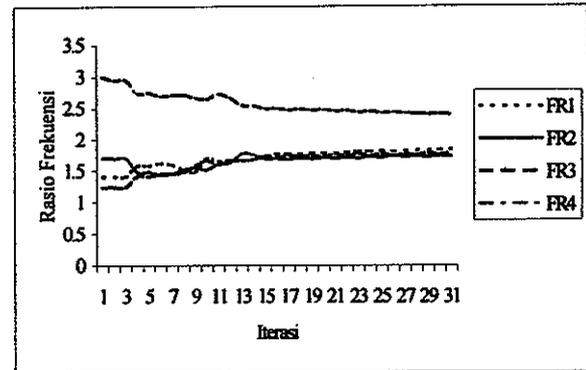
$$FTOT = - \sum_{i=1}^4 FR_i \quad (11)$$

### 3.2.5. Hasil Optimasi

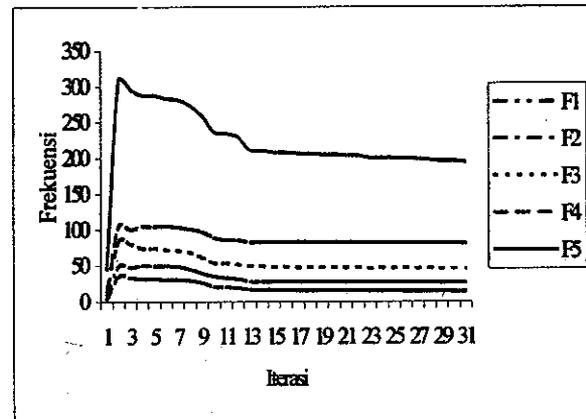
Hasil yang diperoleh dari contoh numerik untuk kasus dengan elemen pipa disajikan berikut ini.

Tabel 6. Nilai rasio frekuensi kasus 4

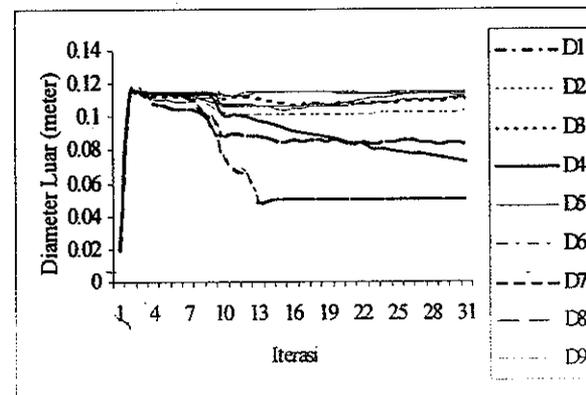
Rasio frekuensi	hasil optimasi	
	Kasus 4	Kasus 5
$FR_1$	1,8409	2,3703
$FR_2$	1,7330	1,5003
$FR_3$	1,7947	1,7194
$FR_4$	2,3945	1,4973



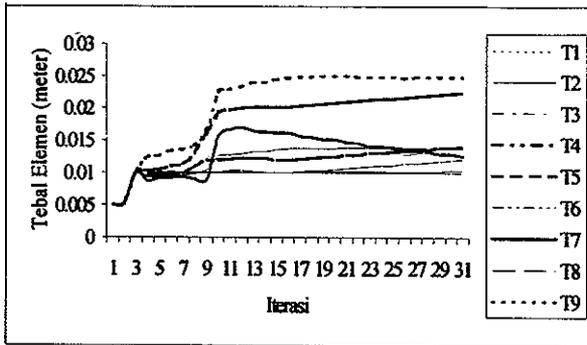
Gambar 16. Evaluasi rasio frekuensi terhadap iterasi untuk kasus 4 (4 rasio frekuensi yang pertama)



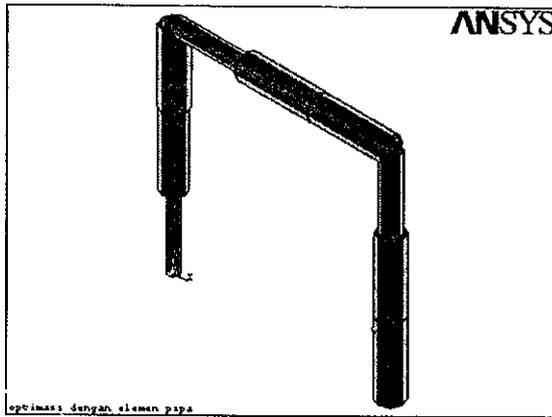
Gambar 17. Evolusi 5 frekuensi alami yang pertama terhadap iterasi untuk kasus 4 (5 frekuensi pertama)



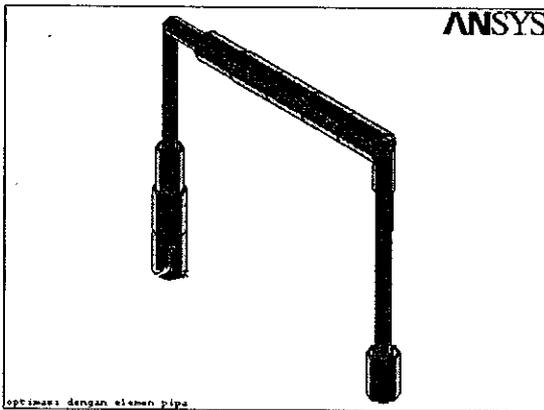
Gambar 18. Evolusi diameter luar terhadap iterasi untuk kasus 4



Gambar 19. Evolusi tebal pipa terhadap iterasi untuk kasus 4



Gambar 20. Distribusi penampang optimal kasus 4



Gambar 21. Distribusi penampang optimal kasus 5

#### 4. PERBANDINGAN HASIL NUMERIK

Setelah mendapatkan hasil-hasil optimasi dengan elemen balok dan elemen pipa, sekarang dicoba untuk dilihat sejauh mana hasil-hasil optimasi tersebut dapat memenuhi kriteria Hasselman. Tujuan melakukan optimasi dalam penelitian ini adalah untuk memperoleh struktur yang dapat memenuhi kriteria Hasselman sedekat mungkin.

Dari Tabel 7 dapat dilihat berapa besar harga maksimal dari elemen non-diagonal dibandingkan dengan elemen diagonal suatu matriks redaman sehingga sistem tersebut dapat dikatakan tidak terkopel secara dinamik. Sebagai contoh untuk struktur balok seperti pada kasus 1 yang melibatkan 5 frekuensi alami yang pertama, besar elemen non-diagonal dari matriks redamannya paling besar adalah 41,5% dari harga

elemen diagonalnya. Hal ini berarti bahwa bila struktur tersebut mempunyai harga elemen non-diagonal maksimal sebesar 41,55 persen dari harga elemen diagonal, maka dalam sistem persamaan gerak modal, maka elemen non-diagonal tersebut dapat dianggap sama dengan nol (diabaikan).

Tabel 7. Rekapitulasi hasil optimasi untuk faktor Hasselman = 0,1 dan  $\zeta = 0,1$

Ele- men	Nama Kasus	Jlh frek.	batas bawah	Rasio frek. (minimum)	$c_{jk}/c_{jj}$ (%)
Balok	1	5	2,00	2,00	38,73
			2,30	2,11	41,55
		10	2,00	1,35	20,28
			2,30	1,15	12,70
		15	1,20	1,16	13,15
			2,00	1,92	36,65
	2	10	1,40	1,31	18,92
			1,30	1,23	16,01
		15	1,25	1,23	16,01
			1,80	1,88	35,60
	3	5	1,21	1,95	37,43
			1,50	1,32	19,27
10		1,35	1,20	14,83	
		1,24	1,20	14,83	
Pipa	4	5	2,00	1,73	31,57
	5	5	2,00	1,49	24,70

#### 5. ANALISIS DAN KESIMPULAN

##### 5.1. Analisis

1. Dari Tabel 3 dapat dilihat bahwa semua rasio frekuensi berharga lebih besar dari harga batas bawah rasio frekuensi, di mana rasio frekuensi yang dihasilkan paling kecil berharga 2,11.
2. Dari gambar 9, dan 10 dapat dilihat perubahan dimensi tinggi atau variabel perancangan dari  $H_1$  sampai  $H_{18}$ . Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa perubahan yang cukup besar terjadi pada  $H_{11}$ ,  $H_{14}$ , dan  $H_{18}$  dengan pengurangan dimensi masing-masing sebesar 78%, 64%, dan 80%. Hal ini menunjukkan bahwa kepekaan variabel perancangan tersebut cukup tinggi. Dengan demikian hal tersebut dapat dijadikan pedoman dalam melakukan optimasi selanjutnya, yaitu memilih variabel perancangan yang paling sensitif.
3. Dari Tabel 7 terlihat bahwa hasil yang dicapai dalam kasus optimasi yang melibatkan 5 frekuensi alami lebih besar dibanding kasus optimasi yang melibatkan 10 frekuensi alami dan hasil optimasi yang melibatkan 10 frekuensi alami lebih besar daripada yang melibatkan 15 frekuensi. Atau dapat dikatakan semakin sedikit frekuensi alami yang dilibatkan akan semakin besar rasio frekuensi minimal yang bisa dicapai.

4. Jika dilihat hasil optimasi, pada Tabel 7, untuk kasus 1 yang melibatkan 5 frekuensi, kemudian kasus 2 yang melibatkan 15 frekuensi serta kasus 3 yang melibatkan 5 frekuensi, maka dapat dikatakan bahwa penentuan batas bawah kendala sebelum optimasi sangat menentukan hasil optimasi yang dapat dicapai.
5. Pengambilan batas bawah yang lebih kecil dari hasil optimasi yang diperkirakan terjadi, akan menghasilkan harga yang tidak optimal seperti pada kasus 1 yang melibatkan 5 frekuensi di mana dengan harga batas bawah yang diinginkan sebesar 2,3, tetapi menghasilkan rasio minimum sebesar 2,11.
6. Jika pengambilan batas bawah terlalu besar, maka hasil akhir optimasi juga tidak optimal. Yang terbaik adalah jika batas bawah diambil sedikit lebih kecil dari harga yang kira-kira akan dihasilkan. Hal ini berarti bahwa langkah yang harus dilakukan dalam mengoptimasi struktur untuk mendapatkan rasio frekuensi yang sebesar mungkin adalah dengan mengambil batas bawah awal yang tertentu, kemudian melakukan proses optimasi. Setelah proses optimasi terjadi untuk beberapa iterasi, proses optimasi dihentikan dan kemudian melakukan optimasi dengan mengambil batas bawah yang baru yang diambil dari hasil optimasi yang telah dilakukan. Proses *trial and error* ini terus dilakukan sampai diperoleh hasil yang paling optimum.
7. Hasil optimasi yang dicapai pada kasus 1 secara umum berbeda dengan hasil optimasi yang dicapai pada kasus 2 dan 3. Sedangkan perbedaan hasil yang dicapai pada kasus 2 dan kasus 3 relatif kecil. Hal tersebut menunjukkan bahwa kekakuan struktur tidak banyak berpengaruh terhadap hasil optimal yang dapat dicapai. Sedangkan perbedaan bentuk yang ditunjukkan oleh kasus 1 dengan kasus 2 dan kasus 3 mempengaruhi hasil optimal yang dapat dicapai.
8. Untuk kasus optimasi dengan menggunakan elemen pipa pada kasus 4, proses optimasi menghasilkan rasio frekuensi minimum 1,7330 yang terjadi pada  $FR_2$  sampai iterasi yang ke 30 dengan fungsi  $FTOT = -7,7630$ . Untuk kasus 5, proses optimasi menghasilkan rasio frekuensi minimum sebesar 1,4973 yang terjadi pada  $FR_4$ . Secara umum, dari Tabel 6 juga dapat dilihat bahwa kasus 4 menghasilkan harga yang lebih optimal dibanding kasus 5. Artinya optimasi untuk kasus dengan elemen pipa akan menghasilkan hasil yang lebih optimal jika variabel perancangan yang digunakan adalah tebal dan diameter luar pipa.
9. Kasus 4 dan kasus 5 mempunyai dimensi awal (sebelum dilakukan proses optimasi) yang sama. Dari gambar 20 dan 21, dapat dilihat adanya perubahan pada tiap bagian model (elemen-elemennya) yang tidak sama antara model kasus 4 dengan model kasus 5, di mana bagian-bagian

yang berubah tersebut merupakan bagian-bagian yang sensitif.

## 5.2. Kesimpulan

Dari hasil beberapa contoh numerik yang telah dilakukan dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Semakin kecil jumlah frekuensi yang dilibatkan, maka rasio frekuensi minimum yang dihasilkan akan semakin besar untuk kasus yang dipelajari dalam penelitian ini.
2. Penentuan batas bawah kendala sangat penting untuk mendapatkan hasil optimasi yang optimal. Penentuan harga batas bawah, pada penelitian ini, dilakukan dengan *trial and error method*.
3. Setiap kasus optimasi yang telah dibahas memberikan suatu harga optimal yang tertentu. Artinya untuk suatu kasus yang dibahas, harga rasio frekuensinya konvergen pada suatu harga tertentu yang tetap, walaupun harga batas bawahnya diusahakan untuk diperbesar.
4. Kekakuan sistem atau fleksibilitas tidak banyak mempengaruhi besarnya rasio minimum yang dihasilkan.
5. Dalam optimasi dengan elemen pipa, penggunaan tebal pipa dan diameter pipa sebagai variabel perancangan memberikan laju konvergensi yang lebih cepat dibanding dengan hanya menggunakan diameter pipa saja sebagai variabel perancangan.

## 6. DAFTAR PUSTAKA

1. Imbert, J.F., *Analyse des Structures par Elements Finis*, Cepadeus-Editions, (1984).
2. Erwin Kreyszig, 1993, *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).
3. Duane Hanselman, Bruce Littlefield, *The Student Edition of MATLAB*, Prentice Hall, Inc. New Jersey, (1997).
4. Roy R. Craig, *Structural Dynamics : An Introduction to Computer Methods*, John Wiley & Sons, New York, (1981).
5. Garret N. Vanderplaats, *Numerical Optimization Techniques For Engineering Desain with Application*, McGraw-Hill Book Company, (1983).
6. *ANSYS-PC/LINEAR 4.3 User's Manuals Supplement A1*, Swanson Analysis Systems, Inc, (1990).
7. Raphael T. Haftka, Zafer Gurdal, *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, (1992).
8. Darmawan Harsokoemo, Satryo Sumantri B., "Diklat Kuliah Metoda Elemen Hingga", Jurusan Teknik Mesin ITB, (1995).
9. Uri Kirsch, *Optimum Structural Desain*, McGraw-Hill Book Company, (1981).
10. William T. Thomson, *Theory of Vibration with Application*, Prentice-Hall, (1993).

