

PETA KENDALI \bar{X} DENGAN UKURAN SAMPEL DAN INTERVAL PENGAMBILAN SAMPEL YANG BERVARIASI

Pauline Astari Singgih

Dosen Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

Tanti Octavia

Dosen Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

Siana Halim

Dosen Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Industri – Universitas Kristen Petra

ABSTRAK

Peta kendali \bar{X} Shewhart telah umum digunakan dalam pengendalian proses statistis untuk data variabel dan terbukti berfungsi dengan baik untuk mendeteksi pergeseran rerata yang besar, namun kurang cepat dalam mendeteksi pergeseran rerata yang sedang hingga kecil. Untuk mengatasi kelemahan ini, diusulkan penggunaan peta kendali \bar{X} dengan ukuran sampel dan interval pengambilan sampel yang bervariasi (peta kendali \bar{X} VSSI). Kinerja peta kendali \bar{X} VSSI dibandingkan dengan kinerja peta kendali \bar{X} Shewhart, peta kendali \bar{X} VSS (peta kendali \bar{X} dengan ukuran sampel yang bervariasi), dan peta kendali \bar{X} VSI (peta kendali \bar{X} dengan interval waktu pengambilan sampel yang bervariasi). Kinerja peta kendali dinyatakan dalam nilai *ATS* (*Average Time to Signal*) yang didapatkan dari hasil simulasi program komputer maupun perhitungan Rantai Markov. Peta kendali \bar{X} VSSI terbukti mempunyai kinerja yang lebih baik dalam mendeteksi pergeseran rerata yang sedang. Selain itu juga disimulasikan penggunaan peta kendali \bar{X} VSSI dan peta kendali \bar{X} VSS dengan ukuran sampel minimum $n_1=1$ dan $n_1=2$.

Kata kunci: peta kendali \bar{X} , *variable sample size*, *variable sampling interval*, *ATS*.

ABSTRACT

*Shewhart \bar{X} chart is widely used in statistical process control for monitoring variable data and has shown good performance in detecting large mean shift but less sensitive in detecting moderate to small process shift. \bar{X} chart with variable sample size and sampling interval (VSSI \bar{X} chart) is proposed to enhance the ability of detecting moderate to small process shift. The performance of VSSI \bar{X} chart is compared with those of Shewhart \bar{X} chart, VSS \bar{X} chart (Variable Sample Size \bar{X} chart) and VSI \bar{X} chart (Variable Sampling Interval \bar{X} chart). Performance of these control charts is presented in the form of *ATS* (Average Time to Signal) which is obtained from computer simulation and markov chain approach. The VSSI \bar{X} chart shows better performance in detecting moderate mean shift. The simulation is then continued for VSSI \bar{X} chart and VSS \bar{X} chart with minimum sample size $n_1=1$ and $n_1=2$.*

Keywords: \bar{X} control chart, variable sample size, variable sampling interval, ATS.

1. PENDAHULUAN

Peta kendali atau *control chart* merupakan salah satu alat untuk melakukan pengendalian proses secara statistik. Data output yang diplotkan pada peta kendali dibandingkan dengan batas kendali yang telah dikonstruksikan. Jika tidak ada data yang keluar dari batas kendali atas (BKA) ataupun batas kendali bawah (BKB), serta plot data

tidak menunjukkan gejala-gejala penyimpangan, maka dapat dikatakan proses dalam keadaan terkendali. Sebaliknya jika ada data yang keluar dari batas-batas kendali, maka proses dikatakan tidak terkendali dan harus dilakukan tindakan korektif untuk memperbaiki proses agar produk cacat yang dihasilkan dapat dicegah.

Peta kendali \bar{X} Shewhart (*Shewhart \bar{X} chart*) telah umum digunakan dalam mengendalikan proses dengan data variabel dan berfungsi dengan baik untuk mendeteksi pergeseran rerata yang besar. Namun, seringkali dalam situasi praktis, akan dijumpai pergeseran rerata yang kecil atau sedang (pergeseran rerata yang kurang dari atau sama dengan 1,5 standar deviasi). Dalam kasus ini, peta kendali \bar{X} Shewhart kurang cepat mendeteksi .

Ada 3 parameter yang dapat divariasi untuk meningkatkan kinerja peta kendali \bar{X} , yaitu: ukuran sampel, interval waktu pengambilan sampel, dan batas kontrol. Prabhu, Montgomery dan Runger (1994) mengusulkan penggunaan peta kendali \bar{X} dengan ukuran sampel dan interval pengambilan sampel yang bervariasi (*\bar{X} chart with variable sample size and sampling interval / combined adaptive \bar{X} chart/VSSI \bar{X} chart*) yang disingkat dengan sebutan peta kendali \bar{X} VSSI. Dalam artikel ini, peta kendali \bar{X} VSSI yang diusulkan menggunakan parameter batas kontrol yang tidak divariasi dan diasumsikan mengikuti prinsip 3 sigma. Peta kendali \bar{X} VSSI merupakan gabungan dari peta kendali \bar{X} VSS dan peta kendali \bar{X} VSI.

Nilai *ATS (Average Time to Signal)* yang digunakan sebagai ukuran kinerja peta kendali didapatkan dari simulasi dengan 100.000 kali (putaran) dan perhitungan Rantai Markov. Keduanya memberikan hasil yang tidak berbeda.

2. PETA KENDALI \bar{X} SHEWHART (KONVENSIONAL)

Misalkan suatu karakteristik kualitas berdistribusi normal dengan rerata m dan standar deviasi yang telah diketahui dan konstan s , maka konstruksi peta kendali \bar{X} Shewhart sebagai berikut :

$$BKA = m + Z_{a/2} \sigma_{\bar{x}} = m + Z_{a/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

$$\text{Batas Tengah} = m \quad (2)$$

$$BKB = m - Z_{a/2} \sigma_{\bar{x}} = m - Z_{a/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Dimana n adalah ukuran sampel, $s_{\bar{x}}$ = standar deviasi dari rerata sampel dan nilai $Z_{a/2}$ biasanya adalah 3 (menggunakan batas kendali 3 sigma dengan $\alpha = 0.0027$).

Dalam peta kendali \bar{X} Shewhart, sampel diambil dalam ukuran yang sama (n tetap) dan interval waktu yang sama (t tetap) kemudian rerata tiap sampel diplot pada peta kendali. Jika plot sebuah titik jatuh di luar batas BKA atau BKB, maka hal ini mengindikasikan terjadinya *assignable/special cause* dan proses dikatakan tidak terkendali. Peta kendali \bar{X} dapat dinyatakan dalam nilai standar Z (distandarisasi) untuk menyederhanakan tampilan dan mempermudah interpretasinya. Tiap titik pada peta kendali adalah nilai rerata sampel yang distandarisasi (Z_i):

$$Z_i = \frac{\bar{X}_i - \mathbf{m}}{\mathbf{s}_x} \tag{4}$$

dengan $\sigma_x = \mathbf{s}/(n)^{1/2}$ dan Z_i berdistribusi normal dengan $\mathbf{m} = 0$ dan $\mathbf{s} = 1$. Untuk peta kendali \bar{X} Shewhart yang menggunakan nilai rerata sampel yang distandardisasi, maka: (Batas Tengah) $BT = 0$, $BKA = k$, $BKB = -k$ dan umumnya ditetapkan $k = 3$ (menggunakan batas kendali 3 sigma dengan $\alpha = 0.0027$)

3. PETA KENDALI \bar{X} VSSI

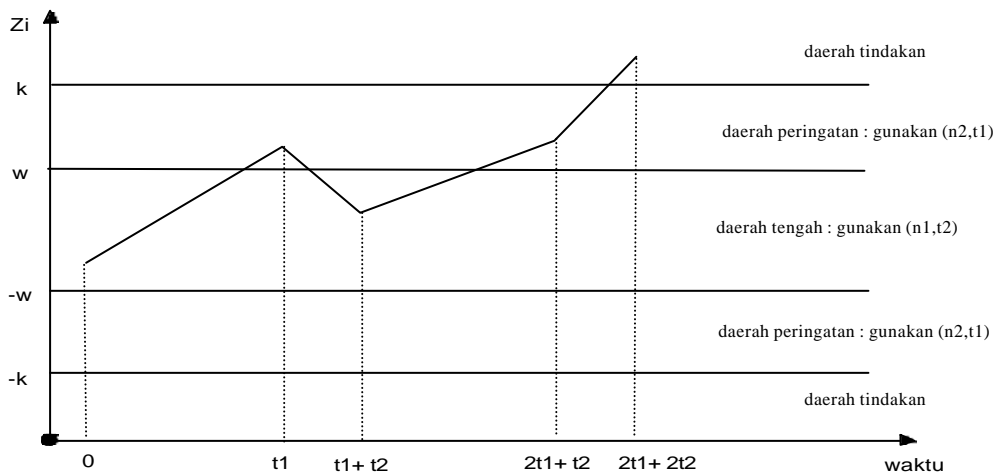
Peta kendali \bar{X} VSSI menggunakan ukuran sampel dan interval pengambilan sampel yang bervariasi. Selain batas kontrol: $BKA (= \mathbf{m}_0 + k\sigma_x)$ dan $BKB (= \mathbf{m}_0 - k\sigma_x)$, pada peta kendali \bar{X} VSSI ditambahkan batas peringatan (*warning limits*):

$$\text{Batas Peringatan Atas (BPA)} = \mathbf{m}_0 + w\sigma_x \tag{5}$$

$$\text{Batas Peringatan Bawah (BPB)} = \mathbf{m}_0 - w\sigma_x \tag{6}$$

Untuk mempermudah tampilan peta kendali \bar{X} VSSI, digunakan nilai rerata sampel yang distandardisasi (Z_i). Nilai Z_i didapat dari persamaan (4) dengan $\sigma_x = \mathbf{s}/(n(i))^{1/2}$. Jika titik sampel yang diplot dalam peta kendali adalah nilai yang distandardisasi (Z), maka: $BT = 0$, $BKA = k$, $BKB = -k$, $BPA = w$, $BPB = -w$ dan ditetapkan $k = 3$ (prinsip 3 sigma dengan $\alpha = 0.0027$). Dengan demikian, daerah antara BKA dan BKB dibedakan menjadi 2 daerah:

1. Daerah tengah (*central region*): daerah antara batas peringatan (w) atas dan bawah, yaitu interval $(-w, w)$.
2. Daerah peringatan (*warning region*): daerah antara BKB($=-k$) dan BPB($=-w$) atau daerah antara BPA($= w$) dan BKA($=k$), yaitu interval $(-k, -w)$ dan (w, k) .



Gambar 1. Peta kendali \bar{X} VSSI

Pada peta kendali \bar{X} VSSI, dipakai 2 ukuran sampel dan 2 interval waktu, yaitu:

n_1 = ukuran sampel kecil, n_2 = ukuran sampel besar
 t_1 = interval waktu pendek, t_2 = interval waktu panjang

Posisi setiap titik sampel pada peta kendali akan menentukan ukuran sampel berikutnya dan interval waktu pengambilan sampel berikutnya. Jika suatu titik sampel jatuh dalam daerah peringatan (interval $(-k, -w)$ atau (w, k)), ukuran sampel berikutnya harus besar (yaitu n_2) dan interval waktu pengambilan sampel berikutnya harus pendek/cepat (yaitu t_1) karena diduga proses menyimpang dari targetnya. Sebaliknya, jika suatu titik sampel jatuh dalam daerah tengah (interval $(-w, w)$), ukuran sampel berikutnya kecil (yaitu n_1) dan interval waktu pengambilan sampel berikutnya menjadi panjang/lama (yaitu t_2) karena proses tampaknya dekat dengan nilai target. Peta kendali \bar{X} VSSI dapat dinotasikan sebagai berikut :

$$[n(i), t(i)] = \begin{cases} n_2, t_1 & \text{jika } w < Z_{i-1} < k \\ n_1, t_2 & \text{jika } -w < Z_{i-1} < w \\ n_2, t_1 & \text{jika } -k < Z_{i-1} < -w \end{cases} \quad (7)$$

Proses dikatakan tidak terkendali jika sebuah titik jatuh di luar interval $(-k, k)$ dan proses dihentikan. Gambar peta kendali \bar{X} VSSI dapat dilihat pada Gambar 1.

Untuk membandingkan kinerja peta kendali \bar{X} Shewhart dan peta kendali \bar{X} VSSI, harus dilakukan penyesuaian kinerja kedua peta kendali tersebut untuk keadaan terkendali. Sehingga desain peta kendali \bar{X} VSSI dibatasi oleh dua persyaratan berikut pada saat proses terkendali :

$$E_0 [n(i)] = n_0 \text{ atau } E [n(i) | BKB < Z_{i-1} < BKA ; \mathbf{d} = 0] = n_0 \quad (8)$$

dan

$$E_0 [t(i)] = t_0 \text{ atau } E [t(i) | BKB < Z_{i-1} < BKA ; \mathbf{d} = 0] = t_0 \quad (9)$$

Misalkan $I_1 = [-w, w]$ = daerah tengah, $I_2 = (BKB, -w) \cup (w, BKA)$ = daerah peringatan dan $I_3 = (BKB, BKA)$ = daerah di antara BKA dan BKB, maka

$$Pr(Z \in \hat{I} I_1) = 2F(w) - 1 \quad (10)$$

$$Pr(Z \in \hat{I} I_2) = 2(F(BKA) - F(w)) \quad (11)$$

$$Pr(Z \in \hat{I} I_3) = 2F(BKA) - 1 \quad (12)$$

Dimana $F(w)$ = fungsi probabilitas kumulatif untuk distribusi normal = $Pr(Z < w)$. Bila Z_{i-1} berdistribusi normal $N(0, 1)$ dan $\mathbf{d} = 0$, maka persamaan (8) dapat dituliskan menjadi

$$n_0 = E[n(i) | Z \in \hat{I} I_3]$$

$$n_0 = n_1 \frac{Pr(Z \in I_1)}{Pr(Z \in I_3)} + n_2 \frac{Pr(Z \in I_2)}{Pr(Z \in I_3)}$$

sehingga didapatkan :

$$w = \mathbf{f}^{-1} \left[\frac{2\mathbf{f}(BKA)(n_0 - n_2) + n_1 - n_0}{2(n_1 - n_2)} \right] \tag{13}$$

Melalui cara yang sama, maka persamaan (9) akan menjadi :

$$w = \mathbf{f}^{-1} \left[\frac{2\mathbf{f}(BKA)(t_0 - t_1) + t_2 - t_0}{2(t_2 - t_1)} \right] \tag{14}$$

Dengan menyetarakan persamaan (13) dan (14), maka didapatkan:

$$t_2 = \frac{t_0(n_1 - n_2) - b - t_1c}{n_1 - n_2 - c} \tag{15}$$

dengan : $b = 2(t_0 - t_1)(n_1 - n_2)F(BKA)$, $c = 2(n_0 - n_2)F(BKA) + (n_1 - n_0)$ dan BKA dan BKB ditetapkan ± 3 . Peta kendali \bar{X} VSSI mempunyai 5 parameter yaitu: n_1 , n_2 , t_1 , t_2 dan w . Jika nilai dari n_1 , n_2 , dan t_1 ditentukan, maka dua parameter lainnya, t_2 dan w , dapat dicari dari persamaan (15) dan persamaan (13) atau (14). Parameter n_1 dan n_2 dipilih untuk menghindari kesalahan perkiraan akibat pembulatan. Biasanya yang dipilih t_1 , bukan t_2 , karena interval pengambilan sampel yang minimum seringkali tergantung dari tipe inspeksi dan metode penyamplingan (manual atau otomatis) yang dijalankan pada proses.

4. PETA KENDALI \bar{X} VSS

Jika ukuran sampel divariasi ($n_1 < n < n_2$), dan interval waktu pengambilan sampel tidak divariasi ($t_1 = t_2 = t$), maka peta kendali \bar{X} VSSI akan menjadi peta kendali \bar{X} dengan ukuran sampel yang bervariasi (\bar{X} chart with variable sample size/ peta kendali \bar{X} VSS). Peta kendali \bar{X} VSS dapat dinotasikan sebagai berikut :

$$[n(i), t(i)] = \begin{cases} n_2, t & \text{jika } w < Z_{i-1} < k \\ n_1, t & \text{jika } -w < Z_{i-1} < w \\ n_2, t & \text{jika } -k < Z_{i-1} < -w \end{cases} \tag{16}$$

Untuk konstruksi peta kendali \bar{X} VSS, persamaan (14) digunakan untuk menentukan nilai w .

5. PETA KENDALI \bar{X} VSI

Jika ukuran sampel tidak divariasi ($n_1 = n_2 = n$) dan interval waktu pengambilan sampel divariasikan ($t_1 < t < t_2$), maka peta kendali \bar{X} VSSI ini disebut peta kendali \bar{X} dengan interval waktu pengambilan sampel yang bervariasi (\bar{X} chart with variable sampling interval / peta kendali \bar{X} VSI). Peta kendali \bar{X} VSI ini dinotasikan:

$$[n(i), t(i)] = \begin{cases} n, t_1 & \text{jika } w < Z_{i-1} < k \\ n, t_2 & \text{jika } -w < Z_{i-1} < w \\ n, t_1 & \text{jika } -k < Z_{i-1} < -w \end{cases} \quad (17)$$

Untuk konstruksi peta kendali \bar{X} VSI, persamaan (15) digunakan untuk menentukan nilai w .

6. AVERAGE RUN LENGTH (ARL) DAN AVERAGE TIME TO SIGNAL (ATS)

Average Run Length (ARL) adalah rata-rata jumlah titik sampel yang harus diplot sebelum suatu titik sampel menunjukkan keadaan tidak terkendali. Secara umum persamaan untuk perhitungan *ARL* adalah :

$$ARL = \frac{1}{p} \quad (18)$$

dimana p = probabilitas suatu titik keluar dari batas kendali BKA atau BKB.

Untuk ARL_0 (*ARL* untuk peta kendali \bar{X} dalam keadaan terkendali) maka $p = \mathbf{a}$ = probabilitas kesalahan/error tipe I (menyatakan keadaan tidak terkendali padahal keadaan terkendali) atau probabilitas suatu titik rerata sampel jatuh di luar batas kendali pada saat proses terkendali, \mathbf{a} disebut juga sebagai probabilitas *false alarm*. Untuk ARL_1 (*ARL* dalam keadaan tak terkendali) maka nilai $p = 1 - \mathbf{b}$ = probabilitas kesalahan/error tipe II (menyatakan keadaan terkendali padahal keadaan tidak terkendali) atau probabilitas suatu titik rerata sampel jatuh di dalam batas kendali pada saat proses tidak terkendali.

Selain *ARL*, kinerja suatu peta kendali dapat dievaluasi berdasarkan *ATS (Average Time to Signal)* yang didefinisikan sebagai rata-rata waktu yang terjadi sampai suatu titik jatuh di luar batas kendali BKA atau BKB, menunjukkan bahwa keadaan tidak terkendali. Jika sampel diambil dengan interval waktu yang tetap (t) seperti pada peta kendali \bar{X} Shewhart, *ATS* dihitung dari persamaan :

$$ATS = ARL \cdot t \quad (19)$$

ARL dapat dipakai sebagai ukuran untuk membandingkan kinerja 2 peta kendali jika interval waktu pengambilan sampel pada kedua peta kendali itu tetap (tidak bervariasi). Namun jika interval waktu pengambilan sampel bervariasi, kinerja peta kendali harus dibandingkan berdasarkan nilai *ATS*. Jika peta kendali menggunakan ukuran sampel dan interval waktu yang bervariasi, nilai *ARL* maupun *ATS* dapat dihitung dengan menggunakan metode Rantai Markov atau didapatkan melalui simulasi dengan program komputer.

7. PERHITUNGAN ATS DENGAN PENDEKATAN RANTAI MARKOV

Untuk mendapatkan nilai *ATS* melalui metode Rantai Markov, perlu dibentuk matriks transisi probabilitas. Ditentukan $I_1 = [-w, w]$ sebagai daerah tengah, $I_2 = (BKB, -w)$ \bar{E} (w, BKA) sebagai daerah peringatan dan $I_3 = (BKB, BKA)$ sebagai daerah diluar BKA atau

BKB. I_3 atau *State 3* adalah *absorbing state*, karena proses dinyatakan tidak terkendali dan proses dihentikan. Matriks probabilitas transisi dapat disusun:

$$P_d = \begin{bmatrix} p_{11}^d & p_{12}^d & p_{13}^d \\ p_{21}^d & p_{22}^d & p_{23}^d \\ p_{31}^d & p_{32}^d & p_{33}^d \end{bmatrix} \tag{20}$$

p_{jk}^d = probabilitas jika titik sampel sekarang berada di daerah j , titik sampel berikutnya berada di daerah k , saat rerata mengalami pergeseran sebesar d standar deviasi. Misalnya

$$p_{12}^d = Pr[w < Z_{i-1} < BKA/n_1; d] + Pr[BKB < Z_{i-1} < -w/n_1; d] \tag{21}$$

$$= F(BKA - d\sqrt{n_1}) - F(w - d\sqrt{n_1}) + F(-w - d\sqrt{n_1}) - F(BKB - d\sqrt{n_1})$$

Karena tidak ada sampel pendahuluan untuk menentukan ukuran sampel pertama dan interval pengambilan sampel pertama, maka sampel pertama ini dapat menggunakan ukuran sampel kecil dan interval waktu panjang (prosedur (n_1, t_2)) atau menggunakan ukuran sampel besar dan interval waktu pendek (prosedur (n_2, t_1)) dengan probabilitas terpilihnya masing-masing sebagai b_1 dan b_2 . Nilai b_1 dihitung berdasarkan proporsi waktu menggunakan n_1 (dengan kata lain, proporsi waktu proses berada di daerah tengah) saat proses terkendali. Nilai b_2 dihitung berdasarkan proporsi waktu menggunakan n_2 (dengan kata lain, proporsi waktu proses berada di daerah peringatan) saat proses terkendali. Sehingga nilai b_1 dan b_2 dirumuskan sebagai berikut :

$$b_1 = \frac{p_{11}^0}{p_{11}^0 + p_{12}^0} \tag{22}$$

$$b_2 = \frac{p_{22}^0}{p_{21}^0 + p_{22}^0} \tag{23}$$

Nilai *ATS* didapatkan melalui rumusan :

$$ATS_d = b'(I - Q_d)^{-1}t \tag{24}$$

dimana $b' = (b_1 \ b_2)$, yaitu vektor probabilitas awal dengan $b_1 + b_2 = 1$ dan I adalah matriks identitas (2×2) .

$Q_d = \begin{bmatrix} p_{11}^d & p_{12}^d \\ p_{21}^d & p_{22}^d \end{bmatrix}$ matriks probabilitas transisi (P_d) dengan elemen matriks yang berhubungan dengan *absorbing state* dihilangkan. Selanjutnya, bila $t' = (t_2 \ t_1)$, yaitu vektor interval pengambilan sampel, maka $b'(I - Q_d)^{-1}$ akan memberikan rata-rata jumlah perpindahan (transisi) dalam setiap *state* sebelum peta kendali menunjukkan sinyal.

8. ANALISA

Telah dilakukan simulasi sebanyak 100000 kali (putaran) untuk mendapatkan setiap satu nilai *ATS*. Dengan besarnya jumlah sampel tersebut, sehingga dalam membandingkan *ATS* dua peta kendali, maka perbedaan nilai *ATS* yang kecilpun dapat disimpulkan signifikan.

Peta kendali \bar{X} *VSSI*, peta kendali \bar{X} *VSS*, peta kendali \bar{X} *VSI* maupun peta kendali \bar{X} Shewhart memberikan nilai *ATS*₀ yang sama yaitu sekitar 370. Ini menunjukkan bahwa peta-peta kendali mempunyai kinerja yang sama pada keadaan tidak terjadi pergeseran ($d=0$) sehingga dapat dibandingkan kinerjanya untuk mendeteksi keadaan terjadi pergeseran rerata proses.

Dari tabel - tabel nilai *ATS*, dapat dianalisa sebagai berikut :

1. Perbandingan kinerja peta kendali \bar{X} *VSSI* dan peta kendali \bar{X} Shewhart.
Peta kendali \bar{X} *VSSI* mempunyai nilai *ATS*₁ yang lebih kecil dibandingkan peta kendali \bar{X} Shewhart untuk pergeseran rerata yang kecil sampai 1,5 standar deviasi ($d \leq 1,5$). Pada $d = 1$, *ATS* peta kendali \bar{X} Shewhart hasil simulasi adalah sebesar 4.5073 jam sedangkan peta kendali \bar{X} *VSSI* dengan n_0 dan t_0 yang sama dengan peta kendali \bar{X} Shewhart, $n_1 = 1$ unit, $n_2 = 12$ unit, memberikan *ATS* hasil simulasi sebesar 2.0032 jam. Ini berarti peta kendali \bar{X} *VSSI* lebih baik daripada peta kendali \bar{X} Shewhart, dalam mendeteksi pergeseran rerata dengan $d \leq 1,5$. Namun untuk pergeseran rerata yang lebih besar yaitu $d = 2$, peta kendali \bar{X} Shewhart memberikan nilai *ATS*₁ yang lebih kecil, ini berarti peta kendali \bar{X} Shewhart lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran rerata sebesar 2 standar deviasi.
2. Perbandingan kinerja peta kendali \bar{X} *VSSI* dan peta kendali \bar{X} *VSI*.
Nilai *ATS*₁ peta kendali \bar{X} *VSSI* lebih kecil dibandingkan nilai *ATS*₁ peta kendali \bar{X} *VSI* untuk pergeseran rerata 0,5 dan 1 standar deviasi ($d = 0,5$ dan $d = 1$). Pada $d=1$, $n_0 = 5$ unit, $n_1 = 1$ unit, $n_2 = 8$ unit, $t_0 = 1$ jam, $t_1 = 0.25$ jam, peta kendali \bar{X} *VSSI* memberikan *ATS* hasil simulasi sebesar 1.8210 jam. Dengan n_0, t_0, t_1, t_2 yang sama, peta kendali \bar{X} *VSI* memberikan *ATS* hasil simulasi sebesar 2.2162 jam. Ini berarti peta kendali \bar{X} *VSSI* lebih baik daripada peta kendali \bar{X} *VSI*, dalam mendeteksi pergeseran rerata dengan $d \leq 1$. Namun untuk pergeseran rerata yang lebih besar yaitu $d = 1,5$ dan $d = 2$, peta kendali \bar{X} *VSI* memberikan nilai *ATS*₁ yang sedikit lebih kecil, ini berarti peta kendali \bar{X} *VSI* lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran rerata sebesar 1,5 dan 2 standar deviasi.
3. Perbandingan kinerja peta kendali \bar{X} *VSSI* dan peta kendali \bar{X} *VSS*.
Nilai *ATS*₁ peta kendali \bar{X} *VSSI* lebih kecil dibandingkan nilai *ATS*₁ peta kendali \bar{X} *VSS*. Ini berarti peta kendali \bar{X} *VSSI* lebih baik daripada peta kendali \bar{X} *VSS*, dalam mendeteksi pergeseran rerata dengan $d \leq 2$.
4. Perbandingan *ATS* hasil simulasi dan hasil perhitungan dengan metode Rantai Markov.
Nilai *ATS* diperoleh dengan metode Rantai Markov dalam waktu yang jauh lebih cepat dibandingkan dengan jika melakukan simulasi. Simulasi peta kendali membutuhkan waktu yang panjang tergantung jumlah putaran yang ingin dilakukan. Karena nilai *ATS* hasil simulasi sesuai dengan hasil perhitungan dengan metode Rantai Markov,

maka jika diinginkan memperoleh nilai ATS untuk merancang peta kendali \bar{x} $VSSI$, VSS , dan VSI , cukup dihitung dengan metode Rantai Markov tanpa melakukan simulasi. Hal ini dimaksudkan untuk menghemat waktu, terutama jika peta kendali \bar{x} $VSSI$, VSS , atau VSI ingin diterapkan di industri.

5. Perbandingan kinerja peta kendali \bar{x} $VSSI$ untuk $n_1 = 1$ dan $n_1 = 2$.
Bila ukuran sampel kecil (n_1) diperbesar dari $n_1=1$ menjadi $n_1=2$, sementara nilai ATS_0 tetap = ± 370 , maka ATS_1 -nya akan lebih besar untuk $d = 0.5$ (pergeseran rerata sebesar 0.5 standar deviasi) dan ATS_1 -nya akan lebih kecil untuk $0.75 \leq d \leq 2$ (pergeseran rerata antara 0.75 hingga 2 standar deviasi). Untuk $0.5 < d < 0.75$, antara $n_1 = 1$ dan $n_1 = 2$, keduanya menghasilkan nilai ATS_1 yang hampir sama. Jadi untuk mendeteksi pergeseran rerata $d = 0.5$, lebih baik menggunakan peta kendali \bar{x} $VSSI$ dengan $n_1=1$. Sedangkan untuk mendeteksi pergeseran rerata $0.75 \leq d \leq 2$, lebih baik menggunakan peta kendali \bar{x} $VSSI$ dengan $n_1=2$.
6. Perbandingan kinerja peta kendali \bar{x} VSS untuk $n_1 = 1$ dan $n_1 = 2$.
Bila ukuran sampel kecil (n_1) diperbesar dari $n_1=1$ menjadi $n_1=2$, sementara nilai ATS_0 tetap = ± 370 , maka ATS_1 -nya akan lebih besar untuk $d = 0.5$ dan ATS_1 -nya akan lebih kecil untuk $1 \leq d \leq 2$. Untuk $0.5 < d < 1$, antara $n_1 = 1$ dan $n_1 = 2$, keduanya menghasilkan nilai ATS_1 yang hampir sama. Jadi untuk mendeteksi pergeseran rerata $d = 0.5$, lebih baik menggunakan peta kendali \bar{x} VSS dengan $n_1=1$. Sedangkan untuk mendeteksi pergeseran rerata $1 \leq d \leq 2$, lebih baik menggunakan peta kendali \bar{x} VSS dengan $n_1=2$.

9. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil simulasi dan analisa data yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Dibandingkan dengan peta kendali \bar{x} Shewhart, peta kendali \bar{x} $VSSI$ lebih cepat mendeteksi pergeseran rerata hingga 1,5 standar deviasi ($d \leq 1,5$), tetapi lebih lambat dalam mendeteksi pergeseran rerata sebesar 2 standar deviasi ($d = 2$).
2. Dibandingkan dengan peta kendali \bar{x} VSI , peta kendali \bar{x} $VSSI$ lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran rerata hingga 1 standar deviasi ($d \leq 1$), tetapi lebih lambat dalam mendeteksi pergeseran rerata sebesar 1,5 dan 2 standar deviasi ($d = 1,5$ dan 2).
3. Dibandingkan dengan peta kendali \bar{x} VSS , peta kendali \bar{x} $VSSI$ lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran rerata hingga 2 standar deviasi ($d \leq 2$).
4. Pada peta kendali \bar{x} $VSSI$, untuk mendeteksi pergeseran rerata sebesar 0.5 standar deviasi ($d = 0.5$), lebih baik menggunakan $n_1=1$. Sedangkan untuk mendeteksi pergeseran rerata antara 0.75 hingga 2 standar deviasi ($0.75 \leq d \leq 2$), lebih baik menggunakan $n_1=2$.
5. Pada peta kendali \bar{x} VSS , untuk mendeteksi pergeseran rerata sebesar 0.5 standar deviasi ($d = 0.5$), lebih baik menggunakan dengan $n_1=1$. Sedangkan untuk mendeteksi pergeseran rerata antara 1 hingga 2 standar deviasi ($1 \leq d \leq 2$), lebih baik menggunakan $n_1=2$.
6. Nilai ATS hasil simulasi sesuai dengan nilai ATS hasil perhitungan dengan metode Rantai Markov.

DAFTAR PUSTAKA

- Banks, Jerry, 1989. *Principles of Quality Control*, New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Costa, Antonio F.B., 1994. \bar{x} chart with Variable Sample Size. *Journal of Quality Technology*, Vol. 26 No. 3 , pp. 155-163.
- Costa, Antonio F.B., 1997. \bar{x} chart with Variable Sample Size and Sampling Interval. *Journal of Quality Technology*, Vol. 29 No. 2 , pp. 197-204.
- Devor, Richard E., 1992. *Statistical Quality Design & Control*. New York: Macmillan.
- Johnson, Richard A.; Bhattacharyya, Gouri K., 1996. *Statistics Principles and Methods*. John Wiley and Sons, Inc., Canada.
- Montgomery, Douglas C., 1996. *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley and Sons, Inc., Canada.
- Prabhu, S. S.; Montgomery, D.C.; Runger, G.C., 1994. *A Combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval \bar{x} Control Scheme*. *Journal of Quality Technology*, Vol. 26 No. 3, pp 164-176.
- Rice, John A., 1995. *Mathematical Statistics and Data Analysis*. Duxbury Press, California, USA.

Lampiran:

Tabel 1. Nilai ATS Peta Kendali \bar{X} VSSI

Keterangan	n0	n1	n2	t0	t1	t2	w	d=0	d=0.5	d=0.6	d=0.7	d=0.75	d=0.8	d=1	d=1.5	d=2
ATS (simulasi)	5	1	8	1.00	0.25	2.00	0.56	369.0057	15.0900	7.5101	4.2939	3.4515	2.8434	1.8210	1.2840	1.1490
St. Error (simulasi)								1.1659	0.0482	0.0236	0.0134	0.0106	0.0087	0.0057	0.0042	0.0035
ATS(markov chain)								370.3980	15.2784	7.6179	4.3278	3.4561	2.8668	1.8208	1.2854	1.1547
ATS (simulasi)	5	1	12	1.00	0.25	1.43	0.91	369.8182	10.9782	5.5341	3.4955	2.9835	2.6378	2.0032	1.4830	1.2803
St. Error (simulasi)								1.1653	0.0344	0.0168	0.0103	0.0088	0.0077	0.0058	0.0039	0.0029
ATS(markov chain)								370.7351	10.8548	5.4919	3.4613	2.9572	2.6210	1.9852	1.4819	1.2728
ATS (simulasi)	5	1	20	1.00	0.25	1.2	1.25	370.0999	7.7676	4.6932	3.6177	3.3386	3.1035	2.5586	1.8058	1.4388
St. Error (simulasi)								1.0277	0.0239	0.0141	0.0108	0.0099	0.0092	0.0074	0.0044	0.0029
ATS(markov chain)								370.3980	7.7383	4.6989	3.6144	3.3225	3.1045	2.5416	1.7989	1.4319
ATS (simulasi)	5	2	8	1.00	0.25	1.75	0.67	368.4965	15.6691	7.7539	4.3355	3.4383	2.8314	1.7444	1.1896	1.0831
St. Error (simulasi)								1.1658	0.0497	0.0240	0.0129	0.0099	0.0080	0.0047	0.0031	0.0027
ATS(markov chain)								370.3980	15.7070	7.7775	4.3602	3.4527	2.8380	1.7408	1.1936	1.0846
ATS (simulasi)	5	2	12	1.00	0.25	1.32	1.03	370.3911	11.2815	5.5855	3.3862	2.8329	2.4784	1.7668	1.2857	1.1242
St. Error (simulasi)								1.1676	0.0350	0.0164	0.0094	0.0076	0.0065	0.0043	0.0026	0.0044
ATS(markov chain)								370.0280	11.3788	5.6071	3.4005	2.8476	2.4767	1.7755	1.2856	1.1303
ATS (simulasi)	5	2	20	1.00	0.25	1.15	1.38	369.6276	8.1348	4.6319	3.3129	2.9766	2.7249	2.1050	1.4447	1.1885
St. Error (simulasi)								1.1553	0.0247	0.0134	0.0092	0.0080	0.0073	0.0052	0.0027	0.0017
ATS(markov chain)								370.3980	8.0603	4.5853	3.3156	2.9711	2.7161	2.0967	1.4397	1.1869

Keterangan : **cetak tebal** = nilai ATS yang lebih kecil antara $n_1=1$ dan $n_1=2$.

Tabel 2. Nilai ATS Peta Kendali \bar{X} Shewhart

Keterangan	n0	t0	d=0	d=0.5	d=1	d=1.5	d=2
ATS(hasil simulasi)	5	1.00	370.8317	33.3566	4.5073	1.5715	1.0746
St. Error			1.1695	0.1036	0.0126	0.0030	0.0009
ATS			370.3704	33.4221	4.4952	1.5665	1.0762

Tabel 3. Nilai ATS Peta Kendali \bar{X} VSI

Keterangan	n0	t0	t1	t2	w	d=0	d=0.5	d=1	d=1.5	d=2
ATS (simulasi)	5	1.00	0.25	2.00	0.56	367.7358	23.1546	2.2162	1.1397	1.0134
St. Error (simulasi)						1.1623	0.0720	0.0057	0.0029	0.0027
ATS(markov chain)						370.3980	23.3393	2.2257	1.1487	1.0190
ATS (simulasi)	5	1.00	0.25	1.43	0.91	370.8390	24.8076	2.3633	1.1565	1.0191
St. Error (simulasi)						1.1134	0.0677	0.0056	0.0020	0.0018
ATS(markov chain)						370.3980	24.6119	2.3541	1.1548	1.0192
ATS (simulasi)	5	1.00	0.25	1.2	1.25	370.4206	26.2304	2.5653	1.1674	1.0202
St. Error (simulasi)						1.1090	0.0815	0.0062	0.0016	0.0012
ATS(markov chain)						370.3980	26.2981	2.5609	1.1677	1.0196
ATS (simulasi)	5	1.00	0.25	1.75	0.67	369.6733	23.7647	2.2559	1.1492	1.0220
St. Error (simulasi)						1.1714	0.0745	0.0056	0.0025	0.0024
ATS(markov chain)						370.3980	23.6909	2.2590	1.1502	1.0191
ATS (simulasi)	5	1.00	0.25	1.32	1.03	369.8054	25.2775	2.4131	1.1606	1.0227
St. Error (simulasi)						1.1662	0.0787	0.0057	0.0018	0.0016
ATS(markov chain)						370.3980	25.2178	2.4232	1.1587	1.0193
ATS (simulasi)	5	1.00	0.25	1.15	1.38	368.4860	26.8815	2.6573	1.1771	1.0187
St. Error (simulasi)						1.1668	0.0834	0.0064	0.0015	0.0015
ATS(markov chain)						370.3980	26.9967	2.6613	1.1754	1.0199

Tabel 4. Nilai ATS Peta Kendali \bar{X} VSS

Keterangan	n0	n1	n2	t0	w	d=0	d=0.5	d=0.8	d=0.9	d=0.95	d=1	d=1.5	d=2
ATS (simulasi)	5	1	8	1.00	0.56	369.9808	22.6419	5.1837	3.7348	3.2693	2.9136	1.5872	1.3873
St. Error (simulasi)						1.1694	0.0698	0.0134	0.0089	0.0074	0.0141	0.0023	0.0024
ATS(markov chain)						370.3980	22.6038	5.1821	3.7485	3.2751	2.9075	1.5893	1.3915
ATS (simulasi)	5	1	12	1.00	0.91	370.9153	15.4761	3.8087	3.0321	2.78379	2.5775	1.8303	1.6196
St. Error (simulasi)						1.1719	0.0457	0.0083	0.0061	0.00537	0.0048	0.0028	0.0021
ATS(markov chain)						370.3980	15.3396	3.8079	3.0261	2.7710	2.5725	1.8246	1.6190
ATS (simulasi)	5	1	20	1.00	1.25	370.7818	9.8709	3.6690	3.2308	3.0736	2.9463	2.2227	1.6917
St. Error (simulasi)						1.1733	0.0267	0.0081	0.0070	0.0065	0.0062	0.0036	0.0025
ATS(markov chain)						370.3980	9.8802	3.6538	3.2192	3.0630	2.9328	2.2216	1.8569
ATS (simulasi)	5	2	8	1.00	0.67	369.9780	23.0790	5.2165	3.7600	3.2756	2.9087	1.5439	1.2924
St. Error (simulasi)						1.1687	0.0706	0.0136	0.0089	0.0074	0.0062	0.0021	0.0015
ATS(markov chain)						370.3980	23.0621	5.2234	3.7611	3.2786	2.9037	1.5438	1.2916
ATS (simulasi)	5	2	12	1.00	1.03	370.1447	15.8633	3.7787	2.9427	2.6668	2.4683	1.6721	1.4146
St. Error (simulasi)						1.1702	0.0520	0.0081	0.0056	0.0048	0.0043	0.0021	0.0017
ATS(markov chain)						370.3980	15.9321	3.7680	2.9446	2.6757	2.4664	1.6695	1.4126
ATS (simulasi)	5	2	20	1.00	1.38	370.4971	10.3666	3.3938	2.9123	2.7450	2.5952	1.8827	1.5094
St. Error (simulasi)						1.1588	0.0283	0.0068	0.0055	0.0051	0.0046	0.0025	0.0018
ATS(markov chain)						370.3980	10.2904	3.3816	2.8995	2.7289	2.5887	1.8743	1.5108

Keterangan : **cetak tebal** = nilai ATS yang lebih kecil antara $n_1=1$ dan $n_1=2$.