

MODEL OPTIMASI PENJADWALAN PRODUKSI YANG TERINTEGRASI DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR BIAYA

Dian Retno Sari Dewi

Dosen Jurusan Teknik Industri, Universitas Katolik Widya Mandala, Surabaya

ABSTRAK

Makalah ini membahas model optimasi penjadwalan produksi yang terintegrasi meliputi penentuan alokasi kegiatan produksi, pengaturan operasi-operasi dari proses *job shop* dan perencanaan kapasitas sebagai suatu kegiatan yang terintegrasi. Kriteria yang digunakan adalah memenuhi pesanan sejumlah produk yang terjadi pada sejumlah periode dari suatu horizon perencanaan dengan tujuan untuk meminimalkan total biaya.

Kata kunci: alokasi produksi, penjadwalan *job shop*, perencanaan kapasitas, struktur produk *multi-level*.

ABSTRACT

The paper discusses optimization integrated production scheduling model which is included deciding production allocation, operations regulating for job shop process and capacity planning as integrated activity. The criteria is to complete the amount of order that is needed at some period during a planning horizon to minimize total cost.

Keywords: *production allocate, job shop scheduling, capacity planning multi-level product structure.*

1. PENDAHULUAN

Persoalan penjadwalan produksi pada dasarnya adalah pengalokasian sumber daya untuk menyelesaikan sekumpulan pekerjaan agar memenuhi kriteria tertentu. Kriteria tersebut dapat berupa waktu penyelesaian pekerjaan yang minimal, penggunaan sumber daya yang maksimal, meminimasi total biaya yang ditimbulkan dan kriteria-kriteria lainnya. Ada tiga aspek penting yang akan menentukan pemenuhan kriteria tersebut, yaitu penentuan ukuran lot produksi, penentuan urutan pekerjaan dan penentuan kapasitas produksi yang diperlukan (Tagawa, 1996).

Meski pada kenyataannya keputusan yang dibuat untuk salah satu aspek tersebut akan dipengaruhi atau mempengaruhi keputusan untuk aspek-aspek lainnya, tetapi kebanyakan penelitian hanya difokuskan pada salah satu aspek, seolah-olah ketiga aspek tersebut dapat diselesaikan secara terpisah. Hal ini dapat dilihat antara lain pada (Carlier dan Pinson, 1989), (Askin, 1993) dan (Doktor et. al., 1993) yang membahas penentuan jadwal operasi dari suatu proses *jobshop* untuk kondisi dimana ukuran lot produksi bukan sebagai besaran tertentu yang dinyatakan dengan waktu proses masing-masing operasi. Dalam penentuan jadwal ini, kapasitas produksi diabaikan atau diasumsikan tidak terbatas. Sebaliknya, pembahasan mengenai ukuran lot produksi pada umumnya

dilakukan untuk kondisi dimana setiap produk yang harus dijadwalkan tidak mengalami konflik mesin dalam penggunaan mesin-mesin atau fasilitas produksi lainnya. Hal ini dapat dilihat antara lain pada (Gupta dan Keung, 1990), (Salomon et al., 1991), dan (Bruggemann dan Jahnke, 1994).

Makalah ini membahas model optimasi untuk penjadwalan produksi yang meliputi penentuan alokasi kegiatan produksi, pengaturan operasi-operasi, dan perencanaan kapasitas produksi sebagai suatu kegiatan yang terintegrasi. Kriteria yang digunakan adalah pemenuhan sejumlah pesanan dengan total biaya yang minimal untuk seluruh produk yang dipesan.

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk mengintegrasikan perencanaan penjadwalan produksi dengan perencanaan kapasitas, tetapi masih terpisah dari rencana pengaturan operasi di lantai produksi (Billington, McClain, Thomas, 1983), (Bahl dan Ritzman, 1984), (Roll dan Karni, 1991), (Tempelmeier dan Helber, 1994). Perencanaan yang mengintegrasikan penentuan ukuran lot dan jadwal produksi dengan pengaturan setiap operasi pada mesin-mesin telah dilakukan oleh *Peres* dan *Lasserre*, tetapi hanya untuk item-item yang berstruktur *single-level* (Lasserre, 1992), (Peres dan Lasserre, 1994). Pengembangan untuk struktur produk multi-level diteliti oleh Dimiyati, dkk 1999 dengan mempertimbangkan waktu penyelesaian keseluruhan produk yang paling minimal. Model yang dikembangkan pada paper ini dimaksudkan untuk mengalokasikan order produksi agar diperoleh total biaya yang minimal meliputi biaya *regular*, biaya lembur, dan biaya subkontrak yang masih belum menjadi pertimbangan pada penelitian Dimiyati, dkk (1999).

2. KARAKTERISTIK PERSOALAN DAN ASUMSI

Karakteristik dari persoalan yang akan diselesaikan adalah sebagai berikut:

- Produk-produk yang dijadwalkan memiliki struktur *multi-level*, terdiri dari sejumlah komponen (*part*) yang dirakit menjadi produk akhir, sehingga proses pembuatannya meliputi permesinan dan perakitan.
- Horison perencanaan dinyatakan dalam T hari kerja sebagai periode perencanaan, dimana setiap hari kerja terdiri dari sejumlah unit waktu yang dinyatakan dalam satuan menit.
- Pola permintaan produk pada suatu horison perencanaan ditentukan oleh pesanan yang terjadi pada horison tersebut dan tidak harus sama dengan pola permintaan pada horison perencanaan yang lain, sehingga pola permintaannya bersifat multi periode dalam arti setiap produk mempunyai *due date* lebih dari satu.
- Kapasitas produksi pada periode t dinyatakan sebagai unit waktu yang tersedia pada periode yang bersangkutan. Penambahan kapasitas pada periode tertentu dimungkinkan melalui lembur atau penambahan *shift* kerja, dengan jumlah unit waktu maksimal yang ditentukan.

Asumsi yang digunakan dalam memodelkan persoalan ini adalah:

- Total waktu yang dibutuhkan untuk membuat satu unit produk tidak lebih panjang dari satu periode.
- Penentuan ukuran lot produksi dilakukan bukan untuk meminimalkan ongkos *set-up* dan ongkos persediaan *work in process* melainkan untuk mengalokasikan pemenuhan seluruh produk yang dipesan dengan memperhatikan urutan proses dari setiap produk dan komponennya.

- Struktur *bill of material* untuk seluruh produk yang dipesan sudah diketahui dan dianggap tidak terjadi kesamaan komponen diantara produk-produk yang dipesan tersebut.
- Urutan proses pembuatan produk atau komponen diketahui dan dianggap tidak memiliki alternatif. Dengan kata lain, *routing* yang digunakan merupakan *routing* terbaik yang terpilih untuk dilaksanakan.
- Unit produk dan komponen yang dibuat pada setiap periode dinyatakan sebagai bilangan bulat.
- Setiap produk tidak memiliki persediaan awal dan tidak akan dibuat persediaan pada akhir periode T .

3. MODEL OPTIMASI PENJADWALAN PRODUKSI TERINTEGRASI

Persoalan yang dimodelkan pada penelitian ini melibatkan proses pembuatan sejumlah produk berstruktur multi-level yang diproses melalui serangkaian operasi permesinan yang bersifat *jobshop* dan operasi perakitan. Karena itu, pengembangan model yang dilakukan dengan didasari pemikiran bahwa penjadwalan terhadap setiap lot produksi harus dilakukan dengan memperhatikan proses yang terjadi di lantai produksi, Karena waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan seluruh pesanan akan sangat tergantung pada urutan dan saat dimulainya operasi-operasi yang harus dilakukan.

Dalam perumusan model optimasi penjadwalan berikut digunakan notasi sebagai berikut:

- t menyatakan periode.
- T horizon (jumlah periode) perencanaan ($t = 1, \dots, T$).
- P_{i0} menyatakan produk akhir i yang akan dijadwalkan, $i = 1, \dots, N$.
- P_{ij} set dari induk-induk komponen j hingga produk akhir i .
- $Z(P_{ij})$ set dari induk-induk komponen j hingga produk akhir i .
- H_{ij} banyaknya komponen j yang dibutuhkan untuk membuat satu unit induk langsungnya.
- Q_{i0t} variabel yang menyatakan jumlah unit produk akhir P_{i0} yang dibuat pada periode t .
- D_{i0t} permintaan produk i pada periode t .
- A_t waktu (kapasitas) regular/normal yang digunakan pada periode t .
- K_t kapasitas regular/normal yang digunakan pada periode t untuk membuat Q_{i0t} .
- B_t waktu (kapasitas) cadangan yang digunakan pada periode t .
- L_t kapasitas cadangan yang digunakan pada periode t untuk membuat Q_{i0t} .
- N_{it} waktu subkontrak job ke- i dan periode t .
- O_{ijkm} operasi ke- k untuk komponen P_{ij} yang dilakukan di mesin m , ($m = 1, \dots, M$)
- S_{ijkm} variabel yang menyatakan saat dimulainya operasi O_{ijkm} .
- C_{ijkm} variabel yang menyatakan saat selesainya operasi O_{ijkm} .
- t_{ijkm} waktu proses operasi O_{ijkm} untuk setiap unit P_{ij} .
- su_m waktu set-up mesin m .
- R_m saat siap mesin m untuk digunakan pada hari pertama penjadwalan.
- z bobot untuk kapasitas regular-time (normal).
- y bobot kapasitas *over-time* (cadangan).
- w_i bobot untuk tardiness job ke- i .

Selanjutnya, formulasi model matematikanya dapat dirumuskan sebagai:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T zK_t + \sum_{t=1}^T yL_t + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T w_i N_{it}$$

dengan pembatas:

$$\sum_{t=1}^p Q_{i0t} \geq \sum_{t=1}^p D_{i0t} \quad p < T, \text{ " } i \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^T Q_{i0t} = \sum_{t=1}^T D_{i0t} \quad \text{" } i \quad (2)$$

$$Q_{ijt} = Q_{i0t} H_{ij} \left(\prod_{P_k \in Z(P_j)} H_{ik} \right) \quad H_{ik} \geq l \quad t = 1, \dots, T, \text{ " } i, j \quad (3)$$

$P_{ik} \in Z(P_{ij})$

$$K_t \leq A_t$$

$$L_t \leq B_t \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$S_{ijlmt} \geq R_m \quad \text{" } i, j, m \text{ pada hari (periode) pertama} \quad (6)$$

$$S_{ijlmt} \geq \sum_{p=1}^{t-1} K_p + \sum_{p=1}^{t-1} L_p + \sum_{p=1}^{t-1} N_{ip} \quad t = 2, \dots, T, \text{ " } i, j, m \quad (7)$$

$$C_{ij(k-1)mt} - S_{ijkmt} \leq 0 \quad t = 1, \dots, T, \text{ " } i, j, k, m \quad (8)$$

$$C_{idamt} - S_{iblmt} \leq 0 \quad t = 1, \dots, T; \text{ " } i, m \quad (9)$$

a operasi terakhir komponen d ,

$$C_{i0amt} \geq \sum_{p=1}^t K_p + \sum_{p=1}^t L_p + \sum_{p=1}^t N_{ip} \quad t = 1, \dots, T, \text{ " } i, m \quad (10)$$

$$C_{ijkmt} - S_{ijkmt} = su_m + (Q_{ijt} * t_{ijkm}) \quad t = 1, \dots, T, \text{ " } i, j, k, m \quad (11)$$

$$C_{ijkmt} - C_{qrsmt} + a(X_{ijqrt}) \geq su_m + (Q_{ijt} * t_{ijkm}) \quad t = 1, \dots, T, \text{ " } i, j, k, m, q, r, s \quad (12)$$

$$C_{qrsmt} - C_{ijkmt} + a(1 - X_{ijqrt}) \geq su_m + (Q_{qrt} * t_{qrsmt}) \quad t = 1, \dots, T, \text{ " } i, j, q, r \quad (13)$$

$$X_{ijqrt} \in \{0,1\}$$

$$Q_{ijt}, Q_{i0t}, K_t, L_t, T_{it} \geq 0 \quad \text{integer}$$

Pembatas (1) dan (2) menyatakan kuantitas produk yang harus diselesaikan selama p periode. Pembatas (3) menyatakan hubungan kuantitas produk yang dibuat dengan kuantitas komponennya. Pembatas (4) menyatakan bahwa kapasitas *regular* yang digunakan pada setiap periode tidak bisa melampaui waktu kapasitas *regular* yang tersedia pada periode yang bersangkutan. Pembatas (5) menyatakan bahwa penambahan kapasitas pada setiap periode tidak bisa melampaui cadangan kapasitas yang tersedia pada periode yang bersangkutan.

Pembatas (6) dan (7) menyatakan bahwa saat paling cepat dimulainya suatu operasi pada periode pertama dari horizon perencanaan adalah ketika mesin yang diperlukan siap

untuk melakukan proses, sedang pada periode berikutnya saat paling cepat tersebut adalah di awal periode yang bersangkutan, yang ditentukan oleh kapasitas *regular*, kapasitas cadangan dan subkontrak yang digunakan pada periode sebelumnya.

Pertidaksamaan (6) pada formulasi diatas, menyebabkan model ini tidak hanya berlaku untuk kondisi dimana waktu siap seluruh mesin pada periode pertama adalah $R_m=0$, tetapi juga untuk kondisi dimana pada periode pertama itu sebagian mesin masih digunakan untuk menyelesaikan pesanan yang terdahulu. Pembatas (8) dan (9) menyatakan urutan operasi dalam pembuatan komponen dan perakitan sub-rakit atau produk akhir, sedang pembatas (10) menyatakan bahwa seluruh proses yang diperlukan oleh setiap produk yang dijadwalkan pada suatu periode, harus selesai pada periode itu juga termasuk penggunaan subkontrak apabila kapasitas lembur tidak memenuhi. Pembatas (11) menyatakan waktu yang diperlukan untuk memproses masing-masing produk/komponen, sedang pembatas (12) dan (13) menyatakan bahwa setiap mesin hanya dapat memproses satu operasi pada suatu waktu tertentu.

Fungsi tujuannya adalah untuk meminimumkan total biaya yang minimum meliputi biaya *regular*, lembur dan subkontrak dan mempertimbangkan alternatif subkontrak apabila ternyata terdapat sejumlah pesanan yang melampaui kapasitas lembur yang tersedia. Tentunya dengan mendahulukan pemakaian kapasitas *regular* terlebih dahulu dibandingan kapasitas lembur maupun subkontrak. Maka dengan meminimumkan total zK_t , yL_t , dan w_iN_i akan diperoleh total biaya yang minimum meliputi biaya *regular*, lembur, dan subkontrak.

4. CONTOH NUMERIK

Misalkan ada tiga jenis produk yang dipesan dengan data permintaan seperti pada Tabel 1 dan struktur untuk setiap produk adalah seperti pada Gambar 1.

Data urutan proses, mesin yang digunakan dan waktu proses untuk setiap produk dan komponennya diperlihatkan pada Tabel 2 (waktu *set-up* mesin = 0). Sedangkan operasi yang dijadwalkan adalah seperti pada Gambar 2.

Dengan tidak menghilangkan kemungkinan lainnya, persoalan diatas dapat diformulasikan dengan menggunakan parameter input sebagai berikut:

- Waktu siap mesin-mesin pada hari pertama adalah $R_m = 0$.
- Setiap hari kerja terdiri dari 8 jam kerja mesin, sehingga $K_t = 480$ menit/hari.
- Pada setiap hari kerja dibenarkan untuk melakukan lembur, dengan ketentuan maksimum 2 jam/hari, sehingga $B_t = 120$ menit.
- Biaya *regular* adalah Rp2,00, biaya lembur adalah Rp5,00, biaya subkontrak job 1 adalah Rp 6,00, biaya subkontrak job 2 adalah Rp8,00 dan biaya subkontrak job 3 adalah Rp 9,00.

Proses perhitungan dilakukan menggunakan software *LINDO-Hyper*. Solusi yang diperoleh merupakan jadwal optimal, karena selain menjawab masalah alokasi produksi pada setiap periode juga menentukan urutan dan saat mulai serta selesainya setiap operasi. Dari perhitungan menunjukkan hasil sebagai berikut:

Waktu pesanan mulai diproses, yaitu periode pertama menit ke-0, dan waktu pesanan selesai diproses adalah periode ketiga menit ke-2400. Ukuran lot periode pertama adalah $Q_{301}=15$, periode kedua adalah $Q_{202}=10$, dan periode ketiga adalah $Q_{103}=10$, $Q_{203}=5$, $Q_{303}=5$. Kapasitas periode pertama, untuk *regular* = 480 menit, lembur = 120 menit,

dan untuk subkontrak = 75 menit. Kapasitas periode kedua adalah *regular* = 480 menit, lembur = 120 menit, dan subkontrak = 200 menit. Kapasitas periode ketiga adalah *regular* = 480 menit, lembur = 120 menit, dan subkontrak = 375 menit. Sehingga untuk menyelesaikan seluruh pesanan dibutuhkan penambahan kapasitas lembur dan subkontrak seperti diatas.

5. ANALISA

Dengan contoh numerik yang sama seperti diatas kemudian dilakukan analisa sensitivitas untuk perubahan atau variasi terhadap variabel-variabel berikut ini:

- Variasi biaya *regular* ataupun biaya lembur tidak akan mempengaruhi penjadwalan operasi-operasi ke mesin-mesin yang bersangkutan, dengan asumsi perubahan biaya yang dilakukan tetap memberikan bobot yang lebih besar untuk unsur *regular* dibandingkan lembur, sehingga pemakaian kapasitas *regular* akan selalu didahulukan. Sedangkan *objective function value*-nya akan semakin bertambah ataupun berkurang seiring dengan semakin besar atau kecilnya biaya *regular* dan biaya lembur.
- Variasi jumlah pesanan, biaya subkontrak, waktu proses, jumlah mesin dan struktur produk akan mempengaruhi penjadwalan operasi-operasi ke mesin-mesin yang bersangkutan. Begitu juga dengan *objective function value*-nya akan semakin bertambah ataupun berkurang seiring dengan semakin besar atau kecilnya jumlah pesanan, biaya subkontrak, waktu proses dan struktur produk tersebut. Sedangkan penambahan jumlah mesin akan membuat *objective function value*-nya semakin kecil, begitu juga sebaliknya jika terjadi pengurangan jumlah mesin.

6. KESIMPULAN

Model optimasi yang dikembangkan merupakan model penjadwalan yang dapat menentukan waktu mulai, waktu selesai, besar ukuran lot yang harus diproses dan besar kapasitas yang harus tersedia pada masing-masing periode untuk memenuhi sejumlah pesanan.

Model optimasi yang dikembangkan memperhatikan proses pembuatan suatu produk, karena pada kenyataannya beberapa operasi dari proses tersebut mungkin bersaing dalam menggunakan suatu mesin. Oleh karena itu, penentuan ukuran lot produksi dimaksudkan untuk mengalokasikan pekerjaan yang harus dilakukan pada setiap hari kerja.

Model ini menjawab persoalan apabila terdapat sejumlah pesanan yang melebihi dari kapasitas lembur yang tersedia, oleh karena itu digunakan alternatif subkontrak untuk mengatasi pesanan yang tidak dapat dipenuhi oleh kapasitas lembur tersebut.

Model ini memperhatikan adanya pembobotan antara *regular-time* dan *over-time* (lembur) yang berupa biaya *regular* dan biaya lembur, hal ini dimaksudkan agar pemakaian kapasitas *regular-time* lebih didahulukan dari pada *over-time*. Karena pada kenyataannya *over-time* itu digunakan pada saat kapasitas *regular* sudah tidak dapat digunakan untuk memenuhi permintaan. Begitu juga dengan subkontrak dilakukan pembobotan untuk masing-masing job sehingga job yang memiliki biaya terbesar akan dijadwalkan terlebih dahulu.

Model ini menjawab persoalan tidak adanya keterkaitan unsur biaya dalam model Dimiyati, dkk, dimana dalam model yang dikembangkan ini unsur biaya diikutsertakan dalam *objective function* (biaya ini dianggap sebagai bobot/ atau *weighted*). Sehingga fungsi tujuan dari model ini adalah meminimumkan total biaya yang meliputi biaya *regular*, biaya lembur dan biaya subkontrak.

DAFTAR PUSTAKA

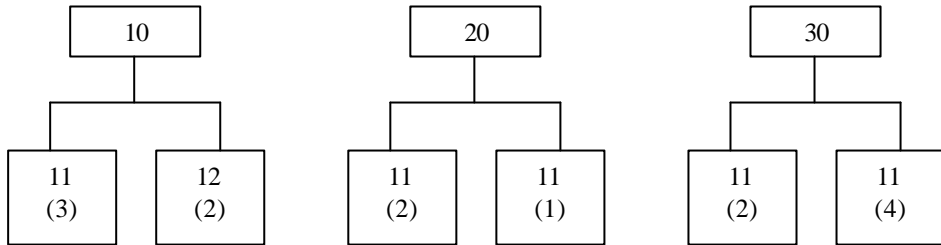
- Anwar M.F., and R. Nagi, 1997. "Integrated Lot Sizing dan Schedulling for Just-in-Time Production of Complex Assemblies with Finite Set-ups", *International Journal of Production Research*, vol. 35, no. 5.
- Askin, R.G. and C.R. Stdanridge, 1993. *Modelling dan Analysis of Manufacturing Systems*. John Wiley & Sons, Inc.
- Bahl, H.C. dan L.P. Ritzman, 1984. "An Integrated Model for Master Schedulling, Lot Sizing dan Capacity Requirement Planning", *Journal of Operation Research Society*, vol. 35, no. 5.
- Billington, P.J., J.O. McClain, and L.J. Thomas, 1983. "Mathematical Programming Approaches to Capacity-Constrained MRP System: Review, Formulation dan Problem Reduction", *Management Science*, vol. 29, no. 10.
- Bruggemann, W., and H. Jahnke, 1994. "DLSP for Two-Stage Multi-Item Batch Production", *International Journal of Production Research*, vol. 32, no. 4.
- Carlier, J. and E. Pinson, 1989. "An Algorithm for Solving the Job Shop Problem", *Management Science*, vol. 35.
- Dimiyati, T.T., dkk, 1999. "Model Optimasi untuk Integrasi Alokasi Produksi dengan Penjadwalan Operasi *Jobshop* dan Perencanaan Kapasitas", *Teknik dan Manajemen Industri*, no. 8.
- Doctor, S.R., T.M. Cavalier, and P.J. Egbelu, 1993. "Schedulling for Machining dan Assembly in a Job Shop Enviroment", *International Journal of Production Research*, vol. 31, no. 6.
- Gupta, Y.P., and Y. Keung, 1990. "A Review of Multi-stage Lotsizing Models", *International of Operation dan Production Management*, vol. 10, no. 9.
- Kusiak, A., 1990. *Intelligent Manufacturing Syetems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Lasserre, J.B., 1992. "An Integrated Model for Job Shop Planning dan Schedulling", *Management Science*, vol. 38, no. 8.
- Peres, S.D., and J.B. Lasserre, 1994. "Integration of Lotsizing dan Schedulling Decision in a Job Shop", *European Journal of Operation Research*, vol. 75, pp. 413-426.

- Roll, Y., and R. Karni, 1991. "Multi-Item Multi-Level Lotsizing with an Aggregate Capacity Constraint", *European Journal of Operational Research*, vol. 51, pp. 73-87.
- Salomon, M., L.G. Kroon, R. Kuik, dan L.N. Van Wassenhove, 1991. "Some Extentions of the Discrete Lotsizing dan Schedulling Problem", *Management Science*, vol. 37, no. 7.
- Tagawa, S., 1996. "A New Concept of *Jobshop* Scheduling System Hierachical Decision Model", *International Journal of Production Economics*, vol. 44, no.12.
- Tempelmeier, H., and S. Helber, 1994. "A Heuristic for Dynamic Multi-Item Muli-Level Capacitated Lotsizing for General Product Structures", *European Journal of Operational Research*, vol 75, pp. 296-311.
- Toha, I.S., 1993. "Model Optimasi Alokasi Order Produksi untuk tingkat Shop Floor", *Teknik dan Manajemen Industri*, no. 8.

LAMPIRAN

Tabel 1. Data Permintaan Produk

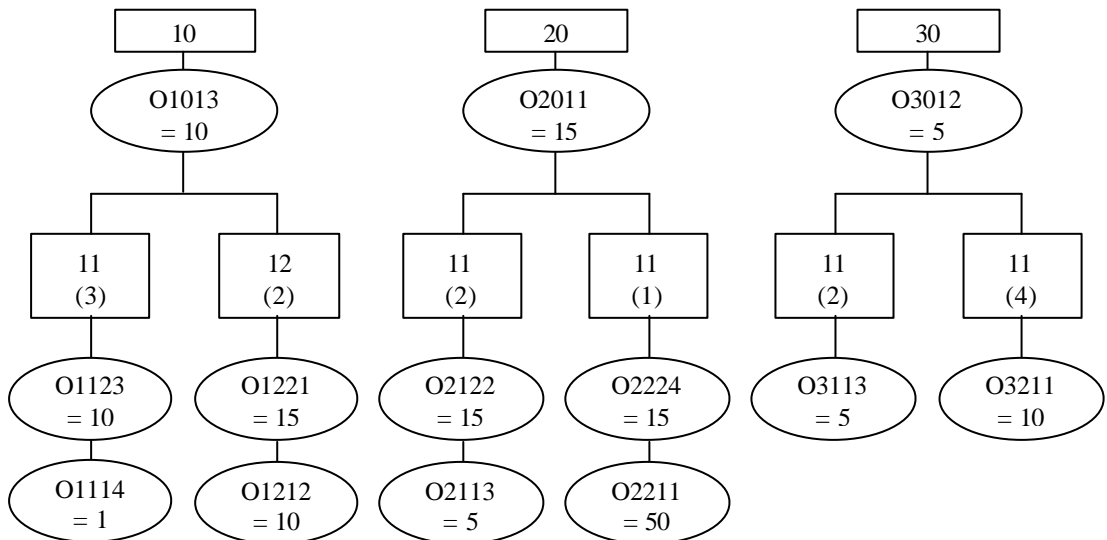
Produk	Permintaan pada periode (hari) ke :		
	1	2	3
10			10
20		10	5
30	15		5



Gambar 1. Struktur dari Ketiga Jenis Produk yang Dipesan

Tabel 2. Data Routing setiap Produk

Produk/ Komp.	Operasi	Mesin	Waktu Proses/ unit (menit)	Produk/ Komp.	Operasi	Mesin	Waktu Proses/ unit (menit)
10	1	3	10	21	1	3	5
					2	2	15
20	1	1	15	22	1	1	50
					2	4	15
30	1	2	5	31	1	3	5
11	1	4	1	32	1	1	10
	2	3	5				
12	1	2	10				
	2	1	15				



Gambar 2. Uraian Operasi-operasi dari Produk yang Dipesan