Dimensi Teknik Sipil, Vol. 3, No. 1, Maret 2001, 1-8
ISSN 1410-9530

ALTERNATIF METODA PENJADWALAN PROYEK KONSTRUKSI MENGGUNAKAN TEORI SET SAMAR

Andreas Wibowo
Pusat Penelitian dan Pengembangan Pemukiman, Teknologi Permukiman Balitbang Permukiman dan Pengembangan Wilayah – Departemen Permukiman dan Pengembangan Wilayah

ABSTRAK

Program Evaluation Review Technique (PERT) merupakan suatu metoda penjadwalan dengan menimbang durasi aktivitas yang bersifat tidak pasti. PERT mengasumsikan fungsi kerapatan probabilitas durasi aktivitas mengikuti distribusi beta. Analisis dalam PERT disederhanakan dengan menggunakan nilai-nilai tertentu parameter distribusi beta. Penentuan jalur kritis hanya menimbang *mean* durasi untuk menentukan jalur kritis, dan probabilitas total durasi didapatkan berdasarkan jalur kritis saja. Beberapa kasus menunjukkan penyederhanaan ini menimbulkan galat dan kontradiksi. Tulisan ini mengusulkan metoda penjadwalan alternatif yang juga menimbang durasi yang bersifat tidak pasti. Metoda ini, yang dinamakan *Fuzzy Logic Application for Scheduling* (FLASH), menerapkan teori set samar sebagai satu cara untuk memodelkan ketidakpastian yang muncul dari fenomena mental yang bukan bersifat acak maupun stokastik. FLASH tidak mensyaratkan data statistis tetapi hanya pengamatan secara kualitatif. FLASH mempertimbangkan semua jalur, tidak hanya jalur kritis saja seperti PERT, untuk menganalisis posibilitas suatu total durasi yang diharapkan.

Kata kunci: metoda penjadwalan, FLASH, PERT, probabilitas, posiblitas, set samar.

ABSTRACT

*Program Evaluation Review Technique (*PERT*) is a scheduling method that consider the uncertainty of the duration of an activity. It assumes a probability density function with a beta distribution. PERT simplifies the analysis using specific values of parameters of beta distribution. The analysis of critical paths consider the mean of the duration only and the probability of the expected total duration are based on critical paths only. Some cases showed that these simplifications cause errors and contradictions. This paper proposes an alternative scheduling method that also allows uncertainties of duration. The method, named Fuzzy Logic Application for Scheduling (*FLASH*), applies a fuzzy set theory which is a perfect means for modeling uncertainties arising from mental phenomena which are neither random nor stochastic. It does not require statistical data but needs qualitative observations. Unlike PERT, FLASH considers all paths, not only critical path(s), to analyze the possibility of an expected total duration.*

Keywords: *scheduling method, FLASH, PERT, probability, possibility, fuzzy set.*

PENDAHULUAN

Dalam manajemen proyek kontruksi ada beberapa metoda penjadwalan yang biasa digunakan seperti *Gantt Chart, Precedence Diagram Method* (PDM), *Critical Path Method* (CPM), *Program Evaluation Review Technique* (PERT), *Graphical Evaluation Review Technique* (GERT), *Linear Scheduling Method* (LSM), dll. Dipandang dari karakteristik durasi aktivitasnya, masing-masing metoda mempunyai asumsi yang berbeda. *Gantt Chart,* CPM, dan PDM mengasumsikan durasi aktivitas bersifat pasti sementara PERT dan GERT tidak pasti.

Sebuah proyek konstruksi dengan segala sifat dan karakteristiknya yang sangat unik, mempunyai hubungan antar aktivitas yang kompleks dan ketergantungan yang tinggi terhadap kondisi internal dan ekternal sehingga durasi

Catatan: Diskusi untuk makalah ini diterima sebelum tanggal 1 Juni 2001. Diskusi yang layak muat akan diterbitkan pada Dimensi Teknik Sipil Volume 3, Nomor 2 September 2001.

Dimensi Teknik Sipil
ISSN 1410-9530 print © 2001 Universitas Kristen Petra
http://puslit.petra.ac.id/journals/civil

aktivitas mempunyai tingkat ketidakpastian yang tinggi. Dalam kondisi ini, metoda penjadwalan seperti PERT atau GERT-lah yang tepat diterapkan. Dalam PERT, durasi aktivitas diasumsikan mengikuti distribusi beta yang disederhanakan. Durasi dinyatakan dalam tiga nilai yang berbeda: optimistik, *most likely*, dan pesimistik. Namun, ada beberapa kelemahan yang dimiliki PERT:

a. Bila jumlah aktivitas dalam jalur kritis kurang daripada 30, deviasi terhadap normalitas akan terjadi.
b. Ada beberapa kesalahan yang muncul akibat simplifikasi nilai *mean* dan varians distribusi beta terhadap nilai eksak dari fungsi kerapatan beta yang asli. Kesalahan akibat simplifikasi berkisar antara 17% dan 33% [1].
c. PERT hanya mempertimbangkan *mean* durasi untuk menentukan total durasi dan mengabaikan keberadaan varians yang bisa mengakibatkan kesalahan penentuan probabilitas waktu penyelesaian. Dalam beberapa kasus asumsi ini mengakibatkan suatu kontradiksi.

Selain kelemahan tersebut, ada hal yang perlu diperhatikan menyangkut ketersediaan data lapangan. Nilai-nilai optimistik, *most likely*, dan pesimistik diperoleh melalui analisis stastistik dengan menetapkan persentil 5 dan 95 (atau 2 dan 98) dari populasi data. Hal ini hanya mungkin bila data lengkap tersedia. Kenyataan yang sering terjadi, data lapangan dalam kondisi yang memprihatinkan baik dari sisi kuantitas maupun kualitasnya, sehingga analisis stastistis tidak dapat diterapkan terhadap data tersebut.

Tulisan ini mengusulkan sebuah alternatif metoda penjadwalan dengan tetap mengakomodasi ketidakpastian durasi yang diberi nama metoda *Fuzzy Logic Application for Scheduling* (FLASH). Metoda ini berbeda dengan PERT dalam menganalisis durasi total proyek dan karakteristik durasi aktivitas:

a. FLASH menggunakan terminologi posibilitas daripada probabilitas untuk mengekspresikan ketidakpastian. Hal ini membuat FLASH lebih 'terbuka' dibandingkan PERT dalam hal ketidakpastian.
b. FLASH menganalisis semua jalur untuk menghasilkan posibilitas suatu total durasi proyek yang diharapkan.
c. Sehubungan dengan terminologi posibilitas, FLASH menggunakan teori Set *Samar* (*Fuzzy Set Theory*) yang merupakan cara tepat untuk memodelkan ketidakpastian (atau ketidaktepatan) yang muncul dari fenomena psikologis yang bukan bersifat acak maupun stokastik [2, 3].
d. Waktu penyelesaian proyek dinyatakan dalam bilangan samar (*fuzzy number*) dengan rentang yang mencakup nilai yang paling mungkin (*most possible*) dari waktu penyelesaian proyek. Nilai ini akan mempunyai derajat keanggotaan tertinggi, yaitu 1.0. Nilai-nilai selain nilai ini mempunyai derajat keanggotaan yang lebih rendah.
e. Dalam PERT, probabilitas 100% akan terjadi bila waktu penyelesaian adalah tidak terhingga ($T \to \infty$) semantara dalam FLASH, posibilitas 100% akan terjadi pada waktu penyelesaian yang paling mungkin.

TEORI SET SAMAR

Teori Set Samar [2, 3] ditujukan untuk menyelesaikan permasalahan di mana deskrips aktivitas dan pengamatan bersifat tidak tepat (*imprecise*), samar-samar (*vague*), dan tidak pasti (*uncertain*). Terminologi 'samar' mengacu pada suatu situasi di mana tidak ada batas-batas yang jelas dalam suatu set aktivitas atau pengamatan. Teori ini memperkenalkan fungsi keanggotaan (*membership function*) yang digunakan untuk menilai derajat keanggotaan (*grade of membership*) dari suatu objek dalam setiap set samar [2]. Derajat keanggotaan dinyatakan dalam rentang antara 0 dan 1. Bila derajat keanggotan suatu objek bernilai 1.0 berarti secara absolut objek tersebut berada dalam set dan bila bernilai 0 berarti objek tersebut secara absolut berada di luar set. Derajat keanggotan selain 0 dan 1 merepresentasikan kondisi antara (*intermediate conditions*).

Bila A adalah sebuah set samar yang dituliskan sebagai $A = \{(x, \mu_A(x), x \in U)\}$ di mana U adalah sebuah set *ordinary* dari objek maka $U=\{x\}$. Untuk sebuah set *ordinary*, A,

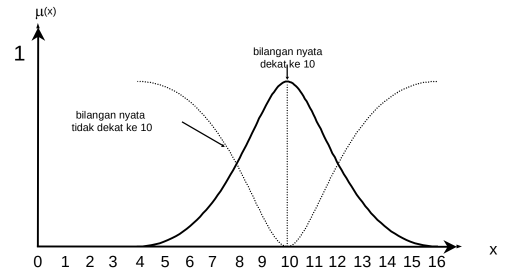
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, \text{ bila } x \in A, \\ 0, \text{ bila } x \notin A. \end{cases} \quad (1)$$

Sebagai contoh, bila U = {bilangan nyata positif} yang merupakan set tak hingga dan A = 'bilangan-bilangan nyata yang dekat ke 10', maka fungsi keanggotaan A didefinisikan sebagai $\{(x, \mu_A(x)\}$. Misal, $\mu_A(x) = 1/\{1 + [1/5(x - 10)]^2\}$ (Gambar 1). Secara jelas terlihat bahwa semakin jauh suatu bilangan ke 10 akan semakin rendah pula derajat keanggotaannya. Nilai 10 mempunyai derajat keanggotaan tertinggi, 1.0 sementara derajat keanggotan dari 2 dan 16 adalah 0 yang merepresentasikan bahwa bilangan-bilangan tersebut secara absolut tidak berada dalam set 'bilangan-bilangan nyata yang dekat ke 10' yang telah didefinisikan.

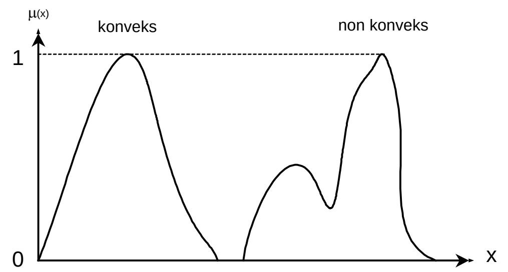
KONSEP DASAR SET SAMAR

Konveksitas Set Samar

Sebuah set samar A disebut konveks bila: $\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$ dimana $x_1, x_2 \in U$ and $\lambda \in [0,1]$. Contoh-contoh set samar konveks dan non-konveks diberikan dalam Gambar 2.



Gambar 1. Set Samar 'bilangan nyata dekat ke 10'



Gambar 2. Set Samar Konveks dan Non-konveks

Normalitas Set Samar

Sebuah set samar A disebut normal jika dan hanya jika ada satu atau lebih x sedemikian sehingga $\mu_A(x') = 1$. Sifat ini menjamin bahwa sedikitnya adalah satu anggota set samar memenuhi fenomena di mana set samar akan diterapkan.

α-cut dari Set Samar

α-cut dari set samar adalah sebuah set *ordinary* yang anggota set samar A sekurang-kurangnya mempunyai derajat α. Karena itu, α-cut didefinisikan sebagai: $A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$. α-cut merupakan kasus umum dari sebuah set samar. Bila $\alpha = 0$, $A_\alpha = S(A)$

Bilangan Samar (*Fuzzy Number*)

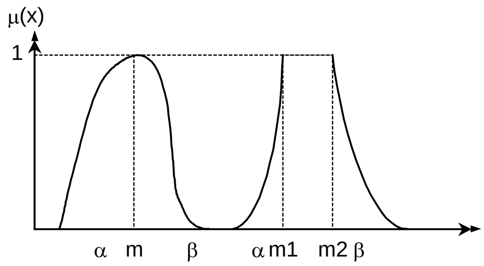
Terminologi bilangan samar digunakan untuk mengakomodasi kuantitas numerik yang tidak tepat. Ada beberapa tipe khusus bilangan samar seperti L-R dan bilangan samar segitiga atau trapezoidal.

a. Bilangan Samar L-R

Sebuah bilangan samar disebut L-R bila:

$$\mu(x) = \begin{cases} (m - x)/\alpha, & x \leq m, \alpha > 0 \\ (x - m)/\beta, & x \geq m, \beta > 0 \end{cases} \tag{2}$$

Di mana m adalah '*mean*' bilangan samar sementara α dan β adalah 'penyebaran' ke kiri dan kanan. Bila α=β=0, bilangan tersebut dianggap sebagai bilangan nyata. Persamaan (2) sering dituliskan kembali sebagai (m,α,β) atau bila puncaknya tidak unik ditulis $(m_1, m_2, \alpha, \beta)$. Bilangan Samar L-R diilustrasikan dalam Gambar 3.



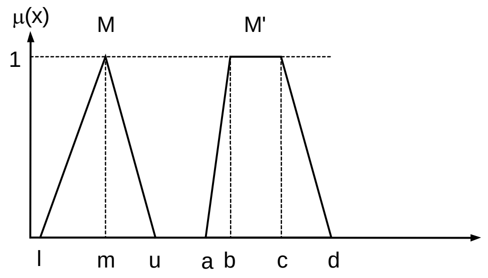
Gambar 3 Bilangan Samar L-R

b. Bilangan Samar Segitiga (atau Trapezoidal)

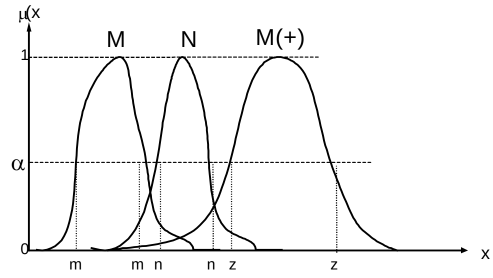
Sebuah bilangan samar segitiga didefinisikan sebagai:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq l, \\ (x - l)/(m - l), & l < x \leq m, \\ (u - x)/(u - m), & m < x \leq u, \\ 0, & x > u \end{cases} \tag{3}$$

di mana u adalah nilai batas atas, l batas bawah, dan m adalah nilai paling mungkin. Suatu bilangan samar segitiga sering dituliskan (l,m,u). Bila terdapat puncak ganda, bilangan tersebut dituliskan sebagai (a,b,c,d) dengan [b,c] adalah interval nilai-nilai paling mungkin. Bilangan samar segitiga, M dan trapezoidal M' diilustrasikan dalam Gambar 4.



Gambar 4 Bilangan Samar Segitiga / Trapezoidal



Gambar 5 Penjumlahan Dua Bilangan Samar

Operasi Aljabar Bilangan Samar

Operasi aljabar bilangan samar meliputi penjumlahan, pengurangan, pengalian, dan pembagian. Karena FLASH berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan saja maka hanya operasi-operasi inilah yang dituliskan di sini.

a. Penjumlahan bilangan samar
   Penjumlahan bilangan samar M dan N dapat dilakukan dengan dua cara.

   Pertama, menggunakan α-cut. Tentukan set level α dari M dan N menggunakan interval kepercayaan (derajat keanggotaan) sebagai $M\alpha = [m_1,m_2]$ dan $N\alpha = [n_1,n_2]$. Penjumlahan M dan N dapat dituliskan kembali sebagai:

   $$M\alpha\ (+)\ N\alpha = [m_1+n_1,m_2+n_2] \quad (4)$$

   Penjumlahan dua bilangan samar secara grafis dipresentasikan dalam Gambar 5. Untuk mendapatkan level α dari $M\alpha(+)N\alpha$, inversikan m_1 menjadi $\mu^{-1}{}_M(\alpha)$ sehingga $\mu_M(m_1) = \alpha$. Demikian pula untuk m_2,n_1, and n_2. Karena itu, persamaan (4) dapat dituliskan kembali menjadi:

   $$M_\alpha\ (+)\ N\alpha = Z\ [z_1(\alpha),z_2(\alpha)] =$$

   $$[\mu^{-1}{}_{M1}(\alpha)+\mu^{-1}{}_{N1}(\alpha),\mu^{-1}{}_{M2}(\alpha)+\mu^{-1}{}_{N2}(\alpha)] \quad (5)$$

   sedemikian sehingga $\alpha = \mu^{-1}(z_1) = \mu^{-1}(z_2)$.

   Kedua, menggunakan Max-min *convolution* Bila $x,y,z \in R$ maka penjumlahan M dan N dihitung menggunakan:

   $$\mu_{M_\alpha}\ (+)\ \mu_{N_\alpha}\ (z) = \max_{z=x+y}\ (\mu_{M_\alpha}(x) \wedge \mu_{N_\alpha}(y)) \quad (6)$$

b. Pengurangan Bilangan Samar
   Pengurangan bilangan samar dapat dilakukan menggunakan α-cut atau max-min *convolution* sebagaimana dijelaskan di depan dengan mengubah N menjadi –N sehingga:

   $$M\alpha\ (-)\ N\alpha = [m_1- n_1,m_2-n_2] \quad (7)$$

   $$\mu_{M_\alpha}\ (-)\ \mu_{N_\alpha}\ (z) = \max_{z=x-y}\ (\mu_{M_\alpha}(x) \wedge \mu_{N_\alpha}(y)) \quad (8)$$

Posibilitas dan Probabilitas

FLASH menerapkan terminologi posibilitas bukan probabilitas dalam menyatakan ketidakpastian. Ada beberapa perbedaan antara keduanya walaupun mempunyai rentang semesta yang sama yaitu antara 0 dan 1:

a. Probabilitas erat kaitannya dengan data historis dan analisis statistik. Posibilitas diperoleh berdasarkan pengamatan-pengamatan yang mungkin tidak akurat, tidak tepat, subjektif, dan intuitif tetapi masih dalam pertimbangan logis. Ketidaktepatan muncul dari beberapa sumber yaitu tidak dapat dikuantifikasikan, tidak lengkap, tidak dapat diperoleh, atau ada sebagian informasi yang terabaikan.
b. Posibilitas tinggi tidak berarti probabilitasnya tinggi. Ini terjadi karena probabilitas didasarkan pada sampling acak di mana terjadinya suatu sampel mempunyai peranan penting. Di lain pihak, posibilitas tidak mendasarkan analisisnya pada data statistik tetapi lebih kepada pertimbangan logis semata.
c. Dalam teori set samar, posibilitas dinyatakan dalam π_x sementara probabilitas dalam P(x). Fungsi kerapatan posibi-litas adalah sama dengan fungsi keanggotaannya (μ_x) atau $\pi_x \cong \mu_x$ [4].

FLASH

FLASH pada dasarnya sama dengan CPM dalam hal *activity on arrow* (AOA) diagram dan perhitungannya kecuali karakteristik durasinya. Durasi aktivitas i-j dinyatakan dalam tiga nilai berbeda: batas bawah, paling mungkin, dan batas atas. Karena FLASH mengasumsikan durasi aktivitas dinyatakan dalam bilangan samar segitiga, ketiga nilai tersebut merupakan nilai l, m, dan u atau $D_{i\text{-}j}(l,m,u)$. Untuk *node* i, *Early start* (E_i), dan *latest start* (L_i) merupakan bilangan samar juga tetapi tidak harus selalu bilangan samar segitiga.

Perhitungan Maju

Perhitungan maju adalah perhitungan yang dimulai dari node '*start*' dan bergerak ke '*end*' yang didefinisikan sebagai:

$$E_j = \max_i \{E_i + D_{ij}\} \quad (9)$$

untuk semua aktivitas yang didefinisikan (i,j) di mana:

E_i : *early start* node i (dalam bilangan samar)
E_j : *early start* node j (dalam bilangan samar)
D_{ij} : durasi aktivitas i-j (dalam bilangan samar segitiga)

Pada hubungan seri, hanya ada satu aktivitas predesesor, persamaan (9) merupakan penjumlahan antara dua bilangan samar. Masalah akan muncul apabila jumlah aktivitas predesesor lebih dari satu (konvergen), artinya ada beberapa bilangan samar yang harus dibandingkan untuk menentukan bilangan yang paling maksimum. Hwang [1] merumuskan suatu operasi yang disebut Fuzzy Max yang merupakan operasi dual dari dua atau lebih bilangan samar. Fuzzy Max didefinisikan sebagai:

$$M_\alpha(\vee)\, N_\alpha = [m_1 \vee n_1,\, m_2 \vee n_2], \text{ atau} \quad (10)$$

$$\mu_{M(\vee)N}(z) = \max_{z = x \vee y} (\mu_M(x) \wedge \mu_N(y)) \quad (11)$$

Secara grafis, Fuzzy Max dipresentasikan dalam Gambar 6. Persamaan (9) dapat dituliskan kembali untuk mendefinisikan derajat keanggotan E_j:

$$\mu_{Ej} = \max_i \{\mu_{Ei+Dij}\} \quad (12)$$

Perhitungan Mundur

Perhitungan mundur menghitung dari node '*end*' dan bergerak ke node '*start*'. Ini digunakan untuk menentukan *latest start* node i di mana:

$$L_i = \min_j \{L_j - D_{ij}\} \text{ untuk semua aktivitas i,j} \quad (13)$$

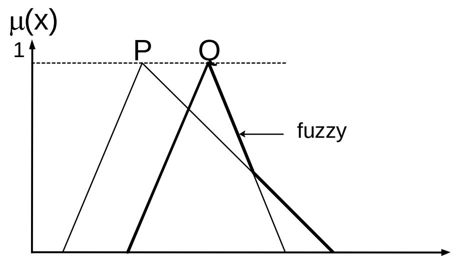
Sama halnya dengan perhitungan maju, bila terdapat hanya satu suksesor, L_i menjadi pengurangan antara dua bilangan samar, L_j dan D_{ij}. Baik persamaan (7) atau (8) dapat digunakan menyelesaikan perhitungan. Namun demikian bila terdapat lebih dari satu suksesor (divergen), hal ini membutuhkan perbandingan antar-bilangan samar untuk menentukan bilangan samar yang paling minimum. Pada kasus ini, Fuzzy Min bisa diterapkan. Fuzzy Min merupakan operasi dual yang berkaitan dengan irisan (*intersection*) dan didefinisikan sebagai:

$$M_\alpha(\wedge)\, N_\alpha = [m_1 \wedge n_1,\, m_2 \wedge n_2] \text{ atau} \quad (14)$$

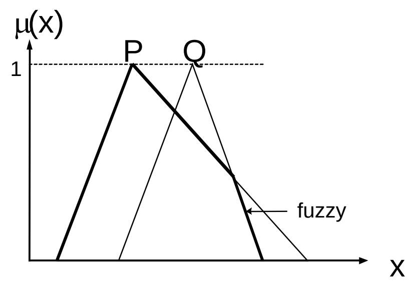
$$\mu_{M(\wedge)N}(z) = \max_i [\mu_M(x) \wedge \mu_N(y)) \quad (15)$$

Fuzzy Min dari dua bilangan samar, P dan Q secara grafis diperlihatkan pada Gambar 7. Persamaan (13) dapat dituliskan kembali untuk menentukan fungsi keanggotaan L_i :

$$\mu_{Li} = \min_j \{\mu_{Lj - Dij}\} \quad (16)$$



Gambar 6. Contoh Fuzzy Max



Gambar 7. Contoh Fuzzy Min

Waktu Ambang (Floats)

Ada tiga tipe waktu ambang, waktu ambang total (TF), bebas (FF), dan independen (IF). TF suatu aktivitas adalah jumlah unit waktu aktivitas yang dapat diundurkan tanpa berpengaruh pada waktu penyelesaian total proyek. FF adalah jumlah unit waktu aktivitas yang dapat diundurkan tanpa berpengaruh pada ambang total aktivitas sesudahnya, sementara IF adalah jumlah unit waktu aktivitas yang dapat diundurkan tanpa mempengaruhi TF dari aktivitas suksesor dan predesesor.

$$TF_{ij} = L_j - E_i - D_{ij} \quad (17)$$
$$FF_{ij} = E_j - E_i - D_{ij}$$
$$IF_{ij} = E_j - L_i - D_{ij}$$

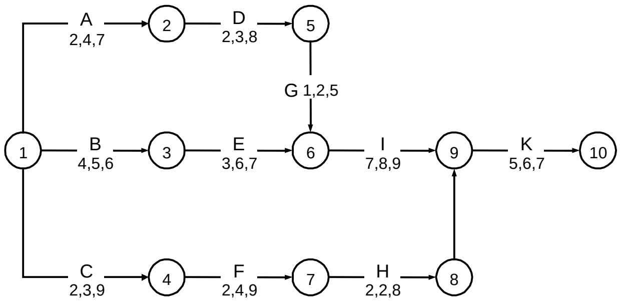
Karena E_i, E_j, L_i, and D_{ij} adalah bilangan samar maka TF, FF dan IF juga merupakan bilangan samar pula.

STUDI KASUS

Studi kasus diambil dari Gambar 8 dengan informasi ditabulasikan dalam Tabel 1.

Tabel 1 Studi Kasus

No	Aktivitas	i	j	Durasi	Ketergan-tungan
1	A	1	2	$D_{12}(2,4,7)$	-
2	B	1	3	$D_{13}(4,5,6)$	-
3	C	1	4	$D_{14}(2,3,9)$	-
4	D	2	5	$D_{25}(2,3,8)$	A
5	E	3	6	$D_{36}(3,6,7)$	B
6	F	4	7	$D_{47}(2,4,9)$	C
7	G	5	6	$D_{56}(1,2,5)$	D
8	H	7	8	$D_{78}(2,2,8)$	F
9	I	6	9	$D_{69}(7,8,9)$	G,E
10	J	8	9	$D_{89}(2,6,10)$	H
11	K	9	10	$D_{910}(5,6,7)$	I,J



Gambar 8. Studi Kasus

Bila $E_1 = 0$ (waktu mulai proyek), E_2 dihitung berdasarkan persamaan (9) yaitu $E_2 = E_1 + D_{12}(2,4,7)$. Fungsi keanggotaan E_1 adalah sebuah bilangan samar L-R dengan $\alpha=\beta=0$ sehingga $E_1(0,0,0)$. Menggunakan persamaan (8), fungsi keanggotan E_1 didefinisikan sebagai:

$$\mu_{E1}(x) = \begin{cases} 0, x \le 2 \\ (x-2)/2, 2 < x \le 4 \\ (7-x)/3, 4 < x \le 7 \\ 0, x > 7 \end{cases}$$

Pada suatu level, α, x akan mempunyai dua nilai yang berbeda yaitu:

$\alpha = (x_1-2)/2 = (7-x_2)/3$ or
$x_1 = 2\alpha + 2$ and $x_2 = 7 - 3\alpha$

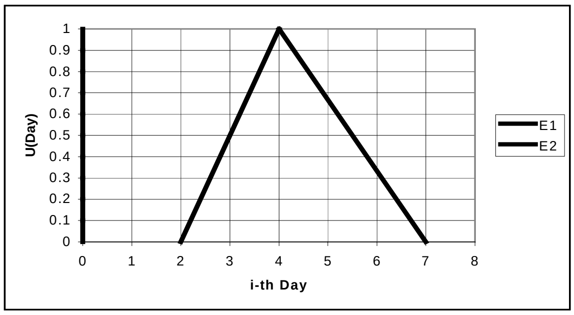
Menggunakan α-cut, penjumlahan E_1 dan D_{12} akan menghasilkan: $E_2(E_2^*,E_2^{**}) = (0+2\alpha+2,0+7-3\alpha) = E_2(2\alpha+2,7-3\alpha)$ yang bila diinversikan akan menghasilkan:

$\alpha = (E_2^*-2)/2 = (7-E_2^{**})/3$.

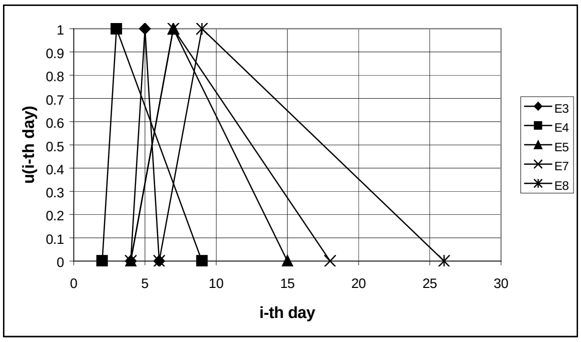
Fungsi keanggotan E_2 didefinisikan sebagai

$$\mu_{E2} = \begin{cases} 0, E_2 \le 2 \\ (E_2 - 2)/2, 2 < E_2 \le 4 \\ (7 - E_2)/3, 4 < E_2 \le 7 \\ 0, E_2 > 7 \end{cases}$$

Dengan cara yang sama E_5, E_3, E_4, E_7, E_8 dapat diperoleh beserta fungsi keanggotaan masing-masing. Secara grafis, nilai-nilai ini disajikan dalam Gambar 9 dan 10



Gambar 9 Bilangan Samar dari E_1 and E_2



Gambar 10 Bilangan Samar E3,E4,E5,E7,E8

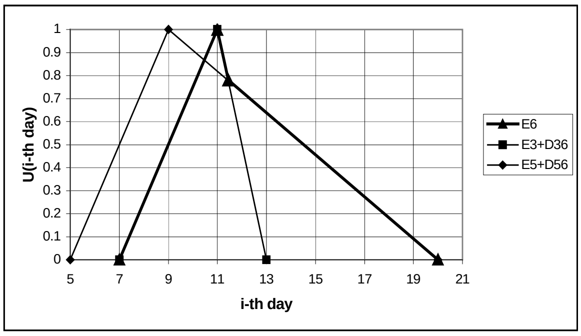
Karena ada dua aktivitas yang berakhir pada *node* 6 yaitu aktivitas 5-6 dan 3-6, E_6 menjadi $\max(E_5+D_{56}, E_3+D_{36})$ di mana $E_5+D_{56} = (4\alpha+9,20-11\alpha)$ dan $E_3+D_{36} = (4\alpha+7,13-2\alpha)$. Oleh karena itu, $E_6 = \max\ (4\alpha+9 \vee 4\alpha+7, 20-11\alpha \vee 13-2\alpha)$. Berubahnya nilai α akan diperoleh hasil yang berbeda yaitu:
$0 \le \alpha \le 0.78$, $E_5+D_{56} \vee E_3+D_{36} = (4\alpha+7,20-11\alpha)$
$0.78 \le \alpha \le 1.0$, $E_5+D_{56} \vee E_3+D_{36} = (4\alpha+7,13-2\alpha)$.
Fungsi keanggotaannya adalah

$$\mu_{E6} = \begin{cases} 0, E_6 \le 7 \\ (E_6 - 7)/4,\ 7 < E_6 \le 11 \\ (13 - E_6)/2,\ 11 < E_6 \le 11.44 \\ (20 - E_6)/11, 11.44 < E_6 \le 20 \\ 0, E_6 > 20 \end{cases}$$

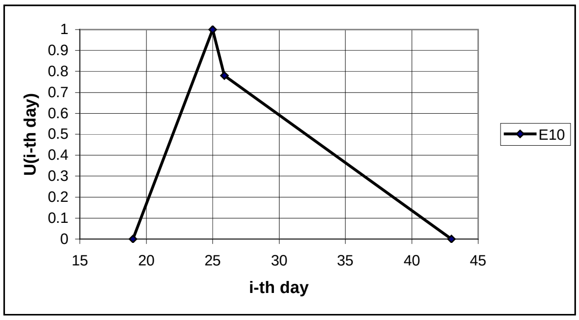
Secara grafis, fungsi keanggotaan E_6 disajikan dalam Gambar 11. Dengan cara yang sama, E_9 dapat diperoleh. *Early finish* proyek adalah E_9+D_{910} yang didefinisikan:

$$\mu_{E10} = \begin{cases} 0, E_{10} \le 19 \\ (E_{10} - 19)/6,\ 19 < E_{10} \le 25 \\ (29 - E_{10})/4,\ 25 < E_{10} \le 25.88 \\ (43 - E_{10})/22, 25.88 < E_{10} \le 43 \\ 0, E_{10} > 43 \end{cases}$$

Early finish proyek disajikan secara grafis dalam Gambar 12.



Gambar 11. *Early Start* E6



Gambar 12. *Early Finish* Proyek

Perhitungan Mundur

Perhitungan mundur dilakukan dengan operasi pengurangan dan Fuzzy Min. Misal, *latest start* node 9 (L_9) didefinisikan sebagai $L_9 = E_{10} - D_{910}$ di mana D_{910} didefinisikan sebagai:

$$\mu_{D910} = \begin{cases} 0, D_{910} \le 5 \\ D_{910} - 5,\ 5 < D_{910} \le 6 \\ 7 - D_{910}\ 6 < D_{910} \le 7 \\ 0, D_{910} > 7 \end{cases}$$

Dengan menggunakan α-cut, saat $0 \le \alpha \le 0.78$, $L_9 = (6\alpha+19 - (\alpha-7), 43\text{-}22\alpha - (\alpha+5) = (7\alpha + 12, 38\text{-}23\alpha)$. Saat $0.78 \le \alpha \le 1.00$, $L_9 = (6\alpha+19 - (\alpha - 7), 29 - 4\alpha - (\alpha+5) = (7\alpha + 12, 24\text{-} 5\alpha)$ sehingga:

$$\mu_{L9} = \begin{cases} 0, L_9 \le 12 \\ (L_9 - 12)/7,\ 12 < L_9 \le 19 \\ (24 - L_9)/5,\ 19 < L_9 \le 20.10 \\ (38 - L_9)/23,\ 20.10 < L_9 \le 38 \\ 0, L_9 > 38 \end{cases}$$

Dengan cara yang sama L_8,L_7,L_6,L_5,L_4,L_3, dan L_2 dapat diperoleh. Hal yang harus diingat yaitu nilai-nilai ini harus non-negatif sehingga bila ada di antaranya mempunyai nilai negatif maka nilai tersebut dapat diabaikan.

Karena ada tiga aktivitas yang bermuara di node 1 yaitu aktivitas 1-2,1-3, dan 1-4, L_1 menjadi min (L_2-D_{12}, L_3-D_{13}, L_4-D_{14}). dengan menggunakan fuzzy min, L_1 didefinisikan sebagai:

$$\mu_{L1} = \begin{cases} 0, L_1 \le -24 \\ (L_1 + 24)/28,\ -24 < L_1 \le -2.2 \\ (L_1 + 10)/10,\ 0 < L_1 \le 2.2 \\ (24 - L_1)/28,\ 2.2 < L_1 \le 24 \\ 0, L_1 > 24 \end{cases}$$

Tetapi karena L_1 adalah non-negatif, μ_{L1} didefinisikan ulang sebagai:

$$\mu_{L1} = \begin{cases} (L_1 + 10)/10,\ 0 < L_1 \le 2.2 \\ (24 - L_1)/28,\ 2.2 < L_1 \le 24 \\ 0, L_1 > 24 \end{cases}$$

Waktu Ambang

Setelah diperoleh E_i dan L_i untuk ∀(semua) i, waktu ambang masing-masing dapat ditentukan. Perhitungannya menyangkut operasi pengurangan menggunakan α-cut. Sebagai contoh, TF untuk aktivitas 6-9 ditentukan:
untuk $0 \le \alpha \le 0.78$: $TF_{6\text{-}9} = L_9 - E_6 - D_{69} = [19\alpha\text{-}17, 24\text{-}28\alpha]$ dan untuk $0.78 \le \alpha \le 1.00$: $TF_{6\text{-}9} = [10\alpha\text{-}10, 10\text{-}10\alpha]$ sehingga:

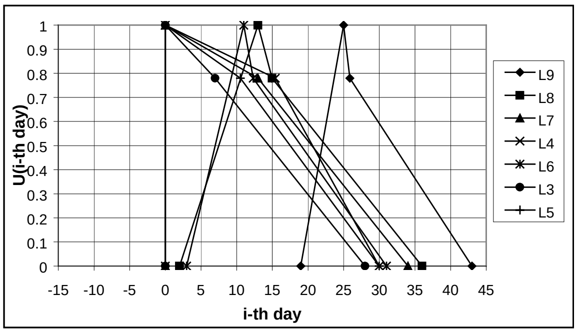
$$\mu_{TF} = \begin{cases} 0, TF_{69} \le -17 \\ (TF_{69} + 17)/19,\ -17 < TF_{69} \le -2.18 \\ (TF_{69} + 10)/10,\ -2.18 < TF_{69} \le 0 \\ (10 - TF_{69})/10, 0 < TF_{69} \le 2.2 \\ (24 - TF_{69})/28,\ 2.2 < TF_{69} \le 24 \\ 0, TF_{69} > 24 \end{cases}$$

FF dan IF dapat dihitung dengan cara sama.

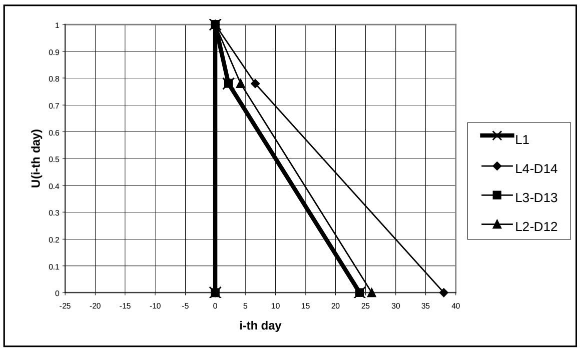
Perbandingan dengan PERT

Hasil yang diperoleh menunjukkan *earliest finish* proyek berada dalam kisaran 19 hari dan 43 hari dengan waktu yang paling mungkin adalah 25 hari. Semakin besar perbedaan suatu nilai dengan nilai ini akan semakin rendah derajat keanggotaannya. Sebagai contoh, posibilitas proyek selesai 23 hari adalah 0.67. Namun demikian posibilitas proyek selesai dalam waktu 27 hari adalah 0.73. Hasil ini berbeda dengan PERT di mana semakin besar suatu nilai dibandingkan terhadap *mean*nya akan semakin besar pula probabilitasnya. Probabilitas tertinggi teoretis akan tercapai bila nilai tersebut adalah tak terhingga. Metoda FLASH mengasumsikan bahwa semua pekerjaan dilaksanakan dalam operasi dan kondisi yang sangat normal sehingga posibilitas untuk dapat lebih cepat atau lambat akan semakin rendah tergantung pada perbedaannya terhadap kondisi normal tersebut.

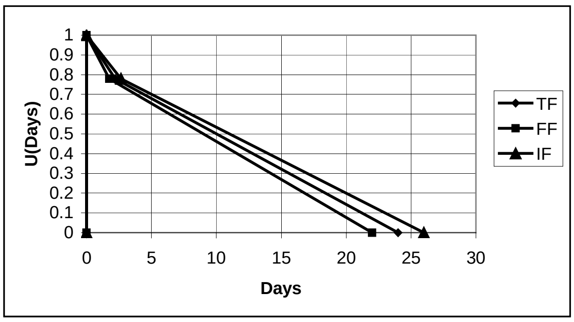
Apabila digunakan analisis PERT dengan *mean* dan varians waktu penyelesaian adalah 24.67 dan 0.78, probabilitas waktu penyelesaian kurang daripada 23 hari adalah 0.03 atau hanya 3%! Sementara probabilitas waktu penyelesaian kurang daripada 27 hari adalah 93.9% tetapi dengan jalur kritis 1-4-7-8-9-10 di mana *mean* dan variansnya adalah 23.33 dan 5.61 dan bukan jalur kritis yang sebenarnya, 1-3-6-9-10. Dengan *mean* dan varians sebesar 24.67 dan 0.78, probabilitas waktu penyelesaian kurang daripada 27 hari mencapai 99.6% !



Gambar 13 *Latest Start* L3,L4,L5,L6,L7,L8,L9



Gambar 14. *Latest Start* L_1



Gambar 15. TF,FF,IF Aktivitas 6-9

KESIMPULAN

Tulisan ini menyajikan suatu alternatif metoda penjadwalan yang diberi nama *Fuzzy Logic Application for Scheduling* (FLASH). FLASH mengasumsikan bahwa durasi bersifat tidak pasti dan mengekspresikannya ke terminologi posibilitas dan bukan probabilitas sebagaimana digunakan dalam PERT. Ada beberapa perbedaan antara keduanya. Probabilitas didasarkan pada data historis yang dianalis secara statistik sementara posibilitas didasarkan pada pengamatan yang mungkin tidak akurat, tidak tepat, subjektif, dan intuitif tetapi masih dalam pertimbangan logis. Kondisi ini sebenarnya lebih sesuai menggambarkan kenyataan yang ada di mana data historis yang layak sering kali sulit diperoleh.

Durasi aktivitas dalam FLASH dinyatakan dalam bilangan samar segitiga yang mencakup nilai batas bawah (l), paling mungkin (m) dan batas atas (u). Nilai yang paling mungkin mempunyai derajat keanggotaan tertinggi yaitu 1.0. Semakin jauh perbedaan suatu nilai dengan nilai ini akan mempunyai derajat keanggotaan yang lebih rendah. Karena FLASH menggunakan bilangan samar, maka operasi aljabarnya berbeda dengan bilangan nyata. Ada beberapa prosedur perhitungan di dalamnya.

FLASH memperhitungkan semua jalur dalam menentukan waktu penyelesaian proyek (total durasi proyek) karena FLASH mengasumsikan bahwa semua jalur mempunyai kontribusi yang sama terhadap total durasi.

REFERENCES

1. Ahuja, Hira N., et al., *Project Management: Technique in Planning and Controlling Construction Projects*, John Wiley&Sons, Canada, 1994.
2. Hwang, Ching Lai and Chen, Shu-Jen, *Fuzzy Multiple Attribute Decision-Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
3. Hwang, Ching Lai and Yoon, Kwangsun, *Multiple Attribute Decision-Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
4. Soemardi, Biemo. W. dan Wibowo, Andreas, 1998, Model Produktivitas Pemasangan Pelat Struktur Beton Pracetak pada Konstruksi Gedung dengan Menggunakan Konsep Samar, *Jurnal Teknik Sipil ITB,* Vol. 5 no. 3 Juli 1998: 125-132.