

Model Persediaan pada Produk yang Mendekati Masa Kadaluwarsa: Mempertimbangkan Diskon Penjualan dan Retur

Laila Nafisah^{1*}, Wellem Sally¹, Puryani¹

Abstract: Most products are sold in Mirota Campus Supermarkets have perishable nature. One of the strategies undertaken in product sales is by providing discounts on products approaching expiry date. The closer to the expiration date, then the discounts given per unit will increase. Allows product pemasoks can in returns with the terms and conditions agreed. In this paper, developed a model multi-item inventory for a product that has a shelf-life of taking into account discounts and product returns. Completion of the model is done with optimization approach based on parameters that influence in this model. Numerical examples are given at the end of this paper to illustrate the model settlement algorithms.

Keywords: EOQ, perishable product, discount of sale, backorder, return.

Pendahuluan

Persediaan merupakan sumber daya yang menganggur, sehingga keberadaannya dapat dipandang sebagai pemborosan dan ini berarti beban bagi suatu unit usaha dalam bentuk biaya yang lebih tinggi (Bahagia [1]). Salah satu produk yang sering menyebabkan pemborosan dalam persediaan adalah produk yang memiliki sifat kadaluwarsa. Oleh karena itu, keberadaannya perlu diminimasi.

Mirota Kampus Swalayan adalah sebuah *retailer* yang menjual berbagai macam produk kebutuhan sehari-hari. Salah satu bagian yang terpenting di swalayan ini adalah bagian produk makanan dan minuman. Sebagai pengelola, pihak Mirota Kampus menaruh perhatian khusus dan pengawasan yang baik pada bagian ini karena menyangkut masa kadaluwarsa produk. Kualitas, kesehatan, dan keselamatan konsumen menjadi dasar pelayanan yang sangat penting untuk diperhatikan bagi pihak pengelola dalam menyediakan produk kepada konsumen. Jika hal ini diabaikan, maka sangat membahayakan konsumen dan berakibat kerugian bagi pengelola.

Dalam menjalankan usahanya, Mirota Kampus Swalayan menjalin kerja sama dengan beberapa pemasok. Bentuk kontrak kerja sama yang disepakati dengan pemasok pun bermacam-macam, diantaranya adalah pemasok mengizinkan pihak Mirota Mirota Kampus untuk melakukan retur pada produk yang mendekati tanggal kadaluwarsa.

Produk yang diretur akan diganti/dikirim pada periode pemesanan berikutnya. Selain itu, untuk meningkatkan penjualan dan menghindari kerugian yang lebih besar lagi, mereka bersepakat menetapkan suatu strategi dengan cara memberikan diskon kepada konsumen terhadap produk yang mendekati tanggal kadaluwarsa dengan tingkatan-tingkatan tertentu. Semakin mendekati tanggal kadaluwarsa maka diskon per unit yang diberikan kepada konsumen akan semakin besar.

Semakin banyak produk yang disediakan, maka akan semakin banyak modal yang tertanam yang tidak dapat dipergunakan untuk keperluan lain yang lebih menguntungkan dan semakin besar pula resiko produk yang kadaluwarsa. Semakin sedikit produk yang tersedia, maka kemungkinan terjadinya kekurangan persediaan akan semakin besar. Akibatnya semakin besar pula terjadinya kehilangan kesempatan untuk mendapatkan keuntungan. Oleh karenanya pengendalian persediaan terhadap produk yang memiliki masa kadaluwarsa ini sangat perlu dilakukan untuk menghindari kerugian-kerugian yang timbul yang lebih besar lagi akibat kadaluwarsanya produk.

Penelitian mengenai model pengendalian persediaan untuk produk kadaluwarsa secara intensif telah banyak dilakukan oleh beberapa peneliti. Indrianti, *et al.* [2] telah melakukan penelitian tentang masalah persediaan bahan baku yang mempertimbangkan faktor kadaluwarsa. Model ini mempertimbangkan bahan baku yang telah kadaluwarsa masih bisa dijual dengan harga yang lebih rendah. Nafisah, *et al.* [3] mengembangkan model persediaan deterministik untuk produk yang memiliki masa kadaluwarsa dan produk kadaluwarsa tidak dapat dijual kembali tetapi produk dapat dikembalikan ke pemasok (diretur) sebelum tanggal kadaluwarsa

¹ Fakultas Teknologi Industri, Program Studi Teknik Industri, Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Yogyakarta, Jl. Babarsari 2 Tambakbayan Yogyakarta 55281, Indonesia. Email: lailanafisah71@gmail.com

* Penulis korespondensi

tiba. Produk yang diretur akan diganti/dikirim pada periode pemesanan berikutnya. Kekurangan persediaan diperbolehkan dan diatasi dengan *backorder*, dimana jumlah yang diatasi secara *backorder* tersebut sama dengan jumlah produk yang kadaluwarsa. Adapun dalam Singh *et al.* [4] telah dikembangkan model persediaan untuk produk kadaluwarsa dimana laju permintaannya konstan tetapi berbeda-beda untuk selang waktu tertentu. Karmakar *et al.* [5] telah mengkaji beberapa model persediaan yang mempertimbangkan adanya kekurangan persediaan akibat produk telah mengalami kadaluwarsa dengan pola permintaan yang berbeda-beda.

Penelitian tentang persediaan dengan mempertimbangkan faktor kadaluwarsa produk dengan mempertimbangkan diskon yang diberikan oleh pemasok juga telah dilakukan oleh Prasetyo, *et al.* [6,7]. Dimana dalam kedua penelitian tersebut kasus yang diangkat masih *single item*. Limansyah *et al.* [8] mengembangkan model persediaan untuk kasus *multi item* dengan pertimbangan prosentase kadaluwarsa dan unit diskon.

Jaya, *et al.* [9] menjelaskan bahwa banyak penelitian berikutnya berkembang dengan memperhatikan diskon harga, hal ini disebabkan oleh perlunya pemberian diskon harga untuk meningkatkan penjualan bagi barang yang akan kadaluwarsa. Bramorski [10] dalam observasinya menemukan bahwa 98% respondennya selalu memperhatikan waktu kadaluwarsa. Pada penelitian tersebut juga menyebutkan bahwa dengan meningkatkan nilai diskon pada produk yang mendekati tanggal kadaluwarsa, responden akan memiliki keinginan yang lebih besar untuk membeli produk-produk tersebut. Oleh sebab itu faktor diskon sangat perlu dipertimbangkan dalam penyusunan satu kebijakan.

Pada penelitian-penelitian terdahulu, umumnya diskon yang dipertimbangkan adalah diskon yang diberikan oleh pihak pemasok kepada pengecer. Padahal pada kenyataannya banyak juga pengecer yang memberlakukan diskon terhadap produk yang dijualnya yang mendekati kadaluwarsa. Widyadana *et al.* [11] telah melakukan penelitian mengenai model persediaan untuk produk yang memiliki masa kadaluwarsa dengan menerapkan strategi penurunan harga (*markdown policy*) untuk meningkatkan tingkat permintaan, dimana penurunan harga setiap periodenya berbeda-beda (*price dependent demand*).

Berdasarkan fenomena permasalahan yang dihadapi Mirota Kampus tersebut, maka pada penelitian ini akan dikembangkan model persediaan

yang mempertimbangkan faktor pemberian diskon penjualan kepada konsumen atas produk yang mendekati kadaluwarsa dengan tingkatan-tingkatan tertentu. Semakin mendekati tanggal kadaluwarsa maka diskon per unit yang diberikan akan semakin besar, sehingga dengan adanya diskon tersebut permintaannya menjadi berbeda-beda. Selain itu dipertimbangkan pula adanya faktor pengembalian produk. Adanya diskon penjualan per unit ini akan menyebabkan munculnya biaya *expired treatment* sebagai konsekuensi biaya yang muncul akibat hilangnya sebagian margin keuntungan dari adanya diskon yang diberlakukan.

Susunan pada makalah ini terbagi dalam empat bagian. Bagian pertama pendahuluan, bagian kedua adalah pengembangan model, bagian ketiga contoh numerik dan terakhir adalah kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dilakukan

Metode Penelitian

Notasi parameter yang digunakan dalam model ini sebagai berikut:

TC	: total biaya persediaan per tahun
PC	: total biaya pembelian per tahun
OC	: total biaya pesan per tahun
HC	: total biaya simpan per tahun
EC	: total biaya kadaluwarsa per tahun
SC	: total biaya kekurangan persediaan per tahun
RC	: total biaya retur per tahun
ETC	: total <i>expired treatment</i> per tahun
t_1	: waktu ketika diskon penjualan tahap pertama dimulai
t_2	: waktu ketika diskon penjualan tahap kedua dimulai
t_3	: waktu ketika diskon penjualan tahap ketiga dimulai
T	: panjang siklus dari produk datang hingga waktu kadaluwarsa
θ	: laju kadaluwarsa, $0 < \theta < 1$
P	: harga beli per unit
h	: biaya simpan
A	: biaya pesan per sekali pesan
π	: biaya <i>backorder</i>
A_r	: biaya retur per sekali retur
a	: harga jual per unit
R	: biaya retur per unit
I	: <i>rate of interest</i>
M	: <i>profit margin</i>
X	: besar diskon pada tahap perlakuan pertama, persen (%)
Y	: besar diskon pada tahap perlakuan kedua, persen (%)
Z	: besar diskon pada tahap perlakuan ketiga, persen (%)
x	: persentase <i>profit margin</i> yang hilang pada tahap pertama perlakuan diskon

- y : persentase profit *margin* yang hilang pada tahap kedua perlakuan diskon
- z : persentase profit *margin* yang hilang pada tahap ketiga perlakuan diskon
- ML_X : profit margin yang hilang per unit setelah dikenakan diskon sebesar $X\%$
- ML_Y : profit margin yang hilang per unit setelah dikenakan diskon sebesar $Y\%$
- ML_Z : profit margin yang hilang per unit setelah dikenakan diskon sebesar $Z\%$
- ETC_X : biaya *expired treatment* setelah dikenakan diskon sebesar $X\%$
- ETC_Y : biaya *expired treatment* setelah dikenakan diskon sebesar $Y\%$
- ETC_Z : biaya *expired treatment* setelah dikenakan diskon sebesar $Z\%$

Adapun notasi variabel yang digunakan dalam model ini sebagai berikut:

- $D(t)$: laju permintaan
- $I(t)$: level persediaan pada saat $0 \leq t \leq T$
- T_r : saat ketika retur dilakukan
- Q : kuantitas pemesanan
- Q_r : kuantitas produk yang di retur
- T_r^* : waktu retur optimal
- Q^* : kuantitas pemesanan optimal

Pengembangan Model

Penelitian ini merupakan pengembangan model persediaan yang berbasis studi kasus di Mirota Kampus Swalayan. Model dasar yang digunakan dalam pengembangan model di sini adalah modelnya Nafisah *et al* [3]. Dimana dalam model Nafisah *et al.* [3] telah dikembangkan model persediaan deterministik, *single item* yang mempertimbangkan adanya faktor kadaluwarsa dan pengembalian produk. Adapun pada penelitian ini akan dikembangkan

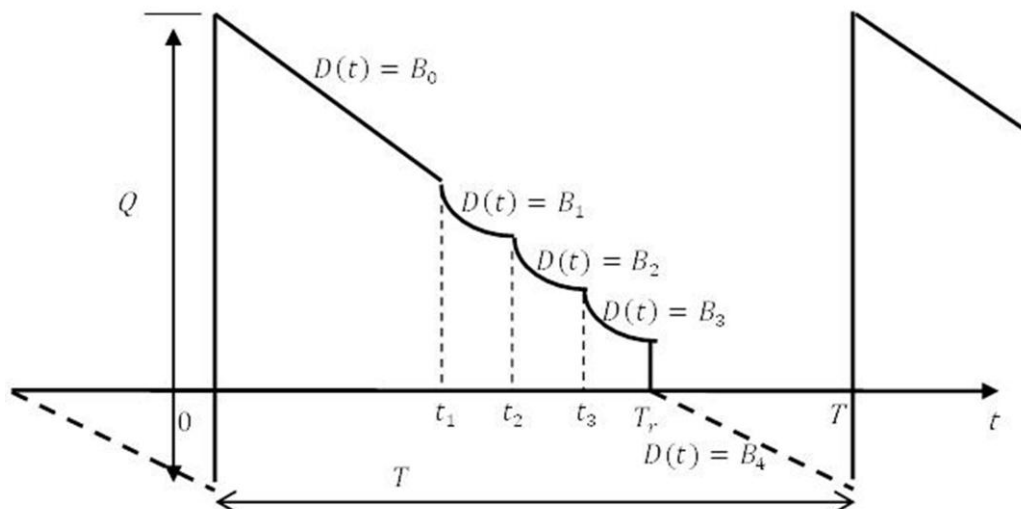
kan model persediaan deterministik yang memper-timbangkan kadaluwarsa dan retur, dimana laju permintaannya konstan tetapi berbeda-beda untuk selang waktu tertentu akibat dari adanya diskon penjualan secara bertahap sebelum produk menga-lami kadaluwarsa. Model yang diusulkan ini di-harapkan dapat menghasilkan kebijakan pengendalian persediaan yang tepat dalam menentukan berapa kuantitas pemesanan produk yang optimal, berapa kuantitas produk yang mendekati kadaluwarsa yang dapat di retur dan kapan retur dilaku-kan agar dapat meminimasi total biaya persediaan.

Asumsi dasar yang digunakan dalam penelitian ini adalah bahwa laju permintaan, $D(t)$, konstan tetapi berbeda-beda yang merupakan fungsi terhadap waktu, dimana:

$$D(t) = \begin{cases} B_0 & \text{untuk } 0 \leq t \leq t_1 \\ B_1 & \text{untuk } t_1 \leq t \leq t_2 \\ B_2 & \text{untuk } t_2 \leq t \leq t_3 \\ B_3 & \text{untuk } t_3 \leq t \leq T_r \\ B_4 & \text{untuk } T_r \leq t \leq T \end{cases} \quad (1)$$

Berdasarkan Gambar 1 tersebut, terlihat bahwa level persediaan pada model yang direpresentasikan merupakan *trapezoidal type demand rate*.

Pada saat $t = 0$, pesanan produk datang sebesar Q sehingga level persediaan mencapai titik maksi-mum. Kemudian dengan berjalannya waktu, maka level persediaan mulai berkurang dengan adanya permintaan yang datang, laju permintaan tersebut konstan tetapi berbeda-beda untuk setiap periodenya yang mengikuti persamaan (1). Perbedaan laju per-mintaan tersebut disebabkan karena adanya diskon penjualan secara bertahap yang diberikan perusa-haan kepada konsumen untuk meningkatkan ting-kat penjualan produk yang mendekati kadaluwarsa.



Gambar 1. Representasi level persediaan selama satu siklus T

Pada saat $t = T_r$ terjadi retur untuk semua produk yang mendekati kadaluwarsa. Pada saat retur dilakukan, level persediaan mencapai titik nol atau $I(T_r) = 0$. *Stockout* terjadi selama interval $[T_r, T]$ dan diatasi *full backorder* karena produk yang diretur seluruhnya akan dikirim kembali oleh pemasok secara bersamaan dengan pengiriman pesanan perusahaan pada periode berikutnya.

Berdasarkan notasi dan asumsi di atas, maka secara umum level persediaan selama $0 \leq t \leq T$ dapat dijelaskan sebagai;

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -D(t) \quad (2)$$

sehingga berdasarkan persamaan (1), akan diperoleh beberapa level persediaan sebagai berikut:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -B_0 \quad \text{untuk } 0 \leq t \leq t_1 \quad (3)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -B_1 \quad \text{untuk } t_1 \leq t \leq t_2 \quad (4)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -B_2 \quad \text{untuk } t_2 \leq t \leq t_3 \quad (5)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -B_3 \quad \text{untuk } t_3 \leq t \leq T_r \quad (6)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -B_4 \quad \text{untuk } T_r \leq t \leq T \quad (7)$$

Untuk mendeferensialkan persamaan (3) sampai (7), mengikuti cara sebagai berikut:

Pada $t = T_r$ level persediaan $I(t) = 0$, maka berdasarkan persamaan (7) diperoleh;

$$\frac{dI(t)}{dt} = -B_4; I(t) = \int_{T_r}^T -B_4 dt$$

$$I(t) = B_4(T_r - T) \quad \text{untuk } T_r \leq t \leq T \quad (8)$$

Persamaan umum (Jayashree [12]):

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q$$

$$y \cdot e^{\int P dx} = \int Q \cdot e^{\int P dx} dx + c \quad (10)$$

Pada $t_3 \leq t \leq T_r$ berdasarkan persamaan (6):

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -B_3$$

$$I(t) \cdot e^{\int \theta dt} = \int -B_3 \cdot e^{\int \theta dt} dt + C_3$$

$$I(t) \cdot e^{\theta t} = - \int B_3 \cdot e^{\theta t} dt + C_3$$

$$I(t) \cdot e^{\theta t} = - \frac{B_3}{\theta} \cdot e^{\theta t} + C_3$$

$$I(t) = - \frac{B_3}{\theta} + C_3 \cdot e^{-\theta t} \quad (11)$$

Pada saat $t = T_r$, level persediaan $I(T_r) = 0$, maka dari persamaan (11) diperoleh;

$$I(T_r) = - \frac{B_3}{\theta} + C_3 \cdot e^{-\theta T_r}$$

$$0 = - \frac{B_3}{\theta} + C_3 \cdot e^{-\theta T_r}$$

$$C_3 = \frac{B_3}{\theta} \cdot e^{\theta T_r} \quad (12)$$

Persamaan (12) disubstitusikan ke persamaan (11), diperoleh;

$$I(t) = \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta(T_r-t)} - 1) \quad \text{untuk } t_3 \leq t \leq T_r \quad (13)$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh level persediaan sebagai berikut

$$I(t) = \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta(t_3-t)} - 1) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) e^{-\theta t}$$

untuk $t_2 \leq t \leq t_3$ (14)

$$I(t) = \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta(t_2-t)} - 1) + \left\{ \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} e^{-\theta t}$$

untuk $t_1 \leq t \leq t_2$ (15)

$$I(t) = \frac{B_0}{\theta} (e^{\theta(t_1-t)} - 1) + \left\{ \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} e^{-\theta t}$$

untuk $0 \leq t \leq t_1$ (16)

Pada saat $t = 0$, $I(t = 0) = Q - B_4(T_r - T)$, maka berdasarkan persamaan (16) diperoleh;

$$Q = \frac{B_0}{\theta} (e^{\theta t_1} - 1) + \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) + B_4(T_r - T) \quad (17)$$

Total jumlah persediaan selama interval $[0, T_r]$:

$$m = \int_0^{T_r} I(t) dt$$

$$= \int_0^{t_1} \left\{ \frac{B_0}{\theta} (e^{\theta(t_1-t)} - 1) + \left\{ \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} e^{-\theta t} \right\} dt$$

$$+ \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta(t_2-t)} - 1) + \left\{ \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} e^{-\theta t} \right\} dt$$

$$+ \int_{t_2}^{t_3} \left\{ \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta(t_3-t)} - 1) + \left\{ \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} e^{-\theta t} \right\} dt +$$

$$\int_{t_3}^{T_r} \left\{ \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta(T_r-t)} - 1) \right\} dt$$

$$m = \frac{B_0}{\theta^2} (e^{\theta t_1} - 1) + \frac{B_1}{\theta^2} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta^2} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta^2} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) - \frac{B_3 \cdot T_r}{\theta} \quad (18)$$

Total jumlah *stockout* akibat produk diretur selama interval $[T_r, T]$:

$$S(x) = - \int_{T_r}^T I(t) dt$$

$$S(x) = - \int_{T_r}^T \{B_4(T_r - T)\} dt$$

$$S(x) = B_4(T_r - T)^2 \quad (19)$$

Fungsi tujuan dari model yang dikembangkan adalah minimasi total biaya persediaan per tahun (*TC*) yang terdiri dari biaya pembelian per tahun (*PC*), biaya pesan per tahun (*OC*), biaya simpan per tahun (*HC*), biaya kekurangan persediaan per tahun (*SC*), biaya *expired treatment* per tahun (*ETC*), dan biaya retur per tahun (*RC*).

Biaya Pembelian per Tahun

$$PC = P \cdot D \quad (20)$$

Biaya Pesan per Tahun

$$OC = \frac{A}{T} \quad (21)$$

Biaya Simpan per Tahun

$$HC = \frac{h}{2T} \left\{ \frac{B_0}{\theta^2} (e^{\theta t_1} - 1) + \frac{B_1}{\theta^2} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta^2} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta^2} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) - \frac{B_3 T_r}{\theta} \right\} \quad (22)$$

Biaya Kekurangan Persediaan per Tahun

Biaya kekurangan persediaan (*stockout*) adalah biaya yang harus dikeluarkan karena terjadinya kekurangan produk akibat dari adanya produk yang di retur. Diasumsikan konsumen loyal, sehingga konsumen mau menunggu untuk dipenuhi permintaannya pada periode yang akan datang (*stockout* diatasi secara *backorder*).

Biaya *stockout* per tahun merupakan perkalian antara biaya *backorder* /unit/tahun dengan rata-rata jumlah yang diretur selama setahun.

$$SC = \frac{\pi B_4}{2T} (T_r - T)^2 \quad (23)$$

Biaya Expired Treatment per Tahun

Biaya *expired treatment* adalah biaya yang hilang akibat dari adanya perlakuan diskon secara bertahap terhadap seluruh produk yang mendekati kadaluwarsa selama satu tahun.

Biaya *expired treatment* setahun merupakan perkalian antara rata-rata kuantitas yang dikenakan diskon per siklus dengan hilangnya *profit margin* setelah diberlakukan diskon dan jumlah siklus per tahun.

Profit margin yang hilang per siklus = (*profit margin*) x (persentase *profit margin* yang hilang setelah didiskon).

Harga jual = harga beli + *profit margin*
 $a = P + M$
 sehingga, *profit margin*:
 $M = a - P \quad (24)$

Asumsi:
Profit margin hilang pada diskon tahap pertama perlakuan diskon setelah didiskon sebesar x % dari *profit margin* pada harga normal

Profit margin hilang pada diskon tahap kedua perlakuan diskon setelah didiskon sebesar y % dari *profit margin* total pada harga normal

Profit margin hilang pada diskon tahap ketiga perlakuan diskon setelah didiskon sebesar z % dari *profit margin* total pada harga normal, maka *profit margin* yang hilang per unit setelah diberlakukan diskon berdasarkan perlakuan diskon yang digunakan yaitu:

Untuk diskon pada tahap pertama
 $ML_X = (a - P) \cdot x \%$ (25)

Untuk diskon pada tahap kedua
 $ML_Y = (a - P) \cdot y \%$ (26)

Untuk diskon pada tahap ketiga
 $ML_Z = (a - P) \cdot z \%$ (27)

Nilai x, y, z ditentukan berdasarkan persamaan:
 $x = \frac{ML_X}{M}, y = \frac{ML_Y}{M}, z = \frac{ML_Z}{M}$ (28)

sedangkan nilai X, Y, Z ditentukan berdasarkan persamaan:

$$X = \frac{ML_X}{a}, Y = \frac{ML_Y}{a}, Z = \frac{ML_Z}{a} \quad (29)$$

dimana besarnya $x < y < z$ dan $X < Y < Z$

Sehingga biaya *expired treatment* per tahun:

$$ETC = ETC_X + ETC_Y + ETC_Z \quad (30)$$

Jika terdapat kondisi bahwa:

1. Tahap perlakuan pertama dilakukan diskon sebesar X % dari harga jual produk, terjadi pada saat $t_1 \leq t \leq t_2$, maka biaya *expired treatment* per tahun:

$$ETC_X = \frac{ML_X}{2T} \left\{ \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta(t_2-t)} - 1) + \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} e^{-\theta t} dt \right\}$$

$$ETC_X = \frac{ML_X}{2T} \left\{ \frac{B_1}{\theta^2} (e^{\theta(t_2-t_1)} - 1) - \frac{B_1}{\theta} (t_2 - t_1) - \frac{B_2}{\theta^2} (e^{-\theta t_2} - e^{-\theta t_1}) \{ (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \} \right\} \quad (31)$$

2. Tahap perlakuan kedua dilakukan diskon sebesar Y % dari harga jual produk, terjadi pada saat $t_2 \leq t \leq t_3$, maka biaya *expired treatment* per tahun:

$$ETC_Y = \frac{ML_Y}{2T} \left\{ \int_{t_2}^{t_3} \left\{ \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta(t_3-t)} - 1) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} e^{-\theta t} dt \right\}$$

$$ETC_Y = \frac{ML_Y}{2T} \left\{ \frac{B_2}{\theta^2} (e^{\theta(t_3-t_2)} - 1) - \frac{B_2}{\theta} (t_3 - t_2) - \frac{B_3}{\theta^2} (e^{-\theta t_3} - e^{-\theta t_2}) (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} \quad (32)$$

3. Tahap perlakuan ketiga dilakukan diskon sebesar Z % dari harga jual produk, terjadi pada saat $t_3 \leq t \leq T_r$, maka biaya *expired treatment* per tahun:

$$ETC_Z = \frac{ML_Z}{2T} \int_{t_3}^{T_r} \left\{ \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta(T_r-t)} - 1) \right\} dt$$

$$ETC_Z = \frac{ML_Z}{2T} \left\{ \frac{B_3}{\theta^2} (e^{\theta(T_r-t_3)} - 1) - \frac{B_3}{\theta} (T_r - t_3) \right\} \quad (33)$$

Total biaya *expired treatment* per tahun:

$$ETC = \frac{ML_X}{2T} \left\{ \frac{B_1}{\theta^2} (e^{\theta(t_2-t_1)} - 1) - \frac{B_1}{\theta} (t_2 - t_1) - \frac{B_2}{\theta^2} (e^{-\theta t_2} - e^{-\theta t_1}) \{ (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \} \right\}$$

$$+ \frac{ML_Y}{2T} \left\{ \frac{B_2}{\theta^2} (e^{\theta(t_3-t_2)} - 1) - \frac{B_2}{\theta} (t_3 - t_2) - \frac{B_3}{\theta^2} (e^{-\theta t_3} - e^{-\theta t_2}) (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} +$$

$$\frac{ML_Z}{2T} \left\{ \frac{B_3}{\theta^2} (e^{\theta(T_r-t_3)} - 1) - \frac{B_3}{\theta} (T_r - t_3) \right\} \quad (34)$$

Biaya Retur per Tahun

Biaya retur adalah biaya yang dikeluarkan akibat melakukan retur. Diasumsikan bahwa produk yang diretur akan diganti oleh pemasok dengan produk yang sama dalam jumlah dan jenis dengan masa kadaluwarsa lebih panjang.

Biaya retur terdiri dari biaya per sekali retur dan biaya per unit produk yang harus ditanggung pihak Mirota akibat melakukan retur.

Pihak pemasok hanya menerima retur untuk produk yang mendekati kadaluwarsa sekurang-kurangnya selama $(T - T_r)$ dari tanggal kadaluwarsa produk tersebut.

Biaya retur merupakan penjumlahan dari biaya retur per sekali retur dan konsekuensi biaya yang harus ditanggung pihak Mirota akibat melakukan retur sejumlah Q_r .

Besarnya rata-rata konsekuensi biaya per tahun yang harus ditanggung akibat melakukan retur adalah biaya retur per unit dikalikan dengan rata-rata jumlah yang diretur per siklus dan banyaknya siklus dalam setahun;

$$C_r = \frac{R}{2} \left\{ \frac{B_0}{\theta} (e^{\theta t_1} - 1) + \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) - B_4(T_r - T) - B_0 \cdot t_1 - B_1(t_2 - t_1) - B_2(t_3 - t_2) - B_3(T_r - t_3) \right\} \quad (35)$$

Total Biaya Retur per Tahun:

$$RC = \frac{1}{T} \left\{ A_r + \frac{R}{2} \left\{ \frac{B_0}{\theta} (e^{\theta t_1} - 1) + \frac{B_1}{\theta} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) - B_4(T_r - T) - B_0 \cdot t_1 - B_1(t_2 - t_1) - B_2(t_3 - t_2) - B_3(T_r - t_3) \right\} \right\} \quad (36)$$

Total Biaya Persediaan per Tahun:

$$TC = P \cdot D + \frac{A}{T} + \frac{h}{2T} \left\{ \frac{B_0}{\theta^2} (e^{\theta t_1} - 1) + \frac{B_1}{\theta^2} (e^{\theta t_2} - e^{\theta t_1}) + \frac{B_2}{\theta^2} (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + \frac{B_3}{\theta^2} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) - \frac{B_3 \cdot T_r}{\theta} \right\} + \frac{\pi B_4}{2T} (T_r - T)^2 + \frac{ML_X}{2T} \left\{ \frac{B_1}{\theta^2} (e^{\theta(t_2-t_1)} - 1) - \frac{B_1}{\theta} (t_2 - t_1) - \frac{B_2}{\theta^2} (e^{-\theta t_2} - e^{-\theta t_1}) \right\} \left\{ (e^{\theta t_3} - e^{\theta t_2}) + (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) \right\} + \frac{ML_Y}{2T} \left\{ \frac{B_2}{\theta^2} (e^{\theta(t_3-t_2)} - 1) - \frac{B_2}{\theta} (t_3 - t_2) - \frac{B_3}{\theta^2} (e^{-\theta t_3} - e^{-\theta t_2}) \right\} (e^{\theta T_r} - e^{\theta t_3}) + \frac{ML_Z}{2T} \left\{ \frac{B_3}{\theta^2} (e^{\theta(T_r-t_3)} - 1) - \frac{B_3}{\theta} (T_r - t_3) \right\} + \frac{1}{T} \left\{ A_r + \frac{RB_4}{2} (T_r - T)^2 \right\} \quad (37)$$

Untuk menentukan kapan saat retur dilakukan (T_r optimal) dalam rangka meminimasi total biaya

persediaan per tahun, maka persamaan (37) didiferensialkan sedemikian rupa sehingga $\frac{\partial TC}{\partial T_r} = 0$ sehingga diperoleh;

$$\frac{\partial TC}{\partial T_r} = \frac{h \cdot B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - 1) + \pi \cdot B_4(T_r - T) + \frac{ML_X \cdot B_2}{\theta} (e^{-\theta t_2} - e^{-\theta t_1}) e^{\theta T_r} + \frac{ML_Y \cdot B_3}{\theta} (e^{-\theta t_3} - e^{-\theta t_2}) e^{\theta T_r} + \frac{ML_Z \cdot B_3}{\theta} (e^{\theta(T_r-t_3)} - 1) + RB_4(T_r - T) = 0 \quad (38)$$

Berdasarkan persamaan (38), terlihat bahwa untuk mencari nilai T_r yang optimal ternyata masih mengandung variabel T_r .

Dimisalkan

$$f(T_r) = \frac{h \cdot B_3}{\theta} (e^{\theta T_r} - 1) + \pi \cdot B_4(T_r - T) + \frac{ML_X \cdot B_2}{\theta} (e^{-\theta t_2} - e^{-\theta t_1}) e^{\theta T_r} + \frac{ML_Y \cdot B_3}{\theta} (e^{-\theta t_3} - e^{-\theta t_2}) e^{\theta T_r} + \frac{ML_Z \cdot B_3}{\theta} (e^{\theta(T_r-t_3)} - 1) + RB_4(T_r - T) \quad (39)$$

Pada $T_r = t_3$, $f(t_3) < 0$ dan pada $T_r = T$, $f(T) > 0$, sedangkan $\frac{\partial f(T_r)}{\partial T_r} > 0$.

T_r optimal yang meminimasi TC diperoleh jika dan hanya jika $t_3 < T_r^*$

Besarnya kuantitas pemesanan yang optimal, Q^* , dinyatakan sebagai

$$Q^* = I(t = 0) + S(x) \quad (40)$$

Untuk mencari T_r^* , persamaan (38) dapat disederhanakan sebagai berikut;

$$T_r = \frac{1}{\theta \cdot B_4(\pi + R)} \{ hB_3 + \theta B_4 T(\pi + R) + ML_Z B_3 \} - \frac{1}{\theta \cdot B_4(\pi + R)} \{ hB_3 + ML_X B_2 (e^{-\theta t_2} - e^{-\theta t_1}) + ML_Y B_3 (e^{-\theta t_3} - e^{-\theta t_2}) + ML_Z B_3 e^{-\theta t_3} \} e^{\theta T_r} \quad (41)$$

Jika,

$$E = \frac{1}{\theta \cdot B_4(\pi + R)} \{ hB_3 + \theta B_4 T(\pi + R) + ML_Z B_3 \}$$

$$F = \frac{1}{\theta \cdot B_4(\pi + R)} \{ hB_3 + ML_X B_2 (e^{-\theta t_2} - e^{-\theta t_1}) + ML_Y B_3 (e^{-\theta t_3} - e^{-\theta t_2}) + ML_Z B_3 e^{-\theta t_3} \}$$

$$U = \ln \frac{E}{F}$$

Maka

$$T_r^* = E - F e^{\theta T_r}$$

Maka persamaan (41) dapat dituliskan sebagai

$$U = \ln T_r^* + \theta T_r \quad (42)$$

Tahap Penyelesaian Model

Tahapan penyelesaian model mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

- Menentukan *profit margin* setelah diberlakukan *discount* berdasarkan perlakuan *discount* yang digunakan, dengan persamaan (25, 26, dan 27);
- Menentukan saat retur optimal dilakukan, T_r^* menggunakan persamaan (42) dengan cara *trial error*;
- Menentukan kuantitas pemesanan optimal, Q^* , menggunakan persamaan (40);
- Menghitung total biaya persediaan per tahun menggunakan persamaan (37).

Hasil dan Pembahasan

Contoh perhitungan numerik yang digunakan untuk mengilustrasikan algoritma penyelesaian model, mempertimbangkan tiga jenis produk. Diskon yang diberikan terdiri dari 3 tahap perlakuan sehingga mengakibatkan *profit margin* yang hilang dari masing-masing produk sebesar $x\%$, $y\%$, dan $z\%$. Berikut data lainnya dapat dilihat pada Tabel 1.

Pemasok memberikan kesempatan retur untuk produk yang mendekati kadaluwarsa sekurang-kurangnya selama $(T - T_r)$ sebelum tanggal kadaluwarsa dengan konsekuensi *charge* per unit sebesar 2,5% dari harga produk yang diretur.

Hasil perhitungan yang diperoleh dari kasus di atas adalah waktu retur optimal, $T_r^* = 17,71$ minggu dengan kuantitas produk yang diretur, $Q_r = 158$ unit, kuantitas pemesanan optimal, $Q^* = 11,024$ unit, dengan total biaya persediaan yang ditimbulkan per tahun sebesar Rp 398.719.998.

Analisis sensitivitas terhadap model yang dikembangkan tersebut dilakukan dengan merubah (menambah atau mengurangi) beberapa nilai parameter

Tabel 1. Data-data produk

Keterangan	Produk
T , minggu	24
t_1 , minggu	13
t_2 , minggu	15
t_3 , minggu	17
B_0 , unit	150
B_1 , unit	250
B_2 , unit	260
B_3 , unit	290
B_4 , unit	250
P , Rp/unit	14.500
A , Rp/sekali pesan	10.000
A_r , Rp/sekali retur	10.000
a , Rp/unit	16.100
h , Rp/unit/tahun	400
π , Rp/unit	700
θ	0,12
x %	12
y %	19
z %	28

yang ada sebesar -25% hingga +25%. Hal tersebut untuk melihat efek yang akan terjadi dari adanya perubahan terhadap nilai parameter-parameter tersebut di dalam total biaya persediaan.

Parameter-parameter yang digunakan untuk melakukan analisis sensitivitas ini dapat dilihat pada Tabel 2. Ternyata dengan adanya perubahan parameter-parameter $t_1, t_2, t_3, P, A, h, a, A_r, R, \pi, x, y, z$, nilai variabel keputusan T_r^* dan total biaya persediaan tidak terlalu berubah secara signifikan. Namun pada perubahan nilai T, B_0, B_1, B_3, B_4 , dan θ perubahannya cukup signifikan terhadap nilai Q maupun total biaya persediaan, sehingga dikatakan bahwa model sensitif terhadap adanya perubahan tersebut, solusinya adalah model harus mengalami perubahan untuk mengakomodir perubahan pada parameter-parameter tersebut.

Simpulan

Pada makalah ini telah dikembangkan suatu model persediaan untuk produk yang mendekati masa kadaluwarsa dengan mempertimbangkan diskon penjualan tiga tahap, dimana semakin mendekati tanggal kadaluwarsa diskon penjualan yang diberikan akan semakin besar selain itu juga mempertimbangkan adanya retur. Adapun laju permintaan yang dipertimbangkan berupa *trapezoidal type demand rate*. Melalui model ini pihak ritel dapat melihat posisi persediaan ketika diskon diberikan pada setiap tahapan diskon, setelah periode diskon terlebih dahulu ditetapkan. Selain itu, pihak ritel juga dapat menentukan kapan sebaiknya retur dilakukan, berapa jumlah produk yang diretur, dan berapa jumlah pemesanan yang optimal agar total biaya persediaan per periode yang ditimbulkan minimum. Namun demikian, pihak ritel harus cermat dalam mengidentifikasi laju deteriorasi produk (θ) dan rentang waktu mulai produk datang hingga produk mengalami kadaluwarsa (T), karena performansi model yang dihasilkan sangat sensitif terhadap nilai-nilai tersebut.

Model ini merupakan model sederhana dari kondisi riil di Mirota Kampus Swalayan yang masih menggunakan banyak asumsi. Sehingga dalam model ini masih banyak kelemahannya. Pengembangan untuk penelitian lanjutan dapat mempertimbangkan beberapa aspek, diantaranya adalah bahwa laju permintaan meningkat pada saat diskon diberikan dan merupakan fungsi harga. Selain itu, perlu dipertimbangkan pula untuk kasus *multi item* dengan masa kadaluwarsa yang berbeda-beda. Model juga akan semakin dinamis ketika periode diskon, yaitu kapan diskon dimulai dan berapa lama interval diskon diberikan, serta besarnya diskon di setiap tahap dijadikan sebagai variabel keputusan.

Tabel 2. Rekapitulasi perhitungan analisis sensitivitas

Parameter	% Perubahan	T_r^* minggu	Q^* Unit	TC Rp/tahun	% Perubahan TC
T	+25	20,4535	18.100	1.020.484.005	-156,94263
	+10	18,8529	13.684	604.201.270	-52,12885
	-10	16,4330	8.429	283.984.646	+39,82723
	-25	14,3769	5.018	79.163.324	+80,06785
t_1	+25	17,5776	8.780	306.305.405	+22,2876
	+10	17,6374	10.160	322.832.703	+8,64414
	-10	17,7437	11.687	430.043.721	-8,27858
	-25	17,8510	12.685	479.174.290	-20,64839
t_2	+25	17,6126	10.478	378.916.479	4,59449
	+10	17,6526	10.771	389.546.045	1,91813
	-10	17,7270	11.152	405.710.382	-2,15181
	-25	17,8041	11.460	421.404.066	-6,10325
t_3	+25	18,0664	10.718	370.926.325	6,60629
	+10	17,8587	10.990	390.436.312	1,69397
	-10	17,4821	10.775	400.002.340	-0,71461
	-25	17,1060	10.226	398.921.459	-0,44246
B_0	+25	17,6864	6.193	415.348.456	+70,95698
	+10	17,6864	5.488	393.637.377	+76,42351
	-10	17,6864	4.549	384.689.271	+83,71221
	-25	17,6864	3.844	362.978.192	+89,17873
B_1	+25	17,6864	5.691	100.108.393	+74,79420
	+10	17,6864	5.287	87.541.351	+77,95839
	-10	17,6864	4.750	70.785.296	+82,17732
	-25	17,6864	4.346	58.218.255	+85,34151
B_2	+25	17,7030	11.894	435.953.985	-9,76418
	+10	17,6936	11.335	412.710.589	-3,91436
	-10	17,6790	10.585	381.608.274	+3,91673
	-25	17,6680	10.022	358.288.002	+9,78843
B_3	+25	16,9310	8.095	264.583.249	+33,38189
	+10	17,3595	9.295	322.408.766	+18,82229
	-10	17,9999	10.687	391.772.826	+1,35746
	-25	18,5750	11.598	437.917.051	-10,26097
B_4	+25	18,3570	11.578	420.072.826	-6,77520
	+10	17,9688	10.687	386.258.820	+2,74580
	-10	17,3291	9.302	277.995.513	+30,171988
	-25	16,7278	8.093	327.331.830	+17,41563
θ	+25	16,1849	9.834	345.999.106	+12,88259
	+10	16,8677	9.636	338.409.697	+14,79349
	-10	17,7903	8.841	313.104.506	+21,16496
	-25	18,4726	7.982	281.574.378	+29,10378
A	+25	17,6864	10.960	397.164.256	-0,00003
	+10	17,6864	10.960	397.164.193	-0,00001
	-10	17,6864	10.960	397.164.110	+0,00001
	-25	17,6864	10.960	397.164.047	+0,00003
A_r	+25	17,6864	10.960	397.164.256	-0,00003
	+10	17,6864	10.960	397.164.193	-0,00001
	-10	17,6864	10.960	397.164.110	+0,00001
	-25	17,6864	10.960	397.164.047	+0,00003
h	+25	16,9239	9.005	410.911.483	-3,46137
	+10	17,3661	10.119	404.005.028	-1,72243
	-10	18,0279	11.890	388.060.794	+2,29209
	-25	18,5969	13.518	370.025.418	+6,83313
R	+25	18,2794	12.597	439.505.902	-10,67361
	+10	17,9401	11.648	414.496.574	-4,36405
	-10	17,4081	10.228	379.496.405	+4,44847
	-25	16,9220	10.020	351.913.114	+11,39354
P	+25	18,0595	11.978	397.916.124	-0,18934
	+10	17,8340	11.358	398.271.462	-0,27880
	-10	17,5370	10.564	394.880.284	+0,57504
	-25	17,3080	10.370	389.397.900	+1,95543

Tabel 2. Rekapitulasi perhitungan analisis sensitivitas (lanjutan)

Parameter	% Perubahan	T_r^* minggu	Q^* Unit	TC Rp/tahun	% Perubahan TC
a	+25	17,9774	11.750	445.765.953	-12,23721
	+10	17,8100	11,293	415.886.898	-4,71411
	-10	17,5490	10.596	379.308.331	+4,49583
	-25	17,3150	10.388	354.464.687	+10,75109
π	+25	17,8120	11.298	425.664.919	-7,17607
	+10	17,7373	11.097	408.768.986	-2,92192
	-10	17,6340	10.821	385.235.535	+3,00344
	-25	17,5544	10.610	366.837.405	+7,63582
x	+25	17,7047	11.009	399.763.837	-0,65456
	+10	17,6937	10.980	398.199.915	-0,26079
	-10	17,6789	10.940	396.119.013	+0,26315
	-25	17,6680	10.911	394.581.195	+0,65035
y	+25	17,7118	11.028	399.797.888	-0,66313
	+10	17,6966	10.988	398.214.911	-0,26457
	-10	17,6762	10.933	396.120.590	+0,26275
	-25	17,6612	10.893	394.588.097	+0,64861
z	+25	17,6752	10.931	396.520.637	+0,16203
	+10	17,6822	10.949	396.925.619	+0,06006
	-10	17,6910	10.973	397.428.340	-0,06651
	-25	17,6976	10.990	397.803.711	-0,16103

Daftar Pustaka

- Bahagia, S. N., *Sistem Inventori*, Penerbit ITB, Bandung, 2006.
- Indrianti, N., Ming T., dan Toha, I. S., Model Perencanaan Kebutuhan Bahan dengan Mempertimbangkan Waktu Kadaluwarsa Bahan, *Jurnal Media Teknik*, 2, Yogyakarta, 2001, pp. 60-65.
- Nafisah, L., Puryani, A., dan Lukito, F. X. K. B., Model Persediaan Single Item dengan Mempertimbangkan Tingkat Kadaluwarsa dan Pengembalian Produk, *Prosiding Seminar Nasional Manajemen Teknologi XIV*, Program Studi Magister Manajemen Teknologi Program, Pasca Sarjana, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2011, pp. A.6.1–A.6.12.
- Singh, T. and Sahu, K., An Inventory Model for Deteriorating Items with Different Constant Demand Rates, *African Journal of Mathematics and Computer Science Research*, 5(9), 2012, pp. 158-168.
- Karmakar, B., and Choudhury, K. D., A Review on Inventory Models for Deteriorating Items with Shortages, *Assam University Journal of Science & Technology: Physical Sciences and Technology*, 6(2), 2010, pp. 51-59.
- Prasetyo, H., Munawir, H., dan Musthofiyah, Ning A., Pengembangan Model Persediaan dengan Mempertimbangkan Waktu Kadaluwarsa Bahan dan Faktor Incremental Discount, *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, 4(2), 2005, pp. 49-56.
- Prasetyo, H., Nugroho, M. T., dan Pujiarti, A., Pengembangan Model Persediaan Bahan Baku dengan Mempertimbangkan Waktu Kadaluwarsa dan Faktor Unit Diskon, *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, 4(3), 2006, 108-115.
- Limansyah, T., dan Lesmono, D., Model Persediaan Multi Item dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluwarsa dan Faktor All Unit Discount, *Jurnal Teknik Industri*, 13(2), 2011, pp. 87-94.
- Jaya, S. S., Octavia, T., dan Widyadana, I. G. A., Model Persediaan Bahan Baku Multi Item dengan Mempertimbangkan Masa Kadaluwarsa, Unit Diskon, dan Permintaan yang Tidak Konstan, *Jurnal Teknik Industri*, 14(2), 2012, pp. 97-105.
- Bramorski, T., Determining Discounts for Perishable Inventory, *Journal of Bussiness & Economics Research*, 6(1), 2008, pp. 51-58.
- Widyadana, G. A. and Wee, H. M., A Replenishment Policy For Item with Price Dependent Demand And Deteriorating Under Markdown Policy, *Jurnal Teknik Industri*, 9(2), 2007, pp. 75-84.
- Jayashree, P. R., Deteriorating Inventory Model for Pharmaceutical Goods with Variable Holding Cost, *International Journal of Business Management*, 3(2), 2013, pp. 89-100.