

Efektivitas Metode Regresi Robust Penduga Welsch dalam Mengatasi Pencilan pada Pemodelan Regresi Linear Berganda

DIAN CAHYAWATI S.¹⁾, HADI TANUJI²⁾, DAN RIRI ABDIATI³⁾

^{1,2)}Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

³⁾Alumni Matematika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

INTISARI: Metode Kuadrat Terkecil (MKT) adalah salah satu metode penduga parameter dalam pemodelan regresi. Metode ini menghasilkan penduga yang tak bias selama asumsi-asumsinya dipenuhi. Tetapi, saat asumsi tidak dipenuhi, misalnya disebabkan adanya data pencilan, maka MKT perlu dihindari. Diperlukan metode lain yang dapat mengatasi masalah pencilan, yaitu Metode Regresi Robust (MRR). Salah satu penduga parameter dalam MRR adalah penduga Welsch (MRR-W). Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan efektivitas MRR-W dengan MKT dalam melakukan pendugaan parameter model regresi. Perbandingan dianalisis berdasarkan ukuran sampel dan banyaknya pencilan dalam data yang diperoleh dari proses simulasi, serta banyaknya iterasi yang diperlukan oleh MRR-W. Hasil penelitian menunjukkan bahwa untuk berbagai ukuran sampel yang diamati, pendugaan parameter MRR-W menghasilkan model yang lebih baik dari MKT. Hal ini dilihat berdasarkan nilai $R_{adjusted}^2$ hasil MRR-W yang lebih besar dan nilai *root mean square error* (RMSE) selalu lebih kecil dari model hasil pendugaan MKT. Selain itu, MRR-W lebih efektif dari MKT dalam mengatasi pencilan pada pemodelan regresi linear berganda, karena iterasi yang diperlukan relatif tidak cukup banyak untuk berbagai ukuran sampel dan pencilan dengan memberikan hasil pendugaan parameter model yang lebih baik dari MKT.

KATA KUNCI: pencilan, metode kuadrat terkecil, metode regresi Robust penduga Welsch, $R_{adjusted}^2$, *root mean square error*

ABSTRACT: Ordinary least square (OLS) method is one of method of the parameter estimator in regression modeling. OLS yield an unbiased estimator during its assumptions are fulfilled. But, if one of the assumption is not fulfilled at the moment, for example caused by the existence of outliers, hence OLS require to be avoided. Needed an other method which can handle the outliers problem, that is Robust Regression Method (RRM). One of the method of parameter estimator in RRM is Welsch estimator (RRM-W). This research aim to compare the effectiveness RRM-W by OLS in conducting parameter estimation in regression model. Comparison analyzed by pursuant to sample size perceived and to the number of outliers in sample which obtained from data simulation process and also to the number of iteration needed by RRM-W. The result of this research indicate that for the various sample size perceived, the estimation of parameter by RRM-W yield the better model than OLS. This matter are seen by pursuant to the value of $R_{adjusted}^2$ of RRM-W estimation is larger than and the value of Root Mean Square Error (RMSE) always smaller than the result of OLS estimation. Others, RRM-W more effective than OLS in handling outliers in multiple regression modeling, because of the iteration needed relative insufficient either to various sample size and outliers with the model estimation result is better than OLS model.

KEYWORDS: outliers, ordinary least square, Robust regression method of Welsch estimator, $R_{adjusted}^2$, root mean square error

Januari 2009

1 PENDAHULUAN

Metode kuadrat terkecil (MKT) atau *ordinary least square* (OLS) merupakan salah satu metode yang sering digunakan untuk mendapatkan nilai-nilai penduga parameter dalam pemodelan regresi. Penggunaan MKT memerlukan beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi oleh komponen

sisaan atau galat (ε_i) dalam model yang dihasilkan. Beberapa asumsi itu antara lain adalah bahwa komponen sisaan memenuhi asumsi kenormalan, kehomogenan ragam, dan tidak terjadi autokorelasi. Myers^[1] menyatakan bahwa apabila asumsi klasik itu terpenuhi, maka penduga parameter yang diperoleh bersifat *best linear unbiased estimator* (BLUE).

Dalam berbagai kasus tidak jarang ditemui berbagai hal yang menyebabkan tidak terpenuhinya asumsi klasik tersebut. Saat asumsi ada yang tidak terpenuhi, maka penggunaan MKT akan memberikan kesimpulan yang bersifat kurang baik atau nilai penduga parameternya bersifat bias, interpretasi hasil yang diberikan juga menjadi tidak valid. Oleh karena itu, saat asumsi klasik tidak terpenuhi maka MKT perlu dihindari.

Salah satu penyebab tidak terpenuhinya asumsi klasik adalah adanya pencilan (*outliers*) pada data amatan. Pencilan ini dapat diketahui secara visual atau secara eksak dengan melakukan diagnosis sisaan dari model regresi yang terbentuk. Suatu data dinyatakan sebagai pencilan berdasarkan kriteria tertentu dalam metode diagnosis sisaan yang digunakan.

Selanjutnya, diperlukan alternatif metode penduga parameter lain yang dapat mengatasi adanya pencilan dalam data amatan. Metode itu adalah metode regresi Robust (MRR), salah satu penduganya adalah penduga Welsch (MRR-W). Diharapkan, melalui MRR-W dapat diperoleh penduga parameter yang baik sehingga menghasilkan model yang lebih baik dari model hasil MKT berdasarkan kriteria $R^2_{adjusted}$ dan nilai simpangan baku galat atau *root mean square error* (RMSE) bagi masing-masing model.

Meskipun MRR merupakan metode yang dapat mengatasi data pencilan^[2], namun belum diketahui berapa banyaknya pencilan dalam berbagai ukuran sampel yang dapat diatasi oleh metode tersebut, khususnya MRR-W, sehingga masih menghasilkan model regresi yang baik. Selain itu efektivitas MRR-W perlu menjadi pertimbangan karena metode ini dilakukan secara iteratif sampai diperoleh penduga parameter terbaik, menggunakan bantuan program komputer.

Berdasarkan efektivitasnya, diperoleh pertimbangan untuk memutuskan penggunaan MRR-W dalam pemodelan regresi linear berganda. Selain itu, ukuran sampel dan banyaknya pencilan merupakan hal yang dapat dijadikan pertimbangan dalam menggunakan MRR-W.

2 METODE PENELITIAN

2.1 Data

Data yang dianalisis dalam penelitian ini diperoleh dari simulasi data (data bangkitan) dengan banyaknya data (ukuran sampel = n) yaitu 10, 20, 30, 50, dan 100. Masing-masing ukuran sampel merupakan data dengan tiga variabel bebas yang membentuk model regresi linear berganda.

2.2 Metode

Metode simulasi data digunakan untuk membandingkan efektivitas pendugaan parameter regresi dengan

MKT dan penduga Welsch dalam regresi Robust. Analisis perbandingan efektivitas dilakukan melalui tahapan sebagai berikut:

1. Melakukan pendugaan parameter regresi terhadap data bangkitan menggunakan MKT, dengan anggapan bahwa berbagai asumsi terpenuhi.
2. Melakukan diagnosis sisaan dari model hasil pendugaan MKT, untuk mendeteksi dan menunjukkan secara eksak adanya pencilan dalam data amatan. Metode diagnosis sisaan yang digunakan adalah metode *studentized residual* (*t-residual*), DFITS, DFBETAS, dan *cook's distance* (*Cook's D*).
3. Melakukan pendugaan parameter regresi dengan penduga Welsch (MRR-W) terhadap data bangkitan.
4. Membandingkan nilai $R^2_{adjusted}$ dan nilai RMSE hasil pendugaan parameter regresi dengan MKT dan MRR-W.
5. Memberikan kesimpulan model hasil pendugaan parameter yang diperoleh dengan MKT dan MRR-W.

3 TINJAUAN PUSTAKA

Secara umum analisis regresi digunakan untuk melihat hubungan antara variabel terikat dengan satu atau lebih variabel bebas. Model yang dihasilkan menggunakan analisis regresi adalah model regresi. Model regresi linear dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i, \quad (1)$$

untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan $n = k + 1$. Komponen β_k merupakan parameter model regresi yang akan diduga. Y_i dan X_{ki} berturut-turut menunjukkan variabel tak bebas dan variabel bebas, sedangkan ε_i menunjukkan komponen sisaan^[3].

Salah satu metode penduga parameter dalam model regresi (1) adalah metode kuadrat terkecil. Metode ini memerlukan beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi oleh komponen ε_i , yaitu memenuhi asumsi kenormalan, kehomogenan ragam, dan keacakan (tidak memiliki autokorelasi).

Jika semua asumsi itu terpenuhi, maka penduga hasil MKT pada model regresi merupakan penduga yang bersifat BLUE. Prinsip dasar dari MKT adalah meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (selisih antara data sebenarnya dengan data dugaan) dari model regresi yang terbentuk^[4].

Pencilan (*Outliers*) adalah data yang tidak mengikuti pola umum dalam model regresi yang dihasilkan, atau tidak mengikuti pola data secara keseluruhan.

Dalam suatu himpunan data biasanya ditemukan rata-rata 10 persen amatan yang merupakan pencilan (Hampel dkk., 1986 dalam [5]).

Apabila dalam data amatan terdapat data pencilan, maka alternatif langkah yang dapat dilakukan adalah menghilangkan atau membuang data pencilan secara langsung terlebih dahulu sebelum dilakukan analisis lanjutan. Data pencilan dapat dibuang jika data itu diperoleh dari kesalahan teknis peneliti seperti kesalahan mencatat amatan atau kesalahan ketika menyiapkan peralatan^[6].

Apabila pencilan timbul dari kombinasi keadaan yang tidak biasa yang sangat penting dan tidak bisa diberikan oleh data lainnya, maka pencilan itu tidak dapat dibuang begitu saja, melainkan perlu digunakan suatu metode analisis khusus yang dapat mengatasi masalah pencilan dalam melakukan analisis lanjutan seperti pembentukan model regresi.

Suatu data dapat diduga dan dinyatakan sebagai pencilan melalui visualisasi plot sisaan, atau secara eksak berdasarkan perhitungan dengan metode diagnosis sisaan yang digunakan. Berbagai metode itu antara lain *studentized residual (t-residual)*, DFITS, DFBE-TAS, dan *cook's distance (Cook's D)*.

Metode regresi Robust merupakan metode yang digunakan untuk mengatasi masalah pencilan dalam data amatan. Menurut Ryan^[2], metode ini merupakan metode analisis yang memiliki sifat:

1. Sama baiknya dengan MKT ketika semua asumsi terpenuhi dan tidak terdapat titik data yang berpengaruh.
2. Dapat menghasilkan model regresi yang lebih baik daripada MKT ketika asumsi tidak dipenuhi dan terdapat titik data yang berpengaruh.
3. Perhitungannya cukup sederhana dan mudah dimengerti, tetapi dilakukan secara iteratif sampai diperoleh dugaan terbaik yang memiliki standar *error* parameter yang paling kecil.

Penduga Welsch adalah salah satu penduga dalam regresi Robust. Metode regresi Robust dapat digunakan saat asumsi kehomogenan ragam sisaan tidak terpenuhi yang diakibatkan adanya pencilan. Metode pendugaan parameternya menggunakan suatu fungsi pembobot dan diselesaikan secara iteratif, sehingga perlu bantuan software komputer untuk membantu proses perhitungannya^[7].

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Data amatan diperoleh dari proses simulasi data program Macro Minitab. Data yang dibangkitkan adalah data dengan ukuran sampel 10, 20, 30, 50, dan 100.

TABEL 1: Data bangkitan untuk $n = 10$

No	Y	X ₁	X ₂	X ₃
1	5,42272	3,5175	11,5258	2,5101
2	3,66528	5,0042	3,1473	1,9142
3	5,75404	15,8573	1,0392	1,5024
4	2,34894	-0,1780	1,1476	6,0601
5	3,07182	6,0505	0,3144	2,3108
6	1,54978	1,7623	-6,6974	0,2492
7	1,31882	1,9389	0,4892	-2,7510
8	1,44369	1,3850	0,8922	-0,9529
9	2,46145	2,1403	3,2143	-0,0219
10	5,41661	3,2753	0,5498	17,9423

TABEL 2: Nilai penduga parameter MKT

Pend.	Koef.	StDev.	t-hit.	p-val.
β_0	1,48220	0,23450	6,32	0,001
β_0	0,24359	0,03606	6,75	0,001
β_0	0,18121	0,03666	4,94	0,003
β_0	0,16942	0,02808	6,03	0,001

Nilai korelasi antar variabel tak bebas Y dengan variabel bebas X mendekati satu, sedangkan nilai korelasi antara variabel bebas X mendekati nol.

Data hasil simulasi untuk ukuran sampel $n = 10$ ditunjukkan pada Tabel 1. Sementara nilai dugaan parameter model regresi dengan menggunakan MKT ditampilkan di dalam Tabel 2.

Model regresi yang diperoleh adalah $\hat{Y} = 1,48 + 0,244X_1 + 0,181X_2 + 0,169X_3$, memiliki nilai $R^2_{adjusted}$ sebesar 0,921 dengan nilai RMSE sebesar 0,487. Secara visual, plot sisaan untuk mendeteksi asumsi keacakan dan kenormalan dari model regresi ini digambarkan pada Gambar 1 dan Gambar 2.

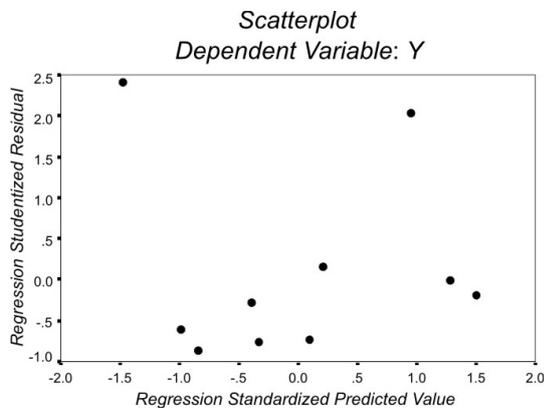
Berdasarkan gambar tersebut terlihat adanya titik-titik data yang diduga sebagai pencilan. Secara eksak, pencilan dapat dideteksi melalui perhitungan metode diagnosis sisaan seperti Studentized Residual (*t-residual*), nilai DFITS, DFBE-TAS, dan *cook's distance (Cook's D)*. Hasil diagnosis terhadap data itu adalah sebagaimana ditampilkan pada Tabel 3.

Berdasarkan hasil perhitungan, Tabel 3 menunjukkan bahwa data ke-1 dan ke-6 diduga sebagai pencilan karena memiliki nilai *t-residual* lebih besar dari 2^[8]. Demikian juga berdasarkan kriteria DFITS, data ke-1 dan ke-6 dapat diduga sebagai pencilan karena nilainya lebih besar dari $2((p+1)/n)^{1/2}$ dengan p adalah banyaknya parameter^[9].

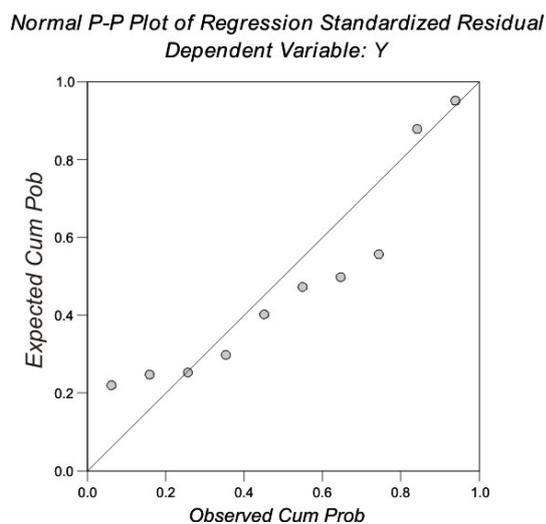
Titik data ke-1 dan ke-6 diduga sebagai pencilan dan berpengaruh terhadap koefisien regresi

TABEL 3: Hasil perhitungan eksak metode diagnosis sisaan

No	\hat{Y}	<i>t</i> -residual	DFITS	DFB.S _{0,i}	DFB.S _{1,i}	DFB.S _{2,i}	DFB.S _{3,i}	<i>Cook's D</i>
1	4,85285	3,31073	4,69805	0,52243	-0,48202	4,3238	-0,23768	2,07429
2	3,5958	0,13909	0,05163	0,02388	0,00887	0,01733	-0,00823	0,0008
3	5,78773	-0,17273	-0,43854	0,1426	-0,41036	0,04049	0,01959	0,05735
4	2,6735	-0,72762	-0,39542	-0,28549	0,25281	0,01508	-0,14158	0,04242
5	3,40452	-0,70107	-0,27364	-0,11052	-0,11289	0,07616	0,01815	0,02045
6	0,7401	11,96891	12,55589	8,59089	-2,47936	-10,5476	-2,48355	1,59506
7	1,57709	-0,5721	-0,31989	-0,28938	0,1096	0,04189	0,21553	0,02881
8	1,81982	-0,83738	-0,40931	-0,39459	0,19156	0,03157	0,21223	0,04408
9	2,58231	-0,24987	-0,11261	-0,09144	0,04306	-0,03737	0,04825	0,00376
10	5,41942	-0,01413	-0,03517	0,00213	0,0007	0,00358	-0,03288	0,00037



GAMBAR 1: Plot sisaan model regresi MKT



GAMBAR 2: Plot kenormalan sisaan model regresi MKT

TABEL 4: Nilai penduga parameter hasil MRR-W

Pend.	Koef.	StDev.	<i>t</i> -hit.	<i>p</i> -val.
β_0	1.105750	0.09122	12.12	0,000
β_0	0.260300	0.01176	22.13	0,000
β_0	0.253470	0.01539	16.47	0,000
β_0	0.182449	0.00916	19.92	0,000

berdasarkan kriteria *DFBETAS*, karena nilai *DFBETAS* lebih besar dari $2/\sqrt{n}$ ^[9]. Hal itu juga sesuai berdasarkan kriteria *Cook's D* dengan nilai *Cook's D* yang lebih besar dari $F_{p;n-p-1-\alpha} = F_{4;6;0,95} = 4,53$ berarti amatan dapat diduga sebagai pencilan yang berpengaruh terhadap koefisien regresi^[12].

Selanjutnya dilakukan pembentukan model regresi dengan MRR-W, dan menghasilkan dugaan parameter dan simpangan bakunya (StDev) sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 4:

Hasil pendugaan parameter dengan MRR-W pada Tabel4, dilakukan melalui enam iterasi. Model regresi linier berganda yang diperoleh adalah $\hat{Y} = 1,11 + 0,260X_1 + 0,253X_2 + 0,182X_3$, memiliki $R^2_{adjusted}$ sebesar 0,991 dengan nilai RMSE sebesar 0,156.

Dengan demikian, untuk $n = 10$ yang mengandung dua pencilan atau 20 persennya, pendugaan parameter dengan MRR-W melalui enam iterasi menghasilkan model yang lebih baik dari model yang dihasilkan dengan MKT, karena $R^2_{adjusted}$ hasil MRR-W lebih besar dan RMSE hasil MRR-W lebih kecil dari model yang dihasilkan oleh MKT.

Nilai $R^2_{adjusted}$ dan RMSE untuk berbagai ukuran sampel dan beberapa ukuran pencilan melalui kedua metode ditampilkan pada Tabel 5.

Berdasarkan Tabel 5 dapat dilihat bahwa untuk $n = 10, 20$ dan 30 dengan banyak pencilan sekitar 5 persen sampai 25 persen dari ukuran sampel, pendugaan parameter menggunakan MRR-W menghasilkan model

TABEL 5: Nilai $R^2_{adjusted}$ dan RMSE untuk berbagai ukuran sampel dan pencilan

No	n	Banyak Pencilan	Persen Pencilan	Banyak Iterasi	MKT		Penduga Welsch	
					$R^2_{adj.}$	RMSE	$R^2_{adj.}$	RMSE
1	10	1	10	9	0,950	0,389	0,973	0,272
2	10	2	20	6	0,921	0,488	0,991	0,155
3	20	1	5	9	0,900	0,899	0,903	0,779
4	20	2	10	8	0,873	1,048	0,890	0,836
5	20	3	15	5	0,848	1,044	0,886	0,767
6	20	5	25	8	0,798	1,346	0,856	0,889
7	30	2	6,7	8	0,837	0,927	0,854	0,722
8	30	3	10	8	0,830	0,931	0,861	0,675
9	30	5	16,7	6	0,831	1,789	0,877	1,258
10	30	6	20	6	0,810	1,862	0,876	1,253
11	50	4	8	6	0,536	1,616	0,477	1,077
12	50	5	10	7	0,527	1,625	0,461	1,075
13	50	7	14	11	0,557	2,203	0,488	1,493
14	50	8	16	10	0,547	2,422	0,430	1,592
15	100	3	3	5	0,403	1,850	0,385	1,137
16	100	5	5	5	0,426	1,796	0,409	1,098
17	100	7	7	6	0,441	1,739	0,424	1,069
18	100	10	10	7	0,498	1,746	0,476	1,103

Ket.: Pencilan dideteksi melalui diagnosis sisaan menggunakan metode *t*-residual, DFITS, DFBETAS dan *Cook's D*

regresi yang lebih baik daripada model regresi yang dihasilkan MKT. Hal ini ditunjukkan oleh nilai $R^2_{adjusted}$ hasil MRR-W lebih besar dari MKT dan RMSE yang dihasilkan oleh MRR-W lebih kecil daripada yang dihasilkan MKT. Sedangkan untuk $n = 50$ dan 100 , meskipun nilai $R^2_{adjusted}$ lebih kecil dari MKT, tetapi perbedaannya relatif tidak cukup besar dibandingkan dengan nilai RMSE hasil MRR-W yang cenderung lebih kecil dari MKT dengan penurunan yang relatif cukup signifikan.

Berdasarkan banyaknya iterasi yang dilakukan oleh MRR-W, hasil pendugaan parameter untuk berbagai ukuran sampel tidak memerlukan banyak iterasi, hanya berkisar 5 sampai 11 iterasi dengan hasil pendugaan parameter dan model yang diberikan sangat signifikan. Selain itu, simpangan baku masing-masing parameter hasil pendugaan MRR-W cenderung lebih kecil dari MKT, untuk setiap ukuran sampel dengan berbagai banyak pencilan.

Nilai-nilai penduga parameter dan simpangan bakunya, hasil MKT dan MRR-W untuk setiap ukuran sampel, ditunjukkan oleh Tabel 6.

Berdasarkan Tabel 6, dapat dilihat bahwa secara umum, nilai simpangan baku parameter hasil pendugaan MRR-W cenderung lebih kecil dari MKT.

5 SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil analisis, dapat disimpulkan bahwa:

1. Pendugaan parameter menggunakan metode regresi Robust penduga Welsch menghasilkan model regresi yang lebih baik dari MKT, untuk berbagai ukuran sampel dan banyak pencilan. Hal ini ditunjukkan oleh nilai $R^2_{adjusted}$ dan nilai *root mean square error* yang dihasilkan oleh kedua metode. Dalam hal ini, nilai $R^2_{adjusted}$ hasil metode regresi Robust penduga Welsch cenderung lebih besar daripada yang dihasilkan MKT dan nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode regresi Robust penduga Welsch selalu lebih kecil daripada yang dihasilkan MKT.
2. Berdasarkan iterasi yang dilakukan oleh metode regresi Robust penduga Welsch yang relatif tidak memerlukan banyak iterasi, dapat disimpulkan bahwa pendugaan parameter metode regresi Robust penduga Welsch lebih efektif daripada MKT dalam mengatasi masalah pencilan (yang berkisar antara 3 persen sampai 25 persen dari ukuran sampel) pada pemodelan regresi linear berganda dengan tiga variabel bebas.

TABEL 6: Nilai penduga parameter dan simpangan baku parameter model regresi untuk masing-masing ukuran sampel

<i>n</i>	Jumlah Pencilan	Koefisien							
		β_0 & s_{β_0}		β_1 & s_{β_1}		β_2 & s_{β_2}		β_3 & s_{β_3}	
		MKT	Welsch	MKT	Welsch	MKT	Welsch	MKT	Welsch
10	1	1.4592 (0.1875)	1.2872 (0.1483)	0.24801 (0.02874)	0.25692 (0.02045)	0.15080 (0.02332)	0.17345 (0.01869)	0.1703 (0.02240)	0.17680 (0.01590)
10	2	1.4822 (0.2345)	1.10575 (0.09122)	0.24359 (0.03606)	0.26030 (0.01176)	0.18121 (0.03666)	0.25347 (0.01539)	0.16942 (0.02808)	0.182449 (0.00916)
20	1	0.1810 (0.2514)	0.3518 (0.2381)	0.6456 (0.1126)	0.6457 (0.1087)	0.39313 (0.05289)	0.36557 (0.05493)	0.39840 (0.05284)	0.37741 (0.04789)
20	2	0.1468 (0.2897)	0.3715 (0.2519)	0.6578 (0.1290)	0.6471 (0.1158)	0.4226 (0.06115)	0.37884 (0.06040)	0.36969 (0.06263)	0.33637 (0.05215)
20	3	0.0431 (0.2904)	0.2675 (0.2479)	0.6259 (0.1214)	0.6761 (0.1076)	0.37728 (0.07547)	0.34709 (0.06380)	0.49250 (0.08796)	0.3712 (0.1118)
20	5	-0.0465 (0.3896)	0.2401 (0.2921)	0.4640 (0.1323)	0.6718 (0.1331)	0.29716 (0.06333)	0.30717 (0.06258)	0.6088 (0.1126)	0.4190 (0.1240)
30	2	-0.2569 (0.2731)	-0.3667 (0.2492)	0.44456 (0.07720)	0.46462 (0.06683)	0.22132 (0.03576)	0.23954 (0.02965)	0.56225 (0.07526)	0.60730 (0.07555)
30	3	-0.1045 (0.2742)	-0.3740 (0.2379)	0.46929 (0.07761)	0.49945 (0.06542)	0.23259 (0.03616)	0.24797 (0.02908)	0.51266 (0.07387)	0.58628 (0.07283)
30	5	-2.5997 (0.4979)	-2.5431 (0.3830)	0.7297 (0.1195)	0.6115 (0.1267)	0.9161 (0.1482)	0.7492 (0.1518)	0.7021 (0.1118)	0.9639 (0.1406)
30	6	-2.4590 (0.5161)	-2.4874 (0.3799)	0.6834 (0.1216)	0.5574 (0.1230)	0.8626 (0.1534)	0.6990 (0.1479)	0.7281 (0.1193)	1.0352 (0.1397)
50	4	0.5632 (0.2819)	0.5180 (0.2184)	0.33406 (0.08167)	0.30976 (0.06382)	0.32932 (0.09774)	0.21486 (0.08542)	0.32999 (0.08012)	0.22744 (0.07352)
50	5	0.5479 (0.2834)	0.5126 (0.2185)	0.31322 (0.08211)	0.27940 (0.06069)	0.32959 (0.09822)	0.21673 (0.08570)	0.34040 (0.08056)	0.23112 (0.07455)
50	7	0.2511 (0.4274)	0.4978 (0.3276)	0.4994 (0.1210)	0.3079 (0.1031)	0.30455 (0.08089)	0.29212 (0.09065)	0.4533 (0.1056)	0.37472 (0.08548)
50	8	-0.0504 (0.4649)	0.5276 (0.3559)	0.5694 (0.1378)	0.3483 (0.1178)	0.34103 (0.08913)	0.27141 (0.09545)	0.4115 (0.1096)	0.33674 (0.09208)
100	3	-0.3320 (0.2564)	-0.0063 (0.1904)	0.32783 (0.08541)	0.26210 (0.06639)	0.36608 (0.08505)	0.36429 (0.06856)	0.36501 (0.07762)	0.23494 (0.06369)
100	5	-0.2857 (0.2454)	-0.0091 (0.1827)	0.33054 (0.08158)	0.26324 (0.06241)	0.34088 (0.08172)	0.35267 (0.06267)	0.35739 (0.07142)	0.24081 (0.06044)
100	7	-0.3341 (0.2393)	-0.0582 (0.1816)	0.32540 (0.07896)	0.26400 (0.06131)	0.35519 (0.07950)	0.35848 (0.06172)	0.35520 (0.06899)	0.25582 (0.05909)
100	10	-0.3737 (0.2304)	-0.1529 (0.1770)	0.33483 (0.07813)	0.28018 (0.06326)	0.38439 (0.06879)	0.36106 (0.06274)	0.33708 (0.06021)	0.26766 (0.04958)

5.2 Saran

Bagi peneliti lain yang tertarik mengenai metode regresi Robust, dapat dicoba penduga lain dalam regresi robust seperti penduga *least trimmed of squares* (LTS), penduga Least Median of Squares (LMS) dan Penduga S, untuk mengetahui perbedaan hasil pendugaan parameter yang diberikan dan efektivitasnya dalam hal mengatasi masalah pencilan dalam pemodelan regresi linier berganda.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Myers, R. H., 1990, *Classical and Modern Regression with Application*, PWS-KENT, Boston, hal. 91-92
- [2] Ryan, T.P., 1997, *Modern Regression Models*, John Wiley & Sons, New York, hal. 356
- [3] *ibid* [1], hal. 83
- [4] *ibid* [1], hal. 7
- [5] Adnan, R., M.N. Mohamad, dan H. Setan, 2003, Multiple Outliers Detection Procedures in Linear Regression, <http://www.fs.utm.my/voldfs/images/stories/matematika/200319105.pdf>. Diakses pada tanggal 22 Januari 2008.
- [6] Draper, N.R dan H. Smith, 1992, *Analisis Regresi Terapan*, Terj. Bambang Sumantri, Gramedia, Jakarta, hal. 146
- [7] Cahyawati, D., 2007, Metode Regresi Robust Penduga Welsch untuk Mengatasi Masalah Pencilan, *Jurnal Penelitian Sains*, Vol. 10, Nomor 1, UP2M FMIPA Unsri
- [8] Staudte, R.G. dan S.J. Sheather, 1990, *Robust Estimation and Testing*, John Wiley & Sons, New York, hal. 217
- [9] Belsley, D.A., E. Kuh, dan R.E. Welsch, 1980, *Regression Diagnostics* John Wiley & Sons, New York
- [10] *ibid* [8], hal. 213
- [11] *ibid* [2], hal. 85
- [12] *ibid* [6], hal. 163