

PENGUNAAN ALGORITMA GOAL PROGRAMMING PADA PENENTUAN JUMLAH OPTIMAL PRODUKSI BBM DI PT.PERTAMINA (PERSERO) UNIT PENGOLAHAN III PLAJU-PALEMBANG

Endro Setyo Cahyono, Fitri Maya Puspita, Rima Kesuma
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya

ABSTRAK

Perusahaan seringkali mempunyai suatu teknik untuk memaksimalkan laba, meminimumkan biaya produksi ataupun mengoptimalkan hal lainnya. PT.PERTAMINA sebagai salah satu perusahaan besar memiliki beberapa tujuan yang ingin dicapai dalam hal mengoptimalkan Jumlah produksi BBM, diantaranya yaitu memperoleh laba perusahaan diatas US\$ 2000, mengoptimalkan waktu pada proses produksi, menghindari kelebihan kapasitas produksi, dan memenuhi permintaan pasar terhadap BBM minimal 32.005.320 Barel. Goal Programming merupakan teknik yang layak untuk menyelesaikan masalah tersebut karena ciri dasar dari Goal Programming dapat menyelesaikan masalah yang memiliki beberapa tujuan. Model Goal Programming yang dibentuk pada masalah ini dapat diselesaikan dengan algoritma Goal Programming menggunakan Tabel simpleks yang dimodifikasi. Dari penyelesaian yang telah dilakukan diperoleh solusi optimal Goal Programming maka dari ke-empat tujuan yang ingin dicapai hanya satu tujuan yang dapat dipenuhi yaitu terpenuhinya permintaan pasar terhadap BBM minimal 32.005.320 Barel dengan jumlah optimal produksi BBM sebanyak 40.292.730 Barel.

ABSTRACT

A company often has a technique to maximize the profit, minimize the cost production or optimize other things. PT.PERTAMINA as a big company has some goals that want to be reached in optimizing the sum of fuel production, such as getting the profit of company above US\$ 2000, optimizing time in the process of production, not exceeding capacity production, and satisfying market's demand of fuel at least 32,005,320 Barrel. Goal Programming is a feasible technique to solve this problem, because Goal Programming has the characteristic of some goals. The model of Goal Programming formed in this problem can be solved by Goal Programming algorithm using modified simplex Table. Only one goal can be reached from four the available goals i.e. the demand of market to fuel has minimum of 32,005,320 Barrel with its optimal production of 40,292,730 Barrel.

1. LATAR BELAKANG

PT. PERTAMINA sebagai perusahaan Badan Usaha Milik Negara (BUMN) mendapatkan kepercayaan untuk mengelola sumber daya alam berupa Migas dan Panas Bumi menjadi Bahan Bakar Minyak (BBM) dan Non-Bahan Bakar Minyak (NBM) yang pengelolaannya dilakukan oleh bagian unit produksi. PT.PERTAMINA tidak hanya memusatkan pada A satu tujuan tunggal saja dalam hal penentuan jumlah optimal produksi BBM, tetapi PT.PERTAMINA juga mempunyai beberapa tujuan yang ingin dicapai yang diurutkan berdasarkan tingkat prioritasnya, diantaranya memperoleh laba perusahaan diatas US\$ 2000, mengoptimalkan waktu proses produksi pada proses I selama 365 hari, mengurangi kelebihan kapasitas produksi, dan memenuhi permintaan pasar terhadap BBM minimal 32.005.320 Barel. (Laporan kegiatan PT.PERTAMINA, 2003)

Untuk memecahkan ataupun menyelesaikan masalah yang mempunyai beberapa tujuan, *Goal Programming* merupakan teknik yang layak dipergunakan. Model *Goal Programming* memiliki formulasi yang sama dengan pogram linier,

hanya saja didalam *Goal Programming* terdapat lebih dari satu tujuan. Model *Goal Programming* dapat diselesaikan menggunakan algoritma *Goal Programming* dengan metode simpleks yang dimodifikasi. (Taylor III, 1996)

Berdasarkan uraian diatas maka akan diterapkan algoritma *Goal Programming* dalam hal penentuan jumlah optimal produksi BBM menggunakan Tabel simpleks yang dimodifikasi sehingga memenuhi beberapa tujuan yang ingin dicapai yang diurutkan berdasarkan tingkat prioritasnya.

2. METODE

Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut:

1. Melakukan pengumpulan data berupa Data produksi BBM dan NBM tahun 2003, Data laba BBM dan NBM tahun 2003 dan Data waktu proses produksi BBM dan NBM tahun 2003
2. Memformulasikan bentuk umum model *Goal Programming*
3. Mendeskripsikan data
4. Menganalisis data dengan model *Goal Programming*
 - a. Mendefinisikan variabel keputusan.
 - b. Mendefinisikan kendala tujuan

- c. Mengubah kendala tujuan ke bentuk umum persamaan kendala tujuan *Goal Programming* dengan menambahkan variabel simpangan negatif dan variabel simpangan positif pada masing masing tujuan.
- d. Menyatakan fungsi tujuan dengan menentukan urutan prioritas masing-masing tujuan dan memilih variabel simpangan yang sesuai dengan prioritas untuk dimasukkan kedalam fungsi tujuan.

- 5. Penyelesaian masalah dengan algoritma *Goal Programming* dengan menggunakan Tabel simpleks yang dimodifikasi hingga solusi optimal *Goal Programming* didapatkan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Pengumpulan Data

Data diperoleh dari PT Pertamina yang menghasilkan produk BBM dan NBM di tahun 2003 seperti terlihat pada tabel 1 dibawah ini.

Tabel 1. Waktu Proses Produksi Produk BBM dan NBM

Produk	Proses I (<i>PrimaryProcess</i>) (Hari/Barel)	Proses II (<i>Secondary Process</i>) (Hari/Barel)
BBM	$1,618.10^{-5}$	$1,095.10^{-5}$
NBM	$1,550.10^{-4}$	$1,575.10^{-4}$

Sumber: PT. PERTAMINA UP III Plaju-Palembang Tahun 2003

3.2. Pembentukan Model *Goal Programming*

- 1. Menentukan variabel keputusan, misal x_j , $j = 1,2,\dots,n$ dan n adalah banyaknya variabel keputusan.
- 2. Menentukan tujuan-tujuan
 - a. Menentukan koefisien teknologi yang cocok dengan variabel

- keputusan untuk masing-masing tujuan.
- b. Menentukan nilai kanan dari masing-masing tujuan
- 3. Menyatakan tujuan-tujuan yang telah diperoleh pada langkah-2 ke dalam bentuk kendala tujuan, dibentuk dengan cara menambahkan:

a. Variabel simpangan negatif (d_i^-), yang menunjukkan nilai dibawah sasaran (*underachievement*), sehingga selalu berkoefisien +1 pada setiap kendala tujuan, yakni $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i^- = b_i$ dan

dapat ditulis menjadi

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i - d_i^- \quad (1)$$

b. Variabel simpangan positif, yang menunjukkan nilai diatas sasaran (*overachievement*), karena itulah d_i^+ selalu berkoefisien -1 pada setiap kendala tujuan, sehingga $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - d_i^+ = b_i$ dan dapat ditulis menjadi

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i + d_i^+ \quad (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) dapat ditulis:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i - d_i^- + d_i^+ \text{ atau}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$; x_j, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad (3)$$

Karena nilai minimum untuk d_i^- dan d_i^+ adalah nol, persamaan (3) terpenuhi bila

salah satu dari tiga kriteria berikut dipenuhi:

$$1. d_i^- = d_i^+ = 0$$

$$\text{sehingga } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \text{ artinya}$$

sasaran tercapai

$$2. d_i^- > 0, d_i^+ = 0 \text{ sehingga}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i - d_i^- \text{ artinya}$$

sasaran tidak terlampaui karena

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j < b_i$$

$$3. d_i^- = 0, d_i^+ > 0 \text{ sehingga}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i + d_i^+ \text{ artinya}$$

sasaran akan terlampaui karena

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j > b_i$$

4. Mengubah kendala tujuan ke bentuk persamaan model *Goal Programming*

$$\text{Jika } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i \quad (4)$$

Maka fungsi Tujuan dari model *Goal Programming*

$$Z = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i \right) \quad (5)$$

Dan Bentuk (4) dapat ditulis sebagai berikut:

$$d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i \quad (6)$$

selanjutnya persamaan (6) menjadi:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - d_i = b_i \quad (7)$$

sehingga Fungsi Tujuannya menjadi:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m |d_i| \quad (8)$$

karena d_i adalah variabel simpangan yang bernilai positif dan negatif,

$$\text{maka } d_i = d_i^+ - d_i^- \quad (9)$$

dengan $d_i^+, d_i^- \geq 0$; untuk $i = 1, 2, \dots,$

m , sehingga d_i^+ dan d_i^- didefinisikan sebagai berikut:

$$d_i^+ = \begin{cases} + d_i, & \text{jika } d_i \geq 0 \\ 0, & \text{jika } d_i < 0 \end{cases}$$

$$\text{dan } d_i^- = \begin{cases} 0, & \text{jika } d_i \geq 0 \\ -d_i, & \text{jika } d_i < 0 \end{cases}$$

$$\text{Jadi } |d_i| = d_i^+ + d_i^-, \quad (10)$$

karena tidak mungkin dalam suatu tujuan terjadi *overachievement* (d_i^+) dan *underachievement* (d_i^-) secara bersamaan, maka salah satu atau kedua-duanya dari variabel penyimpangan ini akan sama dengan nol. Dengan memasukkan variabel penyimpangan $d_i = d_i^+ - d_i^-$ ke

persamaan (7) maka persamaan fungsi kendalanya menjadi:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - (d_i^+ - d_i^-) = b_i$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i \quad \text{Dari}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$\text{persamaan (8) } Z = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i \right)$$

Substitusikan b_i pada persamaan (7)

maka

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - d_i \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^m |d_i|. \end{aligned}$$

Jadi bentuk umum dari model *Goal Programming* yang lengkap dapat ditulis:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m (d_i^+ + d_i^-) \quad (11)$$

$$\text{Dengan kendala: } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - d_i = b_i \quad (12)$$

Atau Minimumkan $Z =$

$$\sum_{i=1}^m (d_i^+ + d_i^-) \text{ karena } d_i = d_i^+ - d_i^-$$

maka kendala tujuannya

$$\text{menjadi: } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad (13)$$

untuk $i = 1, 2, \dots, m$ tujuan ; dimana $x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$

Tujuan yang telah ditetapkan (b_i) akan tercapai bila variabel simpangan d_i^+ dan d_i^- bernilai nol, maka d_i^+ dan d_i^- harus diminimumkan dalam fungsi tujuan.

5. Menyatakan Tujuan

Pada tahun yang akan datang, perusahaan ingin mencapai beberapa tujuan yang diurutkan berdasarkan prioritas sebagai berikut :

1. Memperoleh total laba perusahaan diatas US\$ 2000.
2. Mengoptimalkan waktu proses produksi pada proses I yaitu 365 hari.
3. Menghindari kelebihan kapasitas produksi (tidak melebihi kapasitas produksi).
4. Memenuhi permintaan pasar terhadap BBM minimal 32.005.320 barel.

3.3. Mendefinisikan Variabel Keputusan

x_1 = banyaknya BBM yang diproduksi (barel)

x_2 = banyaknya NBM yang diproduksi (barel)

3.4. Mendefinisikan Kendala Tujuan

Kendala tujuan secara lengkap dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 886,95 x_1 + 620,5 x_2 &\geq 2000 \\ 1,618 \cdot 10^{-5} x_1 + 1,550 \cdot 10^{-4} x_2 &\leq 365 \end{aligned} \quad (14)$$

$$x_1 + x_2 \leq 40.929.730$$

$$x_1 \geq 32.005.320$$

$$x_i \geq 0, d_j \geq 0 \quad (i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4)$$

3.5. Mengubah Kendala Tujuan ke Bentuk Persamaan Goal Programming

Kendala tujuan dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 886,95 x_1 + 620,5 x_2 + d_1^- - d_1^+ &= 2000 \\ 1,618 \cdot 10^{-5} x_1 + 1,550 \cdot 10^{-4} x_2 + d_2^- - d_2^+ &= 365 \\ x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ &= 40.929.730 \\ x_1 + d_4^- - d_4^+ &= 32.005.320 \end{aligned} \quad (15)$$

3.6. Menyatakan Fungsi tujuan

1. Meminimumkan $P_1 d_1^-$

Tujuan adalah meminimumkan d_1^- , yaitu meminimumkan perolehan laba dibawah target yaitu dibawah US\$ 2000, karena PT.PERTAMINA menyetujui

Penyelesaian masalah dengan algoritma Goal Programming dengan menggunakan Tabel Simpleks Modifikasi

- a. Variabel keputusan dan variabel-variabel penyimpangan ditempatkan paling atas, maka terdapat sepuluh kolom pada sisi kanan Tabel yaitu: $x_1, x_2, d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_4^-, d_1^+, d_2^+, d_3^+,$ dan d_4^+ .
- b. Menempatkan tingkat prioritas P_j pada posisi yang paling atas dan paling kiri maka P_j dengan $j = 1,2,3,4;$ P_j ditulis sesuai dengan fungsi tujuan yang dibentuk
- c. Kolom variabel dasar (VD) diisi dengan variabel penyimpangan yang negatif (-) yaitu d_1^-, d_2^-, d_3^- dan d_4^- .
- d. Kolom-kolom dibawah tiap variabel keputusan, variabel penyimpangan negatif dan variabel penyimpangan positif ditulis sesuai dengan model
- e. Tabel simpleks modifikasi awal Goal Programming dengan solusi fisibel dasar awal diperlihatkan pada Tabel 1 dibawah ini.

Tabel 1. Solusi Fisibel Dasar Awal.

	P_j	0	0	P_1	P_2	0	P_4	0	0	P_3	0	
P_j	VD	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
P_1	d_1^-	2000	886,95	620,5	1	0	0	0	-1	0	0	0
P_2	d_2^-	365	$1,618 \cdot 10^{-5}$	$1,550 \cdot 10^{-4}$	0	1	0	0	0	-1	0	0
0	d_3^-	40.929.730	1	1	0	0	1	0	0	0	-1	0
P_4	d_4^-	32.005.320	1	0	0	0	0	1	0	0	0	-1
P_4	$Z_j - c_j$	32.005.320	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
P_3	$Z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
P_2	$Z_j - c_j$	365	$1,618 \cdot 10^{-5}$	$1,550 \cdot 10^{-4}$	0	0	0	0	0	-1	0	0
P_1	$Z_j - c_j$	2000	886,95	620,5	0	0	0	0	-1	0	0	0

Baris pivot diperoleh dari rasio positif terkecil antara nilai kolom b dengan kolom x_1 , yaitu: $\text{Min} \left(\frac{2000}{886,95}; \frac{365}{1,618 \cdot 10^{-5}}; \frac{40.929.730}{1} \right)$ = 2,2549 Maka d_1^- keluar dari basis, dan x_1 masuk ke dalam basis.

Pada iterasi kedua, baris prioritas P_1 tidak ada nilai yang positif. Jadi, tujuan prioritas pertama telah tercapai. Prioritas kedua adalah baris di atas prioritas pertama dan masih terdapat nilai positif sehingga perlu dievaluasi lagi dengan menentukan kolom pivot yakni $1,4368 \cdot 10^{-4}$ pada kolom x_2 dan variabel yang keluar dari basis diperoleh dari rasio positif minimum antara basis dengan kolom pivot, yaitu baris x_1 .

Pada iterasi ketiga, baris prioritas P_1 tidak ada nilai yang positif. Jadi, tujuan prioritas pertama telah tercapai. Prioritas kedua adalah baris di atas prioritas pertama. Pada prioritas kedua masih ada nilai positif, maka baris tersebut diambil sebagai pivot, yakni $2,499 \cdot 10^{-7}$ pada kolom d_1^+ sehingga d_1^+ masuk dalam basis. Variabel yang keluar dari basis adalah baris d_2^- .

Pada iterasi keempat, pada baris prioritas P_1, P_2 , dan P_3 tidak ada nilai yang positif. Jadi, tujuan prioritas pertama, kedua dan ketiga telah tercapai. Prioritas berikutnya adalah prioritas keempat yang masih memiliki nilai positif. Nilai yang positif tersebut diambil sebagai kolom pivot, yakni 1 pada kolom x_1 dan variabel yang keluar dari basis adalah baris x_2 .

Pada iterasi kelima, pada baris prioritas P_1, P_2 , dan P_3 tidak ada nilai yang positif. Jadi, tujuan prioritas pertama, kedua dan ketiga telah tercapai. Prioritas berikutnya adalah prioritas keempat yang masih memiliki nilai positif. Nilai yang positif tersebut diambil sebagai kolom pivot, yakni $61804,69716$ pada kolom d_2^+ sehingga d_2^+ masuk dalam basis dan variabel yang keluar dari basis adalah baris P_4 . Iterasi akhir terlihat pada Tabel 2. Karena tidak ada lagi nilai positif pada $Z_j - c_j$ pada baris P_1, P_2, P_3 dan P_4 , sehingga dapat dikatakan merupakan solusi *Goal Programming* yang optimal dari empat tujuan yang ingin dicapai.

Tabel 2. Penentuan Kolom dan Baris Pivot Iterasi ke 5.

P_j	VD	b	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+
0	x_1	32005320	1	0	0	0	0	1	0	0	0	-1
0	d_1^+	28387116574	0	-620,5	-1	0	0	887	1	0	0	-887
0	d_3^-	8924410	0	1	0	0	1	-1	0	0	-1	1
0	d_2^+	152,8460776	0	-0,000155	0	-1	0	0	0	1	0	-0
P_4	$Z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
P_3	$Z_j - c_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
P_2	$Z_j - c_j$	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
P_1	$Z_j - c_j$	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0

KESIMPULAN

Dari hasil diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Dari ke-empat tujuan yang ingin dicapai diperoleh solusi optimal *Goal Programming*, yaitu sebagai berikut:
 $d_1^+ = 28.387.116.574$, artinya perusahaan memperoleh laba sebesar US\$ 28.387.116.574 di atas target yang ditetapkan, $d_2^+ = 152,8460776$, artinya tersedianya waktu proses produksi selama 152,846 hari, $d_3^- = 8.924.410$, artinya kapasitas produksi BBM ada sebanyak 8.924.410 Barel kurang dari

kapasitas maksimum dan $x_1 = 32.005.320$, artinya produksi BBM sebanyak 32.005.320 Barel dapat dipenuhi sesuai permintaan pasar.

2. Penyimpangan tujuan berprioritas tinggi dapat diminimumkan terlebih dahulu sebelum tujuan yang berprioritas rendah dipertimbangkan.

DAFTAR PUSTAKA

Markland, R.E. & J.R. Sweigart. 1987. *Quantitative Methods: Applications to Managerial Decision Making*. John Wiley & Sons. New York

