

Investigasi Proses Visualisasi Matematis: Studi Kasus Siswa Field-Independent Dalam Menyelesaikan Soal Non-Kontekstual

Edy Setiyo Utomo*, Dwi Juniati**, Tatag Yuli Eko Siswono**

* Program Studi Pendidikan Matematika, STKIP PGRI Jombang

**Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya

Info Artikel

Riwayat Artikel:

Diterima: 15 Mei 2017

Direvisi: 1 Juni 2017

Diterbitkan: 31 Juli 2017

Kata Kunci:

Visualisasi matematis, Field-independent

Non-kontekstual

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini untuk investigasi proses visualisasi matematis siswa SMP dalam menyelesaikan soal non-kontekstual. Investigasi proses visualisasi matematis didasarkan pada aspek *generation*, *inspection*, *scanning*, dan *transformation*. subjek LFI penelitian ini seorang siswa *field-independent* kelas 8 yang komunikatif. Instrumen penelitian terdiri dari tes GEFT, tes visualisasi, dan pedoman wawancara. Prosedur penelitian meliputi memberikan tes visualisasi matematis berupa soal non-kontekstual, dan wawancara berbasis hasil tes. Analisis data dengan langkah kategorisasi data, reduksi data, paparan data, dan menarik simpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek LFI mengeksplorasi bentuk gambar sesuai dengan urutan kalimat. subjek LFI membayangkan posisi objek sebelum direpresentasikan. subjek LFI menetapkan strategi *partisi-objek*. subjek LFI menyederhanakan gambar dari objek kompleks. subjek LFI melakukan translasi objek sesuai dengan unsur awal. Terakhir, hasil investigasi proses visualisasi matematis ini sangat penting dalam pembelajaran matematika, terutama pengembangan kurikulum pada siswa sekolah menengah pertama dalam menyelesaikan soal non-kontekstual yang dihubungkan dengan gaya kognitif.

Copyright © 2017 SI MaNIs.

All rights reserved.

Corresponding Author:

Penulis Pertama,

Program Studi Pendidikan Matematika,

STKIP PGRI Jombang,

Jl. Pattimura III/20 Jombang, Jawa Timur, Indonesia 61418

Email: edystkipjb@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Suatu penyelesaian soal matematika tidak dapat dilihat pada hasil akhir semata, tetapi bagaimana mengolah kognitif yang lebih kompleks seperti memahami maksud soal, menggunakan aturan operasi, menghubungkan pengetahuan yang terdahulu, strategi yang digunakan, melakukan penyelesaian dan mendapatkan hasil penyelesaian. Sesuai pendapat [1] menyatakan:

“maintain that an important key to mathematical problem solving rests in the processes by which student seek to understand math problem. They contend that the major creative work in solving word problem rest in understanding what the problem means; carrying out a solution plan follows naturally from the problem solver’s representation of the problem”.

namun, kenyataannya tidak jarang siswa menyelesaikan soal matematika hanya menggunakan hafalan prosedur tanpa memahami maksud soal. Menurut [2] menyatakan tentang proses penyelesaian soal matematika, siswa cenderung untuk menghafal prosedur dan operasi matematik serta menggunakan angka-angka dan istilah yang menjadi kata kunci.

Berkaitan dengan soal matematika, visualisasi merupakan salah satu hal yang mempunyai peranan penting selama proses menyelesaikan soal matematika. Menurut [3] visualisasi memiliki peran yang penting dalam pengembangan pemikiran, pemahaman matematis dan dalam transisi dari berpikir konkrit ke abstrak yang berkaitan dengan menyelesaikan soal. Visualisasi yang digunakan pada menyelesaikan soal dapat menjadi alat yang ampuh dalam mengeksplorasi soal matematis dan untuk memberi arti bagi konsep-konsep matematis dan hubungannya [4]. Beberapa penelitian telah membahas keuntungan dari visualisasi berkaitan dengan menyelesaikan soal matematika [5][6][7].

Menurut [8] visualisasi merupakan suatu proses kognitif atau sebuah tindakan dimana seorang individu itu meningkatkan koneksi antara sebuah konstruk internal dan sesuatu yang mengakses melalui indra. Sebuah koneksi dapat dibuat dua arah. Sebuah tindakan visualisasi yang terdiri dari konstruksi mental dari objek atau proses, dimana seorang individu akan mengasosiasikan dengan objek atau peristiwa yang diterima olehnya secara eksternal. Alternatifnya, sebuah tindakan visualisasi mungkin terdiri dari konstruksi pada media eksternal seperti kertas, papan atau layar komputer, objek atau proses dimana individu itu mengidentifikasi dengan objek atau proses dalam pikirannya. Visualisasi juga didefinisikan sebagai proses mentransformasi informasi ke bentuk persepsi sehingga hasil yang dipaparkan tampak dengan menghubungkan data yang ada [9]. Selain itu, visualisasi adalah proses menggunakan ilustrasi geometri pada konsep matematika. Visualisasi merupakan teknik yang paling umum yang digunakan dalam pembelajaran matematika [10]. Selanjutnya, visualisasi merupakan proses pembentukan gambar dengan melalui suatu tindakan dimana seseorang individu membentuk hubungan yang kuat antara pikiran dengan sesuatu yang diakses melalui indra [11]. Pada penelitian ini, visualisasi adalah aktifitas mental dalam memanipulasi, eksplorasi, dan rekognisi ide matematis sebagai hasil kreasi dan interpretasi dalam pikiran melalui aspek menggenerasi objek (*image generation*), menginspeksi objek (*image inspection*), menscanning objek (*image scanning*), dan mentransformasi objek (*image transformation*).

Teori perkembangan kognitif Peaget menyatakan bahwa perkembangan kognitif anak adalah berbeda dan berubah mengikuti empat tahapan umur, yaitu Tahapan sensori-motor (0-2 tahun). Pada tahapan ini anak bertindak langsung terhadap dunia luar tetapi belum mampu menciptakan gambaran internal perihal lingkungan. Pada akhir tahapan ini aktivitas anak berkurang dan proses kognitif dalam interaksi dengan lingkungan bertambah. Tahapan praopersional (2-7 tahun), pada tahapan ini anak mengembangkan konsep-konsep dasar seperti: waktu, ruang, massa, sebab akibat dan dilanjutkan menggunakan lambang. Di samping itu, anak bersifat egoistic, kemampuan mempertimbangkan terbatas, dan urutan pikirannya kurang teratur atau kurang terorganisir. Tahapan operasi kongkrit (7-11 tahun), pada tahapan ini anak mempunyai urutan pikiran yang lebih terorganisir, sifat egoisticnya berkurang, sedang perkembangan kemampuan mempertimbangkan masih terbatas, namun masih ada keterbatasan dalam pendekatan abstrak atau imajinatif. Tahapan operasi formal (12 tahun ke atas), pada tahapan ini anak telah menguasai operasi mental yang kompleks dan menyangkut konsep kongkrit dan abstrak. Yang jelas, siswa sekolah menengah berada pada tahap operasi formal. Siswa pada tahap operasi formal sudah mulai berpikir secara abstrak. Sehubungan dengan itu, aktivitas pada saat pembelajaran maupun dalam menyelesaikan soal matematika sudah mulai bergeser dari hal yang kongkrit menuju lebih abstrak. Walaupun demikian, siswa pada tahap ini masih memerlukan bantuan yang bersifat kongkrit untuk selama pembelajaran dan menyelesaikan soal untuk memperkuat pemahaman konsep matematik mereka. Sedangkan menurut [12] bahwa visualisasi adalah sebuah komponen sentral dari banyak proses untuk membuat transisi dari pikiran yang kongkrit ke abstrak. Ini adalah sebuah alat untuk merepresentasikan ide dan informasi matematika, dan digunakan intensif pada tingkat menengah. Dengan demikian, peneliti menduga bahwa proses visualisasi terjadi pada tahap operasi formal karena pemikiran siswa sudah mulai bergeser dari hal yang kongkrit menuju lebih abstrak.

Dalam menyelesaikan masalah, siswa atau individu memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Psikologi dengan berbagai cabangnya telah mengidentifikasi sangat banyak variabel yang mengindikasikan perbedaan individu tersebut serta mempengaruhi proses belajarnya, antara lain kecerdasan, keberbakatan, gaya

kognitif, gaya belajar, dan kemampuan awal. [10] menyebutkan bahwa dengan mengidentifikasi gaya kognitif siswa, para pendidik dapat terbantu untuk memahami bagaimana seseorang mengorganisasikan dan merepresentasikan informasi.

Berkaitan dengan merepresentasikan informasi, tentu tidak lepas bagaimana siswa mengungkapkan dalam bentuk gambar atau ekspresi matematis. Gaya kognitif juga mempunyai peran penting selama proses visualisasi matematis terutama bagaimana penerimaan informasi sampai penggunaan informasi dalam menyelesaikan masalah [4] [10]. Dengan demikian perbedaan individu yang dimaksud dalam penelitian ini adalah perbedaan berdasarkan gaya kognitif. Mengacu pada karakteristik seseorang dan konsistensi dalam menanggapi, mengingat, mengorganisasi, memproses, berpikir dan memecahkan masalah [8]. Gaya kognitif dalam penelitian ini adalah gaya kognitif *field independent* yang merupakan gaya kognitif dilihat dari segi psikologi. Berdasarkan hal tersebut, peneliti terinspirasi untuk melakukan investigasi proses visualisasi matematis pada siswa yang mempunyai gaya kognitif *field-independent* dalam menyelesaikan soal non-kontekstual. Adapun investigasi proses visualisasi didasarkan pada aspek-aspek yang telah dipaparkan sebelumnya.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Subjek Penelitian

subjek LFI pada penelitian ini terdiri dari seorang siswa SMP laki-laki kelas 8 dengan kemampuan komunikasi yang baik. Subjek LFI penelitian ini adalah siswa yang mempunyai gaya kognitif *field independent* berdasarkan hasil tes gaya kognitif GEFT (*Group Embedded Figures Test*).

2.2 Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian yang digunakan untuk investigasi proses visualisasi meliputi: Tes gaya kognitif GEFT (*Group Embedded Figures Test*) terjemahan yang dikembangkan oleh Witkin, *et al* (1971). Pedoman wawancara, dimana pedoman ini digunakan untuk menggali data yang tidak dapat terlihat dari hasil jawaban subjek LFI, dan sekaligus sebagai bentuk konfirmasi atas pekerjaan subjek LFI. Tes soal geometri, dimana soal yang diberikan kepada subjek LFI penelitian merupakan soal non-kontekstual sebagai berikut.

Tabel 1. Tes Visualisasi Matematis

Petunjuk:

- a. Bacalah doa sesuai keyakinan anda sebelum mengerjakan soal!
 - b. Bacalah soal di bawah ini dengan teliti!
 - c. Kerjakan soal di bawah ini pada lembar jawaban yang telah disediakan!
 - d. Silahkan anda menggunakan lembar coretan yang telah disediakan!
- Dalam sebuah persegi terdapat dua lingkaran yang saling bersinggungan. Masing-masing lingkaran berukuran jari-jari 3 cm. Bila semua sisi persegi bersinggungan dengan lingkaran maka berapa luas persegi tersebut? Uraikan jawabanmu!
-

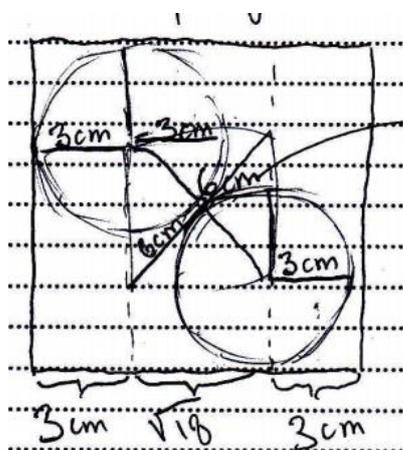
2.3 Prosedur Penelitian

Desain penelitian adalah deskriptif eksploratif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Pengumpulan data dan analisis data dilakukan oleh peneliti. Prosedur pengumpulan data digunakan untuk menginvestigasi proses visualisasi matematis dalam menyelesaikan soal geometri, dimulai dengan memberikan tes gaya kognitif GEFT, dan dilanjutkan dengan memberikan tes visualisasi matematis kepada subjek LFI dengan gaya kognitif *field-independent*. Selanjutnya. Peneliti melakukan wawancara berbasis jawaban subjek LFI yang dihubungkan dengan setiap aspek visualisasi matematis. Triangulasi waktu digunakan untuk menguji kredibilitas data. Data dianalisis, dikategorisasi, direduksi dan diinterpretasi untuk membuat kesimpulan.

3. HASIL PENELITIAN

3.1. Aspek Menggenerasi Objek

Langkah awal yang dilakukan subjek LFI dalam merepresentasikan informasi yaitu dengan cara membayangkan posisi-posisi dari kedua lingkaran. subjek LFI mencoba membayangkan disertai dengan gerakan tangan, dimana kedua tangan membentuk lingkaran sebagai asumsi dari kedua lingkaran tersebut. Pada proses mengeksplorasi informasi, subjek LFI mencoba beberapa posisi, yaitu posisi berjajar ke samping dan posisi berjajar ke atas. Posisi berjajar ke samping yaitu kedua lingkaran diletakkan secara mendatar (horizontal), dan posisi berjajar ke atas yaitu posisi kedua lingkaran berada di atas dan di bawah (vertikal). Namun, subjek LFI mengungkapkan bahwa kedua posisi tersebut tidak menghasilkan bangun persegi, melainkan persegi panjang. Sehingga kedua posisi tersebut tidak memenuhi syarat yang terdapat dalam soal. Selanjutnya, subjek LFI mencoba membuat posisi baru, dimana kedua lingkaran diletakkan secara diagonal, dan subjek LFI mengungkapkan bahwa posisi tersebut memenuhi syarat dari soal, dimana kedua lingkaran menyinggung sisi-sisi persegi. Hasil representasi subjek LFI dalam eksplorasi informasi ditunjukkan pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Representasi subjek LFI Dalam Eksplorasi Informasi

Pada Gambar 1 di atas, subjek LFI membuat gambar berdasarkan informasi dari soal, yaitu dimana subjek LFI membuat persegi terlebih dan dilanjutkan membuat kedua lingkaran yang telah dibayangkan sebelumnya. Selanjutnya subjek LFI juga memberikan tambahan informasi seperti ukuran jari-jari lingkaran yaitu 3 cm. Berikut cuplikan wawancara antara peneliti dengan subjek LFI mengenai aspek menggenerasi objek.

Peneliti : tadi sebelum menggambar, kenapa mas haykal menggerakkan tangan?

subjek LFI : ya coba aja aku bayangin posisinya lingkaran, biar tau modelnya

Peneliti : model apa maksudnya?

subjek LFI : ya gambarnya..kan kalau aku “tumpuk” atau aku “jejer” jadinya persegi panjang...bukan persegi

Peneliti : lalu kenapa posisinya begitu?

subjek LFI : iya..kalau posisi seperti ini(yang dimaksudkan subjek LFI pada gambar 1) kan jadinya bentuk persegi, trus semua sisinya juga menyentuh lingkaran

Berdasarkan hal di atas, pada saat mengeksplorasi informasi, subjek LFI melakukan proses imajinasi mengenai bentuk dan posisi. Dimana imajinasi yang dilakukan untuk memastikan apakah bentuk pada bangun yang di luar lingkaran tersebut persegi atau bukan persegi. Selain itu, subjek LFI juga mengaitkan informasi dalam soal dengan pengetahuan yang dimiliki, seperti sifat-sifat bangun persegi dan lingkaran.

3.2. Aspek Menginspeksi Objek

$$\begin{array}{l}
 \dots\dots\dots \\
 \dots c^2 = a^2 + b^2 \\
 \dots c^2 = 3^2 + 3^2 \\
 \dots c^2 = 9 + 9 \\
 \dots c^2 = 18 \\
 \dots c = \sqrt{18}
 \end{array}$$

Gambar 3. Proses Menentukan Unsur oleh subjek LFI

Pada Gambar 3 di atas, subjek LFI mengubah unsur-unsur pada bangun segitiga siku-siku sama kaki, dimana sisi AB diubah menjadi c , sisi AO diubah menjadi a , dan sisi BO diubah menjadi b . Selanjutnya, subjek LFI mensubstitusikan unsur-unsur pada rumus Pythagoras, sehingga didapatkan hasil akhir ukuran panjang sisi “persegi baru” adalah $\sqrt{18}$ cm.

3.4 Aspek Mentransformasi Objek

Proses visualisasi matematis pada aspek mentransformasi objek yang dilakukan subjek LFI pada Gambar 2 di atas, yaitu subjek LFI melakukan translasi pada beberapa unsur seperti unsur mengenai ukuran panjang pada sisi “persegi baru” dan ukuran jari-jari lingkaran. Pada ukuran sisi “persegi baru”, subjek LFI mengungkapkan bahwa panjang yang diperoleh pada sisi “persegi baru” dapat digeser pada bagian sisi persegi semula, dimana subjek LFI menyatakan bahwa bagian sisi persegi yang awal juga memiliki panjang $\sqrt{18}$ cm. Selanjutnya, subjek LFI juga melakukan translasi pada ukuran jari-jari lingkaran, dimana subjek LFI mengungkapkan bahwa jarak antara titik pusat lingkaran ke sisi persegi sama dengan jarak antara titik bantu yang telah dibuat ke sisi persegi, sehingga jarak titik bantu ke sisi persegi adalah 3 cm. Untuk menentukan hasil akhir, subjek LFI menjumlahkan unsur-unsur yang telah diperoleh, yaitu $3\text{cm} + \sqrt{18}\text{cm} + 3\text{cm} = 6 + \sqrt{18}\text{cm}$, dan selanjutnya untuk menentukan luas persegi subjek LFI menggunakan rumus luas persegi, dimana sisi-sisinya adalah $6 + \sqrt{18}\text{cm}$. Subjek LFI juga menggunakan aturan distributif perkalian terhadap penjumlahan, sehingga hasil akhir adalah $54 + 36\sqrt{2}\text{cm}^2$

4. SIMPULAN

Selama investigasi proses visualisasi matematis pada subjek field-independent, keempat aspek telah dilakukan oleh subjek dalam menyelesaikan soal non-kontekstual. Pertama, subjek mengeksplorasi bentuk gambar sesuai dengan urutan kalimat, dimana subjek terlebih dulu membuat bangun persegi dan dilanjutkan membuat dua buah lingkaran yang saling bersinggungan. Ketika membuat kedua lingkaran, subjek melakukan beberapa uji coba mengenai posisi kedua lingkaran sedemikian sehingga dapat bersinggungan baik kedua maupun sisi persegi. Kedua, subjek memilih strategi partisi-objek, dimana subjek menghubungkan kedua titik pusat lingkaran dan dilanjutkan membuat garis bantuan, sehingga di asumsikan dua garis diagonal bangun persegi yang saling berpotongan. Ketiga, subjek melakukan pemindahan gambar, dimana unsur gambar persegi yang merepresentasikan bangun yang dibentuk dari titik-titik pusat lingkaran. Proses pemindahan gambar dilakukan dengan arah sejajar dan posisi yang sama dari gambar awal. Subjek melakukan manipulasi simbol dan operasi hitung aljabar. Subjek menggunakan rumus Pythagoras dalam proses perhitungan. Keempat, subjek melakukan proses translasi pada unsur objek. Terakhir, hasil investigasi proses visualisasi matematis ini sangat penting dalam pembelajaran matematika, terutama pada pengembangan kurikulum tingkat sekolah menengah pertama di Indonesia.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. *The Role Of Visualization In The Middle School Mathematics Curriculum*. Focus on Learning Problems in Mathematics (1989), 11(1-2), 49-60.
- [2] Lavy, Ilana. *Dynamic Visualization And The Case Of 'Stars In Cages'*. Proceeding Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Prague: PME, 2006). Vol 4. Pp. 25-32.
- [3] Makina, A. & Wessels, D. *The Role Of Visualisatio In Data Handling In Grade 9 Within A Problem-Centred Context*. University of South Africa. Pretoria Pythagoras (2009), 69, 56-68.
- [4] Presmeg, N.. *Visualization in High-School Mathematics. For the Learning of Mathematics*, Journal Educational Studies of Mathematics (1986), 6(3), 42-46
- [5] Kosslyn, M. S. *Image And Brain: The Resolution of the Imagery Debate*. London: W. W. Norton and Company. (1994).
- [6] Thornton, S. *A Picture is Worth A Thousand Words*. (Retrieved February 7, 2003), from [http://www.amt . Canberra.edu.au/~sjt/dva.htm](http://www.amt.canberra.edu.au/~sjt/dva.htm)
- [7] Yin, H. S. *Visualization In Primary School Mathematics: Its Roles And Processes In Mathematical Problem Solving*. SingTeach Magazine Of The National Institute Of Education. Nanyang Technological University. Singapore. (2010).
- [8] Phillips, L. M., Norris, S. P., Macnab. *Visualization in Mathematics, Reading and Science Eduaction*. Springer Dordrecht Heidelberg. London New York. (2010)
- [9] Hershkowitz, R. *Visualization In Geometry—Two Sides Of The Coin*. Focus on Learning Problems in Mathematics (1990), 11(1), 61-76
- [10] Zimmermann, W., & Cunningham, S. Editor's Introduction: *What Is Mathematical Visualization*. In W. Zimmerman & S. Cunningham (Eds), *Visualisation In Teaching And Learning Mathematics* (pp. 1-8). Washington, DC: Mathematical Association of America, (1991).
- [11] Zazkis, R., Dubinsky, E. dan Dauterman, J. *Using Visual And Analytic Strategies: A Study Of Students Understanding Of Permutation And Symmetry Groups*. Journal of Research in Mathematics Education (1996), 27 (4): 435-457.
- [12] Makina, A. & Wessels, D. *The Role Of Visualisatio In Data Handling In Grade 9 Within A Problem-Centred Context*. University of South Africa. Pretoria Pythagoras (2009), 69, 56-68