

Penerapan Metode *Vogel's Approximation Method* (VAM) dan *Modified Distribution* (MODI) Dalam Penyelesaian *Transshipment Problem*

Application Vogel's Approximation Method (VAM) and Modified Distribution (MODI) in Solving Transshipment Problem

Aisyah¹, Ika Purnamasari², dan Yuki Novia Nasution³

^{1,2}Laboratorium Statistika Ekonomi dan Bisnis Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman

³Laboratorium Matematika Komputasi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman

¹E-mail: isa.isa6699@gmail.com

Abstract

Transshipment method is an extension of the transportation method. The method of transshipment itself can not be directly to the destination because the goods transported must experience transit, while the method of transporting direct shipment from factory to destination. The data used in this study is data that has been obtained from PT. Nestle Balikpapan where the data is processed by using the VAM method as a method of initial solution and MODI Method as a Final solution, the data aims to find out whether by using both of methods can reduce operational cost of PT. Nestle Balikpapan and the difference of operational cost before application and after using both of that method. Based on the results of the research can be obtained that by using the Initial Solution Solution with VAM can minimize the cost of 43,54% of the initial cost and continued with the final Solution Method that is MODI for the optimality testing by reduced 44,14%.

Keywords: MODI, Transshipment, Transportation, VAM.

Pendahuluan

Pada dunia bisnis, manajemen rantai suplai merupakan strategi klasik yang banyak digunakan oleh industri atau perusahaan dalam mengembangkan usahanya. Salah satu tingkat taktisnya adalah strategi transportasi, termasuk frekuensi komoditi dan rute distribusinya. Komoditi yang terbatas membuat industri perlu melakukan perencanaan yang matang dalam pendistribusiannya kepada penerima, tergantung pada jumlah permintaan. Hal tersebut juga tak lepas dari biaya operasional distribusi pengiriman komoditi.

Pada dasarnya, masalah transportasi telah dipelajari sebelum berkembangnya model pemrograman linier. Leonid Vitaliyevich Kantorovitch, seorang pakar matematika dan ekonomi asal Soviet, pada tahun 1939 telah mempelajari masalah transportasi. Pada tahun 1941, Frank Lauren Hitchcock, seorang pakar matematika dan fisika asal Amerika, mempresentasikan model matematika dalam bentuk model standar transportasi dan kemudian dijelaskan dengan lebih signifikan oleh Tjalling Charles Koopmans pada tahun 1947 (Subagyo, dkk, 2008).

Pada perkembangannya metode transportasi dapat diperluas dengan metode *transshipment*. Metode *transshipment* yang merupakan perluasan dari model transportasi dimana perbedaannya adalah, pada metode *transshipment* semua simpul berpotensi menjadi tempat persinggahan barang atau titik *transshipment*, sedangkan pada metode transportasi pengiriman barang langsung dari pabrik yang kelebihan barang ke gudang yang

membutuhkan barang, dengan tujuan menyuplai barang yang ada di pabrik asal sedemikian rupa hingga terpenuhi semua kebutuhan pada tempat tujuan (Chusnia, 2003).

PT. Nestle Cabang Balikpapan adalah perusahaan ini mempunyai beberapa pabrik dan gudang yang tersebar di berbagai wilayah Indonesia yang kegiatan usahanya memproduksi barang dalam jumlah yang besar. Dalam pendistribusian produk barang PT. Nestle Cabang Balikpapan yang banyak tersebut maka sangatlah cocok untuk mengukur biaya distribusi dengan menggunakan Metode *Transshipment* dapat digunakan untuk mendapatkan biaya operasional yang minimum sehingga menghasilkan keuntungan yang besar. Dalam penelitian ini yang menjadi objek adalah *Carnation Coffee Mate*.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka penulis tertarik untuk mengambil tema metode *transshipment problem* dengan metode VAM sebagai solusi awal dikarenakan lebih akurat dibandingkan metode lainnya walaupun lebih rumit dan metode MODI sebagai solusi akhir, metode MODI adalah perkembangan dari algoritma *Stepping Stone* dengan studi kasus pada PT. Nestle Cabang Balikpapan.

Metode Transportasi

Pemodelan transportasi adalah suatu prosedur berulang untuk memecahkan permasalahan meminimasi biaya pengiriman produk dari beberapa sumber ke beberapa tujuan. beberapa hal yang dapat diperhatikan dalam penggunaan model transportasi, yaitu:

- a. Titik asal dan kapasitas atau pasokan pada setiap periode.
- b. Titik tujuan dan permintaan pada setiap periode.
- c. Biaya pengiriman satu unit dari setiap titik asal ke setiap titik tujuan (Heizer dan Render, 2005).

Masalah transportasi dapat dinyatakan dalam program bilangan bulat sebagai berikut :

Fungsi tujuan :

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

Dengan kendala :

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = a_i : i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j : j = 1, 2, \dots, n$$

Keterangan :

C_{ij} = Biaya transportasi per unit barang dari sumber i ke tujuan j

X_{ij} = Jumlah barang yang didistribusikan dari sumber i ke tujuan j

a_i = Jumlah barang yang ditawarkan atau kapasitas dari sumber i

b_j = Jumlah barang yang diminta atau dipesan oleh tujuan j

m = Banyaknya sumber

n = Banyaknya tujuan

Suatu masalah transportasi dikatakan seimbang (*balance program*) apabila jumlah penawaran pada sumberi sama dengan jumlah permintaan pada tujuan j .

Dapat dituliskan :

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (2)$$

Metode Transshipment

Metode *transshipment* adalah perluasan dari masalah transportasi. Dalam masalah transportasi, barang dikirimkan langsung dari sumber ke tujuan untuk meminimumkan total biaya pengiriman. Dalam *transshipment*, pengiriman tidak harus dilakukan secara langsung, tetapi boleh dilewatkan ke satu/beberapa tempat perantara (*junction*) (Siang, 2011).

Masalah *transshipment* adalah kasus khusus dari masalah transportasi yang merupakan bagian dari ilmu *operation research*. Sedangkan masalah transportasi adalah suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama atau sejenis ke tempat tujuan secara optimal. Distribusi dilakukan sedemikian sehingga permintaandari beberapa tempat tujuan dapat dipenuhi dari beberapa tempat asal yang masing-masing dapat memiliki permintaan dan kapasitas yang berbeda. Masalah *transshipment* yang merupakan bentuk khusus dari masalah transportasi mempunyai ciri bahwa adalah cara pengiriman barang dari tempat permintaan tidak dapat dilakukan secara langsung.

Barang yang diangkut harus mengalami dua atau lebih cara pengangkutan. Misalnya seorang penjual eceran tidak dapat memperoleh barang langsung dari pabrik tetapi harus melalui agen daerah, bahkan seorang agen daerah harus mendapatkan barang dari agen pusat. Jadi proses pengangkutan barang dari tempat produksi ketempat permintaan harus melalui semacam agen terlebih dahulu.

Dalam model ini, setiap sumber maupun tujuan dipandang sebagai titik-titik potensial bagi *demand* maupun *supply*. Oleh karena itu, untuk menjamin bahwa tiap titik potensial tersebut mampu menampung total barang di samping jumlahbarang yang telah ada pada titik-titik tersebut, maka perlu ditambahkan kepadatitik-titik tersebut kuantitas *supply* dan *demand*-nya masing-masing sebesar B (Syarifudin,2012).

$$B \geq \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{i=1}^n b_i \quad (3)$$

Tabel *transshipment* sama saja dengan tabel transportasi hanya bedanya pada tabel *transshipment* adanya kota penghubung.

Vogel's Approximation Method (VAM)

Metode VAM ini didasarkan atas "beda kolom" dan "beda baris", yaitu yangmenentukan perbedaan antara dua biaya termurah dalam satu kolom atau satubaris. Setiap perbedaan dapat dianggap sebagai "*penalty*", karena menggunakan rute termurah. Beda baris atau beda kolom berkaitan dengan *penalty* tertinggi, merupakan baris atau kolom yang akan diberi alokasi pertama. Alokasi pertama ini atau menghabiskan tempat kapasitas produksi, atau menghabiskan permintaan tujuan atau kedua-duanya (Dwijanto, 2007).

Perhitungan penyelesaian awal dengan metode Vogel lebih rumit dibandingkan dengan kedua metode lain. Akan tetapi biasanya lebih mendekati penyelesaian optimalnya. Algoritma Vogel untuk menentukan penyelesaian fisibel awal masalah transportasi adalah sebagai berikut :

1. Pada tiap baris dan kolom, hitunglah selisih 2 sel dengan biaya yang terkecil.
2. Tentukan baris dan kolom hasil langkah (1) yang selisihnya terbesar. Jika terdapat lebih dari 1, pilihlah sembarang.
3. Pada baris atau kolom yang terpilih, isikan barang semaksimum mungkin pada sel dengan biaya terkecil. Hapuskan baris/kolom yang dihabiskan karena pengisian tersebut pada perhitungan berikutnya. Jika baris dan kolom terhapus bersamaan, tambahkan sebuah variabel *dummy*.
4. Ulangi langkah 1-3 hingga semua permintaan atau persediaan habis (Heizer dan render , 2005).

Modified Distribution(MODI)

Metode *Modified Distribution* (MODI) merupakan penyelesaian kasus transportasi yang dikembangkan dari metode *stepping stone*. Kelebihan metode ini dibandingkan dengan pendahulunya adalah penentuan sel pasti dan cepat. Solusi dengan menggunakan metode MODI adalah suatu variasi metode *Stepping Stone* yang didasarkan pada rumusan dual. . MODI berbeda dari metode *Stepping Stone* dalam hal bahwa dengan MODI tidak perlu menentukan semua loop variabel non basis. Metode MODI menghitung indeks bilangan (baik baris maupun kolom) yang akan ditingkatkan tanpa menggambarkan semua loop (jalur tertutup). Cara MODI cukup menelusuri satu jalur tertutup sama seperti metode *Stepping Stone* , dalam cara MODI ditentukan dahulu pengalokasian awalnya, setelah itu baru diteruskan dengan metode MODI dengan melakukan langkah-langkah secara berurutan (Salim, 2002).

Langkah-langkah metode MODI adalah:

- a. Hitung nilai untuk setiap baris dan kolom, dengan rumus:

$$U_i + V_j = C_{ij}, \quad (4)$$

Ket:

- U_i = Nilai baris
- V_j = Nilai kolom
- C_{ij} = Biaya tiap sel

Tetapi hanya untuk sel (kotak) yang sudah terisi.

- b. Sistem persamaan diselesaikan untuk semua U_i dan V_j dengan nilai awal $U_1 = 0$.
- c. Menghitung indeks perbaikan (I_{ij}) untuk setiap kotak yang belum digunakan (sel kosong) dengan mengembangkan rumus :

$$I_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j \quad (5)$$

- d. Memilih indeks negatif yang terbaik dan lanjutkan untuk memecahkan masalah sebagaimana yang dilakukan dengan menggunakan metode *Stepping Stone* (Heizer dan render , 2005).

Pada gambar 1 Matriks transshipment adalah gambar masalah transportasi dengan adanya kota penghubung dan memberikan biaya yang cukup besar (M) kepada semua yang tidak mempunyai jalur transportasi. Pada Gambar 2 agar masalah dapat terselesaikan maka nilai M = 1000 , B diberi nilai dengan jumlah kapasitas, $a_1, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ dan b_6 diberi nilai dengan jumlah kebutuhan.

Penyelesaian solusi awal dengan VAM

Berikut ini adalah tabel dengan perhitungan menggunakan VAM.

Pada tabel 3:

- Perhitungan penalty baris: Dimana baris-1 sebesar 5, ini diperoleh dengan menggunakan selisih $C_{12} = 410$ dengan

Dari/ke	Tujuan							Supply
	1	2	...	j	...	n		
Sumber	1	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}		X_{1j} M		X_{1n} M	a_1
	2	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}		X_{2j} M		X_{2n} M	a_2
	
	i	X_{i1} C_{i1}	X_{i2} C_{i2}		X_{ij} M		X_{in} M	a_i
	
penghubung	m	X_{m1} C_{m1}	X_{m2} C_{m2}		X_{mj} C_{mj}		X_{mn} C_{mn}	B
	i	X_{m1} C_{i1}	X_{m2} C_{i2}		X_{mj} C_{ij}		X_{mn} C_{mn}	B
Demand		b_1	b_2		b_j		b_{mn}	

Gambar 1. Matriks Transshipment

	Bpp	Smd	Pnj	Psr	Tgr	Mhl	Btg	Sgt	Sp
Sby	X_{11} 405	X_{12} 410	X_{13} M	X_{14} M	X_{15} M	X_{16} M	X_{17} M	X_{18} M	a_1
Bpp	X_{21} 0	X_{22} M	X_{23} 415	X_{24} 425	X_{25} 435	X_{26} 475	X_{27} 445	X_{28} 465	B
Smd	X_{31} M	X_{32} 0	X_{33} 435	X_{34} 455	X_{35} 415	X_{36} 465	X_{37} 425	X_{38} 435	B
Dmd	B	B	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	

Gambar 2. Matriks transportasi

- $C_{11} = 405$ karena mempunyai nilai C_{ij} terkecil pada baris yang sama, dengan cara yang sama diperoleh baris-2 sebesar 415 dan baris-3 sebesar 415. ada jalur yang diberi nilai M yaitu sebesar 1000 yang bertujuan agar jalur tersebut menjadi lintasan yang tidak dapat dilintasi bila dilakukan alokasi.
- Perhitungan penalty kolom: Dimana kolom-1 sebesar 405, ini diperoleh dengan menggunakan selisih $C_{11} = 405$ dengan $C_{21} = 0$ karena mempunyai nilai C_{ij} terkecil pada baris yang sama, dengan cara yang sama diperoleh kolom-2 sebesar 410, kolom-3 sebesar 20, kolom-4 sebesar 30, kolom-5 sebesar 20, kolom-6 sebesar 10, kolom-7 sebesar 20 dan kolom-8 sebesar 30.
 - Penentuan penalty terbesar: Dari hasil perhitungan terdapat dua nilai *penalty* terbesar yaitu pada baris kedua dan pada baris ketiga yaitu sebesar 415, pada kedua baris tersebut dipilih salah satu.
 - Penentuan penalty terbesar: Dari hasil perhitungan terdapat dua nilai *penalty* terbesar yaitu pada baris kedua dan pada baris ketiga yaitu sebesar 415, pada kedua baris tersebut dipilih salah satu.

- Kolom atau baris terpilih: Baris yang terpilih adalah baris Balikpapan sehingga pada baris Balikpapan akan dipilih sel dengan nilai C_{ij} terkecil untuk diisikan barang semaksimal mungkin pada sel yang terpilih. Sel yang terpilih dengan nilai C_{ij} terkecil ialah sel X_{21} dengan nilai C_{ij} sebesar 0 sehingga pada sel X_{21} akan diisi barang dengan jumlah semaksimal mungkin sesuai dengan kapasitas dan kebutuhan pada kota tujuan, sel X_{21} akan diisi sebesar 1000 dus, dengan diisinya sel X_{21} membuat baris kedua dan kolom pertama terisi barang dengan maksimal.
- Mengulangi tahap-tahap diatas sampai memenuhi dan kapasitas yang diminta setiap kota tujuan Hasil dari perhitungan dapat dilihat pada gambar 4.

Pada Gambar 4 semua baris dan kolom telah diisi barang dengan maksimal sesuai dengan kapasitas sumber (*supply*) dan kebutuhan (*demand*) masing-masing kota tujuan sehingga akan dihitung biaya transportasi sesuai dengan persamaan (1) yaitu:

Tabel 3: Biaya satuan C_{ij} (biaya satuan)

	Bpp	Smd	Pnj	Psr	Tgr	Mhl	Btg	Sgt	Sp	penalty
Sby	405	410	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	5 590
Bpp	0	1000	415	425	435	475	445	465	1000	415 415
Smd	1000	0	435	455	415	465	425	435	1000	415 415
Dmd	1000	1000	156	146	176	145	183	194		
penalty	405	410	20	30	20	10	20	30		
	405	410	20	30	20	10	20	30		

	Bpp	Smd	Pnj	Psr	Tgr	Mhl	Btg	Sgt
Sby		410						
Bpp	0							
Smd			435	455	415	465	425	435
			156	146	176	145	183	194

Gambar 4 .Matriks Transportasi

	Bpp	Smd	Pnj	Psr	Tgr	Mhl	Btg	Sgt	Sp
Sby	405	410	1000	1000	1000	1000	1000	1000	
Bpp	0	1000	X_{13} 415	X_{14} 425	X_{15} 435	X_{16} 475	X_{17} 445	X_{18} 465	a_1
Smd	1000	0	435	455	415	465	425	435	B
			156	146	176	145	183	194	B
Dmd	1000	1000	156	146	176	145	183	194	

Gambar 5. Matriks Transportasi MODI

1. Surabaya – Samarinda Rp 410 X 1000
= Rp 410.000,-
 2. Balikpapan– Balikpapan Rp 0 X 1000
= Rp 0,-
 3. Samarinda– Penajam Rp 435 X 156
= Rp 67.860,-
 4. Samarinda – PaserRp 455 X 146
= Rp 66.430,-
 5. Samarinda – Tenggarong Rp 415 X 176
= Rp 73.040,-
 6. Samarinda – Mahulu Rp 465 X 145
= Rp 67.425,-
 7. Samarinda – BontangRp 425 X 183
= Rp 77.775,-
 8. Samarinda– Sangata Rp 435 X 194
=Rp 84.390,-
-
- = Rp 846.920,-

Penyelesaian Solusi Akhir dengan MODI

Langkah-langkah Solusi Akhir Menggunakan MODI:

Menggunakan hasil dari Solusi Awal yaitu hasil dari VAM.

1. Syarat degenerasi sesuai dengan $(m+n-1)$ ialah : $(3+8) - 1 = 10$, dan dari solusi awal pada tabel x hanya ada 8 kolom yang terisi, karena hanya 5 yang terisi maka ada dua jalur yang akan diisi dengan angka nol (0), sehingga akan jadi seperti tabel 5. karena hanya 5 yang terisi maka ada dua jalur yang akan diisi dengan angka nol (0), sehingga akan jadi seperti tabel 5.
2. Iterasi
 - a. Menghitung nilai-nilai U_i dan V_j
Untuk mencari nilai dari U_i dan V_j maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (4) dengan hanya menggunakan sel yang telah terisi.
 - b. Menghitung perubahan biaya (I_{ij})
 - c. Untuk mencari perubahan biaya (I_{ij}) maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (5), tetapi berbeda dengan mencari nilai-nilai dari U_i dan V_j hanya menggunakan sel yang telah terisi, pada (I_{ij}) yang digunakan adalah sel yang belum terisi. Alokasi
 - d. Alokasi digunakan untuk memindahkan kuantitas agar mendapatkan hasil yang lebih optimal dan alokasi dipilih dengan adanya nilai negatif.
 - e. Mengulangi langkah 2 dan 3 sampai tidak ada indeks yang negatif.

Karena sebelum melanjutkan ke metode solusi akhir harus memenuhi syarat degenerasi sehingga pada tabel sebelumnya diberi angka nol (0) sebagai *dummy* untuk memudahkan dalam perhitungan dan terjadinya alokasi dan dipilihnya sel X_{12} dan X_{33} agar memudahkan terjadinya perputaran pada *loop* dibandingkan yang lainnya, untuk melihat hasil lihat pada gambar 5.

Pada gambar 5 menunjukkan bahwa syarat degenerasi telah terpenuhi maka pengujian akan dilanjutkan dengan Langkah-langkah Solusi Akhir Menggunakan MODI.

-Menghitung Nilai-nilai dari U_i dan V_j :
Telah diketahui Untuk mencari nilai dari U_i dan V_j maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (4) dan Tabel 5 dengan hanya menggunakan sel yang telah terisi. Untuk U_1 diberi nilai nol (0) agar memudahkan perhitungan.

Dari tabel 2 diketahui bahwa U_2 sebesar -405, U_3 sebesar -410, V_1 sebesar 405, V_2 sebesar 410, V_3 sebesar 845, V_4 sebesar 865, V_5 sebesar 825, V_6 sebesar 875, V_7 sebesar 835 dan untuk V_8 sebesar

845. Setelah nilai-nilai dari U_i dan V_j diketahui maka akan dilanjutkan untuk mencari I_{ij} .

- Menghitung Nilai-nilai dari I_{ij} : Untuk mencari nilai I_{ij} maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (5) tetapi berbeda dengan mencari nilai-nilai dari U_i dan V_j hanya menggunakan sel yang telah terisi, pada (I_{ij}) yang digunakan adalah sel yang belum terisi.

Tabel 2. Nilai dari U_i dan V_j iterasi 1

	$U_i + V_j = C_{ij}$	Nilai U_i atau V_j
V_1	$0 + V_1$	405
V_2	$0 + V_2$	410
U_2	$0 + 405$	-405
U_3	$0 + 410$	-410
V_3	$-410 + V_3$	845
V_4	$-410 + V_4$	865
V_5	$-410 + V_5$	825
V_6	$-410 + V_6$	875
V_7	$-410 + V_7$	835
V_8	$-410 + V_8$	845

Hasil dari perhitungan pada tabel 3 dalam mencari perubahan biaya I_{ij} ialah nilai I_{13} sebesar 155, I_{14} sebesar 135, I_{15} sebesar 175, I_{16} sebesar 125, I_{17} sebesar 165, I_{18} sebesar 155, I_{22} sebesar 995, I_{23} sebesar -25, I_{24} sebesar -35, I_{25} sebesar 15, I_{26} sebesar 5, I_{27} sebesar 15, I_{28} sebesar 25 dan I_{32} sebesar 1005. Dalam perhitungan mencari perubahan biaya I_{ij} masih ada nilai yang negatif yaitu pada I_{23} sebesar -25 dan I_{24} sebesar -35 menandakan masih belum optimal. dari dua nilai I_{ij} dipilih yang paling negatif yaitu X_{24} sebesar -35 dan akan dilanjutkan dengan

mengalokasikan kuantitas untuk mendapatkan hasil yang optimal.

Tabel 3. Nilai dari I_{ij} iterasi 1

I_{ij}	$C_{ij} - U_i - V_j$	
I_{13}	1000-0-845	155
I_{14}	1000-0-865	135
I_{15}	1000-0-825	175
I_{16}	1000-0-875	125
I_{17}	1000-0-835	165
I_{18}	1000-0-845	155
I_{22}	1000+405-410	995
I_{23}	415+405-845	-25
I_{24}	425+405-865	-35
I_{25}	435+405-825	15
I_{26}	475+405-875	5
I_{27}	445+405-835	15
I_{28}	865+405-835	25
I_{32}	1000+410-405	1005

- Alokasi digunakan untuk memindahkan kuantitas agar mendapatkan hasil yang lebih optimal dan yang akan menjadi patokan jalur untuk melakukan alokasi ialah I_{24} karena I_{24} adalah nilai yang paling negatif. Untuk melihat alokasi yang akan dilakukan dapat dilihat pada Gambar 8.

Tanda yang diberi (+) akan diberi dan diisi penuh kuantitas oleh yang diberi tanda negatif (-) sesuai dengan kapasitas sumber dan kebutuhan, hasil dapat alokasi dapat dilihat pada gambar 9.

Dari pengalokasian pada Gambar 9 dapat dilihat bahwa X_{24} mendapatkan kuantitas sebesar 146 dos dari X_{34} , membuat X_{34} menjadi kosong, X_{32} juga mendapatkan 146 dus dari X_{12} , membuat X_{12} berkurang menjadi 854 dus dan X_{11} bertambah sebesar 146 dan membuat X_{21} berkurang 146 dus. Tahap selanjutnya setelah mendapatkan hasil alokasi akan menghitung ulang kembali iterasi 1 langkah a dengan menghitung nilai-nilai U_i dan V_j untuk mengetahui apakah masih memiliki nilai negatif atau tidak, jika nilai U_i dan V_j masih memiliki nilai negatif akan dilanjutkan langkah b dan c sampai nilai U_i dan V_j tidak memiliki nilai negatif lagi untuk mendapatkan hasil optimum.

- Menghitung Nilai-nilai dari U_i dan V_j : Telah diketahui Untuk mencari nilai dari U_i dan V_j maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (4) dan hanya menggunakan sel yang

	Bpp	Smd	Pnj	Psr	Tgr	Mhl	Btg	Sgt
Sby	0 (+)	1000 (-)						
Bpp	1000 (-)			X (+)				
Smd		0 (+)		146(-)				

Gambar 8. Alokasi iterasi 1

	Bpp	Smd	Pnj	Psr	Tgr	Mhl	Btg	Sgt
Sby	146	854						
Bpp	854			146				
Smd		146						

Gambar 9. Hasil Alokasi iterasi 1

Pada Gambar 8 yang menjadi patokan adalah (Balikpapan - Paser) yang merupakan X_{24} dan yang menjadi patokan jalur alokasi karena I_{24} bernilai negatif. Tanda (+) diberikan pada sel yang mempunyai angka indeks negatif yaitu X_{24} (Balikpapan - Penajam) kemudian sel terdekat yang berisi dan sebaris yaitu X_{21} (Balikpapan - Balikpapan) dan sekolom yaitu X_{32} (Samarinda - Paser) beri tanda (-). Kemudian sel yang sebaris atau sekolom dengan 2 sel negatif yang tadi diberi tanda (+) yaitu X_{32} (Samarinda - Samarinda) dan X_{21} begitu seterusnya, pengalokasian dapat searah jarum jam ataupun sebaliknya, sehingga hasil pengalokasian adalah

$X_{24}(+) \rightarrow X_{21}(-) \rightarrow X_{11}(+) \rightarrow X_{22}(-) \rightarrow X_{32}(+) \rightarrow X_{34}(-)$.

telah terisi. Untuk U_1 diberi nilai nol (0) agar memudahkan perhitungan.

Tabel 4. Nilai dari U_i dan V_j iterasi 2

	$U_i + V_j = C_{ij}$	Nilai U_i atau V_j
V_1	$0 + V_1$	405
V_2	$0 + V_2$	410
U_2	$0 + 405$	-405
U_3	$0 + 410$	-410
V_3	$-410 + V_3$	845
V_4	$-410 + V_4$	830
V_5	$-410 + V_5$	825
V_6	$-410 + V_6$	875
V_7	$-410 + V_7$	835
V_8	$-410 + V_8$	845

Tabel 5. Nilai dari I_{ij} iterasi 2

I_{ij}	$C_{ij} - U_i - V_j$	
I_{13}	1000-0-845	155
I_{14}	1000-0-830	170
I_{15}	1000-0-825	175
I_{16}	1000-0-875	125
I_{17}	1000-0-835	165
I_{18}	1000-0-845	155
I_{22}	1000+405-410	995
I_{23}	415+405-845	-25
I_{24}	435+405-825	15
I_{25}	435+405-825	15
I_{26}	475+405-875	5
I_{27}	445+405-835	15
I_{28}	865+405-835	25
I_{32}	1000+410-405	1005

Dari tabel 4 diketahui bahwa U_2 sebesar -405, U_3 sebesar -410, V_1 sebesar 405, V_2 sebesar 410, V_3 sebesar 845, V_4 sebesar 830, V_5 sebesar 825, V_6 sebesar 875, V_7 sebesar 835 dan untuk V_8 sebesar 845. Hanya nilai V_4 yang berbeda yaitu sebesar 830. Setelah nilai-nilai dari U_i dan V_j diketahui maka akan dilanjutkan untuk mencari I_{ij} .

-Menghitung Nilai-nilai dari I_{ij} : Untuk mencari nilai I_{ij} maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (5) tetapi berbeda dengan mencari nilai-nilai dari U_i dan V_j hanya menggunakan sel yang telah terisi, pada (I_{ij}) yang digunakan adalah sel yang belum terisi.

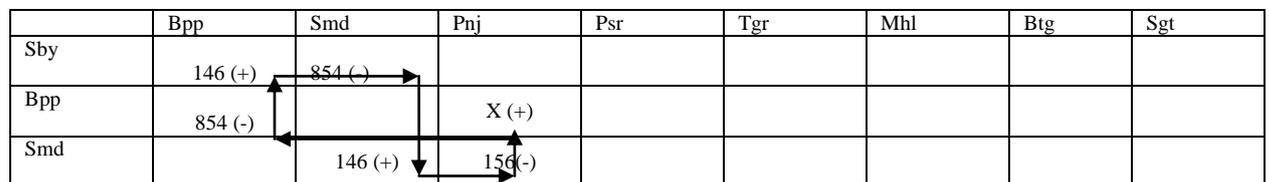
Hasil dari perhitungan pada tabel 5 dalam mencari perubahan biaya I_{ij} ialah nilai I_{13} sebesar 155, I_{14} sebesar 170, I_{15} sebesar 175, I_{16} sebesar 125, I_{17} sebesar 165, I_{18} sebesar 155, I_{22} sebesar 995, I_{23} sebesar -25, I_{24} sebesar 15, I_{25} sebesar 15, I_{26} sebesar 5, I_{27} sebesar 15, I_{28} sebesar 25 dan I_{32} sebesar 1005. Dalam perhitungan mencari perubahan biaya I_{ij} masih ada nilai yang negatif yaitu pada I_{23} sebesar -25 dan akan dilanjutkan dengan mengalokasikan kuantitas untuk mendapatkan hasil yang optimal.

-Alokasi digunakan untuk memindahkan kuantitas agar mendapatkan hasil yang lebih optimal dan yang akan menjadi patokan jalur untuk melakukan alokasi ialah I_{24} karena I_{24} adalah nilai yang paling negatif. Untuk melihat alokasi yang akan dilakukan dapat dilihat pada Gambar 10.

Pada Gambar 10 yang menjadi patokan adalah (Balikpapan - Penajam) yang merupakan X_{23} dan yang menjadi patokan jalur alokasi karena I_{23} bernilai negatif. Tanda (+) diberikan pada sel yang mempunyai angka indeks negatif yaitu X_{23} (Balikpapan - Penajam) kemudian sel terdekat yang berisi dan sebaris yaitu X_{21} (Balikpapan - Balikpapan) dan sekolom yaitu X_{32} (Samarinda - Penajam) beri tanda (-). Kemudian sel yang sebaris

(+) yaitu X_{32} (Samarinda - Samarinda) dan X_{21} begitu seterusnya, pengalokasian dapat searah jarum jam ataupun sebaliknya, sehingga hasil pengalokasian pada gambar 10 adalah $X_{23}(+) \rightarrow X_{21}(-) \rightarrow X_{11}(+) \rightarrow X_{22}(-) \rightarrow X_{32}(+) \rightarrow X_{33}(-)$. Tanda yang diberi (+) akan diberi dan diisi penuh kuantitas oleh yang diberi tanda negatif (-) sesuai dengan kapasitas sumber dan kebutuhan. Hasil dari alokasi dapat dilihat pada Gambar 11.

Dari pengalokasian pada Gambar 11 dapat dilihat bahwa X_{23} mendapatkan kuantitas sebesar 156 dos dari X_{32} , membuat X_{33} menjadi kosong, X_{32} juga mendapatkan 156 dus dari X_{12} , membuat X_{12} berkurang menjadi 698 dus dan X_{11} bertambah sebesar 156 dan membuat X_{21} berkurang 156 dus. Tahap selanjutnya setelah mendapatkan hasil alokasi akan menghitung ulang kembali iterasi 1 langkah a dengan menghitung nilai-nilai U_i dan V_j untuk mengetahui apakah masih memiliki nilai negatif atau tidak, jika nilai U_i dan V_j masih memiliki nilai negatif akan dilanjutkan langkah b dan c sampai nilai U_i dan V_j tidak memiliki nilai negatif lagi untuk mendapatkan hasil optimum.



Gambar 10. Alokasi iterasi 2

	Bpp	Smd	Pnj	Psr	Tgr	Mhl	Btg	Sgt
Sby	302	698						
Bpp	689		156	146				
Smd		302			176	145	183	194

Gambar 11. Hasil Alokasi iterasi 2

- Menghitung Nilai-nilai dari U_i dan V_j : Telah diketahui Untuk mencari nilai dari U_i dan V_j maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (4) dan hanya menggunakan sel yang telah terisi. Untuk U_1 diberi nilai nol (0) agar memudahkan perhitungan.

Tabel 6. Nilai dari U_i dan V_j iterasi 2

	$U_i+V_j = C_{ij}$	Nilai U_i atau V_j
V_1	$0 + V_1$	405
V_2	$0 + V_2$	410
U_2	$0+405$	-405
U_3	$0+410$	-410
V_3	$-405 + V_3$	820
V_4	$-410 + V_4$	830
V_5	$-410 + V_5$	825
V_6	$-410 + V_6$	875
V_7	$-410 + V_7$	835
V_8	$-410 + V_8$	845

Dari tabel 6 diketahui bahwa U_2 sebesar -405, U_3 sebesar -410, V_1 sebesar 405, V_2 sebesar 410, V_3 sebesar 820, V_4 sebesar 830, V_5 sebesar 825, V_6 sebesar 875, V_7 sebesar 835 dan untuk V_8 sebesar 845. Hanya nilai V_4 yang berbeda yaitu sebesar 830 Setelah nilai-nilai dari U_i dan V_j diketahui maka akan dilanjutkan untuk mencari I_{ij} .

-Menghitung Nilai-nilai dari I_{ij} : Untuk mencari nilai I_{ij} maka digunakan rumus yang ada pada persamaan (5) tetapi berbeda dengan mencari nilai-nilai dari U_i dan V_j hanya menggunakan sel yang telah terisi, pada (I_{ij}) yang digunakan adalah sel yang belum terisi.

Tabel 7. Nilai dari I_{ij} iterasi 2

I_{ij}	$C_{ij} - U_i - V_j$	
I_{13}	$1000-0-845$	155
I_{14}	$1000-0-830$	170
I_{15}	$1000-0-825$	175
I_{16}	$1000-0-875$	125
I_{17}	$1000-0-835$	165
I_{18}	$1000-0-845$	155
I_{22}	$1000+405-410$	995
I_{23}	$435+410-820$	25
I_{24}	$435+405-825$	15
I_{25}	$435+405-825$	15
I_{26}	$475+405-875$	5
I_{27}	$445+405-835$	15
I_{28}	$865+405-835$	25
I_{32}	$1000+410-405$	1005

Hasil dari perhitungan pada tabel 7 dalam mencari perubahan biaya I_{ij} ialah nilai I_{13} sebesar 155, I_{14} sebesar 170, I_{15} sebesar 175, I_{16} sebesar 125, I_{17} sebesar 165, I_{18} sebesar 155, I_{22} sebesar 995, I_{23} sebesar 25, I_{24} sebesar 15, I_{25} sebesar 15, I_{26} sebesar 5, I_{27} sebesar 15, I_{28} sebesar 25 dan I_{31} sebesar 1005. Dalam perhitungan mencari perubahan biaya I_{ij} sudah tidak ada nilai yang

negatif yang menandakan bahwa hasil telah optimal.

Pada Gambar 11 hasil telah optimal sehingga tidak perlu melakukan iterasi kembali. Dan akan dihitung biaya transportasinya sesuai dengan persamaan dari (1) dengan melihat Gambar 11.

1. Surabaya–Balikpapan Rp 405 X 302 = Rp 122.310,-
 2. Surabaya– Samarinda Rp 410 X 698 = Rp 286.180,-
 3. Balikpapan– Balikpapan Rp 0 X 698 = Rp 0,-
 4. Balikpapan– Penajam Rp 415 X 156 = Rp 67.860,-
 5. Balikpapan– Paser Rp 425 X 146 = Rp 66.430,-
 6. Samarinda– Samarinda Rp 0 X 302 = Rp 0,-
 7. Samarinda– Tenggarong Rp 415 X 176 = Rp 73.040,-
 8. Samarinda– Mahulu Rp 465 X 145 = Rp 67.425,-
 9. Samarinda– Bontang Rp 425 X 183 = Rp 77.775,-
 10. Samarinda– Sangata Rp 435 X 194 =Rp 84.390,-
-
- = Rp 837.910,-

Jadi, total biaya transportasi untuk mendistribusikan produk dari gudang ke distributor dengan menerapkan model transportasi *Modified Distribution* (MODI) adalah sebesar Rp 837.910,-.

Kesimpulan:

1. Dari hasil analisis, diketahui bahwa penerapan model transportasi *Vogel's Approximation Method* (VAM) dan *Modified Distribution* (MODI) pada PT. Nestle Balikpapan dapat meminimumkan biaya transportasi dari Rp1.500.000,- untuk mendistribusikan produk *Carnation Coffee mate* menjadi Rp. 837.910,-,Terjadi penurunan biaya sebesar 44,14 %.
2. Dari hasil analisis juga diketahui bahwa selisih dari sebelum dan setelah digunakan metode *Vogel's Approximation Method* (VAM) dan *Modified Distribution* (MODI) yaitu sebesarRp. 662.090,-.

Daftar pustaka

Chusnia, Titik.2003. Aplikasi *Transshipment* Pada Pendistribusian Produk.Jakarta. *Jurnal Teknik Industri teknik industri.Vol 4. No 2.*

Dwijanto. (2007). Program Linear Berbantuan Komputer : *Lindo, Lingo dan solver.* Semarang: UNNES PRESS.

- Heizer, J., dan Barry, R. (2005). Manajemen Operasi. *Edisi Ketujuh Buku 1*. Jakarta: Salemba Empat.
- Salim, H. A. (2002). Manajemen Transportasi. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- Siang, J. J. (2011). Riset Operasi : Dalam Pendekatan Algoritma. Yogyakarta: Andi.
- Subagyo, P., Asri, M., dan Handoko, T. H. (2000). Dasar-Dasar *Operation Research*. *Edisi Kedua*. Yogyakarta: BPFE.
- Syaripuddin. (2012). Penyelesaian Masalah *Transshipment* Menggunakan *Vogel's Approximation Method (VAM)*. *Jurnal EKSPONENSIAL* , Volume 3 Nomor 1.

