Analisis Regresi Probit Biner Bivariat (Studi Kasus: Indeks Pendidikan dan Indeks Pengeluaran di Pulau Kalimantan Tahun 2017)

Bivariate Binary Probit Regression Analysis (Case Study: Education Index and Expenditure Index in Kalimantan Island in 2017)

Syeli Ariessela[1], Rito Goejantoro[2], dan Ika Purnamasari[3]
[1,2]Laboratorium Statistika Komputasi FMIPA Universitas Mulawarman
[3]Laboratorium Statistika Ekonomi dan Bisnis FMIPA Universitas Mulawarman
E-mail: ariesselasyeli@gmail.com

Abstract

Bivariate binary probit regression is a regression analysis that uses two dependent variables and each has two categories. This regression analysis is used on education index data and expenditure index of district/city on Kalimantan island in 2017. The best model obtained in this regression analysis is a model that uses 4 independent variables namely APS 16-18 years, percentage of poor population, open unemployment rate, and GRDP ACMP (Gross Regional Domestic Product at Current Market Prices). The parameters that significantly influence the two dependent variables are the APS 16-18 years in models 1 and 2 and the percentage of poor people in model 2. In Samarinda, every change of the APS 16-18 years, the percentage of poor people, and the open unemployment rate of 1 the unit will increase the probability of Samarinda entering the education index and high expenditure index categories by 0,33 percent, 0,42 percent and 0,07 percent, respectively. Every change of GRDP ACMP by 1 unit will reduce the probability of Samarinda entering the education index and the high expenditure index by 1,63 percent.

Keywords: Bivariate probit regression, education index, expenditure index

Pendahuluan

Pada tahun 1990 *United Nations Development Programme* (UNDP) memperkenalkan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebagai pengukur pembangunan manusia dengan tiga dimensi pembentuk yaitu umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup layak. Dari ketiga dimensi tersebut, diturunkan empat indikator yang digunakan dalam penghitungan IPM yaitu angka harapan hidup saat lahir (AHH), angka melek huruf (AMH), gabungan angka partisipasi kasar (APK), dan Produk Domestik Bruto (PDB) per kapita. UNDP telah beberapa kali melakukan revisi metode penghitungan IPM hingga tahun 2010. Dalam metode baru ini dikenalkan indikator harapan lama sekolah (HLS) yang menggantikan indikator AMH dan Pendapatan Nasional Bruto (PNB) yang menggantikan PDB per kapita (BPS, 2016).

Empat indikator tersebut (AHH, HLS, RLS, dan PDB per kapita) adalah indikator penyusun dari indeks komponen IPM yaitu indeks kesehatan, indeks pendidikan, dan indeks pengeluaran (BPS, 2016). Indeks pendidikan dan indeks pengeluaran dipilih sebagai variabel yang akan dianalisis dalam penelitian ini untuk mengetahui faktor apa saja yang mempengaruhi nilai IPM dengan melibatkan indikator pembentuknya yaitu HLS dan RLS sebagai indikator pembentuk indeks pendidikan dan PDB per kapita sebagai indikator pembentuk indeks pengeluaran.

Penelitan ini menggunakan regresi probit biner bivariat untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi nilai IPM dengan variabel dependen yang digunakan adalah indeks pendidikan dan indeks pengeluaran. Analisis regresi probit biner bivariat juga dapat diterapkan pada bidang kesehatan yang telah dilakukan oleh peneliti-peneliti sebelumnya seperti Romadhona (2015) yang memodelkan pemberian imunisasi dasar dan ASI (Air Susu Ibu) eksklusif dengan pendekatan model probit biner bivariat serta Sari dan Widjajati (2015) yang menganalisis model regresi probit bivariat pada kasus penderita HIV dan AIDS di Jawa Timur.

Regresi Probit dan Regresi Logistik

Regresi probit pertama kali dikenalkan oleh Chester Itner Bliss pada tahun 1934 dalam bidang toksikologi (Casella dan Berger, 2002). Model probit adalah suatu model untuk menjelaskan pola hubungan dari variabel dependen berbentuk kategorik, sedangkan variabel independennya dapat berupa kualitatif, kuantitatif, atau gabungan dari keduanya.

Regresi Probit Biner Bivariat

Model regresi probit biner bivariat merupakan model yang dikembangkan dari regresi probit (Greene, 2002). Pada analisisnya regresi probit bivariat melibatkan dua variabel dependen yang bersifat kualitatif sedangkan variabel independennya bersifat kualitatif, kuantitatif, atau gabungan dari keduanya dan mengandaikan galatnya berdistribusi normal bivariat (Yong, 2003).

Uji Independensi Dua Variabel Dependen

Uji independensi digunakan untuk mengetahui ada tidaknya keterkaitan antar dua variabel. Dalam penelitian ini digunakan uji Chi-Square dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0:Tidak terdapat keterkaitan antara dua variabel
H_1:Terdapat keterkaitan antara dua variabel

Menurut Reksoatmodjo (2009), statistik uji yang digunakan untuk mengetahui nilai χ^2_{hitung} adalah sebagai berikut:

$$\chi^2_{hitung} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{\left(O_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \quad (1)$$

dengan,
i=1,2,...,r; j=1,2,...,c

$$O_{ij} = n_{ij}$$
$$E_{ij} = \frac{n_{i\bullet}\times n_{\bullet j}}{N} \quad (2)$$

dimana,
O_{ij} = Nilai observasi pada baris ke-*i* kolom ke-*j*
E_{ij} = Nilai harapan pada baris ke-*i* kolom *ke-j*
r = Jumlah baris
c = Jumlah kolom

Daerah penolakan untuk uji *Chi-Square* dua sampel independen adalah menolak H_0 jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{(\alpha;(r-1)\times(c-1))}$.

Multikolinearitas

Multikolinearitas adalah suatu kondisi dengan variabel-variabel independen berkorelasi tinggi. Salah satu cara mengidentifikasi adanya multikolinearitas adalah dengan menggunakan *Variance Inflation Factor* (VIF). Menurut Gujarati (2004) persamaan VIF adalah sebagai berikut:

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (3)$$

dimana *j=1,2,...,q*
q = banyak variabel independen
R_j^2 = koefisien determinasi X_j dengan variabel independen lainnya.

Distribusi Normal Bivariat

Distribusi normal dengan $\mu = 0$ dan $\sigma^2 = 1$ biasa disebut dengan distribusi normal standar. PDF (*probability density function*) dari distribusi normal standar $Z\sim N(0,1)$ adalah sebagai berikut:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}exp\left[-\frac{1}{2}z^2\right]; -\infty < z < \infty \quad (4)$$

CDF (*cumulative distribution function*) dari distribusi normal standar $Z\sim N(0,1)$ adalah sebagai berikut:

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z_u}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}exp\left[-\frac{1}{2}t^2\right]dt \quad (5)$$

Untuk mencari CDF normal standar bivariat dapat digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z_1}\int_{-\infty}^{z_2}\frac{1}{2\mu\sqrt{1-\rho^2}} exp\left(-\frac{1}{2}\frac{1}{1-\rho^2}(t_1^2 - 2\rho t_1 t_2 + t_2^2)\right) \quad (6)$$

Model Regresi Probit Biner Bivariat

Menurut (Greene, 2002), persamaan umum dari model regresi probit biner bivariat adalah sebagai berikut:

$$y_1^* = \boldsymbol{\beta}_1\mathbf{x}_1^T + \varepsilon_1 \quad (7)$$
$$y_2^* = \boldsymbol{\beta}_2\mathbf{x}_2^T + \varepsilon_2 \quad (8)$$

y_1^* dan y_2^* menyatakan variabel dependen yang berukuran $n\times 1$. $\boldsymbol{\beta}_1$ dan $\boldsymbol{\beta}_2$ menyatakan vektor koefisien dari variabel independen yang berukuran $(q+1)\times 1$. $\mathbf{x}_1^T$ dan $\mathbf{x}_2^T$ menyatakan variabel independen. Menurut Greene (2002), dalam model probit bivariat terdapat beberapa asumsi antara lain:

1. $E(\varepsilon_1) = E(\varepsilon_2) = 0$
2. $Var(\varepsilon_1) = Var(\varepsilon_2) = 1$
3. $Cov(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = \rho$

Menurut Greene (2002), pembentukan kategori untuk masing-masing variabel respon pada model probit bivariat kategori yang terbentuk dari variabel $y_1^* = \boldsymbol{\beta}_1\mathbf{x}_1^T + \varepsilon_1$ adalah:

$$y_1^* = \begin{cases}1, & untuk\ y_1^* \geq \gamma\\ 0, & untuk\ y_1^* < \gamma\end{cases}$$

sedangkan untuk variabel $y_2^* = \boldsymbol{\beta}_2\mathbf{x}_2^T + \varepsilon_2$ adalah:

$$y_2^* = \begin{cases}1, & untuk\ y_2^* \geq \delta\\ 0, & untuk\ y_2^* < \delta\end{cases}$$

γ adalah batas *threshold* untuk y_1^*, dan δ adalah batas *threshold* untuk y_2^*.

Probabilitas untuk variabel Y

Menurut Sari dan Widjajati (2015), probabilitas $p_{11}(x)$, $p_{10}(x)$, $p_{01}(x)$, $p_{00}(x)$, $p_1(x)$, dan $p_2(x)$ secara rinci dijabarkan dengan $z_1 = \gamma - \boldsymbol{\beta}_1\mathbf{x}_1^T$ dan $z_2 = \delta - \boldsymbol{\beta}_2\mathbf{x}_1^T$ adalah sebagai berikut:

$$p_{11}(x) = \int_{z_2}^{\infty}\int_{z_1}^{\infty}\phi(z_1,z_2)dz_1dz_2$$

$$= 1 - \Phi(z_1) - \Phi(z_2) + \Phi(z_1, z_2) \tag{9}$$

$$p_{10}(x) = \int_{-\infty}^{z_2} \int_{z_1}^{\infty} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2$$
$$= \Phi(z_2) - \Phi(z_1, z_2) \tag{10}$$

$$p_{01}(x) = \int_{z_2}^{\infty} \int_{-\infty}^{z_1} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2$$
$$= \Phi(z_1) - \Phi(z_1, z_2) \tag{11}$$

$$p_{00}(x) = \int_{-\infty}^{z_2} \int_{-\infty}^{z_1} \phi(z_1, z_2) dz_1 dz_2$$
$$= \Phi(z_1, z_2) \tag{12}$$

dengan,
$\Phi(z_1)$ = CDF distribusi normal standar (z_1)
$\Phi(z_2)$ = CDF distribusi normal standar (z_2)
$\Phi(z_1, z_2)$ = CDF normal standar bivariat (z_1, z_2)

Tabel kontingensi frekuensi untuk variabel Y_1 dan Y_2 serta tabel kontingensi probabilitas adalah sebagai berikut:

Tabel 1 Tabel Kontingensi Frekuensi Variabel Y_1 dan Y_2

Variabel Respon Y_1	Variabel Respon Y_2	
	$Y_2 = 0$	$Y_2 = 1$
$Y_1 = 0$	Y_{00}	Y_{01}
$Y_1 = 1$	Y_{10}	Y_{11}

Tabel 2 Tabel Frekuensi Dua Arah untuk Variabel Y_1 dan Y_2

Variabel Respon Y_1	Variabel Respon Y_2		Total
	$Y_2 = 0$	$Y_2 = 1$	
$Y_1 = 0$	p_{00}	p_{01}	$p_{0\bullet} = 1 - p_1(x)$
$Y_1 = 1$	p_{10}	p_{11}	$p_{1\bullet} = p_1(x)$
Total	$p_{\bullet 0} = 1 - p_2(x)$	$p_{\bullet 1} = p_2(x)$	$p_{\bullet\bullet} = 1$

Dari Tabel 1 dan Tabel 2 dapat diketahui bahwa variabel respon berdistribusi multinomial yang dapat dituliskan dengan $\mathbf{Y} - MULT(1; p_{11}, p_{10}, p_{01})$ dengan $p_{00} = 1 - p_{11} - p_{10} - p_{01}$ (Hogg dan Craig, 2005).

Estimasi Parameter Model Regresi Probit Biner Bivariat

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi probit bivariat dalam penelitian ini adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan parameter yang diestimasi adalah $\boldsymbol{\beta}_1$, $\boldsymbol{\beta}_2$, dan ρ. Langkah-langkah dalam melakukan estimasi parameter model regresi probit bivariat menggunakan MLE adalah sebagai berikut:

a. Membuat fungsi likelihood berdasarkan model regresi probit bivariat
b. Membuat fungsi ln-*likelihood*
c. Menurunkan fungsi ln-*likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\theta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \rho]^T$ dan disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial lnL(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_1} = 0, \frac{\partial lnL(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}_2} = 0, \frac{\partial lnL(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\rho}} = 0,$$

Jika estimasi parameter dengan metode MLE menghasilkan bentuk yang tidak *closed form*, maka penyelesaiannya harus menggunakan iterasi numerik untuk mendapatkan nilai penaksir parameternya. Menurut Gujarati (2004), metode iterasi numerik yang dapat digunakan dalam penelitian ini adalah metode iterasi *Newton Raphson*. Persamaan metode *Newton Raphson* adalah sebagai berikut:

$$\beta^{(m)} = \beta^{(m-1)} - \left[\mathbf{H}\left(\beta^{(m-1)}\right)\right]^{-1} \mathbf{g}\left(\beta^{(m-1)}\right) \tag{13}$$

dimana
$\beta^{(m)}$ = parameter β iterasi ke-m.
$\beta^{(m-1)}$ = parameter β iterasi ke-(m-1).
$\mathbf{H}\left(\beta^{(m-1)}\right)$ = matriks dari turunan kedua fungsi *ln likelihhood* (matriks Hesse).
$\mathbf{g}\left(\beta^{(m-1)}\right)$ = vektor dari turunan pertama fungsi *ln likelihhood*.

Iterasi berhenti dan mendapatkan nilai estimasi parameter jika nilai selisih antara $\left|\beta^{(m)} - \beta^{(m-1)}\right| < \varepsilon$ (Munir, 2003).

Pengujian Signifikansi Model Regresi Probit Biner Bivariat

1. Pengujian parameter model regresi probit bivariat secara simultan

Hipotesis dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara simultan adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \ldots = \beta_{1q} = \beta_{21} = \beta_{22} = \ldots = \beta_{2q} = 0$

H_1: minimal ada satu $\beta_{uv} \neq 0$, untuk u=1,2 dan *v=1,2,...,q*

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara simultan adalah sebagai berikut (Agresti, 2002):

$$G^2 = 2\left[lnL(\hat{\Omega}) - lnL(\hat{\omega})\right] \tag{14}$$

dengan,
$L(\hat{\Omega})$ = fungsi *likelihood* di bawah populasi
$L(\hat{\omega})$ = fungsi *likelihood* di bawah H_0

Daerah kritisnya adalah menolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi^2_{(db,\alpha)}$ dengan derajat bebas (db) yaitu banyaknya parameter di bawah populasi dikurangi dengan banyaknya parameter di bawah H_0.

2. Pengujian parameter model regresi probit bivariat secara parsial

   Hipotesis dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara parsial adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_{uv} = 0$
$H_1: \beta_{uv} \neq 0$, untuk u=1,2 dan v=*1,2,...,q*

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parameter model regresi probit bivariat secara parsial adalah sebagai berikut:

$$W = \frac{\hat{\beta}_{uv}}{SE(\hat{\beta}_{uv})} \tag{15}$$

dengan daerah kritis: menolak H_0 jika $|W| > Z_{\alpha/2}$ (Hosmer dan Lemeshow, 2000).

Pemilihan Model Terbaik

Menurut Agresti (2007) model terbaik dari model regresi probit bivariat dapat dilihat dari nilai AIC (*Akaike Information Criterion*). Semakin kecil nilai AIC maka model semakin baik. Perhitungan AIC dirumuskan sebagai berikut:

$$AIC = -2lnL(\hat{\theta}) + 2h \tag{16}$$

dengan,
$L(\hat{\theta})$ = nilai maksimum fungsi *likelihood*
h = banyak parameter dalam model

Efek Marginal

Menurut Sari dan Widjajati (2015), efek marginal digunakan untuk melihat besarnya pengaruh perubahan suatu variabel independen terhadap variabel dependen dengan asumsi variabel lainnya konstan. Nilai efek marginal $\hat{p}_{11}$, $\hat{p}_{10}$, $\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$ terhadap x_v adalah adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \hat{p}_{11}}{\partial x_v} = \frac{\partial\left(1 - \Phi(z_1) - \Phi(z_2) + \Phi(z_1, z_2)\right)}{\partial x_v}$$
$$= \hat{\beta}_{1.v}\phi(z_1) + \hat{\beta}_{2.v}\phi(z_2) - \hat{\beta}_{1.v}\varphi_1 - \hat{\beta}_{2.v}\varphi_2 \tag{17}$$

$$\frac{\partial \hat{p}_{10}}{\partial x_v} = \frac{\partial\left(\Phi(z_2) - \Phi(z_1, z_2)\right)}{\partial x_v}$$
$$= -\hat{\beta}_{2.v}\phi(z_2) + \hat{\beta}_{1.v}\varphi_1 - \hat{\beta}_{2.v}\varphi_2 \tag{18}$$

$$\frac{\partial \hat{p}_{01}}{\partial x_v} = \frac{\partial\left(\Phi(z_1) - \Phi(z_1, z_2)\right)}{\partial x_v}$$
$$= -\hat{\beta}_{1.v}\phi(z_1) + \hat{\beta}_{1.v}\varphi_1 + \hat{\beta}_{2.v}\varphi_2 \tag{19}$$

$$\frac{\partial \hat{p}_{00}}{\partial x_v} = \frac{\partial \Phi(z_1, z_2)}{\partial x_v}$$
$$= -\hat{\beta}_{1.v}\varphi_1 - \hat{\beta}_{2.v}\varphi_2 \tag{20}$$

dengan,
$\phi(z_1)$ = PDF distribusi normal standar z_1
$\phi(z_2)$ = PDF distribusi normal standar z_2

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\phi(z_1)\left[1 + erf\left(\frac{z_2 - z_1\,\rho}{\sqrt{2(1-\rho^2)}}\right)\right] \tag{21}$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\phi(z_2)\left[1 + erf\left(\frac{z_1 - z_2\,\rho}{\sqrt{2(1-\rho^2)}}\right)\right] \tag{22}$$

Erf pada persamaan (21) dan (22) adalah sebuah fungsi kesalahan yang dikenal juga dengan fungsi kesalahan Gauss. Fungsi ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$erf(x) = \frac{2}{\pi^2}\left[\int_{t=0}^{x} exp(t^2)dt\right] \tag{23}$$

Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Dalam menghitung IPM digunakan tiga indeks komponen yang yaitu indeks pendidikan, indeks pengeluaran, dan indeks kesehatan dengan persamaan sebagai berikut:

$$IPM = \sqrt[3]{I_{AHH} + I_{pendidikan} + I_{pengeluaran}} \tag{24}$$

Indeks kesehatan dihitung dengan melihat nilai Angka Harapan Hidup (AHH), sedangkan indeks pendidikan dan indeks pengeluaran serta indikator pendukungnya dijelaskan sebagai berikut:

a. Indeks Pendidikan

Dalam menghitung indeks pendidikan komponen yang digunakan adalah Rata-rata Lama Sekolah (RLS) dan Harapan Lama Sekolah (HLS). Cara perhitungan indeks RLS, indeks HLS, dan indeks pendidikan adalah sebagai berikut:

$$I_{RLS} = \frac{RLS - RLS_{min}}{RLS_{max} - RLS_{min}} \tag{25}$$

$$I_{HLS} = \frac{HLS - HLS_{min}}{HLS_{max} - HLS_{min}} \tag{26}$$

$$I_{pendidikan} = \frac{I_{RLS} + I_{HLS}}{2} \tag{27}$$

Berdasarkan UNDP, batasan untuk RLS dan HLS yaitu angka tertinggi (RLS_{max}) sebesar 15 tahun dan terendah (RLS_{min}) sebesar 0 tahun. Untuk HLS, angka tertinggi (HLS_{max}) sebesar 18 tahun dan terendah (HLS_{min}) sebesar 0 tahun (BPS, 2017).

b. Indeks Pengeluaran

Indeks pengeluaran disusun berdasarkan rata-rata pengeluaran riil yang disesuaikan dengan paritas daya beli (*purchasing power parity*). Cara perhitungan indeks pengeluaran sebagai berikut:

$$I_{pengeluaran} = \frac{\ln(\text{pengeluaran}) - \ln(\text{pengeluaran}_{\min})}{\ln(\text{pengeluaran}_{\max}) - \ln(\text{pengeluaran}_{\min})} \quad (28)$$

dengan batas maksimum pengeluaran per kapita adalah sebesar Rp 26.572.352 dan batas minimum sebesar Rp 1.007.436 (BPS, 2017).

c. Angka Partisipasi Sekolah (APS) 16-18 Tahun

APS adalah proporsi dari penduduk kelompok usia sekolah tertentu yang sedang bersekolah (tanpa memandang jenjang pendidikan yang ditempuh) terhadap penduduk kelompok usia sekolah yang bersesuaian. Sejak tahun 2007, pendidikan non formal (Paket A, Paket B, dan Paket C) turut diperhitungkan (sirusa.bps.go.id)

d. Persentase Penduduk Miskin

Persentase penduduk miskin adalah persentase penduduk miskin yang berada di bawah garis kemiskinan. Persentase penduduk miskin yang tinggi menunjukkan bahwa tingkat kemiskinan di suatu wilayah juga tinggi (sirusa.bps.go.id).

e. Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)

Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) adalah persentase jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatan kerja (sirusa.bps.go.id).

f. Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Atas Dasar Harga Berlaku (ADHB)

PDRB pada dasarnya merupakan jumlah nilai tambah yang dihasilkan oleh seluruh unit usaha dalam suatu wilayah tertentu, atau merupakan jumlah nilai barang dan jasa akhir yang dihasilkan oleh seluruh unit ekonomi. PDRB ADHB menggambarkan nilai tambah barang dan jasa yang dihitung menggunakan harga yang berlaku pada setiap tahun (bps.go.id).

Hasil Penelitian dan Pembahasan

1. Statistika Deskriptif

Indeks pendidikan dan indeks pengeluaran Indonesia pada tahun 2017 berturut-turut adalah 0,63 dan 0,72. Pada Tabel 3 disajikan jumlah kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tahun 2017 berdasarkan kategori indeks pendidikan dan indeks pengeluaran dengan kategori sebagai berikut:

a) Kategori rendah, jika indeks pendidikan dan indeks pengeluaran kabupaten kota tahun 2017 kurang dari indeks pendidikan dan indeks pengeluaran Indonesia tahun 2017
b) Kategori tinggi, jika indeks pendidikan dan indeks pengeluaran kabupaten kota tahun 2017 lebih dari atau sama dengan indeks pendidikan dan indeks pengeluaran Indonesia tahun 2017.

Pengkategorian pada Tabel 4 juga menggunakan cara yang sama dengan Tabel 3. Data frekuensi kabupaten/kota untuk setiap kategori adalah sebagai berikut:

Tabel 3 Tabel Frekuensi Dua Variabel

		Indeks Pengeluaran	
		Rendah	Tinggi
Indeks Pendidikan	Rendah	25	11
	Tinggi	6	14

Tabel 3 menyatakan banyaknya kabupaten/kota yang termasuk kedalam setiap kategori. Kabupeten/kota dengan indeks pendidikan rendah dan indeks pengeluaran rendah ada 25 kabupaten/kota, kabupeten/kota dengan indeks pendidikan rendah dan indeks pengeluaran tinggi ada 11 kabupaten/kota, kabupeten/kota dengan indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran rendah ada 6 kabupaten/kota, dan kabupeten/kota dengan indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi ada 14 kabupaten/kota.

Berdasarkan Tabel 4 dapat pula diketahui proporsi untuk setiap kabupaten kota yang dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4 Tabel Proporsi Dua Variabel

		Indeks Pengeluaran	
		Rendah	Tinggi
Indeks Pendidikan	Rendah	0,4464	0,1964
	Tinggi	0,1071	0,2500

Pada Tabel 4 diketahui bahwa proporsi untuk kabupaten/kota dengan indeks pendidikan rendah dan indeks pengeluaran rendah adalah sebesar 0,4464, proporsi untuk kabupaten/kota dengan indeks pendidikan rendah dan indeks pengeluaran tinggi adalah sebesar 0,1964, proporsi untuk kabupaten/kota dengan indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran rendah adalah sebesar 0,1071, dan proporsi untuk kabupaten/kota dengan indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi adalah sebesar 0,25.

Proporsi tersebut menunjukkan bahwa sebagian besar kabupaten/kota di Pulau Kalimantan baik dari indeks pendidikan maupun indeks pengeluaran masih berada dalam kategori rendah.

Rata-rata untuk setiap variabel indepeden dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 Rata-Rata Variabel Independen

Variabel Independen	Rata-rata
APS 16-18 tahun (X_1)	70,370 persen
Persentase penduduk miskin (X_2)	6,464 persen
TPT (X_3)	4,784 persen
PDRB ADHB (X_4)	20,163 miliar

Berdasarkan Tabel 5 didapatkan rata-rata untuk (X_1) adalah sebesar 70,370 persen. Nilai tersebut menunjukkan jumlah penduduk di Pulau Kalimantan usia 16-18 tahun yang bersekolah lebih besar daripada yang tidak bersekolah pada usia tersebut. Rata-rata untuk (X_2) adalah sebesar 6,464 persen. Nilai ini berada dibawah persentase penduduk miskin nasional yaitu sebesar 10,64 persen. Nilai tersebut menunjukkan kecilnya jumlah penduduk miskin yang terdapat di Pulau Kalimantan.

Rata-rata untuk (X_3) adalah sebesar 4,784 persen. Nilai ini masih berada di bawah TPT nasional yaitu sebesar 5,50 persen. Hal ini menunjukkan ketersediaan lapangan pekerjaan untuk angkatan kerja yang mencukupi di Pulau Kalimantan sehingga membuat TPT menjadi kecil.

Rata-rata untuk (X_4) adalah sebesar 20,163 miliar rupiah. Namun nilai ini tidak representatif untuk menggambarkan PDRB ADHB di Pulau Kalimantan karena terdapat perbedaan yang sangat jauh antara PDRB ADHB tertinggi dengan PDRB ADHB terendah. PDRB ADHB tertinggi dipegang oleh Kabupaten Kutai Kartanegara, Kalimantan Timur dengan PDRB ADHB sebesar 148,03 miliar dan PDRB ADHB terendah dipegang oleh Kabupaten Mahakam Ulu, Kalimantan Timur dengan PDRB ADHB sebesar 2,34 miliar.

2. Uji Independensi Variabel Dependen

Uji independensi pada penelitian ini dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat keterkaitan antara variabel indeks pendidikan (Y_1) dan indeks pengeluaran (Y_2) dengan menggunakan uji *Chi-Square*. Rumusan hipotesis pengujian *Chi-Square* adalah sebagai berikut

H_0: Tidak terdapat keterkaitan antara dua variabel

H_1: Terdapat keterkaitan antara dua variabel

Nilai Chi-Square disajikan pada tabel berikut:

Tabel 6 Pengujian *Chi-Square*

Statistik uji	$\chi^2_{(0,05;1)}$	Keputusan
6,5771	3,841	Menolak H_0

Berdasarkan perhitungan pada Tabel 6, didapatkan keputusan menolak H_0 pada taraf signifikansi 0,05 dengan $\chi^2_{(0,05;1)}$ $(6,5771) >$ $\chi^2_{(0,05;1)}$ $(3,841)$ sehingga disimpulkan terdapat keterkaitan antara dua variabel.

3. Deteksi Multikolinearitas

Deteksi multikolinearitas dilakukan untuk mengetahui ada tidaknya korelasi yang tinggi antarvariabel independen. Suatu variabel independen dikatakan terjadi multikolinearitas jika memiliki nilai VIF > 10. Nilai VIF untuk setiap variabel independen adalah sebagai berikut:

Tabel 7 Nilai VIF setiap Variabel Independen

Variabel independen	VIF	Variabel independen	VIF
X_1	1,4447	X_3	1,4033
X_2	1,0476	X_4	1,3356

Berdasarkan Tabel 7 dapat dilihat bahwa semua variabel independen memiliki nilai VIF < 10, maka dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi multikolinearitas pada keempat variabel independen.

4. Estimasi Parameter dan Pemodelan Probit Biner Bivariat

Model probit biner bivariat yang digunakan dalam penelitian ini adalah model pada persamaan (7) dan (8). Nilai seluruh parameter dapat dilihat dalam Tabel 8.

Tabel 8 Estimasi Parameter

Parameter	Estimasi	Parameter	Estimasi
ρ	0,2296	β_{20}	-2,8071
β_{10}	-6,3482	β_{21}	0,0768
β_{11}	0,0818	β_{22}	-0,5603
β_{12}	-0,1296	β_{23}	0,1018
β_{13}	0,0984	β_{24}	0,0089
β_{14}	0,0302		

Dengan memasukkan estimasi parameter dari Tabel 8 ke dalam persamaan (7) dan (8), maka model dalapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{y}_1^* = -6,3482 + 0,0818X_1 - 0,1296X_2 \\ -0,0984X_3 + 0,0302X_4$$

$$\hat{y}_2^* = -2,8071 + 0,0768X_1 - 0,5603X_2 \\ -0,1018X_3 + 0,0089X_4$$

5. Pemilihan Model Terbaik Probit Biner Bivariat

Pemilihan model terbaik dilakukan dengan mengombinasikan semua kemungkinan model yaitu sebanyak 15 kemungkinan dan mengambil AIC terkecil. Berdasarkan Tabel 9 terlihat bahwa model yang memiliki nilai AIC terkecil adalah model pertama dengan nilai AIC sebesar 113,3162 sehingga model pertama ditetapkan sebagai model terbaik. Model probit biner terbaik dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{y}_1^* = -6,3482 + 0,0818X_1 - 0,1296X_2 \\ -0,0984X_3 + 0,0302X_4 \qquad (29)$$

$$\hat{y}_2^* = -2,8071 + 0,0768X_1 - 0,5603X_2 \\ -0,1018X_3 + 0,0089X_4 \qquad (30)$$

Tabel 9 Nilai AIC setiap Model

Model						AIC
Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3	X_4	113,3162
Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3		117,7170
Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_4		114,7270
Y_1	Y_2	X_1	X_3	X_4		134,3962
Y_1	Y_2	X_2	X_3	X_4		123,8218
Y_1	Y_2	X_1	X_2			121,0868
Y_1	Y_2	X_1	X_3			138,0004
Y_1	Y_2	X_1	X_4			136,5806
Y_1	Y_2	X_2	X_3			133,7648
Y_1	Y_2	X_2	X_4			128,1328
Y_1	Y_2	X_3	X_4			142,2802
Y_1	Y_2	X_1				142,3174
Y_1	Y_2	X_2				145,7396
Y_1	Y_2	X_3				150,6886
Y_1	Y_2	X_4				147,6066

6. Pengujian Model Probit Bivariat Terbaik secara Simultan dan Parsial

a. Uji Simultan

Dengan menggunakan persamaan (14), didapatkan nilai G^2(50,431) > $\chi^2_{0,05;8}$ (15,507) dan disimpulkan terdapat pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen secara serentak.

b. Uji Parsial

Pengujian secara parsial dengan menggunakan uji *Wald* dijelaskan sebagai berikut:

$H_0: \beta_{uv} = 0$

$H_1: \beta_{uv} \neq 0$, untuk u=1,2 dan v=1,2,3,4

Statistik uji yang digunakan adalah persamaan (15) dengan hasil perhitungan sebagai berikut:

Tabel 10 Uji *Wald*

Koefisien	$\lvert W_{ij} \rvert$	$Z_{0,475}$	Keputusan
β_{10}	2,7880*	1,96	Menolak H_0
β_{11}	2,4840*	1,96	Menolak H_0
β_{12}	1,2200	1,96	Gagal menolak H_0
β_{13}	0,8770	1,96	Gagal menolak H_0
β_{14}	1,3120	1,96	Gagal menolak H_0
β_{20}	1,3080	1,96	Gagal menolak H_0
β_{21}	2,2450*	1,96	Menolak H_0
β_{22}	3,4270*	1,96	Menolak H_0
β_{23}	0,8990	1,96	Gagal menolak H_0
β_{24}	0,9880	1,96	Gagal menolak H_0

Dari Tabel 10 terlihat bahwa parameter $\beta_{10}, \beta_{11}, \beta_{21}$, dan β_{22} mempunyai nilai $\lvert W_{ij} \rvert$ yang lebih besar dari 1,96 sehingga dapat disimpulkan terdapat pengaruh secara parsial antara parameter tersebut terhadap variabel dependen.

7. Interpretasi Model

Model probit biner bivariat terbaik pada persamaan (29) dan (30) mempunyai hasil yang berbeda untuk setiap kabupaten/kota. Misalnya untuk menginterpretasikan model probit biner bivariat kota Samarinda dengan APS 16 - 18 tahun kota Samarinda adalah 86,83 persen $(X_1 = 86{,}63)$, persentase penduduk miskin adalah 4,77 persen $(X_2 = 4{,}77)$, TPT adalah 6,19 persen $(X_3 = 6{,}19)$, dan PDRB ADHB adalah 58, 46 miliar rupiah $(X_4 = 58{,}46)$, sehingga nilai $\hat{y}_1^*$ dan $\hat{y}_2^*$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{y}_1^* &= 6{,}3482 + 0{,}0818(86{,}83) - 0{,}1296(4{,}77) + \\ &\quad 0{,}0984(6{,}19) + 0{,}0302(58{,}46) \\ &= 2{,}5109\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_2^* &= 2{,}8071 + 0{,}0768(86{,}33) - 0{,}5603(4{,}77) + \\ &\quad 0{,}1018(6{,}19) + 0{,}0089(58{,}46) \\ &= 2{,}3392\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan di atas diperoleh probabilitas $\hat{p}_{11}$,$\hat{p}_{10}$,$\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$. Probabilitas tersebut didapatkan dengan mencari CDF dari (z_1), (z_2) dan (z_1, z_2) terlebih dahulu. Dengan menggunakan persamaan (5) didapatkan $\Phi(z_1)$ sebesar 0,006 dan $\Phi(z_2)$ sebesar 0,0097. Nilai $\Phi(z_1, z_2)$ sebesar 0,0003 didapatkan menggunakan persamaan (6).

Kemudian dilanjutkan dengan menghitung nilai probabilitas berdasarkan persamaan (9) - (12).

$$\begin{aligned}p_{11}(x) &= 1 - \Phi(z_1) - \Phi(z_2) + \Phi(z_1, z_2) \\ &= 1 - 0{,}006 - 0{,}0097 + 0{,}0003 \\ &= 0{,}984\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_{10}(x) &= \Phi(z_2) - \Phi(z_1, z_2) \\ &= 0{,}0097 - 0{,}0003 \\ &= 0{,}0094\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_{01}(x) &= \Phi(z_1) - \Phi(z_1, z_2) \\ &= 0{,}006 - 0{,}0003 \\ &= 0{,}0057\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_{00}(x) &= \Phi(z_1, z_2) \\ &= 0{,}0003\end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan di atas dapat disimpulkan bahwa kota Samarinda mempunyai probabilitas sebesar 0,9846 untuk masuk ke dalam kabupaten/kota dengan indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi.

Langkah perhitungan untuk Tabel 11 adalah dengan mencari PDF untuk (z_1)dan (z_2) terlebih dahulu menggunakan persamaan (4).

$$\begin{aligned}\phi(z_1) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}{z_1}^2\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2 \times 3{,}14}} exp\left[-\frac{1}{2}(-2{,}5109)^2\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{6{,}28}} exp\left[-\frac{1}{2}(6{,}3046)\right] \\ &= \frac{1}{2{,}506} exp[-3{,}1523]\end{aligned}$$

$$= 0{,}0171$$

$$\phi(z_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2} {z_2}^2\right]$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2 \times 3{,}14}} exp\left[-\frac{1}{2}(-2{,}3392)^2\right]$$
$$= \frac{1}{\sqrt{6{,}28}} exp\left[-\frac{1}{2}(5{,}4719)\right]$$
$$= \frac{1}{2{,}506} exp[-2{,}736]$$
$$= 0{,}0259$$

Kemudian dilanjutkan dengan mencari nilai φ_1 dan φ_2 menggunakan persamaan (21) – (22).

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\phi(z_1)\left[1 + erf\left(\frac{z_2 - z_1\,\rho}{\sqrt{2(1-\rho^2)}}\right)\right]$$
$$= \frac{1}{2} \times 0{,}0171 \left[1 + erf\left(\frac{-2{,}3392 - (-2{,}5109 \times 0{,}2296)}{\sqrt{2(1-(0{,}2296)^2)}}\right)\right]$$
$$= 0{,}0086 \times \left[1 + erf\left(\frac{-1{,}7627}{1{,}3764}\right)\right]$$
$$= 0{,}0006$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\phi(z_2)\left[1 + erf\left(\frac{z_1 - z_2\,\rho}{\sqrt{2(1-\rho^2)}}\right)\right]$$
$$= \frac{1}{2} \times 0{,}0259 \left[1 + erf\left(\frac{-2{,}5109 - (-2{,}3392 \times 0{,}2296)}{\sqrt{2(1-(0{,}2296)^2)}}\right)\right]$$
$$= 0{,}013 \times \left[1 + erf\left(\frac{-1{,}9738}{1{,}3764}\right)\right]$$
$$= 0{,}0006$$

Selanjutnya dilanjutkan dengan mencari nilai efek marginal berdasarkan persamaan (17) – (20).

$$\frac{\partial \hat{p}_{11}}{\partial x_1} = \frac{\partial\left(1 - \Phi(z_1) - \Phi(z_2) + \Phi(z_1, z_2)\right)}{\partial x_1}$$
$$= \hat{\beta}_{1.1}\phi(z_1) + \hat{\beta}_{2.1}\phi(z_2) - \hat{\beta}_{1.1}\varphi_1 - \hat{\beta}_{2.1}\varphi_2$$
$$= (0{,}0818 \times 0{,}0171) + (0{,}0768 \times 0{,}0259) - (0{,}0818 \times 0{,}0006) - (0{,}0768 \times 0{,}0006)$$
$$= 0{,}0033$$

$$\frac{\partial \hat{p}_{10}}{\partial x_1} = \frac{\partial\left(\Phi(z_2) - \Phi(z_1, z_2)\right)}{\partial x_1}$$
$$= -\hat{\beta}_{2.1}\phi(z_2) + \hat{\beta}_{1.1}\varphi_1 - \hat{\beta}_{2.1}\varphi_2$$
$$= (-0{,}0768 \times 0{,}0259) + (0{,}0818 \times 0{,}0006) - (0{,}0768 \times 0{,}0006)$$
$$= -0{,}002$$

$$\frac{\partial \hat{p}_{01}}{\partial x_1} = \frac{\partial\left(\Phi(z_1) - \Phi(z_1, z_2)\right)}{\partial x_1}$$
$$= -\hat{\beta}_{1.1}\phi(z_1) + \hat{\beta}_{1.1}\varphi_1 + \hat{\beta}_{2.1}\varphi_2$$
$$= (-0{,}0818 \times 0{,}0171) + (0{,}0818 \times 0{,}0006) + (0{,}0768 \times 0{,}0006)$$
$$= -0{,}0013$$

$$\frac{\partial \hat{p}_{00}}{\partial x_1} = \frac{\partial \Phi(z_1, z_2)}{\partial x_1}$$
$$= -\hat{\beta}_{1.1}\varphi_1 - \hat{\beta}_{2.1}\varphi_2$$
$$= (-0{,}0818 \times 0{,}0006) - (0{,}0768 \times 0{,}0006)$$
$$= -0{,}0001$$

Efek marginal yang diperoleh pada perhitungan di atas disajikan pada Tabel 11. Perhitungan tersebut juga berlaku untuk mencari efek marginal pada Tabel 12 – Tabel 14.

1. APS 16-18 Tahun (X_1)

Efek marjinal APS 16-18 tahun kota Samarinda terhadap $\hat{p}_{11}, \hat{p}_{10}, \hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$ adalah sebagai berikut:

Tabel 11 Efek Marjinal APS 16-18 Tahun terhadap $\hat{p}_{11}, \hat{p}_{10}, \hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$

	Efek Marjinal		Efek Marjinal
$\frac{\partial \hat{p}_{11}}{\partial x_1}$	0,0033	$\frac{\partial \hat{p}_{01}}{\partial x_1}$	-0,0013
$\frac{\partial \hat{p}_{10}}{\partial x_1}$	-0,0020	$\frac{\partial \hat{p}_{00}}{\partial x_1}$	-0,0001

Pada Tabel 11 dapat dilihat bahwa efek marjinal variabel APS 16 -18 Tahun (X_1) terhadap $\hat{p}_{11}$ adalah sebesar 0,0033 yang berarti perubahan APS 16-18 Tahun (X_1) sebesar 1 persen akan meningkatkan 0,32 persen probabilitas kota Samarinda untuk masuk ke dalam kategori indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi.

2. Persentase Penduduk Miskin (X_2)

Efek marjinal persentase penduduk miskin kota Samarinda terhadap $\hat{p}_{11}$, $\hat{p}_{10}$, $\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$ terdapat pada Tabel 12. Berdasarkan Tabel 12, terlihat bahwa efek marjinal variabel persentase penduduk miskin (X_2) terhadap $\hat{p}_{11}$ adalah sebesar -0,0163 yang berarti perubahan persentase penduduk miskin (X_2) sebesar 1 persen akan menurunkan 1,63 persen probabilitas kota Samarinda untuk masuk ke dalam kategori indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi.

Tabel 12 Efek Marjinal Persentase penduduk miskin terhadap $\hat{p}_{11}$, $\hat{p}_{10}$, $\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$

	Efek Marjinal		Efek Marjinal
$\frac{\partial \hat{p}_{11}}{\partial x_2}$	-0,0163	$\frac{\partial \hat{p}_{01}}{\partial x_2}$	0,0018
$\frac{\partial \hat{p}_{10}}{\partial x_2}$	0,0141	$\frac{\partial \hat{p}_{00}}{\partial x_2}$	0,0004

3. TPT (X_3)

Efek marjinal TPT kota Samarinda terhadap $\hat{p}_{11}$, $\hat{p}_{10}$, $\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$ adalah sebagai berikut:

Tabel 13 Efek Marjinal TPT terhadap $\hat{p}_{11}$, $\hat{p}_{10}$, $\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$

	Efek Marjinal		Efek Marjinal
$\frac{\partial \hat{p}_{11}}{\partial x_3}$	0,0042	$\frac{\partial \hat{p}_{01}}{\partial x_3}$	-0,0016
$\frac{\partial \hat{p}_{10}}{\partial x_3}$	-0,0025	$\frac{\partial \hat{p}_{00}}{\partial x_3}$	-0,0001

Pada Tabel 13 terlihat bahwa efek marjinal variabel TPT (X_3) terhadap $\hat{p}_{11}$ adalah sebesar 0,0042 yang berarti perubahan TPT (X_3) sebesar 1 persen akan meningkatkan 0,42 persen probabilitas kota Samarinda untuk masuk ke dalam kategori indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi.

4. PDRB ADHB (X_4)

Efek marjinal PDRB ADHB kota Samarinda terhadap $\hat{p}_{11}$, $\hat{p}_{10}$, $\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$ adalah sebagai berikut:

Tabel 14 Efek Marjinal PDRB ADHB terhadap $\hat{p}_{11}$, $\hat{p}_{10}$, $\hat{p}_{01}$, dan $\hat{p}_{00}$

	Efek Marjinal		Efek Marjinal
$\frac{\partial \hat{p}_{11}}{\partial x_4}$	0,0007	$\frac{\partial \hat{p}_{01}}{\partial x_4}$	-0,0005
$\frac{\partial \hat{p}_{10}}{\partial x_4}$	-0,0002	$\frac{\partial \hat{p}_{00}}{\partial x_4}$	0,0000

Efek marjinal variabel PDRB ADHB (X_4) terhadap $\hat{p}_{11}$ pada Tabel 14 adalah sebesar 0,0007 yang berarti perubahan PDRB ADHB (X_4) sebesar 1 miliar rupiah akan meningkatkan 0,07 persen probabilitas kota Samarinda untuk masuk ke dalam kategori indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi.

Kesimpulan

Berdasarkan uraian di atas, maka kesimpulan dari penelitian ini adalah:

1. Model terbaik yang terpilih pada penelitian ini adalah:

$$\hat{y}_1^* = -6{,}3482 + 0{,}0818X_1 - 0{,}1296X_2 - 0{,}0984X_3 + 0{,}0302X_4$$

$$\hat{y}_2^* = -2{,}8071 + 0{,}0768X_1 - 0{,}5603X_2 - 0{,}1018X_3 + 0{,}0089X_4$$

2. Variabel yang berpengaruh signifikan terhadap indeks pendidikan dan indeks pengeluran adalah APS 16-18 tahun pada model 1 (X_{11}), APS 16-18 tahun pada model 2 (X_{21}), dan persentase penduduk miskin pada model 2 (X_{22}).
3. Dengan mengambil contoh kota Samarinda, perubahan APS 16-18 Tahun (X_1), TPT (X_3), dan PDRB ADHB (X_4) sebesar 1 satuan akan meningkatkan probabilitas kota Samarinda untuk masuk ke dalam kategori indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi berturut-turut sebesar 0,33 persen, 0,42 persen,dan 0,07 persen. Untuk perubahan persentase penduduk miskin (X_2) sebesar 1 persen akan menurukan probabilitas kota Samarinda untuk masuk ke dalam kategori indeks pendidikan tinggi dan indeks pengeluaran tinggi sebesar 1,63 persen.

Daftar Pustaka

BPS. (2016). *Indeks Pembangunan Manusia Tahun 2016*. Diakses pada 13 Mei 2019 dari https://www.bps.go.id.

BPS. (2017). *Indeks Pembangunan Manusia Tahun 2017*. Diakses pada 13 Mei 2019 dari https://www.bps.go.id.

Agresti, A. (2007). *An Introduction to Categorical Data Analysis Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Casella, G., and Berger, R.L. (2002). *Statistical Inference Second Edition*. California: Duxbury.

Greene, W.H. (2002). *Econometric Analysis. 5th ed*. New Jersey: Prentice Hall.

Gujarati, D.N. (2004). *Basic Econometric. Fourth Edition*. New York : Mc Graw Hill.

Hogg, R.V., and Craig, A.T. (2005). *Introduction to Mathematical Statistics Sixth Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Hosmer, D.W., and Lemeshow, S. (2000). *Applied Logistic Regression Second Edition*. New York: John Wiley & Sons.

Kutner, M,H., Nachtsheim, C.J., and Neter, J. (2008). *Applied Linear Regression Models*. New York: McGraw-Hill Companies.

Munir, Rinaldi. (2003). *Metode Numerik*. Bandung: Informatika Bandung.

Reksoatmodjo, T.N. (2009). *Statistika untuk Psikologi dan Pendidikan*. Bandung: PT Refika Aditama.

Romadhona, M.R. (2015). "Model Probit Bivariat pada Pemberian Imunisasi Dasar dan Air Susu Ibu (Studi Kasus di Provinsi Kalimantan Selatan Tahun 2013)". *Jurnal Aplikasi Statistik dan Komputasi Statistik Vol. 7 No. 2, hal. 67-80.*

Sari, B.Y.P., dan Widjajati, F.A. (2015). "Model Regresi Probit Bivariat pada Kasus Penderita HIV dan AIDS di Jawa Timur". *Jurnal Sains dan Teknologi, Vol. 4 No. 2, hal. 61-66.*

Sirusa BPS. Rata-rata Lama Sekolah. Diakses pada 13 Mei 2019 dari https://sirusa.bps.go.id/index.php?r=indikator/view&id=11.

Sirusa BPS. Tingkat Pengangguran Terbuka. Diakses pada 13 Mei 2019 dari https://sirusa.bps.go.id/index.php?r=indikator/view&id=44.

Sirusa BPS. Angka Partisipasi Murni. Diakses pada 13 Mei 2019, dari https://sirusa.bps.go.id/index.php?r=indikator/view&id=9.

Sirusa BPS. Persentase Penduduk Miskin. Diakses pada 13 Mei 2019, dari https://sirusa.bps.go.id/index.php?r=indikator/view&id=18.

Yong, B. (2003). "Penaksir Maksimum Likelihood bagi Model Probit dan Model Probit Bivariat". *Integral, Vol. VIII No. 1, hal. 11-18.*