Penerapan Model *Mixed Geographically Weighted Regression* dengan Fungsi Pembobot *Adaptive Tricube* pada IPM 30 Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan Tahun 2016

Application of Mixed Geographically Weighted Regression Model with Adaptive Tricube Weighting Function to Human Development Index Data of 30 Districts in East Kalimantan, Central Kalimantan and South Kalimantan 2016

Ranita Nur Safitri[1], Suyitno[2], Memi Nor Hayati[3]
[1,2,3]Laboratorium Statistika Terapan FMIPA Universitas Mulawarman
E-mail: ranitasafitri26@gmail.com

Abstract

Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR) model is a Geographically Weighted Regression (GWR) model which has global (equal value) and local (inequal value) parameters at every different observation location. The goal of this study is to obtain MGWR model of the Human Development Index (HDI) data and find out significant factors influencing the HDI in each district (city) East Kalimantan, Central Kalimantan and South Kalimantan province in 2016. Parameter estimation method is conducted in two stages namely local parameter estimation and global parameter estimation. Local parameter estimation method is Maximum Likelihood Estimation (MLE), with spatial weighting is calculated by adaptive tricube weighting function and optimum bandwidth determination uses the Akaike Information Criteria (AIC). Global parameter estimation method is Ordinary Least Square (OLS). Based on the result of MGWR parameter testing, it was concluded that the school enrollment rates (SMP) and poor people percentage affected the HDI of 30 districts (cities) in East Kalimantan, Central Kalimantan and South Kalimantan. Meanwhile the population density affected the HDI of two districts namely HDI of Samarinda and Bontang.

Keywords: *AIC, HDI, MGWR, MLE, OLS*

Pendahuluan

Analisis regresi linier adalah metode analisis statistika untuk memodelkan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Model regresi linier terbagi menjadi dua, yaitu regresi sederhana dan regresi berganda. Regresi linier berganda sering disebut dengan model regresi klasik. Asumsi-asumsi model regresi klasik adalah residual berdistribusi normal dengan *mean* nol dan variansi konstan, non autokorelasi antar residual dan variansi konstan (homoskedastisitas) (Rencher dan Schaalje, 2008). Penerapan regresi klasik pada data spasial akan menjadi bahasan yang menarik. Menurut Fotheringham dkk (2002), data spasial adalah data yang memuat nilai atribut dan informasi lokasi geografis. Karakteristik dari suatu lokasi pengamatan data spasial akan berbeda dengan lokasi pengamatan yang lain, akan tetapi memiliki hubungan erat dengan lokasi pengamatan lain yang berdekatan.

Hubungan antar lokasi pengamatan disebut dengan efek spasial. Efek spasial berhubungan dengan perbedaan karakteristik lingkungan dan geografis antar lokasi pengamatan, sehingga masing-masing variabel prediktor diduga memiliki pengaruh yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan. Efek spasial ini disebut keragaman spasial atau heterogenitas spasial. Pemodelan data yang mengandung heterogenitas spasial tidak dapat dimodelkan menggunakan analisis regresi linier klasik karena tidak memenuhi asumsi regresi linier klasik. Interpendensi antara data variabel respon dan lokasi pengamatan menyebabkan nilai estimator dari parameter regresi pada satu lokasi pengamatan dan pengamatan lainnya berbeda, sehingga pemodelan data spasial yang sesuai adalah pemodelan yang bersifat lokal, yaitu penaksiran parameter yang dilakukan pada setiap lokasi pengamatan. Model regresi yang melakukan penaksiran parameter pada setiap lokasi pengamatan adalah model *Geographically Weighted Regression* (GWR).

Penaksiran parameter model GWR dilakukan pada setiap lokasi pengamatan dan menggunakan pembobot spasial. Pengujian parameter model GWR terdiri dari pengujian kesesuaian model GWR dan model global, pengujian parameter secara simultan dan parsial. Berdasarkan hasil dari pengujian parameter secara parsial, diduga terdapat beberapa parameter bersifat global (mempunyai nilai yang sama untuk setiap lokasi pengamatan) dan beberapa parameter lainnya bersifat lokal (mempunyai nilai yang berbeda untuk setiap lokasi pengamatan). Kondisi ini memotivasi pengembangan model GWR menjadi model campuran. Beberapa permasalahan *real* yang sering dijumpai adalah kebijakan yang diterapkan di beberapa daerah di suatu Negara. Beberapa permasalahan disebabkan oleh faktor yang sama dan beberapa lainnya disebabkan oleh faktor yang berbeda-beda sesuai dengan karakteristik daerah tersebut. Pemodelan permasalahan tersebut diduga dapat diselesaikan menggunakan model campuran yaitu model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR). Model MGWR merupakan model GWR dengan beberapa parameter bersifat global dan beberapa parameter lainnya bersifat lokal. Tahap awal penentuan model MGWR adalah melakukan pengujian identifikasi parameter regresi yang bersifat lokal dan global. Penaksiran parameter pada model MGWR terdiri dari dua tahap yaitu penaksiran parameter yang bersifat lokal dan penaksiran parameter yang bersifat global.

Model MGWR pada penelitian ini akan diterapkan pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM). IPM di setiap daerah berbeda-beda tergantung pada karakteristik daerah masing-masing sehingga data IPM diduga merupakan data spasial. Perbedaan IPM ini disebabkan oleh faktor ekonomi, sosial dan budaya atau karakterisik kabupaten/kota pada masing-masing daerah.

Pembobot spasial pada penaksiran parameter model MGWR menggunakan fungsi pembobot *Adaptive Tricube* dan kriteria penentuan *bandwidth* optimum adalah *Akaike Information Criteria (AIC)*, serta unsur spasial berupa tipe titik di mana lokasi pengamtan dinyatakan dalam koordinat lintang dan bujur.

Sistematika penelitian ini adalah sebagai berikut: bagian pertama membahas regresi linier berganda, bagian kedua membahas model GWR, bagian ketiga membahas model MGWR, bagian keempat membahas Indeks Pembangunan Manusia, bagian kelima membahas hasil dan pembahasan, serta kesimpulan yang dibahas pada bagian keenam.

Model Regresi Linier

Regresi linier merupakan metode yang memodelkan hubungan linier antara variabel respon y dengan variabel-variabel prediktor $x_1, x_2, ..., x_p$. Model regresi linier untuk pengamatan respon ke-i dengan p variabel prediktor dengan $i = 1, 2, 3, ..., n$ dinyatakan dalam hubungan

$$y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, i = 1, 2, ..., n, \quad (1)$$

Asumsi *error* model regresi adalah $\varepsilon_i \sim iid\ N(0, \sigma^2)$.

Penaksir dari parameter model regresi pada persamaan (1) didapat dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) yaitu

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})\mathbf{X}^T\mathbf{y}, \quad (2)$$

dengan

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{22} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}.$$

(Rencher & Schaalje, 2008)

Model *Geographically Weighted Regression* (GWR)

Model GWR adalah model regresi yang penaksiran parameter dilakukan pada setiap titik lokasi pengamatan dan menggunakan pembobot spasial. Model GWR pada lokasi ke-i adalah

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \varepsilon_i, i = 1, 2, ..., n \quad (3)$$

dengan asumsi $\varepsilon_i \sim iid\ N(0, \sigma^2)$.

Salah satu penaksiran parameter model GWR yang diberikan oleh persamaan (3) adalah MLE. Penaksir $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ pada model GWR lokasi ke-i adalah

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{y}, \quad (4)$$

dengan

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = \text{diag}[w_{i1} \quad w_{i2} \quad ... \quad w_{in}].$$

Pembobot Spasial Model GWR

Penaksiran parameter model GWR berdasarkan persamaan (4) menggunakan matriks pembobot spasial. Salah satu fungsi yang dapat digunakan untuk menentukan pembobot spasial (elemen-elemen matriks $\mathbf{W}(u_i, v_i)$) adalah fungsi *Adaptive Tricube*, yaitu

$$w_{ij} = \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{b_i}\right)^3\right)^3, \quad (5)$$

dengan w_{ij} adalah pembobot spasial yang diberikan pada pengamatan ke-j untuk model GWR pada lokasi ke-i dan d_{ij} adalah jarak *Euclidean* antara lokasi (u_{i},v_{i}) dengan lokasi (u_{j},v_{j}), yaitu

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}, \quad (6)$$

b_{i} adalah *bandwidth* pada lokasi ke-i (Suyitno dkk,2016).

Salah satu kriteria yang dapat digunakan untuk menentukan *bandwidth* optimum adalah *Akaike Information Criteria (AIC)*. Nilai AIC dihitung menggunakan rumus

$$AIC = 2n\log\left(\frac{JKG}{n}\right) + n\log(2\pi) + n + tr(\mathbf{L}), \quad (7)$$

dengan

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^T(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1,v_1)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1,v_1) \\ \mathbf{X}_2^T(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2,v_2)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2,v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{X}_n^T(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n,v_n)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n,v_n) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

dengan $\mathbf{X}_i^T$ adalah elemen baris ke-i dan matriks $\mathbf{X}$ diberikan oleh persamaan (2) (Fotheringham, 2002).

Model Mixed *Geographically Weighted Regression*

Model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) adalah model GWR dengan beberapa parameter bersifat global (bernilai sama) dan beberapa parameter lainnya bersifat lokal (bernilai berbeda) pada setiap lokasi pengamatan. Langkah awal sebelum menentukan model umum MGWR adalah identifikasi parameter yang bersifat lokal dan global. Hipotesis untuk identifikasi parameter adalah

$H_0: \beta_k(u_1,v_1) = \beta_k(u_2,v_2) = \ldots = \beta_k(u_n,v_n), k = 0,1,2,\ldots,p$
(parameter β_k bersifat global)

H_1: paling tidak ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k(u_j,v_j)$,
$i \neq j; i,j = 1,2,\ldots,n$
(parameter β_k bersifat lokal)

Statistik ujinya adalah

$$F(k) = \frac{V_k^2/\gamma_1}{JKG(GWR)/\delta_1}, \quad (9)$$

dengan

$$V_k^2 = \frac{1}{n}(\mathbf{K}_k\mathbf{y})^T\left[\mathbf{I} - \frac{1}{n}\mathbf{J}\right]\mathbf{K}_k\mathbf{y}$$

$\mathbf{J}$ adalah matriks berukuran $n \times n$ yang nilai semua elemennya sama dengan satu. $\mathbf{K}$ adalah

$$\mathbf{K}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_k^T(\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_1,v_1)\mathbf{X}_l)^{-1}\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_1,v_1) \\ \mathbf{e}_k^T(\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_2,v_2)\mathbf{X}_l)^{-1}\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_2,v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{e}_k^T(\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_n,v_n)\mathbf{X}_l)^{-1}\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_n,v_n) \end{bmatrix},$$

di mana, $\mathbf{e}_k$ merupakan vektor kolom berukuran $(p+1)$ yang bernilai satu untuk elemen ke- k dan bernilai 0 untuk elemen lainnya dan

$$JKG(GWR) = \mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{L})^T(\mathbf{I}-\mathbf{L})\mathbf{y}.$$

Statistik uji $F(k)$ berdistribusi $F_{(db,dt)}$, dengan derajat bebas pembilang $db = \gamma_1^2/\gamma_2$ dan derajat bebas penyebut $dt = \delta_1^2/\delta_2$. γ_s dan δ_s masing-masing diberikan oleh

$$\gamma_s = tr\left(\frac{1}{n}\mathbf{K}_k^T\left[\mathbf{I} - \frac{1}{n}\mathbf{J}\right]\mathbf{K}_k\right)^s,$$

dan

$$\delta_s = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{L})^T(\mathbf{I}-\mathbf{L})]^s), s = 1,2,$$

dengan $\mathbf{L}$ diberikan oleh persamaan (8). Kriteria penolakan hipotesis nol adalah menolak H_0 jika $F_{hit} \geq F_{(db,dt)}$ atau *p-value* $< \alpha$.

(Leung dkk, 2000)

Model MGWR pada lokasi ke-*i* dengan *q* parameter diantaranya bersifat lokal dan $(p+1)-q$ parameter bersifat global termasuk intersep (β_0) adalah

$$y_i = \sum_{k=1}^{q}\beta_k(u_i,v_i)x_{ik} + \beta_0 + \sum_{k=q+1}^{p}\beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad (10)$$

Model MGWR pada persamaan (10) dapat dinyatakan dalam matriks sebagai berikut

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_\ell\boldsymbol{\beta}_\ell(u_i,v_i) + \mathbf{X_g}\boldsymbol{\beta}_\mathbf{g} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (11)$$

dengan,

$$\mathbf{X}_\ell = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1q} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nq} \end{bmatrix}, \mathbf{X_g} = \begin{bmatrix} 1\,x_{1(q+1)} & x_{1(q+2)} & \cdots & x_{1p} \\ 1\,x_{2(q+1)} & x_{2(q+1)} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1\,x_{n(q+1)} & x_{n(q+2)} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_\ell(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} \beta_1(u_i,v_i) \\ \beta_2(u_i,v_i) \\ \vdots \\ \beta_q(u_i,v_i) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}_\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{q+2} \\ \vdots \\ \beta_{q+n} \end{bmatrix}, \text{dan } \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}.$$

(Wuryanti dkk, 2013)

Tahapan setelah menentukan model umum MGWR adalah melakukan penaksiran parameter. Penaksiran model MGWR pada lokasi ke-*i* terdiri dari dua tahap. Tahap pertama adalah penaksiran parameter lokal menggunakan MLE menggunakan formula

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_\ell(u_i,v_i) = [\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i) \times (\mathbf{y} - \mathbf{X}_g\boldsymbol{\beta}_g). \quad (12)$$

Tahap kedua adalah penaksiran parameter yang bersifat global menggunakan OLS menggunakan formula

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = [\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)\mathbf{X}_g]^{-1}\mathbf{X}_g^T \times (\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)\mathbf{y}. \quad (13)$$

Dari penaksir parameter global (13) disubtitusikan ke persamaan (12) untuk memperoleh penaksir parameter lokal pada lokasi (u_i, v_i), yaitu

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}_\ell(u_i,v_i) &= [\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)(\mathbf{y}-\mathbf{X}_g\hat{\boldsymbol{\beta}}_g) \\ &= [\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\times \\ &\quad (\mathbf{y}-\mathbf{X}_g([\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)\mathbf{X}_g]^{-1}\times \\ &\quad \mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)\mathbf{y}),\end{aligned} \quad (14)$$

dengan

$$\mathbf{S}_\ell = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\ell_1}^T(\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_1,v_1)\mathbf{X}_l)^{-1}\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_1,v_1) \\ \mathbf{X}_{\ell_2}^T(\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_2,v_2)\mathbf{X}_l)^{-1}\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_2,v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{\ell_n}^T(\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_n,v_n)\mathbf{X}_l)^{-1}\mathbf{X}_l^T\mathbf{W}(u_n,v_n) \end{bmatrix} \quad (15)$$

(Chang & Mei, 2005)

Tahapan analisis setelah penaksiran parameter adalah pengujian hipotesis parameter model MGWR. Pengujian hipotesis MGWR terdiri dari pengujian kesesuain antara model MGWR dan model GWR, pengujian hipotesis parameter secara serentak dan secara parsial. Pengujian hipotesis kesesuain model MGWR adalah

H_0 : paling tidak ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k(u_j,v_j)$
dengan $k = q+1, q+2, ..p; i, j = 1, 2, ..., n$
(Model MGWR dan model GWR identik)

$H_1 : \beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k(u_j,v_j)$
dengan $k = q+1, q+2, ..p; i, j = 1, 2, ..., n$
(Model MGWR dan GWR tidak identik)

Statistik ujinya adalah

$$F_1 = \frac{\mathbf{y}^T[(\mathbf{I}-\mathbf{H})^T-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}/z_1}{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}/h_1} \quad (16)$$

dengan

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T,$$

dan

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_\ell + (\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)\mathbf{X}_g[\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)\mathbf{X}_g]^{-1}\times \mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell) \quad (17)$$

Statistik uji F_1 berdistribusi $F_{(db,dt)}$, dengan derajat bebas pembilang $db = z_1^2 / z_2$ dan derajat bebas penyebut $dt = h_1^2 / h_2$. z_i dan h_i diberikan oleh

$$z_i = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{H})-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^i), i = 1, 2$$

dan

$$h_i = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^i]), i = 1, 2. \quad (18)$$

Kriteria penolakan hipotesis nol adalah menolak H_0 jika $F_{1\_hit} \geq F_{(db,dt)}$ atau *p-value* < α .

Pengujian hipotesis berikutnya setelah pengujian kesesuaian model adalah pengujian parameter secara serentak. Uji serentak dilakukan pada parameter global dan lokal. Hipotesis pengujian serentak parameter global MGWR adalah

$H_0 : \beta_{q+1} = \beta_{q+2} = ... = \beta_p = 0$
H_1 : minimal ada satu $\beta_k \neq 0, k = q+1, q+2, ..., p$
Statistik ujinya adalah

$$F_2 = \frac{\mathbf{y}^T[(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}/r}{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}/h_1} \quad (19)$$

Statistik uji F_2 berdistribusi berdistribusi $F_{(db,dt)}$, dengan derajat bebas pembilang $db = r_1^2 / r_2$ dan derajat bebas penyebut $dt = h_1^2 / h_2$. r_i diberikan oleh

$$r_i = tr([\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^i), i = 1, 2$$

dan h_i diberikan oleh persamaan (18). Kriteria penolakan hipotesis nol adalah menolak H_0 jika $F_{2\_hit} \geq F_{(db,dt)}$ atau *p-value* < α .

Hipotesis pengujian serentak parameter lokal MGWR adalah

$H_0 : \beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = ... = \beta_q(u_i,v_i) = 0$
H_1 : minimal ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq 0$,
$k = 1, 2, ..., q, i = 1, 2, ..., n$

Statistik ujinya adalah

$$F_3 = \frac{\mathbf{y}^T[(\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}/t_1}{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}/h_1} \quad (20)$$

dengan

$$\mathbf{S}_g = \mathbf{X}_g[\mathbf{X}_g^T\mathbf{X}_g]^{-1}\mathbf{X}_g^T$$

dan $\mathbf{S}$ diberikan pada persamaan (17).

Statistik uji F_3 berdistribusi $F_{(db,dt)}$, dengan derajat bebas pembilang $db = t_1^2 / t_2$ dan derajat bebas penyebut $dt = h_1^2 / h_2$. t_i diberikan oleh

$$t_i = tr([\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^i), i = 1, 2$$

dan h_i diberikan oleh persamaan (18). Kriteria penolakan hipotesis nol adalah menolak H_0 jika $F_{3\_hit} \geq F_{(db,dt)}$ atau $p-value < \alpha$.

Pengujian hipotesis selanjutnya adalah pengujian secara parsial parameter model MGWR. Pengujian parsial dilakukan terhadap parameter global dan variabel lokal. Hipotesis pengujian parsial parameter global untuk β_k $(k = q+1, q+2, ..., p+1)$ adalah

$H_0 : \beta_k = 0$

$H_1 : \beta_k \neq 0$

Statistik ujinya adalah

$$t_{gk} = \frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\sigma}_{MGWR}\sqrt{f_{kk}}} \tag{21}$$

dengan $\mathbf{S}$ diberikan pada persamaan (17) dan f_{kk} adalah elemen diagonal ke-k dari matriks $\mathbf{FF}^T$ dimana

$$\mathbf{F} = [\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)X_g]^{-1}\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T (\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell) \tag{22}$$

dan

$$\hat{\sigma}_{MGWR} = \sqrt{\frac{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}}{tr[(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]}} \tag{23}$$

Statistik uji t_{gk} berdistribusi $t_{(df)}$, dengan derajat bebas $df = h_1^2 / h_2$ dan h_i diberikan oleh persamaan (18). Kriteria penolakan hipotesis nol adalah menolak H_0 jika nilai $|t_{gk\_hit}| > t_{(df)}$ atau $p-value < \alpha$.

Hipotesis pengujian parameter lokal secara parsial untuk $\beta_k(u_i, v_i)$ dengan $(k = 1, 2..., q)$ adalah

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$
$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$

Statistik ujinya adalah

$$t_{\ell k}(u_i, v_i) = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{\hat{\sigma}_{MGWR}\sqrt{m_{kk}}} \tag{24}$$

dengan $\hat{\sigma}_{MGWR}$ diberikan oleh persamaan (23), m_{kk} adalah elemen diagonal ke-k dari matriks $\mathbf{MM}^T$ dan

$$\mathbf{M} = [\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i, v_i)(\mathbf{I}-\mathbf{X}_g\mathbf{G})$$

Statistik uji $t_{\ell k}(u_i, v_i)$ berdistribusi $t_{(df)}$, dengan derajat bebas $df = h_1^2 / h_2$ dan h_i diberikan oleh persamaan (18). Kriteria penolakan hipotesis nol adalah menolak H_0 jika nilai $|t_{\ell k}(u_i, v_i)_{\_hit}| > t_{(df)}$ atau $p-value < \alpha$.

Indeks Pembangunan Manusia

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) atau *Human Development Index (HDI)* diperkenalkan oleh *United Nation Development Programme* (UNDP) pada tahun 1990. IPM merupakan suatu indeks yang mencakup tiga bidang pembangunan manusia yang dianggap mendasar, yaitu usia hidup (*longetivity*), pengetahuan (*knowledge*) dan standar hidup layak (*decent living*). IPM menjadi indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia yang dapat menjelaskan bagaimana penduduk dapat mengakses hasil pembangunan dalam memperoleh pendidikan, kesehatan dan pendapatan.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

1. Data Penelitian

Data penelitian terdiri dari data variabel respon dan variabel prediktor. Data variabel respon adalah data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di 30 Kabupaten/Kota Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan. Data variabel prediktor terdiri dari data persentase angka partisipasi sekolah SMP (X_1), persentase penduduk yang tamat SMP (X_2), jumlah sarana kesehatan (X_3), kepadatan penduduk (X_4), persentase penduduk miskin (X_5) dan persentase tingkat pengangguran terbuka (X_6), serta koordinat titik lokasi pengamatan (letak lintang dan bujur) pada Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan.

2. Model Regresi Linier

Subbab ini membahas model regresi linier yang meliputi penaksiran parameter, pengujian parameter secara serentak, pengujian parameter secara parsial dan pengujian heterogenitas spasial.

a. Penaksiran Parameter Model Regresi Linier

Penaksiran parameter model regresi linier menggunakan metode OLS. Berdasarkan persamaan (2) maka model regresi linier yang terbentuk yaitu

$$\hat{Y} = 34,12134 + 0,41257X_1 - 0,01264X_2 + 0,00387X_3 + 0,00078X_4 - 0,90250X_5 + 0,35371X_6,$$

Nilai AIC dan koefisien determinasi (R^2) model regresi linier masing-masing sebesar 222,08670 dan 0,5665.

b. Pengujian Parameter Model Regresi Linier Secara Serentak

Hipotesis pada pengujian parameter secara serentak adalah

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0$

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k \neq 0,\ k = 1, 2, ..., 6$

Hasil perhitungan statistik uji pengujian parameter model regresi linier secara serentak disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Parameter Model Regresi Linier Secara Serentak

F_g	$F_{(0,15;6;23)}$	*p-value*	Keputusan
5,008	1,76993	0,00205	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 1 disimpulkan bahwa angka partisipasi sekolah (SMP), persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan, kepadatan penduduk, persentase penduduk miskin dan tingkat pengangguran terbuka secara serentak berpengaruh terhadap IPM. Hal tersebut ditunjukkan

$F_{g\_hit} = 5,008 > F_{(0,15;6;23)} = 1,76993$ atau

$p-value = 0,00205 < \alpha = 0,15$.

c. Pengujian Parameter Model Regresi Linier Secara Parsial

Hipotesis uji secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai k tertentu $(k = 0,1,...,6)$ adalah

$H_0 : \beta_k = 0$

$H_1 : \beta_k \neq 0,\ k = 0,1,2,3,4,5,6$

Hasil perhitungan statistik uji pengujian parameter model regresi linier secara parsial disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Parameter Model Regresi Linier Secara Parsial

Parameter	Variabel	$\lvert t_{pk} \rvert$	*p-value*	Keputusan
β_0	Konstanta	2,130	0,044	H_0 ditolak
β_1	X_1	2,430	0,023	H_0 ditolak
β_2	X_2	0,048	0,962	H_0 gagal ditolak
β_3	X_3	1,570	0,130	H_0 ditolak
β_4	X_4	1,760	0,091	H_0 ditolak
β_5	X_5	2,246	0,034	H_0 ditolak
β_6	X_6	0,858	0,399	H_0 gagal ditolak

Berdasarkan Tabel 2 disimpulkan bahwa konstanta (β_0) signifikan, parameter β_1 atau variabel angka partisipasi sekolah (SMP),parameter β_3 jumlah sarana kesehatan, parameter β_4 kepadatan penduduk dan parameter β_5 persentase penduduk miskin masing-masing secara individual berpengaruh terhadap IPM. Hal ini ditunjukan dari nilai statistik uji keempat parameter tersebut lebih dari 1,489 atau *p-value* kedua parameter tersebut lebih kecil dari 0,15.

d. Pengujian Non Heteroskedastisitas

Pengujian heteroskedastisitas bertujuan untuk mengetahui apakah terjadi ketidaksamaan variansi residual. Pengujian heteroskedastisitas menggunakan uji Glejser dengan hipotesis

$H_0 :\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_n^2 = \sigma^2$

(variansi *error* homogen/konstan (tidak terdapat heterogenitas spasial))

H_1 : Minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2;\ i = 1, 2, ..., n$

(variansi *error* heterogen/tidak konstan (terdapat heterogenitas spasial))

Hasil perhitungan statistik uji pengujian heteroskedastisitas disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Heteroskedastisitas

F	$F_{(0,15;6;23)}$	*p-value*	Keputusan
4,701	1,769	0,002	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh bahwa nilai $F = 4,701 > F_{(0,15;6;23)} = 1,769$,atau

$p\text{-}value = 0,002 < \alpha = 0,15$ sehingga disimpulkan Variansi *error* tidak konstan atau terjadi heterogenitas spasial.

3. Model *Geographically Weighted Regression* (GWR)

Langkah pertama dalam melakukan analisis model GWR adalah menghitung jarak *Euclidean* pada persamaan (6). Langkah selanjutnya adalah menghitung pembobot spasial menggunakan fungsi *Adaptive Tricube* pada persamaan (5), di mana *bandwidth* optimum menggunakan kriteria AIC pada persamaan (7). Subbab ini membahas model GWR yang meliputi penaksiran parameter, pengujian kesesuaian model, pengujian parameter secara serentak dan pengujian parameter secara parsial.

a. Penaksiran Parameter Model GWR

Penaksiran parameter model GWR menggunakan metode MLE. Berdasarkan persamaan (4) maka model GWR untuk setiap lokasi yaitu

$$\hat{y}_1 = 34,1213 + 0,41257x_{1,1} - 0,0126x_{1,2} + 0,0038x_{1,3} + 0,0007x_{1,4} - 0,902x_{1,5} + 0,3537x_{1,6}$$
$$\hat{y}_2 = 34,1213 + 0,41257x_{2,1} - 0,0126x_{2,2} + 0,0038x_{2,3} + 0,0007x_{2,4} - 0,902x_{2,5} + 0,3537x_{2,6}$$
$$\vdots$$
$$\hat{y}_{30} = 34,1214 + 0,4125x_{30,1} - 0,0126x_{30,2} + 0,0038x_{30,3} + 0,0007x_{30,4} - 0,9025x_{30,5} + 0,3537x_{30,6}$$

Nilai AIC dan koefisien determinasi (R^2) model GWR masing-masing sebesar 217,733 dan 0,600. Berdasarkan ukuran kebaikan model, model GWR lebih baik dari pada model regresi linier (global) karena model GWR memiliki nilai AIC yang lebih kecil, serta memiliki nilai R^2 yang lebih besar dari pada model regresi linier (global).

b. Pengujian Kesesuaian Model GWR

Pengujian kesesuaian model bertujuan untuk mengevaluasi apakah model GWR berbeda dari model regresi linier (global). Hipotesis pengujian kesesuaian model adalah

$H_0 : \beta_k(u_1,v_1) = \beta_k(u_2,v_2) = ... = \beta_k(u_{30},v_{30}) = \beta_k$, dengan $k = 1,2,...,6,\ i = 1,2,...,30$
(Model regresi linier dan model GWR identik)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k$, dengan $k = 1,2,...,6,\ i = 1,2,...,30$
(Model regresi linier dan model GWR tidak identik)

Hasil perhitungan statistik uji pengujian kesesuaian model GWR disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Kesesuaian Model GWR

F	$F_{(0,15;1;22)}$	*p-value*	Keputusan
2,934	2,224	0,100	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 4 diperoleh bahwa nilai $F_{hitung} = 2,934 > F_{(0,15;1;22)} = 2,224$ atau $p\text{-}value = 0,100 < \alpha = 0,15$, sehingga disimpulkan bahwa model regresi linier dengan model GWR tidak sama.

c. Pengujian Parameter Model GWR Secara Serentak

Hipotesis pada pengujian parameter secara serentak adalah

$H_0 : \beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = ... = \beta_6(u_i,v_i) = 0$, dengan $i = 1,2,...,30$
H_1 : Minimal terdapat satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq 0$, dengan $i = 1,2,...,30,\ k = 1,2,3,4,5,6$

Hasil perhitungan statistik uji pengujian parameter model GWR secara serentak disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Parameter Model GWR Secara Serentak

$F_{serentak}$	$F_{(0,15;29;22)}$	*p-value*	Keputusan
1,777	1,539	0,084	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 5 disimpulkan bahwa persentase angka partsipasi sekolah SMP, persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan, kepadatan penduduk, persentase penduduk miskin dan tingkat pengangguran terbuka secara bersama-sama berpengaruh terhadap IPM. Hal tersebut ditunjukkan pada nilai $F_{serentak} = 1,777 > F_{(0,15;29;22)} = 1,539$ atau $p\text{-}value = 0,084 < \alpha = 0,15$.

d. Pengujian Parameter Model GWR Secara Parsial

Hipotesis uji parameter model secara parsial untuk parameter $\beta_k(u_i,v_i)$ dengan nilai *k* dan *i* tertentu *k* =0,1,2,3,4,5,6 dan *i*=1,2,…,30 adalah

$H_0 : \beta_k(u_i,v_i) = 0$
$H_1 : \beta_k(u_i,v_i) \neq 0,\ k = 1,2,...,6$ dan $i = 1,2,...,30$

Kriteria penolakan H_0 adalah menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ jika $p\text{-}value < \alpha$. Hasil perhitungan *p-value* pengujian parameter model GWR secara parsial pada seluruh kabupaten/kota ditunjukkan pada Tabel 6.

Tabel 6. Nilai *P-Value* Pada Pengujian Parameter Model GWR Secara Parsial

Parameter	Nilai *P-Value* pada Lokasi			
	1	2	…	30
β_0	0,039*	0,039*	…	0,039*
β_1	0,020*	0,020*	…	0,020*
β_2	0,961	0,961	…	0,961
β_3	0,121	0,121	…	0,121
β_4	0,084	0,084	…	0,084
β_5	0,030*	0,030*	…	0,030*
β_6	0,388	0,388*	…	0,388*

Ket: signifikan pada $\alpha = 0,05$

Berdasarkan hasil pengujian parameter model GWR secara parsial pada Tabel 6, disimpulkan bahwa terdapat tiga variabel yang berpengaruh terhadap IPM yaitu angka partisipasi sekolah SMP, kepadatan penduduk dan persentase penduduk miskin. Variabel yang berpengaruh, sebagian diduga adalah variabel yang berpengaruh secara global (berpengaruh hampir di seluruh Kabupaten/Kota) dan beberapa variabel lain berpengaruh secara lokal (berpengaruh hanya di beberapa Kabupaten/Kota).

4. Model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR)

Langkah pertama dalam melakukan analisis model MGWR adalah identifikasi parameter yang bersifat global dan lokal pada model GWR. Langkah selanjutnya adalah menghitung pembobot spasial menggunakan fungsi *Adaptive Tricube* pada persamaan (5), di mana *bandwidth* optimum menggunakan kriteria AIC pada persamaan (7). Subbab ini membahas model

MGWR yang meliputi identifikasi parameter yang bersifat lokal dan global, penaksiran parameter, pengujian kesesuaian model, pengujian parameter yang bersifat global secara serentak, pengujian parameter yang bersifat lokal secara serentak, pengujian parameter yang bersifat global secara parsial dan pengujian parameter yang bersifat lokal secara parsial.

a. Identifikasi Parameter yang Bersifat Lokal dan Global Model GWR

Pengujian identifikasi parameter yang bersifat lokal dan global bertujuan untuk mengidentifikasi variabel prediktor yang bersifat lokal dan global. Hipotesis uji identifikasi parameter dengan nilai k dan i tertentu $k=0,1,2,3,4,5,6$ adalah

H_0 : $\beta_k(u_1,v_1)=\beta_k(u_2,v_2)=...=\beta_k(u_{30},v_{30})$
H_1 : Minimal terdapat satu $\beta_k(u_i,v_i)\neq\beta_k(u_j,v_j)$, $i\neq j; i,j=1,2,...,30$

Statistik uji pengujian identifikasi parameter yang bersifat lokal dan global diberikan oleh persamaan (9). Hasil perhitungan statistik uji pengujian identifikasi parameter disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Nilai Statistik Uji Pada Identifikasi Parameter yang Bersifat Lokal dan Global

Parameter	$F(k)$	*p-value*	Keputusan
β_0	0,660	0,526	H_0 gagal ditolak
β_1	0,622	0,545	H_0 gagal ditolak
β_2	0,304	0,740	H_0 gagal ditolak
β_3	0,754	0,482	H_0 gagal ditolak
β_4	2,196	0,135	H_0 ditolak
β_5	0,965	0,396	H_0 gagal ditolak
β_6	0,387	0,682	H_0 gagal ditolak

Berdasrkan Tabel 7 disimpulkan bahwa parameter β_4 atau variabel kepadatan penduduk (X_4) merupakan variabel model GWR yang bersifat lokal karena $F(k)=2,196\geq F_{(0,15;2;22)}=2,070$ atau nilai $p-value=0,135\leq\alpha=0,15$. Variabel angka partsipasi sekolah SMP (X_1), persentase penduduk yang tamat SMP (X_2), jumlah sarana kesehatan (X_3), persentase penduduk miskin (X_5) dan persentase tingkat pengangguran terbuka (X_6) merupakan variabel yang bersifat global karena $F(k)\leq F_{(0,15;2;22)}=2,070$ atau nilai $p-value\leq\alpha=0,15$.

b. Penaksiran Parameter Model MGWR

Berdasarkan hasil identifikasi variabel yang bersifat global dan lokal, maka model MGWR pada lokasi ke-i adalah

$$y_i=\beta_0+\beta_1x_{i,1}+\beta_2x_{i,2}+\beta_3x_{i,3}+\beta_5x_{i,5}+\beta_6x_{i,6}+\beta_4(u_i,v_i)x_{i,4}+\varepsilon_i$$

Hasil penaksiran model MGWR untuk setiap lokasi yaitu

$$\hat{y}_1=40,7363+0,3387x_{1,1}-0,0340x_{1,2}+0,0033x_{1,3}+0,0009x_{1,4}-0,7036x_{1,5}+0,1702x_{1,6}$$
$$\hat{y}_2=40,7363+0,3387x_{2,1}-0,0340x_{2,2}+0,0033x_{2,3}+0,0009x_{2,4}-0,7036x_{2,5}+0,1702x_{2,6}$$
$$\vdots$$
$$\hat{y}_{30}=40,7363+0,3387x_{30,1}-0,0340x_{30,2}+0,0033x_{30,3}+0,0009x_{30,4}-0,7036x_{30,5}+0,1702x_{30,6}$$

Nilai AIC dan koefisien determinasi (R^2) model MGWR masing-masing sebesar 213,068 dan 0,631.

c. Pengujian Kesesuaian Model MGWR

Pengujian kesesuaian model bertujuan untuk mengevaluasi apakah model MGWR berbeda dari model GWR. Hipotesis pengujian kesesuaian model adalah

H_0 : paling tidak ada satu $\beta_k(u_i,v_i)\neq\beta_k(u_j,v_j)$
(Model MGWR sama dengan model GWR)

H_1 : $\beta_k(u_i,v_i)=\beta_k(u_j,v_j)$, dengan $k=1,2,3,5,6$
(Model MGWR berbeda dengan model GWR)

Hasil perhitungan statistik uji pengujian kesesuaian model MGWR disajikan pada Tabel 8.

Tabel 8. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Kesesuaian Model MGWR

F_1	$F_{(0,15;1;22)}$	*p-value*	Keputusan
4,973	2,224	0,036	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 8 diperoleh bahwa nilai $F_{1\_hit}=4,973>F_{(0,15;1;22)}=2,224$ atau $p\text{-}value=0,036<\alpha=0,15$, sehingga disimpulkan bahwa model MGWR dengan model GWR tidak sama.

d. Pengujian Parameter Global Model MGWR Secara Serentak

Hipotesis pada pengujian parameter global model MGWR secara serentak adalah

H_0 : $\beta_1=\beta_2=...=\beta_6=0$,
H_1 : Minimal terdapat satu $\beta_k\neq0$, dengan $k=1,2,3,5,6$

Hasil perhitungan statistik uji pada pengujian parameter global model MGWR secara serentak disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Parameter Global Model MGWR Secara Serentak

F_2	$F_{(0,15;6;22)}$	*p-value*	Keputusan
2011,592	1,779	0,000	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 9 disimpulkan bahwa persentase angka partsipasi sekolah SMP, persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan, persentase penduduk miskin dan tingkat pengangguran terbuka secara bersama-sama berpengaruh terhadap IPM. Hal tersebut ditunjukkan pada nilai $F_{2\_hit} = 2011,592 > F_{(0,15;6;22)} = 1,779$ atau $p\text{-}value = 0,000 < \alpha = 0,15$.

e. Pengujian Parameter Lokal Model MGWR Secara Serentak

Hipotesis pada pengujian parameter lokal model MGWR secara serentak adalah

$H_0 : \beta_4(u_i, v_i) = 0$
H_1 : Minimal terdapat satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$, dengan $k = 4$ dan $i = 1, 2, ..., 30$

Hasil perhitungan statistik uji pengujian parameter lokal model MGWR secara serentak disajikan pada Tabel 10.

Tabel 10. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Parameter lokal Model MGWR Secara Serentak

F_3	$F_{(0,15;2;22)}$	*p-value*	Keputusan
4,161	2,070	0,029	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 10 disimpulkan bahwa kepadatan penduduk secara bersama-sama berpengaruh terhadap IPM. Hal tersebut ditunjukkan pada nilai $F_{3\_hit} = 4,161 > F_{(0,15;2;22)} = 2,070$ atau $p\text{-}value = 0,029 < \alpha = 0,15$.

f. Pengujian Parameter Global Model MGWR Secara Parsial

Pengujian parameter global secara parsial bertujuan untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor yang bersifat global secara individual terhadap variabel respon. Hipotesis pada pengujian parameter global model MGWR secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai *k* tertentu (*k*=0,1,2,3,5,6) dan *i* tertentu (*i*=1,2,…,30) adalah

$H_0 : \beta_k = 0$
$H_1 : \beta_k \neq 0$

Hasil perhitungan statistik uji pada pengujian parameter global model MGWR secara parsial disajikan pada Tabel 11.

Tabel 11. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Parameter Global Model MGWR Secara Parsial

Parameter	$\lvert t_{gk} \rvert$	*p-value*	Keputusan
β_0	2,661	0,014	H_0 ditolak
Parameter	$\lvert t_{gk} \rvert$	*p-value*	Keputusan
β_1	2,085	0,048	H_0 ditolak
β_2	0,136	0,892	H_0 gagal ditolak
β_3	1,439	0,164	H_0 gagal ditolak
β_5	1,816	0,082	H_0 ditolak
β_6	0,425	0,674	H_0 gagal ditolak

Berdasarkan tabel 11 diperoleh bahwa konstanta signifikan, parameter β_1 atau variabel angka partisipasi sekolah (SMP) dan parameter β_5 atau persentase penduduk miskin secara individual berpengaruh terhadap IPM, hal ini dibuktikan oleh nilai statistik uji $\lvert t_{gk} \rvert \geq t_{(0,075;22)}$ atau $p - value < \alpha = 0,15$. Parameter β_2 atau variabel persentase penduduk yang tamat SMP, parameter β_3 atau jumlah sarana kesehatan dan parameter β_6 atau tingkat pengangguran terbuka secara individual tidak berpengaruh terhadap IPM, hal ini dibuktikan oleh nilai statistik uji $\lvert t_{gk} \rvert < t_{(0,075;22)}$ atau $p - value > \alpha = 0,15$.

g. Pengujian Parameter Lokal Model MGWR Secara Parsial

Hipotesis uji parameter model secara parsial untuk parameter $\beta_4(u_i,v_i)$ dengan nilai *i* tertentu (*i*=1,2,…,30) adalah

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$
$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$

Hasil perhitungan statistik uji pengujian parameter lokal model MGWR secara parsial disajikan pada Tabel 12.

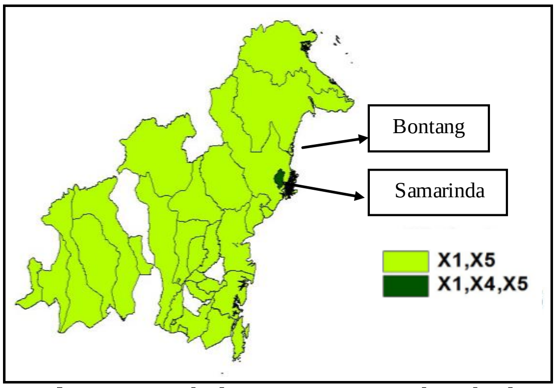
Tabel 12. Nilai Statistik Uji Pada Pengujian Parameter Lokal Model MGWR Secara Parsial

Model MGWR pada Kabupaten/Kota	$\lvert t_{\ell 4}(u_i, v_i) \rvert$	*p-value*	Keputusan
Paser	0,840	0,409	H_0 gagal ditolak
Kutai Barat	0,840	0,409	H_0 ditolak
Kutai Kartanegara	0,840	0,409	H_0 gagal ditolak
Berau	0,840	0,409	H_0 gagal ditolak
Balikpapan	0,437	0,666	H_0 gagal ditolak
Samarinda	5,492*	0,000*	H_0 ditolak
Bontang	5,607*	0,000*	H_0 ditolak
⋮			
Banjarbaru	0,840	0,409	H_0 gagal ditolak

Ket: Signifikan pada $\alpha = 0,15$

Berdasarkan tabel 12 diperoleh bahwa parameter β_4 atau variabel kepadatan penduduk berpengaruh terhadap IPM di dua kabupaten/kota yaitu Kota Samarinda dan Kota Bontang, hal ini dibuktikan oleh nilai statistik uji $\lvert t_{\ell 4}(u_i, v_i) \rvert \geq t_{(0,075;22)}$ atau $p - value < \alpha = 0,15$.

Pengelompokan model MGWR berdasarkan variabel-variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap IPM 30 Kabupaten/Kota disajikan pada Gambar 1



Gambar 1. Variabel yang Berpengaruh terhadap IPM Pada Model MGWR

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh informasi bahwa model MGWR untuk IPM adalah model MGWR pada Kota Bontang dan Kota Samarinda, sedangkan untuk Kabupaten/Kota lainnya adalah model GWR.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Pemodelan IPM untuk Kota Samarinda dan Kota Bontang yang sesuai adalah model MGWR, yaitu berturut-turut adalah
$$\hat{y}_8 = 40,7363 + 0,3387x_{8,1} - 0,0340x_{8,2} + 0,0033x_{8,3} + 0,0034x_{8,4} - 0,7036x_{8,5} + 0,1702x_{8,6}$$
dan
$$\hat{y}_9 = 40,7363 + 0,3387x_{9,1} - 0,0340x_{9,2} + 0,0033x_{9,3} + 0,0048x_{9,4} - 0,7036x_{9,5} + 0,1702x_{9,6}$$
Sedangkan pemodelan IPM untuk Kabupaten/Kota lainnya yang sesuai adalah model GWR, yaitu
$$\hat{y}_1 = 34,1213 + 0,4125x_{1,1} - 0,0126x_{1,2} + 0,0038x_{1,3} + 0,0007x_{1,4} - 0,9025x_{1,5} + 0,3537x_{1,6}$$
$$\hat{y}_2 = 34,1213 + 0,4125x_{2,1} - 0,0126x_{2,2} + 0,0038x_{2,3} + 0,0007x_{2,4} - 0,9025x_{2,5} + 0,3537x_{2,6}$$
$$\vdots$$
$$\hat{y}_{30} = 34,1214 + 0,4125x_{30,1} - 0,0126x_{30,2} + 0,0038x_{30,3} + 0,0007x_{30,4} - 0,9025x_{30,5} + 0,3537x_{30,6}$$

2. Faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di setiap Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan tahun 2016 berdasarkan model MGWR yang terbentuk yaitu angka partisipasi sekolah (SMP), kepadatan penduduk dan persentase penduduk miskin. Faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di setiap Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan tahun 2016 berdasarkan model GWR adalah persentase angka partisipasi sekolah (SMP) dan persentase penduduk miskin.

Daftar Pustaka

Badan Pusat Statistik. (2016). *Indeks Pembangunan Manusia 2016* (No.07310.1702)

Chang, & Mei, L. (2005). *Geographically Weighted Regression Technique for Spatial Data Analysis*. Tiongkok: School of Science, Xi'an Jiaotong University.

Fotheringham, A. S., Brunsdon, C. & Charlton, M. (2002). *Geographically Weighted Regression: Analysis of Spatially Varying Relationship*. Chichester: John Wiley & Sons.

Leung, Y., Chang, Mei, L. & Zhang, W. X. (2000). Statistikal Tests for Spatial Nonstationarity Based on the Geographically Weighted Regression Model. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 32(1), 9-32. doi: 10.1068/a3162.

Rencher, A.C., & Schaalje, G.B. (2008). *Linier Models in Sttistiks: Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Suyitno., Purhadi., Sutikno., & Irhamah. (2016). Parameter Estiation of Geographically Weighted Trivariate Weibull Regression Model. *Applied Mathematical Science*, 10(18), 861-878. doi: 10.12988/ams.2016.6129.

Wuryanti, I. , Purnami, S. W., & Purhadi. (2013).Pemodeln*Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) pada Angka Kematian Balita di Kabupaten Bojonegoro Tahun 2011. *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, 2(1), 66-71. doi: 10.12962/j23373520.v2il.3028.