Estimasi Parameter Model ARIMA untuk Peramalan Debit Air Sungai Menggunakan *Least Square* dan *Goal Programming*

Parameter Estimation of an ARIMA Model for River Flow Forecasting Using Least Square and Goal Programming

Dewi Wulan Sari[1], Rito Goejantoro [2], Sri Wahyuningsih[3]
[1]Mahasiswa Program Studi Statistika FMIPA Universitas Mulawarman
[2,3]Dosen Program Studi Statistika FMIPA Universitas Mulawarman
E-mail : ciu.blankerz@gmail.com[1], ritogoejantoro@yahoo.com[2], swahyuningsih@gmail.com[3]

Abstract

Forecasting is a technique to make a desicion in the future considered by data from the past and present. This forecasting is in hydrology sector which is river flow forecasting. River flow forecasting is one way to anticipate the instability of the river flow. The aim of this research was to determine the best ARIMA model based on analysis of the river flow of Karang Mumus, Samarinda. This research will explain the procedure of ARIMA model building using the Least Square and Goal Programming to predict the river flow of Karang Mumus, Samarinda. The data used montly from January until December.
The model of ARIMA (2,1,2)to predict the river flow of Karang Mumus using Goal Programming is :
$Z_t =$ « $- 0{,}0492Z_{t-1} - 0{,}0523Z_{t-2} - 0{,}9969Z_{t-3} + 0{,}9247\ a_{t-1} + 0{,}9339a_{t-2} + a_t$
ARIMA (2,1,2) for river flow forecasting using Goal Programming is :
$Z_t = 1{,}17\, Z_{t-1} - 0{,}17\, Z_{t-2} + a_t - 0{,}31a_{t-1}$
The best ARIMA model for river flow forecasting of Karang Mumus is ARIMA (2,1,2) using Least Square method. Result for river flow forecasting of Karang Mumus river in Samarinda from January until Desember 2015 are 1.733 m^3, *1.729* m^3, *1.730* m^3, *1.730* m^3, *1.729* m^3, *1.730* m^3, *1.732* m^3, *1.729* m^3, *1.730* m^3, *1.732* m^3, *1.729* m^3, *dan 1.730* m^3.

Keywords: ARIMA, goal programming, least square, parameter estimation, river flow.

Pendahuluan

AutoRegressive Integrated Moving Average (ARIMA) merupakan salah satu metode peramalan yang diterapkan untuk analisis deret waktu dan telah dipelajari secara mendalam oleh Box dan Jenkins pada tahun 1976 (Aswi dan Sukarna, 2006). Beberapa konsep dasar untuk memenuhi ARIMA untuk peramalan antara lain, pengidentifikasian model, penaksiran parameter, pemeriksaan diagnostik, dan peramalan. Di dalam asumsi-asumsi ARIMA, penaksiran parameter sangat penting dilakukan untuk menentukan model yang akan digunakan untuk peramalan. Pada umumnya, estimasi parameter hanya menggunakan *Least Square*, tetapi dalam penelitian ini terdapat penambahan pengujian yaitu estimasi parameter model menggunakan *Goal Programming*.

Goal Programming (GP) merupakan perluasan dari model *Linier programming* (LP), sehingga seluruh asumsi, notasi, formulasi model matematis, prosedur perumusan model dan penyelesaiannya tidak berbeda. Perbedaannya hanya terletak pada sepasang variabel deviasional yang akan muncul di fungsi tujuan dan di fungsi-fungsi kendala.

Goal programming (*GP*) diperkenalkan oleh Charnes dan Cooper pada awal tahun enam puluhan. Dalam model *Goal Programming*, Charnes dan Cooper menghadirkan sepasang variabel yang dinamakan variabel *deviasional*. Variabel *deviasional* berfungsi untuk menampung penyimpangan atau deviasi yang akan terjadi pada nilai ruas kiri suatu persamaan kendala terhadap nilai ruas kanannya. Agar deviasi itu minimum, artinya nilai ruas kiri suatu persamaan kendala "sebisa mungkin" mendekati nilai ruas kanannya maka variabel devisional itu harus diminumkan di dalam fungsi kendala. Semua tujuan digabungkan dalam sebuah fungsi tujuan. Tujuan *Goal Programming* adalah meminimumkan penyimpangan- penyimpangan dari tujuan-tujuan tertentu (Siswanto, 2007).

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui model ARIMA yang sesuai berdasarkan analisis yang dilakukan terhadap debit air sungai Karang Mumus menggunakan *Least Square* dan *Goal Programming*, serta untuk mencari model terbaiknya yang akan digunakan untuk peramalan 12 periode yang akan datang.

ARIMA

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) telah dipelajari secara mendalam oleh George Box dan Gwilym Jenkins (1976), dan nama mereka disinonimkan dengan proses ARIMA yang diterapkan untuk analisis deret waktu, dan peramalan. Box dan Jenkins secara efektif telah berhasil mencapai kesepakatan mengenai informasi relevan yang diperlukan untuk memahami dan menggunakan model-model ARIMA untuk deret waktu satu peubah.

Model ARIMA terdiri dari dua aspek, yaitu aspek *autoregressive* (AR) dan *moving average* (MA). Secara umum, model ARIMA dituliskan dalam notasi ARIMA (p,d,q) dimana p menyatakan orde dari *autoregressive* (AR), d menyatakan orde dari *differencing* dan q menyatakan orde dari *moving average* (MA). Secara matematis model ARIMA (*p*,*d*,*q*) dapat ditulis seperti persamaan berikut:

$$¤_p(B)(1-B)^d \dot{Z}_t = ¯_q(B)a_t \quad (1)$$

dimana:

$$¤_p(B) = (1 - ¤_1 B - ¤_2 B^2 - \ldots - ¤_p B^p)$$

$$¯_p(B) = (1 - ¯_1 B - ¯_2 B^2 - \ldots - ¯_p B^p)$$

$¤_1, ¤_2, \ldots, ¤_p$ adalah koefisien orde *p*

$¯_1, ¯_2, \ldots, ¯_p$ adalah koefisien orde *q*

$(1-B)^d$ adalah orde *differencing* non-musiman

$\dot{Z}_t = Z_t - «$

Z_t adalah besarnya pengamatan (kejadian) pada waktu ke-*t*

a_t adalah suatu proses *white noise* atau *residual* pada waktu ke-*t* yang diasumsikan mempunyai rata-rata 0 dan variansi konstan $±_a^2$.

Identifikasi

Syarat terpenting yang harus dipenuhi agar data dapat diolah dengan metode *Time Series* adalah stasioner, baik stasioner dalam variansi maupun dalam rata-rata. Jika kondisi stasioner dalam variansi tidak diperoleh, maka Box-Cox (1964) memperkenalkan suatu metode transformasi (*power estimation)* yang disebut dengan transformasi pangkat seperti pada persamaan berikut (Aswi dan Sukarna, 2006):

$$Z_t^{(ª)} = \frac{Z_t^{(ª)} - 1}{ª} \quad (2)$$

dimana ª adalah parameter transformasi.

Tabel 1. Nilai Transformasi Box-Cox

Nilai ª	Transformasi
-1,0	$\frac{1}{Z_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0,0	$\ln(Z_t)$
0,5	$\sqrt{Z_t}$
1,0	Z_t

Jika data deret waktu tidak stasioner dalam data sebenarnya, perlu dibuat stasioner melalui proses diferensiasi. Pengertian proses diferensiasi adalah proses mencari perbedaan antara satu periode dengan periode sebelumnya secara berurutan. Untuk menguji proses diferensiasi dapat dilakukan dengan menggunakan uji akar unit Dickey-Fuller yang dikembangkan pertama kali oleh Dickey-Fuller (Widarjono, 2004).

$$\Delta Z_t = ¤ Z_{t-1} + a_t \quad (3)$$

dimana:

$¤ = (° - 1)$

$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$

Dickey-Fuller kemudian mengembangkan uji akar unit dengan memasukkan unsur AR yang lebih tinggi modelnya dan menambahkan kelambanan variabel diferensi di sisi kanan persamaan yang dikenal uji *Augmented* Dickey-Fuller (ADF). Dalam prakteknya uji inilah yang seringkali digunakan untuk mendeteksi apakah data stasioner atau tidak. Adapun formulasi uji ADF sebagai berikut:

$$\Delta Z_t = ¥ Z_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} {}_i \Delta Z_{t-1+1} + a_t \quad (4)$$

dimana,

Z_t = variabel yang diamati

$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$

T = trend waktu

Rumusan hipotesis untuk uji akar unit *Augmented* Dickey-Fuller adalah:

$H_0 : ¥ = 0$ atau data *time series* tidak stasioner

$H_0 : ¥ \neq 0$ atau data *time series* stasioner

Penaksiran Parameter

Metode *least square* merupakan suatu metode yang dilakukan dengan cara mencari nilai parameter yang meminimumkan jumlah kuadrat kesalahan (selisih antara nilai aktual dan ramalan) yaitu dinyatakan dalam bentuk persamaan berikut:

$$\hat{«} = \frac{\sum_t^n Z_t - ¤ \sum_t^n Z_{t-1}}{(n-1)(1-¤)} \quad (5)$$

$$¤ = \frac{\sum_t^n (Z_t - \overline{Z})(Z_{t-1} - \overline{Z})}{\sum_t^n (Z_{t-1} - \overline{Z})^2} \quad (6)$$

$$¯ = \frac{\sum_t^n (Z_t - \overline{Z})(a_t - \overline{Z})}{\sum_t^n (a_t - 1)^2} \quad (7)$$

Diagnostik *Checking*

Pemeriksaan diagnostik pada residual meliputi uji asumsi *white noise* dan berdistribusi normal. Pengujian dilakukan dengan menggunakan uji L-jung Box dengan hipotesa sebagai berikut:

Merumuskan hipotesis:

H_0 : $°_1 = °_2 = \ldots = °_K$ (tidak ada korelasi antar *residual*)

H_1 : minimal ada satu $°_k ÷ 0$, k =1,2,…, K (ada korelasi antar *residual*) tingkat signifikansi (α) yang digunakan, yaitu sebesar 5%.

statistik uji

$$Q = n(n+2)\sum_{k-1}^{k}(n-k)^{-1}\rho_k^2 \quad (8)$$

dimana:

n adalah jumlah *residual*.

ρ_k adalah FAK dari *residual*

daerah kritik (penolakan H_0), yaitu:

H_0 ditolak bila $Q > \chi^2_{(\alpha\,;\,K-p-q)}$, dengan $\chi^2_{(\alpha\,;\,K-p-q)}$ dapat diperoleh dari tabel *chi-square*. Jika digunakan nilai p, maka H_0 ditolak bila nilai *P-Value* $< \alpha$.

Pengujian *Residual* berdistribusi Normal diuji dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.

Merumuskan hipotesis:
H_0 : Residual data berdistribusi normal
H_1 : Residual data berdistribusi tidak normal
tingkat signifikansi (α) yang digunakan, yaitu sebesar 5%.

statistik uji yang digunakan, yaitu:

$$D = \underset{x}{Sup}\left|F^*(x) - S(x)\right| \quad (9)$$

dimana:

$F^*(x)$ adalah Nilai probabilitas kumulatif normal

$S(x)$ adalah Nilai probabilitas kumulatif empiris

daerah kritik (penolakan H_0), yaitu:

H_0 ditolak bila $D \geq D_{(n\,,\,1-\alpha)}$, dengan $D_{(n\,,\,1-\alpha)}$ dapat diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov. Jika digunakan nilai *P-Value*, maka H_0 ditolak bila nilai *P-Value* $< \alpha$ (Aswi dan Sukarna, 2006).

Goal Programming (GP)

Penaksiran parameter dengan menggunakan *Goal Programming* bertujuan untuk mengoptimalkan parameter dan meminimalisasi deviasi. Estimasi parameter tersebut dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan fungsi tujuan sebagai berikut (Mohammadi, 2006):

$$\min \sum_{i=1}^{N} EP_i + EN_i \,; i = 1,2,\ldots,N \quad (10)$$

dan fungsi kendalanya adalah:

$$AR_1 \times W_{i-1} + AR_2 \times W_{i-2} + \ldots + AR_n \times W_{i-n} -$$
$$(MA_1 \times R^*_{i-1} + MA_2 \times R^*_{i-2} + \ldots + MA_n \times R^*_{i-n}) +$$
$$C_m - EP + EN < (1 + div_i) \times W_i$$
$$AR_1 \times W_{i-1} + AR_2 \times W_{i-2} + \ldots + AR_n \times W_{i-n} -$$
$$(MA_1 \times R^*_{i-1} + MA_2 \times R^*_{i-2} + \ldots + MA_n \times R^*_{i-n}) +$$
$$C_m - EP + EN > (1 - div_i) \times W_i$$
$$0 \leq EP_i \leq Ediv \times X^*_i$$
$$0 \leq EN_i \leq Ediv \times X^*_i$$

Dimana :

$AR_1 \ldots AR_n$ adalah parameter *Autoregressive*

$MA_1 \ldots MA_n$ adalah parameter *Moving Average*

EP dan EN adalah *error* positif dan negatif

W adalah nilai data yang telah di *differencing*

R^* adalah nilai residual pada data yang telah di *differencing*

Cm adalah konstanta dalam model

N adalah jumlah data

Ediv adalah *error* relatif maksimum untuk peramalan

div adalah *error* relatif untuk peramalan

$$div = \frac{e_i}{X_i}, \quad (11)$$

dimana:

e_i adalah nilai residual ke i.

Metode Ketepatan Peramalan

Beberapa kriteria yang dapat digunakan untuk menguji ketepatan peramalan antara lain:

a) MAE (*Mean Absolute Error),*

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|e_t| \quad (12)$$

dimana *n* adalah banyaknya galat dan $e_t = (Z_t - F_t)$

b) *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{M}|PE_t| \quad (13)$$

dimana n adalah banyaknya periode dan PE_t adalah kesalahan persentasenya (*percentage error*):

$$PE_t = \left(\frac{X_t - F_t}{X_t}\right) \times 100\%, \quad (14)$$

dimana:

X_t = observasi pada periode ke *t*.

F_t = ramalan pada periode ke *t*.

Semakin kecil nilai MAE dan MAPE berarti nilai taksiran semakin mendekati nilai sebenarnya, atau model yang dipilih merupakan model terbaik (Makridakis dkk, 1999).

Debit Air Sungai

Debit atau aliran sungai adalah laju aliran air dalam bentuk volume air yang melewati suatu penampang melintang sungai dinyatakan dalam satuan m3/dtk. Sungai merupakan tempat atau wadah serta jaringan pengaliran air dari mata air sampai ke muara.

$$Q = A \times V, \quad (15)$$

dimana:

Q adalah debit aliran (m^3/s)

A adalah luas penampang (m^2)

V adalah kecepatan aliran (m/s)

(Asdak, 2011).

Sungai Karang Mumus adalah nama sungai yang membelah kota Samarinda, Kalimantan Timur. Sungai Karang Mumus merupakan anak sungai Mahakam yang memiliki panjang alur utama sekitar 40 kilometer, sedangkan jarak muara sungai Karang Mumus sampai bendung lempake sekitar 15 kilometer. Bendung lempake dibangun pada tahun 1977, dengan luas tangkapan air sekitar 195 km^2. (Rencana Tata Ruang dan Wilayah Kota Samarinda, 2005).

Metodologi Penelitian

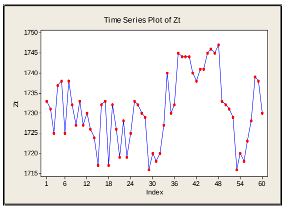
Adapun beberapa tahap yang harus ditempuh dalam model ARIMA adalah sebagai berikut:

1. Pembentukan model ARIMA
   Pada pembentukan model ARIMA dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Melakukan identifikasi Model ARIMA dengan langkah sebagai berikut:
      i. Membuat *time series plot* untuk melihat kestasioneran data, jika data belum stasioner dalam varian maka dilakukan transformasi, dan jika data belum stasioner dalam rata-rata maka dilakukan *differencing*.
      ii. Membuat plot Fungsi Autokorelasi (FAK) dan Fungsi Autokorelasi Parsial (FAKP) dari data yang sudah stasioner.
   b. Melakukan estimasi dan uji signifikansi parameter model ARIMA (p,d,q) menggunakan metode *Least Square* yang dibantu oleh *software* Minitab 16.
   c. Melakukan *overfitting* yaitu mencoba beberapa model yang lain.
   d. Melakukan uji kesesuaian model, yang meliputi uji kenormalan residual dan uji residual *white noise*.
   e. Melakukan uji kecukupan model pada model yang dipilih dan memenuhi pengujian-pengujian sebelumnya.
   f. Melakukan estimasi parameter model ARIMA menggunakan *goal programming* dari hasil estimasi parameter model yang telah dilakukan sebelumnya.
   g. Melakukan seleksi model untuk menentukan model terbaik dengan menghitung nilai MAE dan MAPE dari metode *Least Square* dan *Goal Programming* pada model-model yang mungkin.
2. Peramalan
   Peramalan debit air sungai Karang Mumus dilakukan dengan menggunakan model yang diperoleh.
3. Penarikan kesimpulan

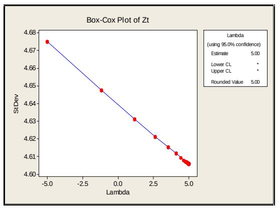
Hasil dan Pembahasan

Melakukan peramalan model ARIMA, ada beberapa tahapan yang dilakukan, yaitu identifikasi model, uji signifikansi parameter, uji kesesuaian model yang meliputi uji kenormalan residual dan uji residual *white noise*.

Identifikasi Model



Gambar 1 *Time series plot* Z_t



Gambar 2. Grafik Box-cox

Berdasarkan Gambar 1, dapat dilihat bahwa data Debit Air Sungai Mahakam Kota Samarinda belum stasioner dalam rata-rata dan variansi. Sebelum dilakukan *differencing* untuk kestasioneran rata-rata, maka terlebih dahulu dilakukan pemeriksaan kestasioneran dalam variansi dengan menggunakan transformasi Box-Co dan diperoleh nilai $\lambda = 5{,}00$ yang berarti dilakukan transformasi Z_t^{5}. Setelah dilakukan transformasi Z_t^{5} didapatkan hasil $\lambda = 5{,}00$ maka diasumsikan bahwa Z_t telah stasioner dalam variansi. setelah itu dilakukan pengujian kestasioneran dalam rata-rata, untuk mengetahui data telah stasioner dalam rata-rata atau tidak, maka menggunakan uji akar unit *Augmented* Dickey-Fuller (ADF) dengan menggunakan *software* EVIEWS 6 pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil *Output* Uji ADF Debit Air Sungai

Nilai Statistik Uji ADF τ	*p-value*	Nilai Kritis τ Mc Kinnon
-0,069	0,6556	-1,946

Hipotesis

$H_0 : \delta = 0$

$H_1 : \delta \neq 0$

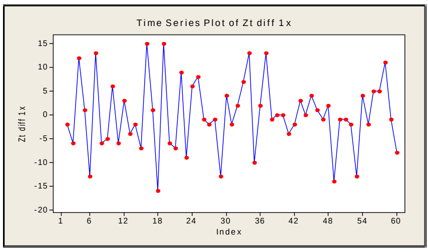
Statistik Uji

$$\tau = \left| \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \right| = 0{,}069$$

Berdasarkan hasil uji ADF menggunakan *software* EVIEWS 6 diperoleh nilai τ = 0,069 < absolut nilai kritis τ Mc Kinnon = 1,946, atau nilai *p-value* = 0,6556 > α = 0,05, maka diputuskan H_0 gagal ditolak maka dapat disimpulkan bahwa data debit air sungai Karang Mumus tidak stasioner.

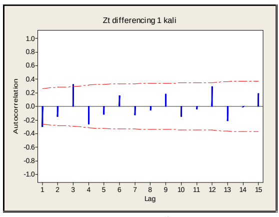
Berdasarkan uji ADF diketahui bahwa data masih belum stasioner dalam rata-rata sehingga perlu dilakukan *differencing* satu kali (d=1), kemudian dilakukan uji ADF kembali agar data stasioner.

Berdasarkan Gambar 3, setelah dilakukan pembedaan *differencing*, dapat dikatakan bahwa Z_t telah stasioner dalam rata-rata. Selanjutnya dilakukan identifikasi model dengan melihat grafik fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial.

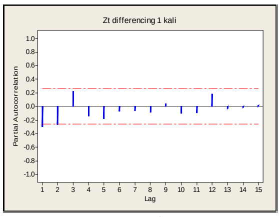


Gambar 3. Plot runtun waktu setelah *differencing* pertama

Pada Gambar 5, grafik fungsi autokorelasi terputus pada lag 1 dan 3 sedangkan pada Gambar 6. Grafik fungsi autokorelasi terputus (*cut off*) pada lag 1. Maka dapat disimpulkan bahwa dugaan awal sementara pada data debit air sungai Karang Mumus kota Samarinda adalah ARIMA(2,1,3), ARIMA(2,1,2), ARIMA(2,1,1), ARIMA(2,1,0), ARIMA(1,1,3), ARIMA(1,1,2), ARIMA(1,1,1), ARIMA(1,1,0), ARIMA(0,1,3), ARIMA(0,1,2) dan ARIMA(0,1,1).



Gambar 5. Grafik FAK *differencing* pertama



Gambar 6. Grafik FAKP *differencing* pertama

Uji Signifikansi Parameter

Berdasarkan hasil identifikasi model, seperti grafik fungsi autokorelasi dan autokorelasi parsial, diperoleh dugaan awal yaitu ARIMA(2,1,3) oleh karena itu dilakukan pengujian estimasi parameter dengan melihat model-model yang lain, pada Tabel 3.

Tabel 3 Estimasi Parameter $\hat{\phi}$ dan $\hat{\theta}$ untuk model ARIMA

Model ARIMA	**Parameter**	**Standar Error (SE)**	**t_{hitung}**	***P-Value***	**Keputusan**
ARIMA (2,1,3)	$\hat{\phi}_1 = 0,1556$	0,6875	0,23	0,822	Tidak Signifikan
	$\hat{\phi}_2 = 0,4800$	0,3989	1,20	0,234	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_1 = 0,5107$	0,7136	0,72	0,477	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_2 = 0,6853$	0,5397	1,27	0,210	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_3 = -0,2393$	0,2453	-0,98	0,334	Tidak Signifikan
ARIMA (2,1,2)	$\hat{\phi}_1 = -1,0492$	0,0205	-51,16	0,000	Signifikan
	$\hat{\phi}_2 = -0,9969$	0,0201	-49,62	0,000	Signifikan
	$\hat{\theta}_1 = -0,9247$	0,0651	-14,21	0,000	Signifikan
	$\hat{\theta}_2 = -0,9339$	0,0642	-14,55	0,000	Signifikan
ARIMA (2,1,1)	$\hat{\phi}_1 = 0,5377$	0,1458	3,69	0,000	Signifikan
	$\hat{\phi}_2 = 0,1454$	0,1442	1,01	0,318	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_1 = 0,9720$	0,0913	10,65	0,000	Signifikan
ARIMA (2,1,0)	$\hat{\phi}_1 = -0,4011$	0,1297	-3,09	0,003	Signifikan
	$\hat{\phi}_2 = -0,2868$	0,1297	-2,21	0,031	Signifikan
ARIMA (1,1,2)	$\hat{\phi}_1 = -0,6005$	0,4086	-1,47	0,147	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_1 = -0,2923$	0,3869	-0,76	0,453	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_2 = 0,3862$	0,1427	2,71	0,009	Signifikan
ARIMA (1,1,1)	$\hat{\phi}_1 = 0,1511$	0,3295	0,46	0,648	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_1 = 0,5329$	0,2811	1,90	0,063	Tidak Signifikan
ARIMA (1,1,0)	$\hat{\phi}_1 = -0,3101$	0,1274	-2,43	0,018	Signifikan
ARIMA (0,1,3)	$\hat{\theta}_1 = 0,2603$	0,1338	1,94	0,057	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_2 = 0,1275$	0,1364	0,93	0,354	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_3 = -0,2091$	0,1421	-1,47	0,147	Tidak Signifikan
ARIMA (0,1,2)	$\hat{\theta}_1 = 0,3516$	0,1329	2,65	0,011	Signifikan
	$\hat{\theta}_2 = 0,1250$	0,1350	0,93	0,358	Tidak Signifikan
ARIMA (0,1,1)	$\hat{\theta}_1 = 0,3976$	0,1216	3,27	0,002	Signifikan
ARIMA (1,1,3)	$\hat{\phi}_1 = 0,7832$	0,1139	6,88	0,000	Signifikan
	$\hat{\theta}_1 = 1,1264$	0,0498	22,62	0,000	Signifikan
	$\hat{\theta}_2 = -0,0230$	0,1721	-0,13	0,894	Tidak Signifikan
	$\hat{\theta}_3 = -0,1346$	0,1589	-0,85	0,401	Tidak Signifikan

Model ARIMA(2,1,3)
Hipotesis

Parameter AR(1)
$H_0: \phi_1 = 0$ (Parameter AR (1) tidak signifikan)
$H_1: \phi_1 \neq 0$ (Parameter AR (1) signifikan)
Parameter AR(2)
$H_0: \phi_2 = 0$ (Parameter AR (2) tidak signifikan)
$H_1: \phi_2 \neq 0$ (Parameter AR (2) signifikan)
Parameter MA(1)
$H_0: \theta_1 = 0$ (Parameter MA (1) tidak signifikan)
$H_1: \theta_1 \neq 0$ (Parameter MA (1) signifikan)
Parameter MA(2)
$H_0: \theta_2 = 0$ (Parameter MA (2) tidak signifikan)
$H_1: \theta_2 \neq 0$ (Parameter MA (2) signifikan)
Parameter MA(3)
$H_0: \theta_3 = 0$ (Parameter MA (3) tidak signifikan)
$H_1: \theta_3 \neq 0$ (Parameter MA (3) signifikan)

Statistik Uji

Parameter AR

$$t_{hit} = \frac{\hat{\phi}_1}{SE(\hat{\phi}_1)} = \frac{0{,}1556}{0{,}6875} = 0{,}23;$$

$$t_{hit} = \frac{\hat{\phi}_2}{SE(\hat{\phi}_2)} = \frac{0{,}4800}{0{,}3989} = 1{,}20$$

Parameter MA

$$t_{hit} = \frac{\hat{\theta}_1}{SE(\hat{\theta}_1)} = \frac{0{,}5107}{0{,}7136} = 0{,}72;$$

$$t_{hit} = \frac{\hat{\theta}_2}{SE(\hat{\theta}_2)} = \frac{0{,}6853}{0{,}5397} = 0{,}210$$

$$t_{hit} = \frac{\hat{\theta}_3}{SE(\hat{\theta}_3)} = \frac{-0{,}2393}{0{,}2453} = 0{,}334$$

Berdasarkan keputusan yang diperoleh dari masing-masing parameter AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) MA(3) bahwa H_0 diterima, dengan tingkat kepercayaan 95% maka dapat diperoleh kesimpulan bahwa parameter model AR(1), AR(2), MA(1) dan MA(2) tidak signifikan.

Uji Kesesuaian Model

Uji ini meliputi uji kenormalan residual dan uji residual *white noise*. Berdasarkan uji kesignifikanan parameter dari kelima model dugaan, bahwa hanya ada empat model dugaan yang parameter modelnya dinyatakan signifikan yaitu ARIMA(3,1,2), ARIMA(2,1,2), ARIMA(2,1,0), ARIMA(1,1,0) dan ARIMA(0,1,1),

Hipotesis:

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_{60}$

H_1 : minimal ada satu $\rho_j \neq 0,\ j = 1,2,...,60$

Statistik uji

$$Q = 60(60+2)\sum_{k=1}^{59} \frac{\rho_k^2}{(60-k)}$$

Dengan cara yang sama perhitungan Q di atas maka untuk K=12,24,36, dan 48 hasil Q diperoleh, dapat dilihat pada Tabel 4.

Sedangkan pengujian asumsi distribusi normal dapat dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dengan $\alpha = 5\%$. Pengujian dilakukan melalui hipotesis sebagai berikut:

Hipotesis

H_0 : Residual untuk model ARIMA (2,1,2) mengikuti distribusi normal
H_1 : Residual untuk model ARIMA (2,1,2) tidak mengikuti distribusi Normal
Statistik Uji Kolmogorov-Smirnov:

$$D = \underset{x}{Sup}\left|F^*(x) - S(x)\right| = 0{,}062$$

Dengan menggunakan statistik uji Kolmogorov-Smirnov dan telah dihitung sebelumnya bahwa diperoleh menggunakan statistik uji yang dibandingkan dengan nilai indeks yang dapat dilihat dari tabel Kolmogorov Smirnov untuk uji dua arah, diperoleh nilai statistik uji D maksimum sebesar 0,062 < $D_{(1-0,05;58)}$=0,179 maka juga diperoleh keputusan bahwa H_0 gagal ditolak maka disimpulkan bahwa residual untuk model ARIMA (2,1,2) mengikuti distribusi normal. Dengan cara yang sama diperoleh hasilnya pada tabel 5.

Tabel 4. *Diagnostic Checking*

Model	Lag (K)	Q	*P-Value*	Keputusan
ARIMA (2,1,2)	12	7,69	0,370	H_0 diterima
	24	27,07	0,110	H_0 diterima
	36	31,39	0,460	H_0 diterima
	48	41,80	0,523	H_0 diterima
ARIMA (2,1,0)	12	11,44	0,256	H_0 diterima
	24	33,28	0,047	H_0 ditolak
	36	37,76	0,274	H_0 diterima
	48	42,96	0,568	H_0 diterima
ARIMA (1,1,0)	12	22,54	0,014	H_0 ditolak
	24	55,14	0,000	H_0 ditolak
	36	61,48	0,003	H_0 ditolak
	48	66,92	0,026	H_0 ditolak
ARIMA (0,1,1)	12	16,95	0,081	H_0 diterima
	24	44,79	0,003	H_0 ditolak
	36	50,39	0,038	H_0 ditolak
	48	55,50	0,167	H_0 diterima

Tabel 5. Kenormalan Residual

ARIMA	*p-Value*	D_{tabel}	D_{hitung}	Keputusan
(2,1,2)	0,150	0,179	0,062	H_0 diterima
(2,1,0)	0,100	0,179	0,057	H_0 diterima
(1,1,0)	0,100	0,179	0,101	H_0 diterima
(0,1,1)	0,150	0,179	0,085	H_0 diterima

Uji Kecukupan Model

Tabel 6. Uji Kecukupan Model

Model ARIMA	Uji Signifikansi Parameter	Uji Residual *White Noise*	Uji Kenormalan Residual
ARIMA (2,1,2)	Signifikan	*White Noise*	Berdistribusi Normal
ARIMA (2,1,2)	Signifikan	Tidak *White Noise*	Berdistribusi Normal
ARIMA (2,1,2)	Signifikan	Tidak *White Noise*	Berdistribusi Normal
ARIMA (2,1,2)	Signifikan	Tidak *White Noise*	Berdistribusi Normal

Berdasarkan Tabel 6, dapat dilihat bahwa dari keempat model ARIMA yaitu model ARIMA (2,1,2), ARIMA (2,1,0), ARIMA (1,1,0) dan ARIMA (0,1,1), hanya ada satu model yang memenuhi uji signifikansi yaitu pada model ARIMA(2,1,2). Pada uji residual *White Noise* terdapat tiga model yang tidak *White Noise* yaitu model ARIMA (2,1,0), ARIMA (1,1,0) dan ARIMA (0,1,1), sedangkan pada uji kenormalan residual semua model telah berdistribusi normal. Berdasarkan uji kecukupan model pada Tabel 6, dapat disimpulkan bahwa hanya terdapat satu model yang telah memenuhi uji kecukupan model yaitu ARIMA (2,1,2).

Estimasi Parameter menggunakan *Goal Programming*

Setelah dilakukan pengujian identifikasi model, kenormalan residual dan syarat *white noise*, akan dilakukan penaksiran parameter dengan menggunakan *goal programming*. Dengan menggunakan persamaan (10) maka dapat menggunakan metode *Goal Programming* pada model ARIMA (2,1,2), didapatkan hasil sebagai berikut:

$AR_1 = 0{,}17 \quad AR_2 = 0{,}00$

$MA_1 = 0{,}31 \quad MA_2 = 0{,}00$

$Cm = 0{,}00$

Berdasarkan hasil ARIMA (2,1,2) dengan menggunakan metode *Goal Programming*, didapatkan nilai parameter AR 1 sebesar 0,17, nilai parameter AR 2 sebesar 0,00, nilai parameter MA 1 sebesar 0,31, nilai parameter AR 2 sebesar 0,00 dan untuk nilai parameter konstanta sebesar 0,00.

Seleksi Model

Tabel 7 Seleksi Model Menggunakan Metode MAPE

Model ARIMA	Metode	MAPE
(2,1,2)	LS	0,0000413%
	GP	0,6391130%

Tabel 8. *Mean Absolut Error* (MAE)

Model ARIMA	Metode	MAE
(2,1,2)	LS	0,0002
	GP	10,813

Dari hasil Tabel 7 Seleksi Model menggunakan Metode MAPE terlihat bahwa nilai persentase terkecil dari *out sample*, yaitu model ARIMA (2,1,2) pada metode *Least Square* sebesar 0,0000413%. Dari tabel 8 *Mean Absolut Error* (MAE), bahwa nilai persentase terkecil dari *out sample*, yaitu model ARIMA (2,1,2) pada metode *Least Square* (LS) sebesar 0,000248. Oleh karena itu, model terbaik untuk peramalan debit air sungai Karang Mumus adalah model ARIMA (2,1,2) pada metode *Least Square*.

Hasil Peramalan

Hasil peramalan 12 periode berikutnya adalah sebagai berikut:

Tabel 9. Hasil Peramalan

Tahun	Bulan	Debit Air Sungai (m^3)
2015	Januari	1.733
	Februari	1.729
	Maret	1.731
	April	1.732
	Mei	1.729
	Juni	1.730
	Juli	1.732
	Agustus	1.729
	September	1.730
	Oktober	1.732
	November	1.729
	Desember	1.730

Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

a) Model ARIMA untuk peramalan debit air sungai Karang Mumus kota Samarinda menggunakan ARIMA (2,1,2) pada metode *Least Square* adalah sebagai berikut:
$Z_t = (1 - 1{,}0492)Z_{t-1} + (1{,}0492 - 0{,}9969)Z_{t-2} + 0{,}9969\, Z_{t-3} + a_t + 0{,}9247\, a_{t-1} + 0{,}9339\, a_{t-2}$
b) Model ARIMA untuk peramalan debit air sungai Karang Mumus kota Samarinda

menggunakan ARIMA (2,1,2) pada metode *Goal Programming* adalah sebagai berikut:

$$Z_t = (1 + 0{,}17)Z_{t-1} - (0{,}17 - 0)Z_{t-2} + a_t - 0{,}31a_{t-1}$$

c) Model ARIMA yang terbaik berdasarkan analisis yang dilakukan terhadap debit air sungai Karang Mumus adalah ARIMA (2,1,2) pada metode *Least Square.*

d) Berdasarkan model ARIMA menggunakan metode *Least Square* yang diperoleh, diketahui hasil ramalan debit air sungai Karang Mumus kota Samarinda pada bulan Januari hingga Desember 2015 berturut-turut yaitu 1.733 m^3, 1.729 m^3, 1.731 m^3, 1.729 m^3, 1.729 m^3, 1.730 m^3, 1.732 m^3, 1.729 m^3, 1.730 m^3, 1.732 m^3, 1.729 m^3, dan 1.730 m^3.

Pada data penelitian ini menggunakan data rata-rata bulanan, maka disarankan untuk penelitian selanjutnya menggunakan data rata-rata harian dan pada metode penelitian ini menggunakan *goal programming* untuk estimasi parameter model ARIMA, maka disarankan untuk penelitian selanjutnya menggunakan *goal programming* untuk estimasi parameter model ARIMA Musiman, PARIMA, ARFIMA, maupun model yang lainnya.

Daftar Pustaka

Aminudin. 2005. *Prinsip-prinsip Riset Operasi*.Jakarta: Erlangga.

Asdak, C. 2001. *Hidrologi dan Pengelolaan Daerah Aliran Sungai*. Yogyakarta : Universitas Gadjah Mada.

Aswi dan Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi*. Makassar: Andira Publisher.

Atiqoh, Zahroh. 2010. *Estimasi Parameter Model ARMA untuk Peramalan Debit Air Sungai Menggunakan Goal Programming*. Surabaya: Jurnal FMIPA Universitas Teknologi Sepuluh November.

Makridakis S., Wheelwright, S.C. dan V.E. McGee. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid I Edisi II*. Jakarta: Bina Rupa Aksara.

Mohammadi, K., Eslami H.R., dan Kahwita R. May 2006. *Parameter Estimation of an ARMA Model for River Flow Forecasting Using Goal Programming*. Journal of Hydrology 331, 293-299.

Prasetyo, Adinur. 2009. *Panduan Program Aplikasi QM for Windows Versi 3.0.* Jakarta: Gramedia.

Rencana Tata Ruang dan Wilayah Kota Samarinda. 2005. *Laporan Rancangan Rencana Tata Ruang dan Wilayah Kota Samarinda.* Samarinda: Badan Perencanaan Pembangunan Daerah. Hal 13

Siswanto. 2007. *Operation Research Jilid 1*. Jakarta: Erlangga

Widarjono, A. 2004. *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis Edisi Kedua*. Yogyakarta: Ekonisia Fakultas Ekonomi UII

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis*: *Univariat and Multivariate Methods Second Edition*. Addison Wesley Boston: Pearson Education, Inc.