# PENENTUAN HARGA SAHAM (OPSI EROPA DAN OPSI BARRIER) DENGAN METODE *BLACK-SCHOLES* DAN METODE MONTE CARLO

**Novita Serly Laamena**
Jurusan Sistem Informasi, Fakultas Teknik, Universitas Satya Negara Indonesia
Email:laamenaserly@gmail.com

## ABSTRAK

Opsi merupakan kotrak resmi yang memberikan hal kepada holder untuk membeli/menjual suatu aset dari/kepada writer dengan harga tertentu dan jangka waktu tertentu.Opsi Eropa adalah suatu kontrak keuangan yang memberikan hak bukan kewajiban kepada holder untuk membeli atau menjual aset pokok dari writer pada saat jatuh tempo. Opsi Barrier adalah opsi dimana payoff saat jatuh tempo bergantung pada apakah harga aset mencapai level harga yang telah ditentukan selama masa hidup opsi.Dilakukan simulasi untuk menentukan harga saham dengan menggunakan metode *Black –Scholes* dan metode monte carlo dan disimpulkan bahwa Harga opsi call eropa dengan menggunakan metode black scholes lebih besar dari harga opsi call eropa dengan menggunakan metode monte carlo sedangkan bahwa harga opsi Put eropa dengan menggunakan metode *Black -Ccholes* lebih kecil dari harga opsi call eropa dengan menggunakan metode Monte Carlo.

**Kata Kunci** : Opsi, Opsi Eropa, Opsi Barrier, Metode *Black-Scholes*, Metode Monte Carlo

## PENDAHULUAN

### Latar Belakang

Pasar modal atau bursa merupakan salah satu bentuk sumber pendanaan yang cukup penting seiring dengan perkembangan era globalisasi. Dengan meningkatnya aktivitas perdagangan pada pasar modal, kebutuhan untuk memberikan informasi yang lebih lengkap kepada masyarakat mengenai perkembangan bursa, juga semakin meningkat. Salah satu informasi yang diperlukan tersebut adalah indeks harga saham. Pergerakan indeks menggambarkan kondisi pasar pada suatu saat dan menjadi indikator penting bagi para investor untuk menentukan keputusan menjual, menahan atau membeli satu atau beberapa saham.Dalam saham, opsi merupakan kontrak di antara kedua belah pihak, yang berisikan hak bagi pembeli opsi dalam membeli atau menjual aset yang di dasari oleh kontrak tersebut.Kontrak ini dilakukan pada waktu dan harga yang telah disepakati bersama di awal.Akan tetapi, karena opsi adalah hak, maka tentu saja boleh dieksekusi(dijalankan) maupun tidak.Ada beberapa tipe opsi yaitu opsi tipe amerika, Opsi tipe amerika,opsi tipe Bermuda dan opsi barrier.Pada tulisan ini,akan ditentukan harga saham dengan menggunakan metode *Black –Scholes* dan metode monte carlo.

## TINJAUAN PUSTAKA

### A. Metode *Black-Scholes*

Penemuan formula penilaian opsi(*options*) oleh Fisher Black dan Myron Scholes pada awal tahun 70-an merupakan tonggak sejarah penting bagi perkembangan ilmu keuangan dan investasi. Black dan Scholes (1973) merupakan orang pertama yang mengemukakan rumusan eksak untuk penentuan harga opsi Eropa. Mereka memodelkan pergerakan harga saham sebagai suatu proses stokastik. Dengan menambahkan sejumlah asumsi yang berkaitan dengan pasar opsi dan *no-arbitrage principle* dalam ekonomi, mereka sampai pada rumusan berikut untuk sebuah opsi *Call* Eropa.

$$C(S,t) = S\,N(d_1) - Ke\text{-}r^{(T-t)}\,N(d_2)\text{.......................}(1)$$

dengan
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{So}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{So}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

atau:
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

dan $N$ (.) adalah fungsi distribusi kumulatif untuk normal baku, yaitu:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{\xi^2}{2}}\,d\xi$$

Persamaan (1) menyatakan bahwa sebuah opsi *call* Eropa untuk suatu saham yang tidak membayarkan dividen hanya bergantung kepada lima variabel, yaitu harga saham ($S_o$), *strike price* ($K$), rentang waktu hingga *expiration date* ($T$-$t$), suku bunga ($r$), dan volatilitas dari harga saham ( $\sigma$ ).Sementara itu, terdapat suatu hubungan *put-call parity*, antara harga sebuah opsi *call* Eropa $C$ dengan harga sebuah opsi *put* Eropa $P$, keduanya dengan *strike price* yang sama $K$ dan *expiration date* $T$. Pada saat $t$ = 0, kita mempunyai persamaan:

$$C + K\,e^{-rT} = P + S_o \qquad (2)$$

Dengan demikian, harga sebuah opsi *put* Eropa diberikan oleh

$$P(S,t) = Ke^{-r(T-t)}N\,(-d_2) - S_o\,N\,(d_1).$$

Opsi Barrier *put up and out* Eropa dengan $B > K$, dimana $B$ adalah harga Barrier diberikan oleh :

$$P_{ui} = -S_o\left(\frac{B}{S_o}\right)^{2\lambda} N(-y) + Ke^{-rT}\left(\frac{B}{S_o}\right)^{2\lambda-2} N(-y+\sigma\sqrt{T}) \text{ dan}$$
$$P_{uo} = P - P_{ui}$$

dengan

$$\lambda = \frac{r+\frac{\sigma^2}{2}}{\sigma^2} \text{ dan } y = \frac{\ln\,(B^2/S_oK)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T}.$$

Opsi Barrier *call up and out* Eropa dengan $B > K$ diberikan oleh

$$C_{uo} = S\left(N(d_1) - N(e_1) - \left(\frac{B}{S_o}\right)^{\lambda}\left(N(f_2) - N(g_2)\right)\right) - Ke^{-r(T-t)}\left(N(d_2) - N(e_2) - \left(\frac{B}{S_o}\right)^{-1+\frac{2r}{\sigma^2}}\left(N(f_1) - N(g_1)\right)\right),$$

dengan

$$e_1 = \frac{\log\left(\frac{S_o}{B}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$e_2 = \frac{\log\left(\frac{S_o}{B}\right) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$f_1 = \frac{\log\left(\frac{S_o}{B}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$f_2 = \frac{\log\left(\frac{S_o}{B}\right) - (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$g_1 = \frac{\log\left(\frac{S_oK}{B^2}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$g_2 = \frac{\log\left(\frac{S_oK}{B^2}\right) - (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}.$$

**Metode Monte Carlo**

Metode Monte Carlo pada dasarnya digunakan untuk menghampiri nilai ekspektasi dari sebuah peubah acak. Misalkan *X* suatu peubah acak dengan ekspektasi, *E(X)=a* dan variansi, *Var(X)=b*$^2$ yang belum diketahui nilainya. Metode Monte Carlo didesain untuk menghampiri nilai *a* dan *b*.

Dapat dibangkitkan sampel yang saling bebas dari *X* dengan menggunakan pembangkit bilangan acak (*pseudo-random*). Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_M$ sampel yang saling bebas berdistribusi identik dengan *X*.

Maka:

$a_M = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i$ adalah penaksir tak bias untuk *a*, atau dengan kata lain:

$$E(a_M) = E\left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i\right) = a.$$

${b_M}^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(X_i - a_M)^2$ adalah penaksir tak bias untuk *b*.

Berdasarkan Teorema Limit Pusat, maka:

$$\frac{\sum_{i=1}^{M} X_i - Ma}{b\sqrt{M}} \sim N(0,1)$$

dan $\frac{\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i - a}{b/\sqrt{M}} \sim N(0,1)$ atau $\frac{a_M - a}{b/\sqrt{M}} \sim N(0,1)$

Akan ditentukan taksiran interval untuk $a$. Perhatikan:

$X \sim N(0,1)$

$P(|X| \leq 1{,}96) = 0{,}95$

Maka:

$$P\left(\left|\frac{a_M - a}{b/\sqrt{M}}\right| \leq 1{,}96\right) = 0{,}95$$

$$P\left(\left|\frac{a - a_M}{b/\sqrt{M}}\right| \leq 1{,}96\right) = 0{,}95$$

$$P\left(|a - a_M| \leq 1{,}96 \frac{b}{\sqrt{M}}\right) = 0{,}95$$

$$P\left(-1{,}96 \frac{b}{\sqrt{M}} \leq a - a_M \leq 1{,}96 \frac{b}{\sqrt{M}}\right) = 0{,}95$$

$$P\left(a_M - 1{,}96 \frac{b}{\sqrt{M}} \leq a \leq a_M + 1{,}96 \frac{b}{\sqrt{M}}\right) = 0{,}95$$

Dengan mengambil $b \approx b_M$, maka:

$E(X) = a \in \left[a_M - 1{,}96 \frac{b_M}{\sqrt{M}}, a_M + 1{,}96 \frac{b_M}{\sqrt{M}}\right]$ dengan peluang mendekati 95%.

Hasil di atas memberikan dasar bagi Metode Monte Carlo untuk menentukan hampiran bagi nilai $a$, yaitu dengan langkah:

- Bangkitkan M sampel acak yang saling bebas
- Hitung $a_M$ dan $b_M$
- Tentukan selang kepercayaan untuk memonitor galat hampiran

Untuk 'mengecilkan' lebar selang kepercayaan untuk *a* dapat dilakukan:

a. Dengan membesarkan nilai *M*, tetapi ini menyebabkan lamanya waktu komputasi bertambah.
b. Dengan 'mengecilkan' nilai $b_M$ .

Dua hal penting menyangkut selang kepercayaan:

a. Lebar selang kepercayaan 'berbanding terbalik' dengan $\sqrt{M}$ (M = banyaknya sampel). Untuk mereduksi galat dengan faktor 10, M perlu ditingkatkan banyaknya dengan orde 100. Biasanya ini merupakan hambatan serius untuk Metode Monte Carlo bila diinginkan ketelitian yang tinggi.
b. Lebar selang kepercayaan 'berbanding lurus' dengan standar deviasi sampel. Ini memberikan motivasi untuk menggantikan problem menghampiri *E(X)* menjadi problem menghampiri *E(Y)*, di mana *Y* adalah peubah acak yang memiliki mean yang sama dengan *X* [*E(X)=E(Y)*] tetapi memiliki variansi yang jauh lebih kecil [*Var (Y)<<Var (X)*] (dikenal dengan teknik reduksi variansi).

### 1. Menghitung Harga Opsi Eropa

Tulis $\Lambda(x) = maks\{x - K\}$ → opsi call

$\quad\quad = maks\{K - x\}$ → opsi put

$S(T) = S_0 e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z}; Z \sim N(0,1),\ \mu = r\ (risk\ neutral)$

$\wedge(S(t))$ = payoff (suatu peubah acak)
Nilai opsi di t = 0 didapat sebagai nilai sekarang dari ekspektasi payoof tersebut.
Nilai opsi = $e^{-rT}\ E\left[\wedge(S(t))\right]$ = $e^{-rT}\ E\left[\wedge\left(S_0 e^{\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}Z}\right)\right]$

***Algoritma Monte Carlo untuk Menghitung Harga Opsi Eropa:***

1. Input: $S_0$, K, r, $\sigma$, M, T
2. for i = 1 to M
   Hitung $S_i = S_0 e^{\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}Z_i}$, $Z_i \sim N(0,1)$
   Hitung $C_i = e^{-rT}\ maks\{S_i - K, 0\}$
   end
3. Hitung $a_M = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} C_i$
4. Hitung ${b_M}^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(C_i - a_M)^2$
5. Selang kepercayaan $[a_M - 1{,}96\frac{b_M}{\sqrt{M}}\ , a_M + 1{,}96\frac{b_M}{\sqrt{M}}]$

***Algoritma Monte Carlo untuk Menghitung Harga Opsi Call dan Put Barrier Up-and-Out:***

1. Input: $S_0$, K, r, $\sigma$, M, T, N, B
2. for i = 1 to M (Membangkitkan M lintasan)
   for j = 0 to N-1
      Hitung $S(t_{j+1}) = S(t_j)e^{\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}Z_j}$ , $Z_j \sim N(0,1)$
   end
   $S_{max} = max_{0\le j\le N}\{S(T_j)\}$
      if $S_{max} < B$, set $C_i = e^{-rT}\ maks\{St_N - K, 0\}$
      else $C_i = 0$
      end
      end
3. Hitung $a_M = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} C_i$
4. Hitung ${b_M}^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(C_i - a_M)^2$
5. Selang kepercayaan $[a_M - 1{,}96\frac{b_M}{\sqrt{M}}\ , a_M + 1{,}96\frac{b_M}{\sqrt{M}}]$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

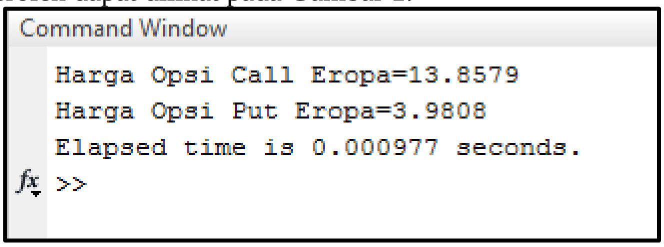
### A. Simulasi Harga Saham dan Penentuan Harga Opsi Eropa dan Opsi Barier Menggunakan Metode Black Scholes

#### 1. Opsi Eropa

Dalam menentukan harga opsi Eropa dengan menggunakan metode Black Scholes, diberikan input data ke dalam program yang dibuat pada *Software Matlab* sebagai berikut:

S = 105 K=100 r=0.05 T=1 $Sigma = 0.2$

Output yang diperoleh dapat dilihat pada Gambar 1.



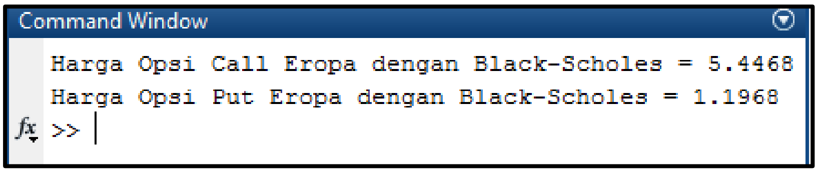

**Gambar 1. Output Harga Opsi Eropa dengan Menggunakan Metode *Black-Scholes***

### 2. Opsi Barrier

Dalam menentukan harga Opsi Barrier dengan menggunakan metode *Black - Scholes*, diberikan input data ke dalam program yang dibuat pada *Software Matlab* sebagai berikut:

S = 105 K=100 r=0.05 T=1 $Sigma = 0.2$ B =120

Output yang diperoleh dapat dilihat pada Gambar 2




**Gambar 2. Output Harga Opsi Barrier dengan Menggunakan Metode *Black – Scholes***

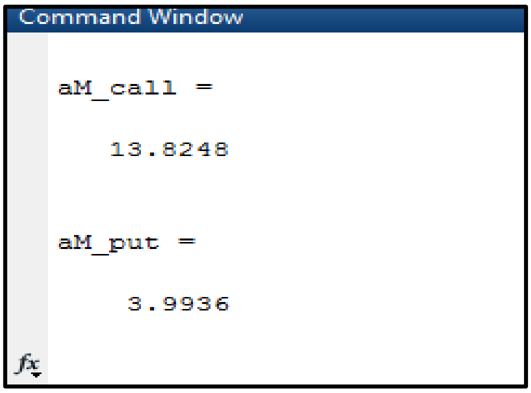
## B. Simulasi Harga Saham dan Penentuan Harga Opsi Eropa dan Opsi Barier Menggunakan Metode Monte Carlo

### 1. Opsi Eropa

Dalam menentukan harga opsi Eropa dengan menggunakan metode Monte Carlo, diberikan input data ke dalam program yang dibuat pada *Software Matlab* sebagai berikut:

S = 105 K=100 r=0.05 T=1 $Sigma = 0.2$
M=100000

Output yang diperoleh dapat dilihat pada Gambar 3.




**Gambar 3. Output Harga Opsi Eropa dengan Menggunakan Metode Monte Carlo**

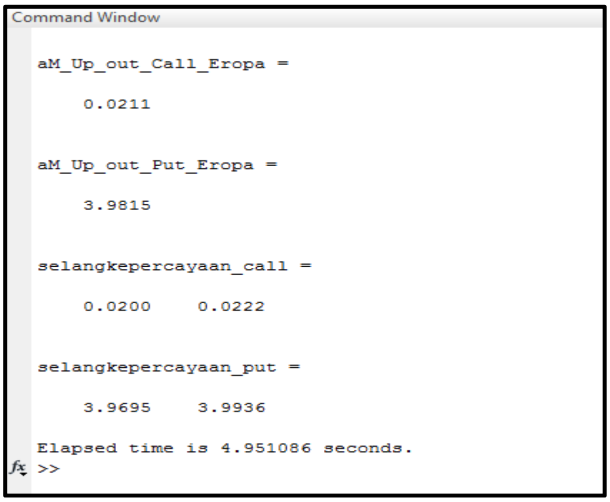
### 2. Opsi Barrier

Dalam menentukan harga Opsi Barrier dengan menggunakan metode Monte Carlo, diberikan input data ke dalam program yang dibuat pada *Software Matlab* sebagai berikut:

S = 105 K=100 r=0.05 T=1 $Sigma = 0.2$ M=100000

B=120 N=1000

Output yang diperoleh dapat dilihat pada Gambar 4.




**Gambar 4. Output Harga Opsi Barrier dengan menggunakan metode Monte Carlo**

Harga saham dari Opsi Eropa dan Opsi Barrier menggunakan metode Black-Scholes dan Metode Monte Carlo,dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1. Perbandingan Metode Black Scholes dan Monte Carlo**

| **Opsi Eropa** | | | **Opsi Barrier** | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Opsi** | ***Black-Scholes*** | **Monte Carlo** | **Opsi** | ***Black-Scholes*** | **Monte Carlo (selang Kepercayaan)** |
| ***Call*** | 13.8579 | 13.8248 | ***Call*** | 5.4468 | 0.0211 (0.2000 -0.2220) |
| ***Put*** | 3.9808 | 3.9936 | ***Put*** | 1.1968 | 3.9936 (3.9695-3.9936) |

Dari Tabel di atas, dapat terlihat bahwa harga Opsi Call Eropa dengan menggunakan Metode *Black-Scholes* adalah 13.8579 sedangkan harga Opsi Call Eropa dengan menggunakan Metode Monte Carlo adalah 13.8248. Untuk harga Opsi Put Eropa dengan menggunakan Metode *Black-Scholes* adalah 3.9808 sedangkan harga Opsi Put Eropa dengan menggunakan Metode Monte Carlo adalah 3.9936. Harga Opsi Call Barrier dengan menggunakan Metode *Black-Scholes* adalah 5.4468 sedangkan harga Opsi Call Barrier dengan menggunakan Metode Monte Carlo 0.0211.Untuk Harga Opsi Put Barrier dengan menggunakan Metode *Black-Scholes* adalah 1.1968 sedangkan harga opsi Put Barrier dengan menggunakan metode Monte Carlo adalah 3.9936.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

Dari simulasi yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa Harga opsi call eropa dengan menggunakan metode black scholes lebih besar dari harga opsi call eropa dengan menggunakan metode monte carlo sedangkan bahwa harga opsi Put eropa dengan menggunakan metode black scholes lebih kecil dari harga opsi call eropa dengan menggunakan metode monte carlo.

### Saran

Untuk pengembangan dalam penentuan saham yang telah dirancang nanti ke depannya maka peneliti memberikan saran pengembangan untuk dilakukan penambahan penambahan dengan menggunakan metode pembanding lainnya selain menggunakan metode carlo agar dalam penelitian tersebut lebih mengarah ke arah kesempurnaan dalam waktu tertentu.

## DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J. and Engelhardt, M. 1992. *Introduction To Probability and Mathematica Statistics*. Second Edition. California : Duxbury Press.

Capinski, M. and T. Zastawniak. 2004. *Mathematics for Finance: An Introduction to Financiall Engineering*. Springer Undergraduate Mathematics Series. United States of America : Springer-Verlag

Kijima, M. 2002. *Stochastic Processes with Aplications to Finance*. New York: Chapman & Hall.CRC.

Kwok, Y. K. 2000. *Mathematical Model of Financial Derivatives*. Tokyo: Springer.

Ross, S.M. 1999. *An Introduction to Mathematical Finace Option and Other Topics*. California: Cambridge University Press.

Ruey, S.T. 2000. *Analysis of Financial Time Series*. USA