

Identifikasi pertanyaan yang diajukan mahasiswa dalam memecahkan masalah matematika

Mohamad Aminudin^{1*}, Dyana Wijayanti²

^{1,2}Pendidikan Matematika, Universitas Islam Sultan Agung, Semarang, Indonesia.

Article Info

Article history:

Received
Jun 26, 2022
Revised
Oct 2, 2022
Accepted
Nov 4, 2022

Kata Kunci:

Masalah Open-Ended,
Pertanyaan, Pemecahan Masalah.

Keywords:

Open-Ended Problems, Problem-Solving, Questions.

ABSTRAK

Pertanyaan yang diajukan mahasiswa sangat menentukan kualitas penyelesaian masalah matematika. Tujuan penelitian ini adalah mengidentifikasi pertanyaan yang diajukan oleh mahasiswa pendidikan matematika dalam menginvestigasi masalah matematika. Jenis penelitian ini adalah kualitatif dengan desain fenomenologis. Subjek penelitian adalah mahasiswa pendidikan matematika semester tiga di Semarang yang berjumlah 38 orang. Instrumen yang digunakan meliputi tes matematika dan observasi. Hasil tes berupa jawaban mahasiswa dan pertanyaan-pertanyaan tertulis yang diajukan sebelum menyelesaikan tes. Proses analisis data pada penelitian ini meliputi memvalidasi data, mengorganisasikan data, mengelompokkan data dan memberi kode berdasarkan kesamaan data, dan mendafsirkan data. Hasil penelitian menunjukkan setidaknya ada delapan tipe pertanyaan yang diajukan. Mayoritas mahasiswa menanyakan tentang cara atau prosedur penyelesaian masalah matematika. Selain itu, mayoritas mahasiswa menggunakan strategi menebak dan memeriksa untuk menyelesaikan masalah matematika. Karena itu, mengajukan pertanyaan sebelum menyelesaikan masalah perlu dilakukan untuk mengeksplorasi masalah.

ABSTRACT

The questions asked by students greatly determine the quality of solving mathematical problems. This study aimed to identify questions posed by mathematics education students in investigating mathematics problems. This type of research is qualitative with a phenomenological design. The research subjects were 38 mathematics education students in the third semester in Semarang. The instruments used include mathematics tests and observations. The test results are in the form of student answers and written questions that are asked before the test. The data analysis process in this study includes validating the data, organizing the data, grouping the data and coding based on the similarity of the data, and interpreting the data. The results showed that there were at least eight types of questions asked. Most students asked about the method or procedure for solving mathematical problems. In addition, most students use guessing and checking strategies to solve math problems. Therefore, asking questions before solving the problem needs to be done to explore the problem.

Copyright © 2022 JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)
All rights reserved.

Corresponding Author:

Mohamad Aminudin,
Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Islam Sultan Agung,
Jl. Kaligawe Raya No.Km.4, Terboyo Kulon, Semarang, Indonesia,
Email: aminudin@unissula.ac.id.

How to Cite:

Aminudin, Mohamad., & Wijayanti, Dyana. (2022). Identifikasi Pertanyaan Yang Diajukan Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Matematika. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)* 6(4), 594-607.

Pendahuluan

Beberapa penelitian (Aziza, [2018](#); Ley, Attard, & Holmes, [2018](#); Masitah, [2013](#); Zayyadi et al., [2019](#)) menunjukkan pentingnya pengajar bertanya kepada mahasiswa dalam pembelajaran. (Zayyadi et al., [2019](#)) mengungkapkan kecenderungan pengajar memberikan pertanyaan brainstorming untuk memahami pemahaman mahasiswa tentang konsep dan prosedur matematika. lebih lanjut, (Aziza, [2018](#)) mengungkapkan kecenderungan pengajar mengajukan pertanyaan berdasarkan tujuan pembelajaran dan pertanyaan terbuka lebih banyak dihasilkan oleh pengajar. (Kemmerle, [2013](#)) menegaskan bahwa pengajuan pertanyaan kepada mahasiswa dapat memicu berpikir dan keaktifan siswa di kelas. Namun, apa yang terjadi jika mahasiswa diminta untuk mengajukan pertanyaan terlebih dahulu?

Mahasiswa juga perlu menciptakan pertanyaan dalam menyelesaikan masalah. Pertanyaan yang diajukan mahasiswa mencerminkan pemahamannya (Chen et al., [2022](#); Jirout & Klahr, [2020](#); Rowell & Ebbers, [2004](#); Tawfik et al., [2020](#)). Mahasiswa memiliki kemampuan bawaan untuk mengetahui dan memahami fenomena yang menantang dan memicu nalurinya untuk mengeksplorasi, menyelidiki, memecahkan, dan memahami (Erdogan, [2017](#)). Bertanya dapat membantu menghasilkan ide-ide baru (Aguiar et al., [2010](#); Jirout & Klahr, [2020](#)) dan memecahkan masalah sehari-hari (Otero & Graesser, [2001](#); Tawfik dkk., [2020](#)). Karena itu, kemampuan mengajukan pertanyaan sangat perlu dimiliki oleh mahasiswa.

Berdasarkan tidak adanya penelitian yang fokus pada pertanyaan yang diajukan mahasiswa dalam memecahkan masalah secara individu, maka tujuan penelitian ini adalah mengidentifikasi pertanyaan yang diajukan oleh mahasiswa calon guru matematika dalam menginvestigasi masalah matematika. Jenis pertanyaan yang diajukan mahasiswa dapat digunakan sebagai data untuk mendesain pembelajaran yang berorientasi pada mahasiswa.

Masalah diperlukan untuk meningkatkan kualitas berpikir. Seseorang dihadapkan pada masalah ketika menghadapi pertanyaan yang tidak dapat dijawab langsung atau menghadapi situasi yang tidak dapat terselesaikan dengan pengetahuan yang dimilikinya. Masalah didefinisikan sebagai situasi dimana sulit untuk dicapai. (Polya, [1973](#)) mengkategorikan masalah menjadi dua, yaitu masalah menemukan dan masalah pembuktian. Masalah menemukan memiliki bagian utama adalah terdapat data atau kondisi yang tidak diketahui. Masalah pembuktian diindikasikan dengan adanya hipotesis dan kesimpulan.

Lebih khusus, masalah matematika merupakan masalah yang muncul oleh pertanyaan yang mengandung unsur matematika, dimana solusinya tidak segera dihasilkan oleh si pemecah masalah (Callejo & Vila, [2009](#)). Lebih lanjut, solusi tidak segera dihasilkan karena tidak ada algoritma baku yang menghubungkan data dengan hal yang tidak diketahui atau tidak ada proses otomatis yang menghubungkan data dengan solusi. Masalah juga merupakan tugas yang hanya dapat diselesaikan dengan wawasan dan kreatifitas (Liljedahl et al., [2016](#)). Solusi dari masalah matematika dapat berupa solusi kuantitatif atau numerik ataupun kualitatif (Phonapichat et al., [2014](#)).

Masalah matematika dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu tipe *open-ended problem* dan *closed problem* (Yee, [2002](#)). *Closed Problem* termasuk kategori *well-structured* artinya masalah ini dirumuskan dengan jelas dimana satu jawaban yang benar selalu dapat ditentukan dalam beberapa cara tetap dari data atau situasi pada masalah. Sedangkan, *open-ended problem* sering dikategorikan sebagai *ill-structured problems*, artinya masalah jenis ini tidak memiliki rumusan yang jelas karena ada data atau asumsi yang hilang dan tidak ada prosedur tetap yang menjamin solusi yang benar. Open-ended berarti masalah yang diselesaikan tidak dapat dijawab dengan “ya”, “tidak”, atau “tidak tahu” sehingga memungkinkan terjadinya pertanyaan yang spontan dan tidak terstruktur (Capraro et al., [2012](#)). Tipe masalah matematika ini membutuhkan penyelidikan, sehingga mahasiswa dituntut kemampuan dan kreativitas dalam memecahkan masalah (Bahar & June Maker, [2015](#); Rahayuningsih et al., [2021](#)). Penelitian ini menggunakan open-ended problem dalam menstimulasi kemampuan berpikir dan kreativitas mahasiswa.

Para peneliti telah memberikan karakteristik masalah yang termasuk *open-ended problem*. Masalah jenis ini memungkinkan adanya lebih dari satu solusi (Becker & Shimada, [1997](#)) atau memberikan lebih dari satu cara penyelesaian (Cifarelli & Cai, [2005](#)). Jenis masalah ini memberikan pengalaman yang menantang untuk menemukan solusi alternatif yang baru dan kreatif (Ho & Hedberg, [2005](#)). *Open-ended problem* memberikan kesempatan yang luas bagi mahasiswa untuk berpikir bebas, mengemukakan pendapat atau gagasan, dan mengajukan pertanyaan (Ibrahim & Widodo, [2020](#)). Dengan demikian, hasil penyelesaian mahasiswa setelah menyelesaikan open-ended problem seharusnya bisa memiliki lebih dari satu solusi atau lebih dari satu penyelesaian dan selama mengerjakannya, mahasiswa dapat mengajukan banyak pertanyaan

Pemecahan masalah matematika merupakan inti dari belajar matematika. Sejalan dengan (Bailey, [2017](#)) bahwa pemecahan masalah matematika menjadi bagian sangat penting dalam belajar dan pengajaran matematika di kelas. Common Core Standards memberikan penekanan bahwa pemecahan masalah matematika berarti membuat keterkaitan antara literasi dan koneksi matematika dengan cara:

memahami masalah, membangun argumen yang benar, dan menggunakan strategi yang sesuai (Common Core State Standards Initiative, [2014](#)). David H ([2011](#)) juga menjelaskan pemecahan masalah merupakan proses berpikir dalam memahami dan mencari penyelesaian dari masalah. Pemecahan masalah memberikan juga kesempatan bagi pelajar untuk memperluas pengetahuan dan menstimulus pelajar untuk belajar matematika (Ortiz, [2016](#)). Karena itu, pemecahan masalah sangat penting untuk memperdalam pemahaman dan meningkatkan pengetahuan matematika siswa (Wang et al., [2022](#)).

Tahapan penyelesaian suatu masalah dapat berbeda-beda. Pemecahan masalah yang ideal menurut (Bransford, Sherwood, & Sturdevant, [1984](#)) meliputi kemampuan mengidentifikasi, mendefinisikan, dan menyajikan masalah secara tepat, mengeksplorasi berbagai strategi yang mungkin, bertindak berdasarkan strategi yang dipilih, dan mengevaluasi proses dan selesaian yang didapat. (Polya, [1973](#)) memberikan tahapan penyelesaian yang lebih sederhana yang terdiri dari empat langkah, yaitu memahami masalah, membuat perencanaan berupa mencari pola dan mengorganisasikan informasi, menerapkan apa yang direncanakan untuk memecahkan masalah, dan memeriksa jawaban. Sementara (Krulik & Rudnick, [1987](#)) memberikan lima tahap yaitu baca dan pikir, eksplora dan rencanakan, menentukan strategi, menerapkan strategi dan menentukan jawaban, dan melakukan refleksi. Lebih lanjut, (Dewey, [1933](#)) membagi penyelesaian masalah menjadi lima tahap, yaitu confront problem, diagnose or define problem, inventory several solution, conjecture consequences of solutions, and test consequences. Tahapan penyelesaian tersebut biasanya digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika. Berbagai tahapan penyelesaian yang telah disebutkan, menghasilkan pemahaman yang baik menjadi kunci awal dan penting dalam mengeksplorasi dan memecahkan masalah.

Selama proses pemecahan masalah, bertanya untuk mengeksplorasi masalah menjadi suatu keharusan. Karena, pengajuan pertanyaan atau bertanya sangat penting dalam proses pemecahan masalah matematika (Aziza, [2018](#); Purdum-Cassidy et al., [2015](#)). Bertanya merangsang siswa untuk berpikir (Wood & Anderson, [2001](#)). Bertanya dianggap sebagai alat yang ampuh dalam memediasi konstruksi pengetahuan siswa dan pemahaman konseptual (Purdum-Cassidy dkk., [2015](#)). Bertanya dapat berfungsi untuk mendapatkan pemahaman dan pengetahuan konten matematika (Purdum-Cassidy et al., [2015](#)). Bertanya juga berpengaruh terhadap efikasi diri dan berpikir reflektif (Saracoglu, [2022](#)). Karena itu, bertanya sudah seharusnya menjadi bagian penting dalam pembelajaran matematika, dan pengajar harus menstimulasi mahasiswa untuk bertanya.

Bertanya mempunyai banyak keuntungan dalam meningkatkan kualitas pembelajaran. Keuntungan bertanya dalam pembelajaran menurut Morgan & Saxton (1991), yaitu membuat siswa tetap aktif, memberi kesempatan siswa untuk mengungkapkan ide dan pikirannya secara terbuka, dan membantu pengajar mengevaluasi pembelajaran. Lebih lanjut, Boaler & Brodie (2004) menjelaskan bertanya dapat mengendalikan lingkungan kelas dan menciptakan diskusi kelas. Bertanya juga menjadi sub fase dalam pembelajaran dimana siswa distimulasi untuk menghasilkan hipotesis atau dugaan dalam proses pemecahan masalah (Pedaste et al., 2015).. Aktivitas bertanya menjadikan pembelajaran lebih bermakna, dan mengembangkan kemampuan berpikir dan pemecahan masalah (Inel-Ekici & Ekici, 2022). Melalui pertanyaan yang dihasilkan mahasiswa, dosen dapat mengetahui kualitas berpikir reflektif terhadap pengetahuan dan pemahamannya dalam memecahkan masalah (Saracoglu, 2022). Karena itu, mahasiswa perlu diberikan kesempatan untuk mengajukan pertanyaan terlebih dahulu sebelum memecahkan masalah matematika.

Beberapa ahli membagi pertanyaan menjadi beberapa jenis. (Chan, Lee, & Aalst Van, 2001) mengklasifikasikan pertanyaan berdasarkan kedalaman isi atau proses mental yang terlibat menjadi empat level, yaitu (1) *definition questions*, (2) *factual, topical, and general question*, (3) *puzzlement questions*, dan (4) *Expalanation question*. (Ertmer et al., 2011) membagi pertanyaan sesuai taksonomi Bloom, yaitu *knowledge, comprehension, application, analysis, synthesis, dan evaluation*. Tiga pertanyaan pertama termasuk pertanyaan *lower-order thinking*, dan tiga pertanyaan terakhir termasuk pertanyaan *higher-order thinking*. (Erdogan & Campbell, 2008) membagi pertanyaan menjadi dua tipe yaitu *Lower Cognitive Level Questions (LCLQ)*, dan *Higher Cognitive Level Questions (HCLQ)*. LCLQ yaitu *verification, disjunctive, concept completion, feature specification, quantification*. HCLQ yaitu *definition, example, comparison, interpretation, causal antecedent, causal consequence, enablement, expectational, judgment*. Good et al. (1987) membagi pertanyaan yang diajukan mahasiswa menjadi 10 tipe, yaitu *explanation, information, clarification, confirmation, procedural, non-task curiosity, diversion, on-task attention, off-task attention, dan unknown*.

Berdasarkan kajian tipe-tipe pertanyaan di atas, peneliti memiliki gagasan bahwa ada empat tipe pertanyaan mahasiswa saat menyelidiki masalah matematika. Empat tipe pertanyaan itu yaitu bertanya tentang definisi, bertanya tentang syarat suatu kondisi, bertanya tentang prosedur penyelesaian, bertanya tentang apa yang ditanyakan, dan bertanya tentang formula. Bertanya tentang definisi berarti menanyakan definisi suatu istilah tertentu pada masalah. Bertanya tentang syarat suatu kondisi berarti menanyakan syarat apa saja yang diperlukan supaya suatu kondisi terpenuhi. Bertanya tentang prosedur berarti menanyakan suatu cara atau strategi yang perlu digunakan untuk memecahkan masalah. Bertanya tentang apa

yang ditanyakan berarti menanyakan bagian dari apa yang ditanyakan pada soal. Bertanya tentang formula, berarti menanyakan suatu rumus matematika yang memiliki kaitan dengan masalah.

Metode

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi tipe pertanyaan yang diajukan oleh mahasiswa pendidikan matematika dalam menyelesaikan masalah matematika. Karena itu, penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif desain fenomenologis. (Yin, 2018) menyebutkan pendekatan kualitatif dengan desain fenomenologis yang bertujuan untuk karena memberikan deskripsi yang holistik dari fenomena yang diamati kemudian dianalisis secara mendalam. Pada penelitian ini, fenomena yang diamati berupa pertanyaan-pertanyaan yang diajukan oleh mahasiswa.

Sebanyak 38 mahasiswa calon guru matematika semester III secara sukarela berpartisipasi dalam penelitian ini. Mahasiswa tersebut telah belajar beberapa matakuliah pada semester sebelumnya sebagai pengetahuan prasyarat pada matakuliah Geometri Analitik, yaitu logika matematika, geometri datar, geometri ruang, kalkulus, dan aljabar.

Sebuah masalah matematika tentang persamaan garis disajikan pada 38 mahasiswa. Masalah matematika yang disajikan merupakan masalah geometri analitik dan termasuk jenis open-ended problem. Berikut ini masalah yang disajikan.

$$\text{Misalkan } \begin{cases} ax - y + 3 = 0 \\ 2x + by - 1 = 0 \\ 2y - x + c = 0 \end{cases} \text{ adalah tiga garis yang berpotongan dan membentuk segitiga}$$

siku-siku. Buatlah analisis tentang semua syarat dan kemungkinan hubungan a , b , dan c .

Mahasiswa memecahkan masalah dengan menyelesaikan aktivitas-aktivitas pada lembar kerja, yaitu aktivitas memahami masalah, aktivitas mengajukan pertanyaan, aktivitas menyelesaikan masalah, dan aktivitas membuat kesimpulan. Setelah mahasiswa menyelesaikan lembar kerja secara individu, mahasiswa diminta untuk mengkomunikasikan hasil jawab dengan teman satu kelompok. Setelah berdiskusi kelompok, salah satu mahasiswa diminta untuk mempresentasikan hasil jawab lembar kerja di depan kelas. Mahasiswa dipersilakan untuk melakukan tanya jawab tentang jawaban penyaji. Sebagai penutup, mahasiswa diminta untuk melakukan refleksi terhadap hasil jawabnya pada lembar kerja.

Setelah jawaban dari 38 mahasiswa terkumpul, kemudian peneliti melakukan analisis data pada pertanyaan-pertanyaan yang ditulis pada kotak aktivitas mengajukan pertanyaan. Pertanyaan mahasiswa dikategorikan ke dalam 8 pertanyaan, yaitu pertanyaan definisi, pertanyaan syarat suatu kondisi, pertanyaan tentang prosedur penyelesaian, pertanyaan apa yang akan dicari, pertanyaan formula yang digunakan, pertanyaan memunculkan dugaan, pertanyaan yang spesifik, dan pertanyaan tentang akibat. Delapan tipe pertanyaan ini didapatkan dari kajian jenis-jenis pertanyaan dan dikombinasikan dengan sintesa jenis pertanyaan mahasiswa.

Hasil dan Pembahasan

Setelah menganalisis dari pertanyaan yang diajukan oleh mahasiswa dalam menyelidiki masalah sebelum aktivitas menyelesaikan masalah berdasar strategi penyelesaian yang dipilih, peneliti membagi pertanyaan yang diajukan menjadi 8 tipe pertanyaan, yaitu bertanya tentang definisi, bertanya tentang syarat atau kondisi, bertanya tentang prosedur penyelesaian, bertanya tentang apa yang ditanyakan pada soal, bertanya tentang formula, bertanya untuk memunculkan dugaan, bertanya tentang informasi yang spesifik, bertanya tentang akibat jika diberikan situasi tertentu. Prosentase mahasiswa yang bertanya dan pertanyaan yang diajukan selengkapnya pada tabel 1 berikut ini.

Tabel 1. Tipe pertanyaan yang diajukan

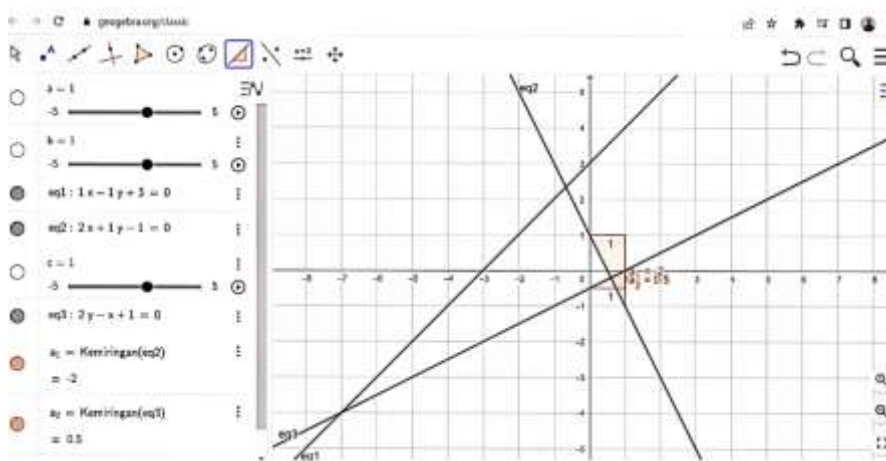
Tipe pertanyaan	Prosentase mahasiswa	Pertanyaan yang diajukan
Bertanya tentang definisi,	47%	<ol style="list-style-type: none"> 1) Apa definisi segitiga siku-siku? 2) Apa pengertian garis lurus? 3) Apa pengertian segitiga secara umum? 4) Apa pengertian titik potong? 5) Apa pengertian persamaan garis? 6) Apa itu teorema pythagoras? 7) Apakah ada teorema yang dapat digunakan dalam memecahkan masalah ini?
Bertanya tentang syarat suatu kondisi,	45%	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apakah hanya segitiga siku-siku yang terbentuk? 2. Apa syarat terbentuknya segitiga siku-siku? 3. Apa syarat 2 garis dikatakan berpotongan? 4. Apa syarat 2 garis dikatakan tegak lurus? 5. Syarat apa saja yang diperlukan dalam pemecahan masalah matematika? 6. Apa saja ciri-ciri dari segitiga siku-siku? 7. Apa syarat dua garis berpotongan? 8. Apa syarat dua garis tegak lurus?
Bertanya tentang prosedur penyelesaian,	84%	<ol style="list-style-type: none"> 1) Metode apa yang digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut? 2) Bagaimana cara mencari a, b, dan c? 3) Bagaimana Langkah-langkah untuk

Tipe pertanyaan	Prosentase mahasiswa	Pertanyaan yang diajukan
		menyelesaikan soal itu?
		4) Bagaimana cara menentukan syarat dari ketiga persamaan tersebut?
		5) Bagaimana cara mencari titik potong kedua garis?
		6) Bagaimana menentukan persamaan ketiga garis itu?
Bertanya tentang apa yang ditanyakan,	42%	1. Apa saja syarat dan hubungan antara a, b, dan c ? 2. Apa syarat dan kemungkinan hubungan a, b, dan c? 3. Apa hubungan a, b, dan c? 4. Apa kemungkinan hubungan a, b, dan c?
Bertanya tentang formula	3%	1. Bagaimana rumus phytagoras?
Bertanya untuk memunculkan dugaan	47%	1) Berapakah gradien garis tersebut? 2) Nilai a, b, dan c? 3) Berada dimana letak titik a, b, dan c? 4) Berada pada koordinat berapa saja titik a, b, dan c?
Bertanya tentang informasi spesifik	11%	1) Apakah hanya segitiga siku-siku yang terbentuk. 2) Hubungan garis apa yang membentuk segitiga siku-siku?
Bertanya tentang akibat jika ada situasi tertentu	5%	1) Jika a, b, dan c tidak mempunyai syarat dan kemungkinan apakah yang terjadi? 2) Apakah dari ketiga garis yang berpotongan dapat dibuat segitiga selain segitiga siku-siku?

Beberapa jenis pertanyaan telah diajukan mahasiswa dalam menyelidiki masalah matematika open-ended, yaitu bertanya tentang definisi, syarat suatu kondisi, prosedur, informasi yang ditanyakan, formula yang digunakan, dugaan, informasi yang spesifik, dan akibat jika ada situasi tertentu. Meskipun jenis pertanyaan yang diajukan nampak beragam, namun mayoritas masih bersifat permukaan. Pertanyaan tentang definisi, syarat suatu kondisi, prosedur, apa yang ditanyakan, dan dugaan paling sering ditanyakan oleh mahasiswa. Jenis pertanyaan mirip dengan jenis pertanyaan brainstorming yang sering ditanyakan oleh guru kepada murid (Zayyadi et al., [2019](#)). Hasil penelitian ini sejalan dengan (Aziza, [2018](#)) bahwa pertanyaan terbuka yang diajukan dapat menstimulasi kreativitas. Pertanyaan yang diajukan mahasiswa cenderung berupa pertanyaan terbuka. Tidak ada pertanyaan tertutup, artinya membutuhkan jawaban ya atau tidak. Hasil penelitian ini juga sejalan dengan (Aizikovitsh-Udi & Star, [2011](#))

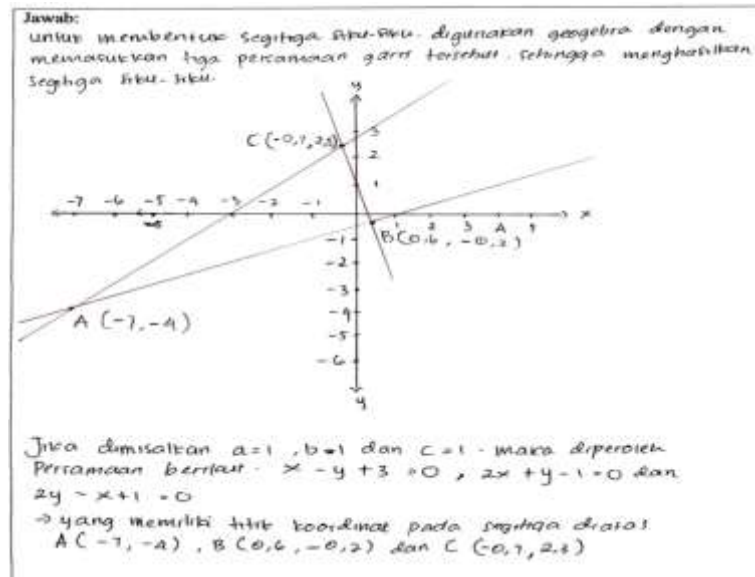
bahwa pengajuan pertanyaan investigasi berakibat membuat mengubah gaya pembelajaran yang konvensional.

Mayoritas mahasiswa menyelesaikan masalah itu menggunakan bantuan aplikasi GeoGebra. Mahasiswa memisalkan a , b , dan c dengan bilangan bulat. Mayoritas mahasiswa memberikan satu kemungkinan nilai a , b , dan c . Kemudian, membuat grafik ketiga persamaan garis menggunakan aplikasi GeoGebra. Setelah ketiga garis berpotongan membentuk segitiga, mahasiswa memeriksa apakah ketiga garis berpotongan membentuk segitiga siku-siku. Pada jawaban tertulis mahasiswa, tidak dijelaskan bagaimana mahasiswa menguji segitiga yang terbentuk. Pada akhir jawaban, mahasiswa membuat kesimpulan secara umum. Namun, kesimpulan yang dibuat hanya menggunakan satu kemungkinan saja. Penggunaan aplikasi GeoGebra oleh mahasiswa sangat membantu memecahkan masalah matematika. Aplikasi itu memudahkan mahasiswa menguji dugaan nilai a , b , dan c , dan membuat grafik persamaan garis secara cepat dan tepat. Ini sejalan dengan hasil penelitian (Zulnaldi & Zamri, 2017) bahwa aplikasi GeoGebra membantu mahasiswa menguji dan meningkatkan pengetahuan konseptual dan prosedural dalam memecahkan masalah. Selain itu, mahasiswa merasa senang dan tidak cemas dalam memecahkan masalah matematika dan membuktikan beberapa teorema matematika (Zengin, 2017). Berikut disajikan jawaban mahasiswa berinisial Els.



Gambar 1. Gambar Grafik yang dibuat subjek Els menggunakan GeoGebra

Pada gambar 1 memperlihatkan secara jelas, mahasiswa Els menggunakan aplikasi GeoGebra untuk membuat grafik ketiga persamaan garis dan memastikan perpotongan ketiga garis itu membentuk segitiga siku-siku. Mahasiswa juga menggambarkan kembali pada kertas grafik yang dihasilkan menggunakan GeoGebra.



Gambar 2. Jawaban tertulis subjek Els

Namun, mahasiswa Els tidak memperlihatkan secara jelas prosedur yang memastikan perpotongan membentuk segitiga siku-siku. Els seolah-olah menunjukkan bahwa Els melakukan beberapa percobaan untuk nilai a , b , dan c yang disubstitusikan pada ketiga persamaan garis. Percobaan berhenti manakala ditemukan nilai a , b , dan c berupa bilangan bulat apabila disubstitusikan ke ketiga persamaan garis akan membentuk grafik garis yang saling berpotongan dan membentuk segitiga siku-siku. Els menggambarkan grafik yang didapat menggunakan GeoGebra. Els memisalkan $a=1$, $b=1$, dan $c=1$. Nilai a , b , dan c nampaknya didapatkan setelah melakukan beberapa percobaan. Permisalan itu menghasilkan persamaan garis $x - y + 3 = 0$, $2x + y - 1 = 0$, dan $2y - x + 1 = 0$. Els menuliskan titik potong ketiga garis yaitu $A(-1, -4)$, $B(0.6, -0.2)$, dan $C(-0.7, 2.3)$ sebagaimana pada gambar grafik.

Dengan begitu dapat diperoleh syarat dan hubungan a , b dan c menjadi segitiga siku-siku:

-) kedua garis saling tegak lurus ($AC \perp CB$)
-) Titik koordinat titik A , B dan $C \neq 0$
-) garis a , b dan c saling berpotongan
-) garis a , b dan c tidak sejajar.

Gambar 2. Simpulan Els

Gambar 2 memperlihatkan simpulan Els. Els memberikan simpulan mengenai syarat dan hubungan a , b , dan c , yaitu (1) kedua garis saling tegak lurus, (2) titik koordinat titik A , B , dan $C \neq 0$, (3) garis a , b , dan c saling tegak berpotongan, (4)

garis a , b , dan c tidak sejajar. Nampaknya empat simpulan Els belum menjadi simpulan yang benar. Selain itu, simpulan yang diberikan tidak jelas dan ambigu. Misalkan, tidak dijelaskan kedua garis saling tegak lurus, dan a , b , dan c bukan garis tetapi koefisien dan konstanta dari persamaan garis. Jadi, simpulan Els belum menjawab pertanyaan pada soal secara benar.

Cuplikan jawaban Els merupakan bagian dari mayoritas jawaban mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika open-ended. Apabila dicermati jawaban keseluruhan mahasiswa, mayoritas memperoleh dugaan dari mencoba beberapa nilai a , b , dan c yang disubstitusikan pada ketiga persamaan garis hingga berpotongan membentuk segitiga siku-siku. Strategi yang digunakan mahasiswa cenderung pada guess and check. Sejalan dengan (Capraro dkk., [2012](#)) bahwa rata-rata mahasiswa menyelesaikan masalah segitiga menggunakan strategi guess and check. Lebih lanjut, mayoritas mahasiswa menggunakan tebakan secara acak dan mencoba sehingga memunculkan tingkat frustrasi yang tinggi dan memerlukan waktu yang lama untuk menghasilkan solusi yang beragam. Namun, mayoritas mahasiswa menuliskan satu nilai a , b , dan c sebagai dugaan, tetapi simpulan yang dibuat bersifat umum. Tentu ini tidak bisa dianggap benar. Hasil penelitian ini sejalan dengan (Barham, [2020](#)) bahwa meskipun mahasiswa dapat menyelesaikan masalah, namun solusi yang didapat masih bersifat permukaan karena mahasiswa belum memahami masalah dengan benar. Selain itu, (Laamena et al., [2018](#)) juga menunjukkan mayoritas mahasiswa menggunakan contoh nilai variabel yang ditanyakan sebagai alat eksplorasi, untuk membuktikan kebenaran pernyataan matematika, dan untuk meyakinkan kebenaran pernyataan.

Simpulan

Pertanyaan yang diajukan oleh mahasiswa menjadi cermin seberapa dalam pemahaman suatu konsep matematika dan pengetahuan procedural. Ada delapan jenis pertanyaan yang diajukan, yaitu pertanyaan tentang definisi, pertanyaan tentang syarat atau kondisi, pertanyaan tentang prosedur penyelesaian, pertanyaan tentang apa yang ditanyakan pada soal, pertanyaan tentang formula, bertanya untuk memunculkan dugaan, pertanyaan tentang informasi yang spesifik, pertanyaan tentang akibat jika diberikan situasi tertentu. Namun, mayoritas mahasiswa bertanya tentang prosedur penyelesaian. Selain itu, mayoritas mahasiswa menggunakan strategi tebak dan periksa dalam menyelesaikan masalah open-ended.

Ucapan Terima Kasih

Peneliti mengucapkan terima kasih kepada LPPM UNISSULA yang telah memberikan dukungan moril maupun materiil untuk penelitian ini (nomor kontrak penelitian: 246/B.1/SA-LPPM/VII/2021).

Daftar Pustaka

- Aguiar, O. G., Mortimer, E. F., & Scott, P. (2010). Learning From and Responding to Students' Questions: The Authoritative and Dialogic Tension. *Journal of Research in Science Teaching*, 47(2), 174–193. <https://doi.org/10.1002/tea.20315>
- Aizikovitsh-Udi, E., & Star, J. (2011). The Skill of Asking Good Questions in Mathematics Teaching. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 15, 1354–1358. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.03.291>
- Aziza, M. (2018). An Analysis of a Teacher's Questioning Related to Students' Responses and Mathematical Creativity an An Elementary School in The UK. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(4), 475–487. <https://doi.org/10.26822/iejee.2018438138>
- Bahar, A., & June Maker, C. (2015). Cognitive Backgrounds of Problem Solving: A Comparison of Open-Ended vs. Closed Mathematics Problems. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1531–1546. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1410a>
- Bailey, J. (2017). Embedding Problem-Solving in a Primary Mathematics Programme. *Waikato Journal of Education*, 22(4), 4–18. <https://doi.org/10.15663/wje.v22i4>
- Barham, A. I. (2020). Investigating the Development of Pre-Service Teachers' Problem-Solving Strategies via Problem-Solving Mathematics Classes. *European Journal of Educational Research*, 9(1), 129–141. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.9.1.129>
- Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The Importance, Nature, and Impact of Teacher Questions. *Proceedings of The Twenty-Sixth Annual Meeting of the North American Chapter of The International Group for The Psychology of Mathematics Education*, 2(10), 774–790.
- Bransford, J. D., Sherwood, R. D., & Sturdevant, T. (1984). *Teaching Thinking and Problem Solving. Technical Report Series 85.1.2*. New York USA.
- Callejo, M. L., & Vila, A. (2009). Approach to Mathematical Problem Solving and Students' Belief Systems: Two Case Studies. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 111–126. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9195-z>
- Capraro, M. M., An, S. A., Ma, T., Rangel-Chavez, A. F., & Harbaugh, A. (2012). An Investigation of Preservice Teachers' Use of Guess and Check in Solving A Semi Open-Ended Mathematics Problem. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 105–116. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.10.002>
- Chan, C., Lee, E., & Aalst V. J. (2001). Assessing and Fostering Knowledge Building Inquiry and Discourse in *Biennial Meeting of the European Association for Learning and Instruction*. Hongkong: The University of Hong Kong
- Chen, L., Akarsu, M., & Bofferding, L. (2022). Finding the Boundary of Kindergarteners' Subtraction Understanding: Prospective Teachers' Problem Development and Questioning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25(1), 91–118. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09481-1>
- Cifarelli, V. V., & Cai, J. (2005). The Evolution of Mathematical Explorations in Open-Ended Problem-Solving Situations. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3), 302–324. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.007>
- David H, J. (2011). *Learning to Solve Problems: A Handbook for Designing Problems-Solving Learning Environments*. New York USA: Routledge: Taylor & Francis Group.
- Dewey, J. (1933). *How we think*. Massachusetts: D.C Heath and Company.
- Erdogan, I. (2017). Turkish Elementary Students' Classroom Discourse: Effects of Structured and Guided Inquiry Experiences That Stimulate Student Questions and Curiosity. *International Journal of Environmental and Science Education*, 12(5), 1111–1137.

- Erdogan, I., & Campbell, T. (2008). Teacher Questioning and Interaction Patterns in Classrooms Facilitated With Differing Levels of Constructivist Teaching Practices. *International Journal of Science Education*, 30(14), 1891–1914. <https://doi.org/10.1080/09500690701587028>
- Ertmer, P. A., Sadaf, A., & Ertmer, D. (2011). Designing Effective Question Prompts to Facilitate Critical Thinking in Online Discussions. *Design Principles and Practice: An International Journal*, 5(4), 1-10. <https://doi.org/10.18848/1833-1874/CGP/v05i04/38121>
- Good, T. L., Slavings, R. L., Harel, K. H., & Emerson, H. (1987). Student Passivity: A Study of Question Asking in K-12 Classrooms. *Sociology of Education*, 60(3), 181-191. <https://doi.org/10.2307/2112275>
- Ho, K. F., & Hedberg, J. G. (2005). Teachers ' Pedagogies and Their Impact on Students ' Mathematical Problem Solving . *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 238–252. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.006>
- Ibrahim, I., & Widodo, S. A. (2020). Advocacy Approach with Open-Ended Problems to Mathematical Creative Thinking Ability. *Infinity Journal*, 9(1), 93-103. <https://doi.org/10.22460/infinity.v9i1.p93-102>
- Inel-Ekici, D., & Ekici, M. (2022). Mobile Inquiry and Inquiry-Based Science Learning in Higher Education: Advantages, Challenges, and Attitudes. *Asia Pacific Education Review*, 23(3), 427–444. <https://doi.org/10.1007/s12564-021-09729-2>
- Jirout, J., & Klahr, D. (2020). Questions and Some Answers About Young Children's Questions. *Journal of Cognition and Development*, 21(5), 729–753. <https://doi.org/10.1080/15248372.2020.1832492>
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1987). *Problem solving: A handbook for teacher*. Boston: Allyn & Bacon.
- Laamena, C. M., Nusantara, T., Irawan, E. B., & Muksar, M. (2018). How do The Undergraduate Students Use an Example in Mathematical Proof Construction: A Study Based on Argumentation and Proving Activity. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 185–198. <https://doi.org/https://doi.org/10.12973/iejme/3836>
- Ley, J., Attard, C., & Holmes, K. (2018). The Five Question Approach: Disrupting the Linear Approach to Mathematics Teaching. *Making Waves, Opening Spaces (Proceedings of the 41st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)*, 479–486.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. Dalam *Icme 13*. Germany: Springer.
- Masitah, S. (2013). Review of Effective Teacher Questioning in Mathematics Classrooms. *International Journal of Humanities and Social Science*, 3(17), 224–231.
- Morgan, N., & Saxton, J. (1991). *Teaching, Questioning and Learning*. New York USA: Routledge.
- Ortiz, E. (2016). The Problem-Solving Process in a Mathematics Classroom. *Transformation*, 1(1), 1-10.
- Otero, J., & Graesser, A. C. (2001). PREG: Elements of A Model of Question Asking. *Cognition and Instruction*, 19(2), 143–175. https://doi.org/10.1207/S1532690XCI1902_01
- Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L. A., Jong, T., Zacharia, Z. C., & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of Inquiry-Based Learning: Definitions and The Inquiry Cycle. *Educational Research Review*, 14(1), 47–61. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.02.003>
- Phonapichat, P., Wongwanich, S., & Sujiva, S. (2014). An Analysis of Elementary School Students' Difficulties in Mathematical Problem Solving. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 116(2012), 3169–3174. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.728>
- Polya, G. (1973). *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University Press.
- Purdum-Cassidy, B., Nesmith, S., Meyer, R. D., & Cooper, S. (2015). What Are They Asking? an Analysis of The Questions Planned by Prospective Teachers When Integrating Literature in Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(1), 79–99. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9274-7>

- Rahayuningsih, S., Sirajuddin, S., & Ikram, M. (2021). Using Open-ended Problem- Solving Tests to Identify Students ' Mathematical Creative Thinking Ability. *Participatory Educational Research (PER)*, 8(10), 285–299. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.17275/per.21.66.8.3>
- Rowell, P. M., & Ebbers, M. (2004). Shaping School Science: Competing Discourses in An Inquiry-Based Elementary Program. *International Journal of Science Education*, 26(8), 915–934. <https://doi.org/10.1080/1468181032000158345>
- Saracoglu, M. (2022). Reflective Thinking and Inquiry Skills as Predictors of Self-Efficacy in Teaching Mathematics. *Problems of Education in the 21st Century*, 80(1), 213–230.
- Tawfik, A. A., Graesser, A., Gatewood, J., & Gishbaugher, J. (2020). Role of Questions in Inquiry-Based Instruction: Towards A Design Taxonomy for Question-Asking and Implications for Design. *Educational Technology Research and Development*, 68(2), 653–678. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09738-9>
- Wang, L., Cao, C., Zhou, X., & Qi, C. (2022). Spatial Abilities Associated with Open Math Problem Solving. *Applied Cognitive Psychology*, 36(2), 306–317. <https://doi.org/10.1002/acp.3919>
- Wood, A. T., & Anderson, C. H. (2001). The Case Study Method: Critical Thinking Enhanced by Effective Teacher Questioning Skills. *Annual International Conference of the World Association for Case Method Research & Application*, 1–12.
- Yee, F. P. (2002). Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding. *Proceedings of the 4 The International Conference on The Humanistic Renaissance in Mathematics Education*. Italy: Palermo.
- Yin, R. K. (2018). Case Study Research and Applications: Design and Methods. *Journal of Hospitality & Tourism Research*, 6(53), 1-10. <https://doi.org/10.1177/109634809702100108>
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Hidayanto, E., Sulandra, I. M., & As'ari, A. R. (2019). Exploring Prospective Student Teacher's Question on Mathematics Teaching Practice. *Journal of Technology and Science Education*, 9(2), 228–237. <https://doi.org/10.3926/jotse.465>
- Zayyadi, M., Nusantara, T., Hidayanto, E., Sulandra, I. M., & Rahman, A. (2019). Journal of Technology and Science Education EXPLORING PROSPECTIVE STUDENT TEACHER ' S QUESTION. *Journal of Technology and Science Education*, 9(2), 228–237.
- Zengin, Y. (2017). The Effects of Geogebra Software on Pre-Service Mathematics Teachers' Attitudes and Views Toward Proof and Proving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48, 1002–1022. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1298855>
- Zulnaidi, H., & Zamri, S. N. A. S. (2017). The Effectiveness of The Geogebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge on Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 2155–2180. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01219a>