

Penggunaan Rantai Markov Orde Dua untuk Menganalisis Ketersediaan Pemasaran Produk Sampo Z di Swalayan Pamella 1 Yogyakarta

SYARIFAH INAYATI¹, NUR MUHAIMI

¹Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta
Jl. Colombo Nomor 1 Yogyakarta 55281
Email: syarifah.inayati@uny.ac.id

Abstrak

Persaingan dunia industri yang semakin pesat saat ini mendorong setiap perusahaan untuk memperhitungkan ketersediaan produk yang akan mereka jual, sehingga dapat meminimalisir kerugian yang akan terjadi. Sampo merupakan salah satu produk kosmetik yang memiliki banyak variasi produk dari segi isi kandungan, manfaat, dan juga ukuran, sehingga dapat terjadi persaingan antar produk itu sendiri. Dalam makalah ini, penulis ingin mengevaluasi ketersediaan pemasaran produk sampo Z di swalayan Pamella 1 Yogyakarta dengan menggunakan rantai Markov orde dua, sehingga tingkat penjualan dapat optimal. Model rantai Markov ini menggunakan nilai saat ini dan sebelumnya untuk menggambarkan tingkat ketersediaan produk pada periode berikutnya. Data diambil dari penjualan produk bulanan pada Januari 2015 sampai dengan Juni 2017. Berdasarkan perhitungan tujuh belas varian produk sampo Z yang tersedia, produk yang paling menguasai pangsa pasar adalah sampo Z17 dan yang paling tidak diminati adalah sampo Z2. Dapat diprediksi bahwa rata-rata penjualan produk sampo di bulan Juli 2017 akan menurun dari penjualan rata-rata di bulan Juni 2017 hingga 0,06

Kata kunci: ketersediaan sampo, pangsa pasar, rantai Markov.

Abstract

The increasingly rapid competition in the industrial world now encourages every company to take into account the availability of the products they will sell, so as to minimize the losses that will occur. A second-order Markov chain model is used to evaluate the availability of a product that controls market share. This model uses the current and preceding values to describe the level of product availability in the next period. The goal is to optimize the level of product sales. In this paper, the model is applied to evaluate the readiness of marketing of Z shampoo products on Pamella 1 supermarket in Yogyakarta. The data is taken from monthly product sales from January 2015 to June 2017. Based on the calculation of the seventeen variants of Z shampoo products available, the most popular product is Z17 shampoo, and the least desirable is the Z2 shampoo. It can be predicted that the average sales of shampoo products in July 2017 will decrease from the average sales in June 2017 to 0.06

Keywords: the availability of shampoo, market share, Markov chain.

1. PENDAHULUAN

Rantai Markov adalah proses stokastik yang dapat diukur dengan secara empiris memperkirakan probabilitas transisi pada suatu keadaan diskrit dalam sistem yang diamati (Heiko [1]). Sebagai alat dalam riset operasi untuk pengambilan keputusan manajerial, rantai Markov telah banyak digunakan untuk menganalisis perpindahan merek (brand switching) dalam pemasaran, perhitungan rekening-rekening, jasa-jasa penyewaan mobil, perencanaan penjualan, masalah-masalah persediaan, pemeliharaan mesin, antrian, perubahan harga pasar saham, administrasi rumah sakit, dan sebagainya (Vantika dan Pasaribu [2]).

Dalam penerapannya pada masalah persediaan, rantai Markov telah banyak digunakan untuk melakukan pemodelan bermacam-macam sistem dan proses bisnis. Teknik ini dapat digunakan untuk memprediksi perubahan yang akan terjadi di masa depan berdasarkan beberapa informasi di masa lalu. Semakin pesatnya persaingan dalam dunia industri, mendorong setiap perusahaan untuk mampu bersaing dengan mengedepankan produk berupa barang atau jasa yang ditawarkannya.

Sampo adalah salah satu kosmetik pembersih rambut dan kulit kepala dari segala macam kotoran, baik yang berupa minyak, debu, sel-sel yang sudah mati dan sebagainya (Latifah [3]). Sampo memiliki banyak variasi produk dari segi isi kandungan, manfaat, dan juga ukuran, sehingga dapat terjadi persaingan antar produk itu sendiri. Untuk itu, toko, swalayan atau industri penjual produk ini harus berhati-hati dalam memperhitungkan ketersediaan produk-produk yang akan mereka jual, sehingga dapat meminimalisir kerugian yang akan terjadi.

Dalam penelitian ini model rantai Markov orde dua digunakan untuk mengevaluasi ketersediaan produk yang menguasai pangsa pasar dan ketersediaan sampo Z di Swalayan Pamela 1 Yogyakarta. Hasil evaluasi berupa produk mana yang paling menguasai pangsa pasar dan yang paling tidak menguasai berdasarkan data yang diperoleh, kemudian hasil yang diperoleh juga dapat digunakan untuk memprediksi ketersediaan produk sampo Z beserta variasinya pada periode bulan berikutnya. Penggunaan model rantai Markov orde dua ini memiliki hasil yang lebih akurat dibandingkan model rantai markov orde satu dalam arti hasil analisis model rantai Markov orde dua lebih mendekati hasil simulasi (Paranchych dan Beaulieu [4]). Hal ini dikarenakan, pada model orde satu pembentukan matriks probabilitas transisi dari keadaan saat ini ke keadaan selanjutnya hanya bergantung pada nilai keadaan saat ini sedangkan pada model rantai markov orde dua menggunakan nilai keadaan saat ini dan sebelumnya untuk menggambarkan keadaan berikutnya. Hasil yang diperoleh diharapkan dapat memberikan informasi dalam upaya pengambilan keputusan agar tingkat penjualan dapat optimal.

2. RANTAI MARKOV

Rantai Markov adalah penerapan baru dari pemrograman dinamis untuk menyelesaikan suatu proses stokastik yang dapat dijelaskan oleh sejumlah state yang terbatas (Ross [5]). Dalam rantai markov, rangkaian proses kejadian berarti bahwa peluang bersyarat kejadian yang akan datang tergantung pada kejadian sekarang (Shamshad et al. [6]).

Proses stokastik adalah serangkaian variable random X_t , dengan $t = 0, 1, 2, \dots, n$ merupakan indeks waktu atau deretan. Sebuah proses stokastik memperlihatkan sifat-sifat markov jika $(P(X)_{t+1} = j | X_t = i) = (P(X)_{t+1} = j | X_t = i, X_{t-1} = i_1, X_{t-2} = i_2, \dots, X_0 = i_t)$ untuk setiap $t = 0, 1, 2, \dots, n$ dan setiap deretan j, i, i_1, \dots, i_t . Dengan kata lain probabilitas kejadian $t + 1$ tergantung keadaan pada waktu t . Probabilitas bersyaratnya $P(X_{t+1} = j | X_t = i) = P_{ij}$ disebut probabilitas transisi 1-langkah dan dikatakan stasioner jika probabilitas transisi yang

dihitung bebas terhadap peubah waktu t . Matriks probabilitas transisi dapat dinotasikan sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0n} \\ P_{10} & P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n0} & P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix}$$

dengan $\sum_{j=0}^n P_{ij} = 1$, untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$, $P_{ij} \geq 0$ untuk setiap i, j adalah keadaan diskrit. (Shamshad et al., [6]).

Dalam Touama [7], probabilitas state pada waktu t dapat diperkirakan dari frekuensi relatif state n , jika f_{ij} adalah jumlah transisi dari keadaan i ke keadaan j dalam urutan data maka kemungkinan maksimum perkiraan probabilitas transisi dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$P_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sum_{i=0}^n f_{ij}}, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Selanjutnya, penulis akan menggunakan persamaan (1) untuk data penjualan produk sampo Z.

Rantai markov orde pertama adalah rantai markov yang hanya bergantung pada satu nilai sebelumnya. Probabilitas transisi pada orde pertama atau 1-langkah dapat di modelkan sebagai berikut (Paranchych dan Beaulieu [4]).

$$P(X_{t+1} = j | X_t = 1, X_{t-1} = i_1, X_{t-2} = i_2, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{t+1} = j | X_t = i) = P_{ij} \quad (2)$$

dengan distribusi bersyarat X_{t+1} , diberikan keadaan-keadaan lampau X_0, X_1, \dots, X_{t-1} dan keadaan sekarang X_t , hanya bergantung pada keadaan sekarang dengan keadaan-keadaan (states) $i_0, i_1, \dots, i_{t-1}, i, j$.

Rantai markov orde kedua atau orde tinggi adalah rantai markov yang bergantung pada dua atau lebih nilai yang sebelumnya. Probabilitas transisi pada orde kedua atau 2-langkah dapat di modelkan sebagai berikut (Paranchych dan Beaulieu [4]).

$$P(X_{t+1} = j | X_t = i, X_{t-1} = i_2, \dots, X_0 = i_0) = P(X_{t+1} = j | X_t = i, X_{t-1} = i_{t-1}) = P_{ij} \quad (3)$$

dengan distribusi bersyarat X_{t+1} , diberikan keadaan-keadaan lampau X_0, X_1, \dots, X_{t-1} dan keadaan sekarang X_t , hanya bergantung pada keadaan sekarang dengan keadaan-keadaan (states) $i_0, i_1, \dots, i_{t-1}, i, j$.

Analisa rantai Markov dapat diterapkan dalam kasus dengan beberapa syarat sebagai berikut: (1) Jumlah peluang transisi untuk suatu keadaan awal dari system sama dengan satu; (2) Peluang-peluang tersebut berlaku untuk semua partisipan dalam system; dan (3) Peluang transisi tidak akan berubah untuk selamanya. Dalam proses Analisis rantai Markov, terdapat tiga prosedur utama untuk dilakukan yaitu: (1) Menyusun matriks peluang transisi, (2) Menghitung peluang suatu kejadian di waktu yang akan datang, dan (3) Menentukan kondisi steady state.

Proses markov akan menuju pada steady state (keseimbangan) artinya setelah proses berjalan selama beberapa periode, probabilitas yang dihasilkan akan bernilai tetap, dan probabilitas ini dinamakan Probabilitas steady state. Menentukan Probabilitas steady state dilakukan dengan menguraikan setiap peluang state tersebut dalam sebuah vektor kolom atau vektor keadaan. Steady state dapat ditentukan dengan probabilitas state awal, vektor state probabilitas berada pada state j setelah t -langkah ($S(t) = [S_j(t)]$), dengan mencari (Kao [7])

$$S(t) = S(0).P, t = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

dengan $S_j(t) = P(X_t = j | S(0))$. Vektor state probabilitas menunjukkan perilaku ketergantungan waktu dari rantai markov di bawah vektor probabilitas *state* awal $S(0)$, dengan

$$S(0) = [P_0^0 \quad P_1^0 \quad P_2^0 \quad P_3^0] \quad (5)$$

dengan $P_i^0, i = 0, 1, 2, 3$ menyatakan peluang pada *state* i dalam periode waktu tertentu.

Selanjutnya, untuk menghitung prediksi ketersediaan barang diwaktu mendatang membutuhkan nilai saat ini dan persentase yang telah dicapai dari naik dan turunnya suatu kejadian dalam kurun waktu tertentu hingga saat ini. Nilai prediksi tersebut dapat dihitung dengan model berikut:

$$\text{Prediksi barang yang akan datang} = \text{banyak barang saat ini} + (\text{banyak barang saat ini} \times \text{persentase kenaikan}) - (\text{banyak barang saat ini} \times \text{persentase penurunan}) \quad (6)$$

3. PEMODELAN PENJUALAN SAMPO

Pada penelitian ini, data sekunder yang diambil yaitu data penjualan tujuh belas varian sampo Z yang terjual selama periode dua setengah tahun antara Januari 2015 sampai dengan Juni 2017 di Swalayan Pamella 1, Yogyakarta (data terlampir pada Tabel L1). Daftar produk variasi dari sampo Z yang akan dianalisis terdapat pada Tabel 1. Data yang diambil berupa data perbulan penjualan produk tersebut.

TABEL 1. Daftar produk variasi sampo Z

Variasi	Deskripsi
Z1	Sampo Z1 10 ml
Z2	Sampo Z2 320 ml
Z3	Sampo Z3 70 ml
Z4	Sampo Z4 70 ml
Z5	Sampo Z5 10 ml
Z6	Sampo Z6 160 ml
Z7	Sampo Z7 70 ml
Z8	Sampo Z8 170 ml
Z9	Sampo Z9 320 ml
Z10	Sampo Z10 70 ml
Z11	Sampo Z11 160 ml
Z12	Sampo Z12 10 ml
Z13	Sampo Z13 320 ml
Z14	Sampo Z14 70 ml
Z15	Sampo Z15 160 ml
Z16	Sampo Z16 320 ml
Z17	Sampo Z17 10 ml

Berdasarkan data penjualan produk Sampo Z di swalayan Pamella 1, diperoleh informasi peralihan state (X) yang terjadi setiap bulannya. Hasil data penjualan yang menurun setiap bulannya menjelaskan tentang kehilangan konsumen, sedangkan data penjualan yang meningkat menjelaskan tentang perolehan konsumen terhadap produk tersebut. Perolehan konsumen dan kehilangan konsumen dapat diasumsikan seperti berikut:

$$X_t = \begin{cases} \text{state } P, & \text{untuk Perolehan pada waktu ke } t \\ \text{state } K, & \text{untuk Kehilangan pada waktu ke } t \end{cases} \quad (7)$$

Orde kedua pada rantai markov memperhatikan state saat ini (X_t) dan kemarin (X_{t-1}) untuk menentukan state besok atau yang akan datang (X_{t+1}). Nilai 0 menyatakan untuk P atau perolehan konsumen sedangkan untuk K atau kehilangan konsumen bernilai 1. Model rantai markov yang digunakan;

$$P(X_{t+1}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_1) = P(X_{t+1}|X_t, X_{t-1}) \quad (8)$$

Sehingga dapat diasumsikan

$$Y_t = \begin{cases} \text{state 0 } X_t = 0, X_{t-1} = 0 & PP \\ \text{state 1 } X_t = 0, X_{t-1} = 1 & PK \\ \text{state 2 } X_t = 1, X_{t-1} = 0 & KP \\ \text{state 3 } X_t = 1, X_{t-1} = 1 & KK \end{cases} \quad (9)$$

Dengan model rantai markov baru:

$$P(Y_{t+1}|Y_t, Y_{t-1}) = P(X_{t+1}, X_t|X_t, X_{t-1}) = P(Y_{t+1}|Y_t) \quad (10)$$

Sehingga diperoleh matriks probabilitas transisi sebagai berikut

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

dengan probabilitas dari masing-masing elemen dapat diperoleh menggunakan persamaan (9) dan (10).

Selanjutnya akan dijelaskan bagaimana memperoleh matriks probabilitas transisi untuk semua varian sampo yang akan dianalisis serta pembahasannya.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Orde kedua pada matriks probabilitas transisi dan steady state. Berdasarkan data penjualan produk Sampo Z di swayalan Pamela 1, akan dibentuk matriks probabilitas dengan menunjukkan proses peralihan dan menentukan jumlah frekuensi peralihan state (f_{ij}) dua bulan terakhir untuk menentukan bulan berikutnya seperti berikut. dengan menggunakan

TABEL 2. Jumlah frekuensi peralihan *state* (f_{ij}) untuk 17 varian sampo Z pada Januari 2015 sampai dengan Juni 2017

Zi	f ₀₀	f ₀₁	f ₀₂	f ₀₃	f ₁₀	f ₁₁	f ₁₂	f ₁₃	f ₂₀	f ₂₁	f ₂₂	f ₂₃	f ₃₀	f ₃₁	f ₃₂	f ₃₃
Z1	1	0	5	0	1	0	5	0	0	5	0	2	0	6	0	2
Z2	1	0	1	0	5	0	1	0	0	1	0	8	0	4	0	3
Z3	2	0	3	0	5	0	3	0	0	3	0	6	0	3	0	2
Z4	0	0	2	0	4	0	2	0	0	2	0	7	0	4	0	4
Z5	1	0	4	0	6	0	4	0	0	4	0	6	0	3	0	0
Z6	1	0	3	0	6	0	3	0	0	3	0	7	0	3	0	1
Z7	2	0	4	0	7	0	4	0	0	4	0	5	0	2	0	0
Z8	1	0	2	0	4	0	2	0	0	2	0	7	0	5	0	1
Z9	3	0	4	0	4	0	4	0	0	4	0	3	0	3	0	2
Z10	0	0	3	0	6	0	3	0	0	3	0	6	0	4	0	2
Z11	3	0	5	0	4	0	5	0	0	5	0	3	0	3	0	1
Z12	5	0	2	0	2	0	2	0	0	2	0	5	0	5	0	0
Z13	0	0	3	0	5	0	3	0	0	3	0	6	0	4	0	3
Z14	0	0	5	0	8	0	5	0	0	5	0	5	0	1	0	1
Z15	1	0	2	0	4	0	2	0	0	2	0	7	0	4	0	3
Z16	2	0	4	0	3	0	3	0	0	3	0	4	0	4	0	3
Z17	1	0	4	0	5	0	4	0	0	4	0	5	0	3	0	2

(1), maka diperoleh matriks probabilitas transisi orde kedua untuk setiap varian sampo Z yang setiap elemen matriksnya disajikan pada tabel 3. Setelah diperoleh matriks probabilitas transisi maka akan dicari *steady state* $S(t)$ pada rantai markov orde kedua. Diketahui matriks probabilitas transisi P dan vektor probabilitas *state* awal $S(0) = [0.2500 \quad 0.25000 \quad 0.25000 \quad 0.25000]$,

TABEL 3. Elemen matriks probabilitas tramsisi P untuk 17 varian sampo Z

Zi	P ₀₀	P ₀₁	P ₀₂	P ₀₃	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₂₀	P ₂₁	P ₂₂	P ₂₃	P ₃₀	P ₃₁	P ₃₂	P ₃₃
Z1	0.1667	0	0.8333	0	0.1667	0	0.8333	0	0	0.7143	0	0.2857	0	0.7500	0	0.2500
Z2	0.5	0	0.5	0	0.5556	0	0.4444	0	0	0.1111	0	0.8889	0	0.5714	0	0.4286
Z3	0.4	0	0.6	0	0.625	0	0.375	0	0	0.3333	0	0.6667	0	0.6	0	0.4
Z4	0	0	1	0	0.5	0	0.5	0	0	0.2222	0	0.7778	0	0.5	0	0.5
Z5	0.2	0	0.8	0	0.6667	0	0.3333	0	0	0.4	0	0.6	0	1	0	0
Z6	0.25	0	0.75	0	0.6667	0	0.3333	0	0	0.3	0	0.7	0	0.75	0	0.25
Z7	0.3333	0	0.6667	0	0.7	0	0.3	0	0	0.4444	0	0.5556	0	1	0	0
Z8	0.3333	0	0.6667	0	0.4444	0	0.3	0	0	0.2222	0	0.7778	0	0.8333	0	0.1667
Z9	0.4286	0	0.5714	0	0.5	0	0.5	0	0	0.5714	0	0.4286	0	0.6	0	0.4
Z10	0	0	1	0	0.6667	0	0.3333	0	0	0.3333	0	0.6667	0	0.6667	0	0.3333
Z11	0.375	0	0.625	0	0.5714	0	0.4286	0	0	0.625	0	0.375	0	0.75	0	0.25
Z12	0.625	0	0.375	0	0.2857	0	0.7143	0	0	0.2857	0	0.7143	0	1	0	0
Z13	0	0	1	0	0.625	0	0.375	0	0	0.3333	0	0.6667	0	0.5714	0	0.4286
Z14	0	0	1	0	0.8	0	0.2	0	0	0.5	0	0.5	0	0.5	0	0.5
Z15	0.3333	0	0.6667	0	0.5	0	0.5	0	0	0.2222	0	0.7778	0	0.5714	0	0.4286
Z16	0.3333	0	0.6667	0	0.4286	0	0.5714	0	0	0.4286	0	0.5714	0	0.5714	0	0.4286
Z17	0.2	0	0.8	0	0.625	0	0.375	0	0	0.4444	0	0.5556	0	0.6	0	0.4

kemudian untuk menghitung probabilitas steady state pada masing-masing varian produk sampo menggunakan persamaan (4). Perhitungan ini akan berlangsung secara iteratif untuk periode ke-*t* dan akan mencapai keadaan *steady state* setelah probabilitas yang dihasilkan akan bernilai tetap. Hasil dari perhitungan ini akan lebih mudah diperoleh dengan menggunakan program matlab. Hasil perhitungan disajikan pada tabel 4. Diperoleh hasil bahwa

TABEL 4. Elemen matriks probabilitas steady state untuk 17 varian sampo Z

Zi	P ₀ ⁿ	P ₁ ⁿ	P ₂ ⁿ	P ₃ ⁿ
Z1	0.0775	0.3875	0.3875	0.1476
Z2	0.2381	0.2143	0.2143	0.3330
Z3	0.2508	0.2408	0.2408	0.2676
Z4	0.1233	0.2466	0.2466	0.3836
Z5	0.2427	0.2913	0.2913	0.1748
Z6	0.2326	0.2616	0.2616	0.2442
Z7	0.2912	0.2773	0.2773	0.1541
Z8	0.1852	0.2778	0.2778	0.2593
Z9	0.2438	0.2786	0.2786	0.1990
Z10	0.1818	0.2727	0.2727	0.2727
Z11	0.2678	0.2929	0.2929	0.1464
Z12	0.2192	0.2877	0.2877	0.2055
Z13	0.1648	0.2637	0.2637	0.3077
Z14	0.2000	0.2750	0.2500	0.2750
Z15	0.1824	0.2432	0.2432	0.3311
Z16	0.1765	0.2745	0.2745	0.2745
Z17	0.2107	0.2697	0.2697	0.2498

dari setiap varian sampo mencapai keadaan steady state $S(n) = [P_0^n, P_1^n, P_2^n, P_3^n]$, sehingga diperoleh jumlah kejadian perpindahan pada kondisi yang stabil untuk masing-masing varian sebagai berikut disajikan pada tabel 5.

4.2. **Pasang pasar produk sampo Z.** Pangsa pasar dapat ditentukan dari perolehan jumlah kejadian perpindahan di kondisi yang stabil pada orde kedua sebelumnya. Diketahui persamaan (9). Sehingga dapat dibentuk kembali ke persamaan

$$X_t = \begin{cases} \text{state 0 untuk Perolehan P pada waktu ke } t \\ \text{state 1 untuk Kehilangan P pada waktu ke } t \end{cases} \tag{12}$$

TABEL 5. Jumlah kejadian perpindahan di kondisi yang stabil pada orde kedua untuk 17 varian

Zi	f_{00}	f_{01}	f_{10}	f_{11}
Z1	2	10	10	4
Z2	6	6	6	9
Z3	7	7	7	7
Z4	3	7	7	10
Z5	7	8	8	10
Z6	6	7	7	7
Z7	8	7	7	4
Z8	5	7	7	7
Z9	7	8	8	5
Z10	5	7	7	7
Z11	7	8	8	4
Z12	6	8	8	6
Z13	4	7	7	8
Z14	6	7	7	7
Z15	5	7	7	9
Z16	5	7	7	7
Z17	6	7	7	7

Sehingga akan dibentuk matiks probabilitas transisi yang baru;

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{PP}{PP+PK} & \frac{PK}{PP+PK} \\ \frac{KP}{KP+KK} & \frac{KK}{KP+KK} \end{bmatrix} \tag{13}$$

Setelah diketahui matriks probabilitas transisi yang baru dapat ditentukan keadaan stasioner pada penjualan produk sampo Z dengan vektor probabilitas awal proses $S(0)$. Probabilitas state awal yaitu:

$$S(0) = [P_0^0, P_1^0]$$

Dengan nilai probabilitas P_0^0 diperoleh dari jumlah kondisi perolehan konsumen P, dibagi dengan jumlah kejadian perpindahan konsumen dan P_1^0 diperoleh dari jumlah kondisi kehilangan konsumen K, dibagi dengan jumlah kejadian perpindahan konsumen tersebut.

Dari data jumlah kejadian perpindahan di kondisi yang stabil pada orde kedua pada tabel 5 diperoleh matriks probabilitas transisi baru yang disajikan pada tabel 6. Dengan menggunakan cara yang sama dengan mencari probabilitas steady state $S(t)$, apabila diperoleh probabilitas steady state $S(t)$ maka didapatkan kondisi yang stasioner dari perolehan dan kehilangan konsumen sebesar

$$S(n) = [P_0^n, P_1^n]$$

dengan setiap elemen matriks dapat disajikan pada tabel 7

TABEL 6. Elemen matriks probabilitas transisi yang baru untuk 17 varian sampo Z

Zi	P_{00}	P_{01}	P_{10}	P_{11}
Z1	0.1667	0.8333	0.7143	0.2857
Z2	0.5000	0.5000	0.4000	0.6000
Z3	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
Z4	0.3000	0.7000	0.4118	0.5882
Z5	0.4667	0.5333	0.6154	0.3846
Z6	0.4615	0.5385	0.5000	0.5000
Z7	0.5333	0.4667	0.6364	0.3636
Z8	0.4267	0.5833	0.5000	0.5000
Z9	0.4667	0.5333	0.6154	0.3846
Z10	0.4167	0.5833	0.5000	0.5000
Z11	0.4667	0.5333	0.6667	0.3333
Z12	0.4286	0.5714	0.5714	0.4286
Z13	0.3636	0.6364	0.4667	0.5333
Z14	0.4615	0.5385	0.5000	0.5000
Z16	0.4167	0.5833	0.4375	0.5625
Z16	0.4167	0.5833	0.5000	0.5000
Z17	0.4615	0.5385	0.5000	0.5000

TABEL 7. Elemen matriks probabilitas steady state untuk 17 varian sampo Z

Zi	P_0^n	P_1^n
Z1	0.4615	0.5385
Z2	0.4444	0.5556
Z3	0.5000	0.5000
Z4	0.3704	0.6296
Z5	0.5357	0.4643
Z6	0.4815	0.5185
Z7	0.5769	0.4231
Z8	0.4615	0.5385
Z9	0.5357	0.4643
Z10	0.4615	0.5385
Z11	0.5556	0.4444
Z12	0.5000	0.5000
Z13	0.4231	0.5769
Z14	0.4815	0.5185
Z15	0.4286	0.5714
Z16	0.4615	0.5385
Z17	0.4815	0.5185

4.3. Menghitung hasil prediksi & persentase ketersediaan produk yang akan datang. Berdasarkan dari hasil pangsa pasar dengan metode Rantai Markov dua setengah tahun terakhir dari Januari 2015 sampai dengan Juni 2017 pada 17 produk sampo Z, berdasarkan (6) maka didapat prediksi penjualan produk hampoo, yaitu;

$$\text{Prediksi Penjualan Juli 2017} = \text{Penjualan Juni 2017} + (\text{Penjualan Juni 2017} \times \text{perolehan}) - (\text{Penjualan Juni 2017} \times \text{kehilangan})$$

Sehingga untuk setiap penjualan variannya disajikan pada tabel 8.

TABEL 8. Hasil prediksi ketersediaan produk sampo Z

No.	Variasi	Persentase peralihan produk dari Januari 2015-Juni 2017		Penjualan Juni 2017 (pcs)	Prediksi penjualan Juli 2017 (pcs)	Presentase persediaan Juni 2017 (%)	Prediksi persediaan Juli 2017 (%)
		Perolehan	Kehilangan				
1	Z1	46.15%	53.85%	1044	964	12.13	12.99
2	Z2	44.44%	55.56%	7	6	0.08	0.09
3	Z3	50.00%	50.00%	27	27	0.34	0.34
4	Z4	37.04%	62.96%	41	30	0.38	0.51
5	Z5	53.57%	46.43%	1580	1693	21.30	19.65
6	Z6	48.15%	51.85%	40	39	0.48	0.50
7	Z7	57.69%	42.31%	58	67	0.84	0.72
8	Z8	46.15%	53.85%	12	11	0.14	0.15
9	Z9	53.57%	46.43%	8	9	0.11	0.10
10	Z10	46.15%	53.85%	27	25	0.31	0.34
11	Z11	55.56%	44.44%	45	50	0.63	0.56
12	Z12	50.00%	50.00%	2085	2085	26.24	25.94
13	Z13	42.31%	57.69%	8	7	0.09	0.10
14	Z14	48.15%	51.85%	27	26	0.33	0.34
15	Z15	42.86%	57.14%	80	69	0.86	1.00
16	Z16	46.15%	53.85%	16	15	0.19	0.20
17	Z17	48.15%	51.85%	2934	2825	35.56	36.50
Jumlah				8039	7947	100%	100%
Rata-rata				472,88	467,45		
Persentase rata-rata penjualan				4,73%	4,67%		

Tabel 8 menunjukkan bahwa, berdasarkan data penjualan produk sampo Z dalam kurun waktu dua setengah tahun di atas, dari ketujuh belas varian produk sampo Z, produk yang paling menguasai pangsa pasar adalah produk sampo Z17 dan yang paling tidak diminati adalah produk sampo Z₂. Dilihat dari persediaan produk yang akan datang (pada periode berikutnya) di bulan Juli 2017 akan menurun dari rata-rata penjualan Juni 2017 hingga 0.06%. Dengan prediksi pergeseran konsumsi masing-masing merek sampo dikalangan pelanggan swalayan Pamella 1 sebagai akibat perpindahan merek sampo pada periode berikutnya adalah produk Z1 menurun hingga 0.86%, Z2 menurun 0.01%, Z3 tetap, Z4 menurun 0.13%, Z5 meningkat 1.65%, Z6 menurun 0.02%, Z7 meningkat 0.12%, Z8 menurun 0.01%, Z9 meningkat 0.01%, Z10 menurun 0.03%, Z11 meningkat 0.07, Z12 meningkat 0.3%, Z13 menurun 0.01%, Z14 menurun 0.01%, Z15 menurun 0.14%, Z16 menurun 0.01%, dan Z17 menurun 0.94%.

5. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan sebelumnya diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

- Berdasarkan perhitungan tujuh belas varian produk sampo Z yang tersedia, produk yang paling menguasai pangsa pasar adalah produk sampo Z17 dan yang paling tidak diminati adalah produk sampo Z2.
- Berdasarkan data penjualan produk sampo Z dalam kurun waktu dua setengah tahun terakhir, dapat diprediksi bahwa persediaan produk di bulan Juli 2017 akan menurun dari rata-rata penjualan Juni 2017 hingga 0.06%. Dengan prediksi pergeseran konsumsi masing-masing merek sampo dikalangan pelanggan swalayan Pamella 1 sebagai akibat perpindahan merek sampo pada periode berikutnya yaitu produk Z5, Z7, Z9, Z11, dan Z12 mengalami peningkatan, produk Z1, Z2, Z4, Z6, Z8, Z10, Z13, Z14, Z15, Z16 dan Z17 mengalami penurunan, sedangkan produk Z3 tetap.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Heiko, B., 2000, Markov chain model for vegetation dynamics, *Ecological Modeling*, 126: 139-154.
- [2] Vantika, S., dan Pasaribu, U.S., 2015, Markov Chain for Estimating Human Mitochondrial DNA Mutation Pattern, *AIP Conference Proceedings* 1692, 020010 (2015).
- [3] Latifah, F., 2007, *Buku Pegangan Ilmu Pengetahuan Kosmetik*, Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- [4] Paranchych, D.W., dan Beaulieu, N.C., 1996, Use of Second Order Markov Chains to model digital symbol synchronizer performance, *IEE Proc.-Commun.*, Vol. 143, No. 5, October 1996.
- [5] Ross, S.M., 1996, *Stochastic Processes*, New York, John Wiley and Sons.
- [6] Shamshad, A., Bawadi, M.A., Wan Hussin, W.M.A., Majid, T.A., Sanusi, S.A.M., 2005, First and second order Markov chain models for synthetic generation of wind speed time series, *Energy* 30 (2005) 693-708.
- [7] Touama, H. Y., 2015, Application of Markovian Models and Transition Probabilities' Matrix To Analyze the Workforce Movement in Jordanian Productivity Companies, *Paripex-Indian Journal of Research Volume 4, Issue 6, June 2015, Pages 215-218*.
- [8] Kao, E. P., 1997, *An Introduction to Stochastic Processes*, United States of America, Duxbury Press.

LAMPIRAN

TABEL 9. Penjualan Produk Shampoo Z dari Januari 2015 sampai dengan Juni 2017 di Swalayan Pamella 1 Yogyakarta

Variasi	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12	Z13	Z14	Z15	Z16	Z17	
Produk Terjual	Jan-15	912	9	33	67	1537	72	66	21	10	49	56	1184	24	48	117	4	1646
	Feb-15	898	11	26	41	1410	70	70	22	11	45	49	1204	17	41	99	6	1494
	Mar-15	876	4	33	45	1513	94	69	18	2	35	63	1434	11	48	110	20	1794
	Apr-15	949	11	28	53	1494	69	76	17	5	50	64	1536	8	53	128	18	1962
	May-15	1104	10	32	40	1308	74	85	20	8	40	76	1512	10	45	141	13	1875
	Jun-15	741	7	38	37	1406	74	59	24	1	33	60	1234	12	48	100	12	1524
	Jul-15	679	9	17	35	1314	75	58	10	7	25	46	1251	8	41	80	10	1383
	Aug-15	858	8	29	91	1243	95	109	30	4	40	75	1129	14	45	152	20	1627
	Sep-15	1242	6	22	48	6420	94	153	28	2	28	78	1416	13	89	144	19	1441
	Oct-15	1092	4	33	46	1320	107	70	28		29	85	1500	18	51	153	23	2178
	Nov-15	1009	13	32	93	1344	76	102	14	1	39	85	1568	13	91	108	17	2162
	Dec-15	1352	13	19	48	1904	70	62	21	10	29	66	1710	11	38	91	18	2085
	Jan-16	1095	4	37	42	1392	75	76	26	16	49	70	1794	13	48	114	24	2081
	Feb-16	426	17	38	52	396	88	69	31	17	45	71	1748	13	60	94	23	2530
	Mar-16	988	13	34	50	1272	103	74	29	15	51	74	1684	9	39	135	22	2490
	Apr-16	1186	18	34	53	1653	99	76	36	1	38	57	1802	20	40	129	17	2473
	May-16	1255	14	37	42	1524	57	85	29	9	34	61	1526	16	41	115	22	2554
	Jun-16	1015	18	32	51	1542	51	80	22	15	41	47	1220	10	41	99	17	1771
	Jul-16	800	6	45	55	697	64	107	26	17	8	52	2093	9	53	117	20	2697
	Aug-16	588	12	38	48	1554	55	83	17	8	22	35	1462	9	34	101	24	1855
	Sep-16	997	17	62	80	1508	61	103	25	16	45	41	1326	13	50	134	25	2325
	Oct-16	1115	22	56	76	1761	58	107	20	19	38	73	1346	16	47	130	46	2513
	Nov-16	943	11	50	67	1664	54	112	15	19	43	57	1344	14	40	117	41	2609
	Dec-16	1170	14	27	56	1672	67	83	23	26	48	55	1254	17	41	115	25	2295
Jan-17	1043	12	17	46	1762	57	78	18	12	41	49	1462	12	47	84	33	2432	
Feb-17	934	10	23	44	1594	59	153	16	7	37	62	1375	13	33	100	37	2561	
Mar-17	878	10	25	58	1854	84	53	30	19	32	73	1385	13	37	119	35	2455	
Apr-17	976	10	32	48	1900	74	67	17	16	38	67	1733	14	36	113	19	2549	
May-17	1246	19	36	69	2323	77	63	18	15	25	71	2166	19	33	131	27	2982	
Jun-17	1044	7	27	41	1580	40	58	12	8	27	45	2085	8	27	80	16	2934	

