

Estimasi Parameter Model Regresi Nonparametrik Birespon Berdasarkan Penalized Spline pada Data Tindak Kriminal di Indonesia

(Studi Kasus Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Kesusilaan dan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Fisik di Indonesia Tahun 2020)

REFFA AYU ANGGRAENI, NURUL GUSRIANI, KANKAN PARMIKANTI

Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Padjadjaran
Jl. Raya Bandung Sumedang KM 21 Jatinangor Sumedang 45363

Email: reffa18001@mail.unpad.ac.id, nurul.gusriani@unpad.ac.id,
parmikanti@unpad.ac.id

Abstrak

Untuk mencapai terciptanya kehidupan bermasyarakat yang aman dan damai, tindak kriminal menjadi salah satu hal yang sangat diperhatikan. Pada tahun 2020, di Indonesia terjadi 6.872 kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan 36.672 kejadian kejahatan terhadap fisik. Salah satu upaya yang bisa dilakukan untuk menekan jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia adalah dengan memodelkan hal tersebut atas faktor-faktor yang memengaruhinya sehingga dapat diperoleh prediksinya. Pada penelitian ini, dilakukan estimasi parameter model regresi nonparametrik birespon berdasarkan estimator *penalized spline* menggunakan pendekatan metode *Weighted Least Square* (WLS) untuk memprediksi jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 dengan variabel prediktor kepadatan penduduk (X_1), rasio jenis kelamin (X_2), persentase penduduk miskin (X_3) dan rata-rata upah bersih buruh/karyawan/pegawai (X_4). Estimator *penalized spline* digunakan untuk memperhitungkan titik knot dan parameter penghalus secara bersamaan sehingga menghasilkan ketepatan dan kehalusan bentuk kurva secara simultan. Model terbaik bergantung pada penentuan titik knot dan parameter pemulus optimal yaitu dengan nilai Generalized Cross Validation (GCV) minimum. Model terbaik diperoleh saat banyaknya titik knot untuk X_1 adalah satu, X_2 adalah tiga, X_3 adalah tiga, dan X_4 adalah satu serta $\lambda = 0,000000171$ dengan GCV sebesar 568.359 dan nilai koefisien determinasi sebesar 0,652.

Kata kunci: jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan, jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik, regresi nonparametrik birespon, *penalized spline*, WLS, GCV.

Abstract

To achieve the creation of a safe and peaceful social life, crime is one of the things that is very concerned. In 2020, in Indonesia there were 6.872 crimes against decency and 36.672 crimes against the physical. One of the efforts that can be done to reduce the number of incidents of crimes against decency and the number of incidents of physical crimes in Indonesia is to model it on the factors that influence it so that predictions can be obtained. In this study, an estimation of the parameters of the nonparametric biresponse regression model was carried out based on the penalized spline estimator using the Weighted Least Square (WLS) method approach to predict the number of crimes against decency and the number of incidents of physical crime in Indonesia in 2020 with the predictor variable population density (X_1), the ratio of sex gender (X_2), the percentage of poor people (X_3) and the average net wage of workers/employees/employees (X_4). The penalized spline estimator is used to calculate knot points and smoothing parameters simultaneously so as to produce accuracy and smoothness of the curve shape simultaneously. The best model depends on determining the knot point and optimal smoothing parameters, namely the minimum Generalized Cross Validation (GCV) value. The best model is obtained when the number of knots for X_1 is one, X_2 is three, X_3 is three, and X_4 is one and $\lambda = 0,000000171$ with a GCV of 568.359 and coefficient of determination of 0.652.

Keywords: the number of incidents of crimes against decency, the number of incidents of crimes against physical, biresponse nonparametric regression, penalized spline, WLS, GCV.

1. PENDAHULUAN

Salah satu hal yang ingin dicapai oleh setiap negara adalah terciptanya kehidupan bermasyarakat yang aman dan damai seperti yang tercantum dalam tujuan ke-16 dari *Sustainable Development Goals* (SDGs) (Badan Pusat Statistik, [1]). Dalam mencapai tujuan ini, tindak kriminal menjadi salah satu pusat perhatian bagi para pemimpin negara. Setiap negara di dunia memiliki karakteristik yang berbeda-beda sehingga kecenderungan terjadinya tindak kriminal akan berbeda pula. Pada tahun 2020, di Indonesia terjadi peningkatan jumlah kejahatan terhadap kesusilaan yaitu sebanyak 6.872 kejadian dibanding dengan tahun 2019 sebanyak 5.233 kejadian. Selain itu, kejahatan terhadap fisik di Indonesia masih menjadi tindak kriminal yang perlu diperhatikan karena setiap tahun angkanya cukup tinggi seperti di tahun 2020 terdapat sebanyak 36.672 kejadian (Badan Pusat Statistik, [1]). UNODC [12] menyatakan bahwa maraknya tindak kriminal didorong oleh keadaan kependudukan dan ekonomi yang semakin memburuk di masa pandemi COVID-19 terutama dengan terus meningkatnya jumlah penduduk miskin karena kehilangan mata pencaharian.

Salah satu upaya yang bisa dilakukan untuk menekan jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 adalah dengan memodelkan hal tersebut atas faktor-faktor yang memengaruhinya sehingga dapat diperoleh prediksinya. Hubungan antara jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 dengan faktor-faktor yang memengaruhinya dapat dianalisis menggunakan metode analisis regresi birespon karena menggunakan dua variabel respon dan pendekatan nonparametrik digunakan saat fungsi data yang diperoleh tidak menunjukkan pola hubungan yang mudah digambarkan dengan fungsi tertentu. Salah

satu pendekatan dalam regresi nonparametrik adalah *estimator penalized spline* yang memperhitungkan titik knot dan parameter penghalus secara bersamaan sehingga menghasilkan ketepatan dan kehalusan bentuk kurva secara simultan (Islamiyati, Fatmawati dan Chamidah, [7]).

Beberapa penelitian terdahulu yang menerapkan regresi birespon yaitu Budiantara dan Wulandari [2], Pangestikasari, Rahmawati dan Ispriyanti [9], Chamidah, Lestari dan Saifudin [3] serta Femadiyanti, Suparti dan Warsito [5]. Budiantara dan Wulandari [2] mengestimasi parameter model dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Pangestikasari, Rahmawati dan Ispriyanti [9], Chamidah, Lestari dan Saifudin [3] serta Femadiyanti, Suparti dan Warsito [5] mengestimasi parameter dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) dan pembobot yang digunakan adalah invers matriks varians-kovarians. Dalam mengestimasi parameter model regresi, Chamidah, Lestari dan Saifudin [3] serta Femadiyanti, Suparti dan Warsito [5] juga menggunakan parameter pemulus namun tidak terdapat rumus yang jelas untuk mendapatkan parameter pemulus tersebut, sedangkan Budiantara dan Wulandari [2] serta Pangestikasari, Rahmawati dan Ispriyanti [9] tidak menggunakan parameter pemulus. Dasar penentuan titik knot yang digunakan dalam penelitian Femadiyanti, Suparti dan Warsito [5] menggunakan titik knot kuantil, sedangkan Budiantara dan Wulandari [2], Pangestikasari, Rahmawati dan Ispriyanti [9], Chamidah, Lestari dan Saifudin [3] tidak dijelaskan.

Pada penelitian ini, penulis melakukan estimasi parameter model regresi nonparametrik birespon berdasarkan *estimator penalized spline* untuk memprediksi jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020. Penelitian mengenai tindak kriminal di Indonesia pernah dilakukan oleh Ghiffari, Gusriani dan Parmikanti [6] dengan menggunakan tujuh variabel respon dan tujuh belas variabel prediktor yang dibagi menjadi indikator kualitas pendidikan, indikator kependudukan, indikator ekonomi, indikator ketimpangan, indikator pembangunan dan indikator keterbukaan masyarakat terhadap kasus kekerasan. Penelitian tersebut hanya berupa pemetaan tindak kriminal berdasarkan karakteristik wilayah menggunakan analisis korespondensi kanonik sehingga tidak dapat dilakukan prediksi.

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter pada penelitian ini adalah metode *Weighted Least Square* (WLS) dengan pembobot invers dari matriks varians-kovarians untuk mengatasi korelasi antar residual akibat data yang memiliki dua variabel respon yang saling berkorelasi (Islamiyati, Fatmawati dan Chamidah, [7]). Parameter pemulus yang digunakan berdasarkan pada Wood [13] dan titik knot ditentukan berdasarkan knot kuantil menurut Ruppert, Wand dan Carroll [10].

Dikarenakan tindak kriminal didorong oleh keadaan kependudukan dan ekonomi maka variabel prediktor yang digunakan adalah empat dari tujuh belas variabel prediktor yang pernah digunakan oleh Ghiffari, Gusriani dan Parmikanti [6] yaitu indikator kependudukan yang terdiri dari kepadatan penduduk dan rasio jenis kelamin serta indikator ekonomi yang terdiri dari persentase penduduk miskin dan rata-rata upah bersih buruh.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan dua variabel respon (Y) yaitu jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020, serta empat variabel prediktor (X) yaitu kepadatan penduduk, rasio jenis kelamin, persentase penduduk miskin, rata-rata upah bersih buruh. Data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) Indonesia tahun 2021, sedangkan unit pengamatan yang digunakan adalah provinsi di Indonesia sebanyak 34 provinsi.

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 berdasarkan regresi nonparametrik birespon *spline* adalah dengan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS).

2.1. Model Regresi Nonparametrik Birespon *Spline* berdasarkan Estimator *Penalized Spline* dengan Menggunakan Metode *Weighted Least Square* (WLS). Menurut Lestari, Chamidah dan Saifudin [8], model regresi nonparametrik birespon *spline* berorde m yang menggunakan variabel prediktor sebanyak Q dan titik knot k_{lx_q} dimana $l = 1, 2, \dots, r$ merupakan banyaknya titik knot dituliskan sebagai persamaan (1).

$$y_i^{(j)} = \beta_0^{(j)} + \sum_{q=1}^Q \left(\sum_{p=1}^m \hat{\beta}_{qp}^{(j)} x_{iq}^p + \sum_{l=1}^r \hat{\beta}_{q(m+l)}^{(j)} (x_{iq} - k_{lx_q})_+^m \right) + e_i^{(j)}, \quad (1)$$

dengan fungsi *truncated*:

$$(x_{iq} - k_{lx_q})_+^m = \begin{cases} (x_{iq} - k_{lx_q})^m, & x_{iq} \geq k_{lx_q} \\ 0, & x_{iq} < k_{lx_q} \end{cases}$$

dengan

- $y_i^{(j)}$: nilai variabel respon ke- j pada observasi ke- i dengan $j = 1, 2$ dan $i = 1, 2, \dots, n$
- $\hat{\beta}_0^{(j)}$: intersep nilai variabel respon ke- j
- $\hat{\beta}_{qp}^{(j)}$: parameter regresi nilai variabel respon ke- j untuk variabel prediktor ke- q dan orde ke- p
- $\hat{\beta}_{q(m+l)}^{(j)}$: parameter regresi nilai variabel respon ke- j untuk variabel prediktor ke- q dan titik knot ke- l
- $e_i^{(j)}$: nilai residual nilai variabel respon ke- j untuk data ke- i dengan mean 0 dan variansi $\sigma^{2(j)}$.

Fungsi *Penalized Least Square* (PLS) menurut Ruppert, Wand dan Carroll [10] dapat dituliskan sebagai persamaan (2).

$$\text{PLS}(\lambda) = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_{iq}))^2 + \lambda \left(\sum_{q=1}^Q \sum_{l=1}^r \hat{\beta}_{q(m+l)}^2 \right), \lambda > 0, \quad (2)$$

dengan λ merupakan parameter pemulus. Menurut Wood [13], parameter pemulus dapat diperoleh menggunakan persamaan (3).

$$\lambda = \frac{1, 5^{h-1}}{10^8}, \quad (3)$$

dimana $h = 1, 2, 3, \dots, H$ agar nilai λ terbatas.

Metode WLS sama halnya seperti metode OLS yaitu meminimumkan jumlah kuadrat residual namun dalam metode WLS dilakukan pembobotan. Pembobot yang digunakan dalam penelitian ini merupakan invers matriks varians-kovarians dari residual pemodelan tanpa pembobot sehingga perlu diketahui terlebih dahulu model taksiran regresi nonparametrik birespon berdasarkan estimator *penalized spline* tanpa pembobot. Model taksiran tersebut ditulis sebagai persamaan (4).

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \\ &= \mathbf{A}_\lambda \mathbf{y}. \end{aligned} \quad (4)$$

Nilai residual dapat diperoleh menggunakan persamaan (5).

$$e_i = y_i - \hat{y}_i, \quad (5)$$

dengan

- y_i : Nilai aktual variabel respon pada observasi ke- i
- \hat{y}_i : Nilai prediksi variabel respon pada observasi ke- i .

Selanjutnya nilai estimasi parameter pada regresi nonparametrik birespon *spline* diperoleh dengan cara meminimumkan fungsi PLS dengan metode WLS. Prinsip metode WLS pada fungsi PLS adalah mengalikan pembobot dengan *least square* yang merupakan komponen fungsi

PLS, menurunkannya terhadap $\hat{\beta}_0^{(j)}, \hat{\beta}_{11}^{(j)}, \hat{\beta}_{12}^{(j)}, \dots, \hat{\beta}_{Q(m+r)}^{(j)}$ kemudian disamadengankan nol. Solusi untuk estimasi parameter dengan metode WLS dapat ditulis sebagai persamaan (6).

$$\hat{\beta}_{\text{WLS}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y}. \quad (6)$$

Model taksiran regresi nonparametrik birespon berdasarkan estimator *penalized spline* dengan metode WLS dapat ditulis sebagai persamaan (7).

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{A}_\lambda^* \mathbf{y}, \end{aligned} \quad (7)$$

dengan $\hat{\mathbf{y}}$ merupakan vektor berorde $2n \times 1$ yang merupakan nilai hasil estimasi, \mathbf{X} merupakan matriks berorde $2n \times 2 \left(\left(\sum_{q=1}^Q m_q + r_q \right) + 1 \right)$, λ merupakan parameter pemulus, \mathbf{A}_λ dan \mathbf{A}_λ^* merupakan matriks penghalus berorde $2n \times 2n$, \mathbf{y} merupakan matriks berorde $2n \times 1$ yang berisi nilai variabel respon dan \mathbf{W} merupakan matriks pembobot yang berisi diagonal fungsi pembobot yang berorde $2n \times 2n$. Matriks $\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}^{-1}$ dijabarkan pada persamaan (8) merupakan invers matriks varians-kovarians dari residual. Σ_{11} dan Σ_{22} masing-masing merupakan matriks diagonal berisi varians dari residual respon ke-1 dan respon ke-2, sedangkan Σ_{12} dan Σ_{21} merupakan matriks diagonal berisi kovarians antara residual respon ke-1 dengan residual respon ke-2 (Islamiyati, Fatmawati dan Chamidah, [7]). Matriks \mathbf{D} merupakan matriks diagonal yang didefinisikan dalam persamaan (9) (Ruppert, Wand dan Carroll, [10]).

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{11} & 0 & \vdots & 0 & \sigma_{12} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{11} & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{21} & 0 & \vdots & 0 & \sigma_{22} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_{21} & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix}_{2n \times 2n}^{-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{(1)} & | & 0 \\ \cdots & | & \cdots \\ 0 & | & \mathbf{D}^{(2)} \end{bmatrix}_{2 \left(\left(\sum_{q=1}^Q m_q + r_q \right) + 1 \right) \times 2 \left(\left(\sum_{q=1}^Q m_q + r_q \right) + 1 \right)}, \quad (9)$$

dengan

$$\mathbf{D}^{(j)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_1^{(j)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{D}_2^{(j)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{D}_Q^{(j)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_q^{(j)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times m} & \mathbf{0}_{m \times r} \\ \mathbf{0}_{r \times m} & \mathbf{I}_{r \times r} \end{bmatrix}.$$

Kemulusan kurva regresi nonparametrik *penalized spline* bergantung pada pemilihan parameter penghalus (λ) dan titik knot. *Generalized Cross Validation* (GCV) merupakan salah satu metode untuk memperoleh parameter penghalus (λ) dan titik knot optimal. Nilai parameter pemulus optimal diperoleh dari nilai GCV minimum. Menurut Eubank [4], fungsi GCV dapat dituliskan sebagai persamaan (10).

$$GCV = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\left[1 - \frac{\text{tr}(\mathbf{A}_\lambda)}{n} \right]^2}, \quad (10)$$

dengan

n : banyak observasi

$\text{tr}(\mathbf{A}_\lambda)$: Hasil penjumlahan elemen-elemen pada diagonal matriks \mathbf{A}_λ .

Jika nilai parameter pemulus dan titik knot optimal berdasarkan GCV minimum sudah didapat, maka akan diperoleh model regresi nonparametrik birespon spline. Persamaan (11) dan persamaan (12) adalah model estimasi regresi nonparametrik birespon dengan menggunakan *estimator penalized spline* untuk orde satu dengan empat variabel predictor.

$$\begin{aligned}\hat{y}_i^{(1)} &= \hat{\beta}_0^{(1)} + \hat{\beta}_{11}^{(1)} x_{i1}^1 + \hat{\beta}_{12}^{(1)} (x_{i1} - k_{1x_1})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{1(1+r)}^{(1)} (x_{i1} - k_{rx_1})_+^1 \\ &+ \hat{y}_i^{(1)} = \hat{\beta}_{21}^{(1)} x_{i2}^1 + \hat{\beta}_{22}^{(1)} (x_{i2} - k_{1x_2})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{2(1+r)}^{(1)} (x_{i2} - k_{rx_2})_+^1 \\ &+ \hat{y}_i^{(1)} = \hat{\beta}_{31}^{(1)} x_{i3}^1 + \hat{\beta}_{32}^{(1)} (x_{i3} - k_{1x_3})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{3(1+r)}^{(1)} (x_{i3} - k_{1x_3})_+^1 \\ &+ \hat{y}_i^{(1)} = \hat{\beta}_{41}^{(1)} x_{i4}^1 + \hat{\beta}_{42}^{(1)} (x_{i4} - k_{1x_4})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{4(1+r)}^{(1)} (x_{i4} - k_{rx_4})_+^1,\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_i^{(2)} &= \hat{\beta}_0^{(2)} + \hat{\beta}_{11}^{(2)} x_{i1}^1 + \hat{\beta}_{12}^{(2)} (x_{i1} - k_{1x_1})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{1(1+r)}^{(2)} (x_{i1} - k_{rx_1})_+^1 \\ &+ \hat{y}_i^{(2)} = \hat{\beta}_{21}^{(2)} x_{i2}^1 + \hat{\beta}_{22}^{(2)} (x_{i2} - k_{1x_2})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{2(1+r)}^{(2)} (x_{i2} - k_{rx_2})_+^1 \\ &+ \hat{y}_i^{(2)} = \hat{\beta}_{31}^{(2)} x_{i3}^1 + \hat{\beta}_{32}^{(2)} (x_{i3} - k_{1x_3})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{3(1+r)}^{(2)} (x_{i3} - k_{1x_3})_+^1 \\ &+ \hat{y}_i^{(2)} = \hat{\beta}_{41}^{(2)} x_{i4}^1 + \hat{\beta}_{42}^{(2)} (x_{i4} - k_{1x_4})_+^1 + \dots + \hat{\beta}_{4(1+r)}^{(2)} (x_{i4} - k_{rx_4})_+^1.\end{aligned}\quad (12)$$

Kecocokan model regresi birespon yang diperoleh dapat dihitung menggunakan rumus koefisien determinasi pada persamaan (13) (Femadiyanti, Suparti dan Warsito, [5]).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n (y_i^{(j)} - \hat{y}_i^{(j)})^2}{\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n (y_i^{(j)} - \bar{y}^{(j)})^2}, \quad (13)$$

dengan

$y_i^{(j)}$: Nilai aktual variabel respon ke- j pada observasi ke- i

$\bar{y}^{(j)}$: Nilai rata-rata variabel respon ke- j

$\hat{y}_i^{(j)}$: Nilai prediksi variabel respon ke- j pada observasi ke- i .

2.2. Langkah-langkah Penelitian. Langkah-langkah penelitian yang dilakukan dalam menyelesaikan masalah ini adalah:

1. Membuat *scatterplot* antara jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 dengan kepadatan penduduk, rasio jenis kelamin, persentase penduduk miskin dan rata-rata upah bersih buruh.
2. Menguji korelasi Rank Spearman antara jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan ($Y^{(1)}$) dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik ($Y^{(2)}$).
3. Melakukan pemodelan tanpa pembobot \mathbf{W} dengan langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan titik knot dan parameter pemulus (λ) optimal berdasarkan nilai GCV minimum dengan langkah sebagai berikut:
 - 1) Iterasi ke-1, menentukan parameter pemulus berdasarkan persamaan (3) dan menentukan titik knot k_{lx_q} menggunakan knot kuantil.
 - 2) Menghitung nilai estimasi \hat{y} yang melibatkan titik knot k_{lx_q} dan λ menggunakan persamaan (4).
 - 3) Menghitung nilai GCV di titik knot k_{lx_q} dengan melibatkan λ menggunakan persamaan (10).
 - 4) Ulangi langkah 1 sampai 3 pada tahap 3.a sampai dengan titik knot ke-3 dan $\lambda \leq 1$.
 - 5) Memilih parameter pemulus dan titik knot optimal berdasarkan nilai GCV minimum.
 - b. Menghitung nilai \hat{y} menggunakan persamaan (4).
 - c. Menghitung nilai residual masing-masing variabel respon menggunakan persamaan (5).

4. Menghitung matriks pembobot \mathbf{W} untuk mengestimasi parameter dengan langkah sebagai berikut:
 - a. Menghitung nilai varians dan kovarians residual yang telah diperoleh pada langkah 3.
 - b. Membentuk matriks pembobot \mathbf{W} berorde $2n \times 2n$ yang memenuhi persamaan (8).
5. Melakukan pemodelan menggunakan pembobot \mathbf{W} dengan langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan parameter pemulus (λ) optimal berdasarkan nilai GCV minimum dengan langkah sebagai berikut:
 - 1) Iterasi ke-1, menentukan parameter pemulus berdasarkan persamaan (3) sedangkan titik knot k_{lx_q} menggunakan titik knot optimal yang telah diperoleh pada tahap 3.a.
 - 2) Menghitung nilai estimasi \hat{y} yang melibatkan \mathbf{W} , λ dan titik knot k_{lx_q} menggunakan persamaan (7).
 - 3) Menghitung nilai GCV di titik knot k_{lx_q} dengan melibatkan λ menggunakan persamaan (10).
 - 4) Ulangi langkah 1 sampai 3 pada tahap 5.a sampai dengan $\lambda \leq 1$.
 - 5) Memilih parameter pemulus optimal berdasarkan nilai GCV minimum.
 - b. Menentukan nilai estimasi parameter menggunakan persamaan (6).
6. Memperoleh model regresi birespon berdasarkan estimator *penalized spline* yang sesuai dengan persamaan (11) dan (12).
7. Menghitung nilai koefisien determinasi (R^2) model jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 menggunakan persamaan (13).
8. Menarik kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Pola Hubungan antara Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Kesusilaan dan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Fisik di Indonesia tahun 2020 beserta Faktor-faktor yang Memengaruhinya. Secara visual, pola hubungan antara dua variabel dapat dilihat berdasarkan *scatterplot*. Gambar 1 dan 2 merupakan *scatterplot* antara jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan tahun 2020 dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik tahun 2020 dengan faktor-faktor yang memengaruhinya.

Berdasarkan Gambar 1 dan 2 dapat dilihat bahwa hubungan antara variabel jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 dengan kepadatan penduduk, rasio jenis kelamin, persentase penduduk miskin dan rata-rata upah bersih buruh tidak mengikuti pola tertentu, artinya antara variabel jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 dengan empat variabel prediktornya tidak dapat diestimasi dengan menggunakan regresi parametrik sehingga digunakanlah regresi nonparametrik.

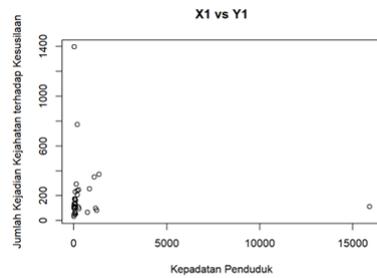
3.2. Uji Korelasi Rank Spearman antara Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Kesusilaan dan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Fisik di Indonesia tahun 2020. Uji korelasi Rank Spearman menunjukkan apakah jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 memiliki korelasi atau tidak. Persamaan (14) merupakan rumus untuk memperoleh koefisien korelasi Rank Spearman.

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n}, \quad (14)$$

dengan $d_i = \text{rank}(y_i^{(1)}) - \text{rank}(y_i^{(2)})$ merupakan perbedaan peringkat pasangan variabel respon. Uji korelasi Rank Spearman dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

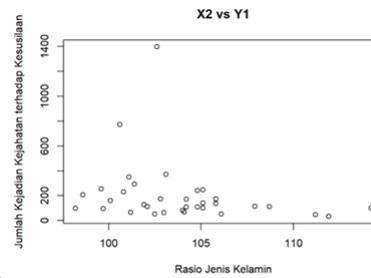
H_0 : $\rho_s = 0$, artinya kedua variabel tidak memiliki hubungan atau korelasi

H_1 : $\rho_s \neq 0$, artinya kedua variabel memiliki hubungan atau korelasi.



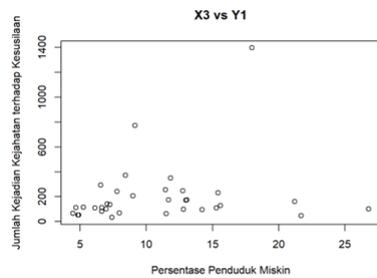
1a.png

(A) Jumlah kejadian kejahatan terhadap ke- susilaan dengan kepadatan penduduk.



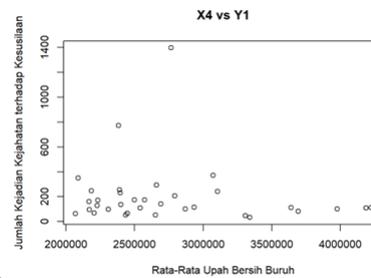
1b.png

(B) Jumlah kejadian kejahatan terhadap ke- susilaan dengan rasio jenis kelamin.



1c.png

(C) Jumlah kejadian kejahatan terhadap ke- susilaan dengan persentase penduduk miskin.



1d.png

(D) Jumlah kejadian kejahatan terhadap ke- susilaan dengan rata-rata upah bersih buruh.

GAMBAR 1. *Scatterplot* antara jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan tahun 2020 dengan faktor-faktor yang memengaruhinya.

Menurut Siegel dan Castellan [11], pengujian hipotesis dapat dilakukan dengan menggunakan rumus pada persamaan (15).

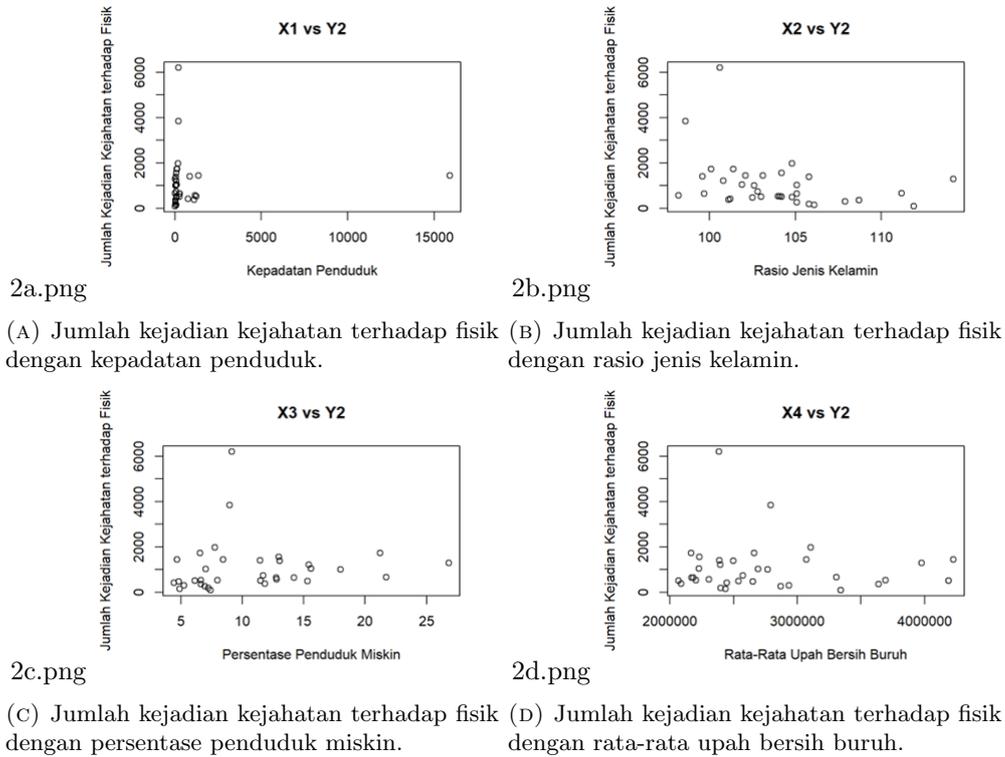
$$t_{\text{hitung}} = r_s \sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} \quad (15)$$

Kriteria uji:

Jika $t_{\text{hitung}} > t_{\text{tabel}}$ maka H_0 ditolak, artinya terdapat hubungan atau korelasi antara kedua variabel.

Dengan bantuan R Studio didapat hasil $r_s = 0,6081$ dan $t_{\text{hitung}} = 4,33315$. Nilai $t_{\text{tabel}} = 2,03693$ dengan $\alpha = 5\%$. Karena $t_{\text{hitung}} > t_{\text{tabel}}$ maka keputusan uji adalah tolak H_0 , artinya antara jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 memiliki hubungan atau korelasi sehingga dapat digunakan pendekatan regresi nonparametrik birespon.

3.3. Pemodelan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Kesusilaan dan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Fisik di Indonesia tahun 2020 Tanpa Pembobot. Langkah selanjutnya adalah menentukan kombinasi titik knot dan nilai parameter pemulus optimal tanpa menggunakan pembobot berdasarkan kriteria GCV minimum. Pada penelitian ini, orde yang digunakan adalah orde satu. Batas nilai parameter pemulus adalah $0 < \lambda \leq 1$, sedangkan banyaknya titik knot yang digunakan untuk setiap orde pada variabel prediktor adalah satu titik knot, dua titik knot, tiga titik knot serta kombinasi satu, dua dan tiga titik knot. Letak titik knot ditentukan berdasarkan knot kuantil dengan bantuan R Studio. Letak titik knot yang dipakai dalam penelitian ini disajikan dalam Tabel 1.



GAMBAR 2. Scatterplot antara jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik tahun 2020 dengan faktor-faktor yang memengaruhinya.

TABEL 1. Letak titik knot untuk masing-masing variabel prediktor.

Variabel	Letak Titik Knot		
	Satu Titik Knot	Dua Titik Knot	Tiga Titik Knot
X_1	$k_{1x_1} = 102,5$	$k_{1x_1} = 73; k_{2x_1} = 194$	$k_{1x_1} = 53, 25; k_{2x_1} = 102, 5; k_{3x_1} = 258$
X_2	$k_{1x_2} = 102,8$	$k_{1x_2} = 101,5667; k_{2x_2} = 104,1667$	$k_{1x_2} = 101,1; k_{2x_2} = 102,8; k_{3x_2} = 105,1$
X_3	$k_{1x_3} = 9,065$	$k_{1x_3} = 7,24; k_{2x_3} = 12,76$	$k_{1x_3} = 6,7225; k_{2x_3} = 9,065; k_{3x_3} = 13,04$
X_4	$k_{1x_4} = 2.557.717,692$	$k_{1x_4} = 2.394.964,806; k_{2x_4} = 2.792.616,103$	$k_{1x_4} = 2.327.547,232; k_{2x_4} = 2.557.717,692; k_{3x_4} = 3.038.491,435$

Pada penelitian ini digunakan kombinasi dari 46 parameter pemulus serta 81 kombinasi dari satu, dua dan tiga titik knot sehingga banyaknya kombinasi parameter pemulus dan titik knot yang tercipta adalah sebanyak 3.726 kombinasi. Tabel 2 menyajikan 5 kombinasi titik knot dengan nilai GCV paling minimum. Berdasarkan Tabel 2 nilai GCV paling minimum adalah 566.162,2 dengan $\lambda = 0,16586$ dan banyaknya titik knot untuk X_1 adalah satu, X_2 adalah tiga, X_3 adalah tiga, dan X_4 adalah satu sehingga berdasarkan Tabel 1 letak titik knot untuk variabel kepadatan penduduk (X_1) adalah $k_{1x_1} = 102,5$, untuk variabel rasio jenis kelamin (X_2) titik knotnya adalah $k_{1x_2} = 101,1$, $k_{2x_2} = 102,8$, dan $k_{3x_2} = 105,1$, untuk variabel persentase penduduk miskin (X_3) titik knotnya adalah $k_{1x_3} = 6,7225$, $k_{2x_3} = 9,065$,

dan $k_{3x_3} = 13,04$, sedangkan untuk variabel rata-rata upah bersih buruh (X_4) titik knotnya adalah $k_{1x_4} = 2.557.717,692$.

TABEL 2. Nilai GCV untuk estimasi tanpa pembobot.

Banyak Titik Knot				Letak Titik Knot				λ	GCV
X_1	X_2	X_3	X_4	X_1	X_2	X_3	X_4		
1	3	3	1	102,5	101,1; 102,8; 105,1	6,7225; 9,065; 13,04	2.557.717,692	0,16586	566.162,2
3	3	3	1	53,25, 102,4, 258	101,1; 102,8; 105,1	6,7225; 9,065; 13,04	2.557.717,692	0,073716	587.755,8
1	1	3	1	102,5	102,8	6,7225, 9,065, 13,04	2.557.717,692	0,24879	590.470,1
2	3	3	1	73, 194	101,1; 102,8; 105,1	6,7225; 9,065; 13,04	2.557.717,692	0,110573	600.990,1
1	1	3	2	102,5	102,8	6,7225; 9,065; 13,04	2.394.964,806; 2.792.616,103	0,248790	607.195,0

Setelah didapatkan kombinasi titik knot optimal untuk masing-masing variabel prediktor maka dilakukan pemodelan dengan bantuan R Studio sampai mendapatkan nilai residual dari respon pertama dan respon kedua. Nilai residual ini selanjutnya digunakan untuk matriks pembobot.

3.4. Matriks Pembobot. Analisis selanjutnya adalah menghitung nilai varians dan kovarians residual dari variabel respon pertama dan variabel respon kedua untuk membentuk matriks pembobot. Dengan bantuan R Studio diperoleh nilai varians residual variabel respon pertama adalah 32.409,31, nilai varians residual variabel respon kedua adalah 426.432,70 sedangkan nilai kovarians antara variabel respon pertama dan variabel respon kedua adalah 37.072,68. Maka matriks pembobot yang memenuhi persamaan (8) adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 32.409,31 & 0 & \dots & 0 & 37.072,68 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 32.409,31 & 0 & \vdots & 0 & 37.072,68 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 32.409,31 & 0 & \dots & 0 & 37.072,68 \\ 37.072,68 & 0 & \dots & 0 & 426.432,70 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 37.072,68 & 0 & \vdots & 0 & 426.432,70 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 37.072,68 & 0 & \dots & 0 & 426.432,70 \end{bmatrix}^{-1}$$

3.5. Pemodelan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Kesusilaan dan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Fisik di Indonesia tahun 2020 Menggunakan Pembobot. Estimasi model menggunakan matriks pembobot \mathbf{W} dilakukan dengan menggunakan kombinasi titik knot optimal yang didapatkan sebelumnya yaitu titik knot untuk variabel kepadatan penduduk (X_1) adalah $k_{1x_1} = 102,5$, untuk variabel rasio jenis kelamin (X_2) titik knotnya adalah $k_{1x_2} = 101,1$, $k_{2x_2} = 102,8$ dan $k_{3x_2} = 105,1$, untuk variabel persentase penduduk miskin (X_3) titik knotnya adalah $k_{1x_3} = 6,7225$, $k_{2x_3} = 9,065$ dan $k_{3x_3} = 13,04$, sedangkan untuk variabel rata-rata upah bersih buruh (X_4) titik knotnya adalah $k_{1x_4} = 2.557.717,692$.

Pada tahap ini terdapat 46 kombinasi parameter pemulus. Tabel 3 menyajikan 5 parameter pemulus dengan nilai GCV paling. Berdasarkan Tabel 3 nilai GCV paling minimum adalah 568.359 dengan $\lambda = 0,000000171$.

TABEL 3. Nilai GCV untuk Estimasi Menggunakan Pembobot.

Banyak Titik Knot				Letak Titik Knot				λ	GCV
X_1	X_2	X_3	X_4	X_1	X_2	X_3	X_4		
								$1,71 \times 10^{-7}$	568.359
					101,1;	6,7225;		$2,56 \times 10^{-7}$	568.420,1
1	3	3	1	102,5	102,8;	9,065;	2.557.717,692	$1,14 \times 10^{-7}$	568.653,1
					105,1	13,04		$7,59 \times 10^{-8}$	569.024
								$5,06 \times 10^{-8}$	569.357,8

Setelah memperoleh parameter pemulus (λ) dan titik knot optimal untuk regresi non-parametrik birespon *spline*, langkah selanjutnya adalah mengestimasi parameter model. Nilai estimasi parameter dapat diperoleh menggunakan persamaan (6). Persamaan (16) dan persamaan (17) merupakan persamaan regresi nonparametrik birespon *spline* untuk permasalahan ini.

$$\begin{aligned} \hat{y}_i^{(1)} = & 0,443 - 5,474x_{i1}^1 + 5,461(x_{i1} - 102,5)_+^1 + 0,446x_{i2}^1 - 14,316(x_{i2} - 101,1)_+^1 \\ & - 62,301(x_{i2} - 102,8)_+^1 - 25,653(x_{i2} - 105,1)_+^1 - 26,421x_{i3}^1 \\ & + 172,952(x_{i3} - 6,7225)_+^1 - 189,894(x_{i3} - 9,065)_+^1 + 64,894(x_{i3} - 13,04)_+^1 \\ & + 0,0003x_{i4}^1 - 0,0002(x_{i4} - 2.557.717,692)_+^1, \end{aligned} \tag{16}$$

dengan fungsi *truncated*:

$$(x_{i1} - 102,5)_+^1 = \begin{cases} (x_{i1} - 102,5)_+^1; & x_{i1} \geq 102,5 \\ 0; & x_{i1} < 102,5 \end{cases},$$

sehingga diperoleh

$$\hat{y}_i^{(1)} = \begin{cases} 0,4427 - 5,4737x_{i1}^1; & x_{i1} < 102,5 \\ -559,2906 - 0,0129x_{i1}^1; & x_{i1} \geq 102,5 \end{cases},$$

variabel lain dapat diuraikan dengan cara yang sama.

$$\begin{aligned} \hat{y}_i^{(2)} = & 36,381 + 3,939x_{i1}^1 - 3,911(x_{i1} - 102,5)_+^1 - 34,549x_{i2}^1 \\ & - 607,986(x_{i2} - 101,1)_+^1 + 939,410(x_{i2} - 102,8)_+^1 - 432,496(x_{i2} - 105,1)_+^1 \\ & - 82,668x_{i3}^1 + 1.415,434(x_{i3} - 6,7225)_+^1 - 2.012,826(x_{i3} - 9,065)_+^1 \\ & + 793,236(x_{i3} - 13,04)_+^1 + 0,0018x_{i4}^1 - 0,0017(x_{i4} - 2.557.717,692)_+^1, \end{aligned} \tag{17}$$

dengan fungsi *truncated*:

$$(x_{i1} - 102,5)_+^1 = \begin{cases} (x_{i1} - 102,5)_+^1; & x_{i1} \geq 102,5 \\ 0; & x_{i1} < 102,5 \end{cases},$$

sehingga diperoleh

$$\hat{y}_i^{(2)} = \begin{cases} -36,3811 + 3,9391x_{i1}^1; & x_{i1} < 102,5 \\ 364,5231 + 0,0279x_{i1}^1; & x_{i1} \geq 102,5 \end{cases},$$

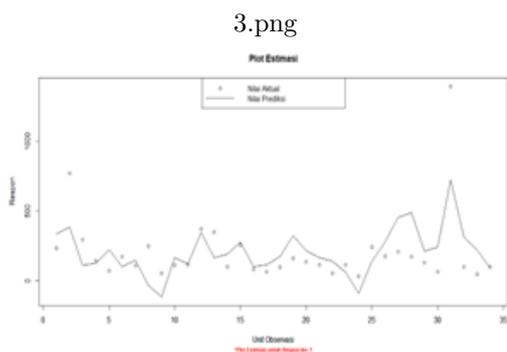
variabel lain dapat diuraikan dengan cara yang sama.

3.6. Interpretasi Hasil Estimasi Parameter Model Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Kesusilaan dan Jumlah Kejadian Kejahatan terhadap Fisik Tahun 2020.

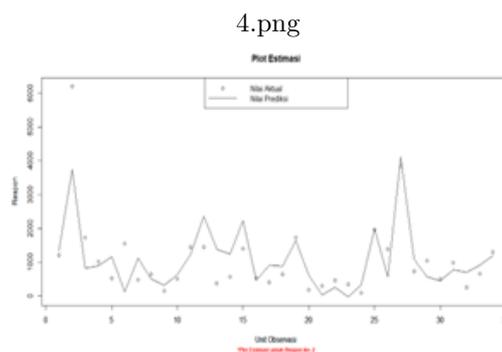
Berdasarkan persamaan (16) dan (17) dapat dijelaskan bahwa untuk kepadatan penduduk (X_1) kurang dari 102,5 jiwa/km² artinya adalah jika kepadatan penduduk (X_1) naik sebesar 1 jiwa/km², maka jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan di Indonesia turun sebesar 5,4737 satuan, sedangkan untuk kepadatan penduduk (X_1) lebih besar atau sama dengan 102,5 jiwa/km² artinya adalah jika kepadatan penduduk (X_1) naik sebesar 1 jiwa/km², maka jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan di Indonesia turun sebesar 0,0129 satuan. Variabel lainnya dapat diinterpretasikan dengan cara yang sama.

Persamaan (16) dan persamaan (17) memiliki nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0,652 artinya 65,2% faktor-faktor pada variabel prediktor yaitu kepadatan penduduk (X_1), rasio jenis kelamin (X_2), persentase penduduk miskin (X_3) dan upah bersih buruh (X_4) memengaruhi jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020, sedangkan sisanya yaitu 0,348 artinya 34,8% dipengaruhi oleh faktor lain di luar model.

Gambar 3 dan Gambar 4 menunjukkan plot jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 beserta prediksi jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020.



GAMBAR 3. Plot jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan prediksi jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan di Indonesia tahun 2020.



GAMBAR 4. Plot jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan prediksi jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan di Indonesia tahun 2020.

Berdasarkan Gambar 3 dan Gambar 4, terlihat bahwa nilai prediksi yang dihasilkan cenderung mengikuti pergerakan nilai aslinya. Hal tersebut berarti bahwa model regresi non-parametrik birespon penalized spline yang diperoleh cukup mampu menyesuaikan terhadap pola data dengan bantuan titik knot dan parameter pemulus.

4. SIMPULAN

Model regresi nonparametrik birespon penalized spline mengenai jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 disajikan pada persamaan (15) dan (16) yang memiliki nilai GCV sebesar 568.359 dengan menggunakan orde satu serta satu titik knot untuk variabel kepadatan penduduk (X_1), tiga titik knot untuk variabel rasio jenis kelamin (X_2), tiga titik knot untuk variabel persentase penduduk miskin (X_3) dan satu titik knot untuk variabel rata-rata upah bersih buruh (X_4). Model yang disajikan pada persamaan (16) dan (17) juga dapat digunakan untuk memprediksi

jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia.

Interpretasi model jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020 telah dijelaskan pada bagian 3.6. Nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0,652 menunjukkan bahwa 65,2% faktor-faktor pada variabel prediktor memengaruhi jumlah kejadian kejahatan terhadap kesusilaan dan jumlah kejadian kejahatan terhadap fisik di Indonesia tahun 2020, sedangkan sisanya yaitu 0,348 artinya 34,8% dipengaruhi oleh faktor lain di luar model.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Badan Pusat Statistik, 2021, *Statistik Kriminal 2021*, Jakarta.
- [2] Budiantara, I. and Wulandari, I., 2014, Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Persentase Penduduk Miskin dan Pengeluaran Perkapita Makanan di Jawa Timur Menggunakan Regresi Nonparametrik Birespon Spline, *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Volume 3, Issue 1, Pages 30–35.
- [3] Chamidah, N., Lestari, B. and Saifudin, T., 2019, Modeling of Blood Pressures Based on Stress Score using Least Square Spline Estimator in Bi-response Non-parametric Regression, *International Journal of Innovation, Creativity and Change*, Volume 5, Issue 3, Pages 1200–1216.
- [4] Eubank, R.L., 1999, *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, 2nd ed., Marcel Dekker, New York.
- [5] Femadiyanti, S.F., Suparti, S. and Warsito, B., 2020, Pemodelan Jub Dan Bi Rate Terhadap Inflasi Dan Kurs Rupiah Menggunakan Regresi Semiparametrik Birespon Berdasarkan Estimator Penalized Spline, *Jurnal Gaussian*, Volume 9, Issue 2, Pages 204–216.
- [6] Ghiffari, L., Gusriani, N. and Parmikanti, K., 2021, Pemetaan Jenis Tindak Kriminal di Indonesia Berdasarkan Karakteristik Wilayah Menggunakan Canonical Correspondence Analysis, *Jurnal Statistika dan Aplikasinya*, Volume 5, Issue 2, Pages 133–145.
- [7] Islamiyati, A., Fatmawati and Chamidah, N., 2018, Estimation of Covariance Matrix on Bi-Response Longitudinal Data Analysis with Penalized Spline Regression, *Journal of Physics: Conference Series*, Volume 979, Issue 1.
- [8] Lestari, B., Chamidah, N. and Saifudin, T., 2019, Estimasi Fungsi Regresi dalam Model Regresi Non-parametrik Birespon Menggunakan Estimator Smoothing Spline dan Estimator Kernel, *Jurnal Matematika, Statistika & Komputasi*, Volume 15, Issue 2, Pages 20–24.
- [9] Pangestikasari, M., Rahmawati, R. and Ispriyanti, D., 2018, Pemodelan Pengeluaran Per Kapita dan Persentase Penduduk Miskin di Jawa Tengah Menggunakan Regresi Birespon Spline Truncated, *JURNAL GAUSSIAN*, Volume 7, Issue 2, Pages 164–174.
- [10] Ruppert, D., Wand, M.P. and Carroll, R.J., 2003, *Semiparametric Regression*, Cambridge University Press, New York.
- [11] Siegel, S. and Castellan, N.J., 1988, *Nonparametric Statistics For The Behavioral Sciences*, McGraw-Hill Book Company, Inc, New York.
- [12] UNODC, 2021, UNODC Strategy 2021-2025, <https://www.unodc.org/unodc/en/strategy/index.html> on January 22, 2022.
- [13] Wood, S.N., 2006, *Generalized Additive Models: an introduction with R*, Chapman and Hall/CRC, New York.

