

## Relasi Ekuivalen Serupa Semu pada Ring Reguler Stable Diperumum

Evi Yuliza

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya  
Jalan Raya Palembang-Prabumulih KM.32, Indralaya 30662  
Email: [evibc3@yahoo.com](mailto:evibc3@yahoo.com)

### ABSTRAK

Dalam tulisan ini akan diselidiki relasi ekuivalen serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum. Selanjutnya, akan diselidiki pula relasi ekuivalen serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$ . Awalnya, akan diselidiki relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum, relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum dan relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum. Kemudian, diselidiki relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$ , relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$  dan relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$ .

**Kata kunci:** similar semu, ring reguler, ring *stable* diperumum.

### ABSTRACT

In this paper will investigate the pseudo similar equivalence relation to the generalized stable regular ring. Furthermore, the relation will be investigated also pseudo similar equivalent to the regular ring of stable generalized set of integers  $n$ . Initially, it will be investigated the pseudo similar relationship is reflexive on generalized stable regular ring, the pseudo similar relationship is symmetrical on generalized stable regular ring and the pseudo similar relationship is transitive on stable generalized regular ring. Then, investigated the relation of similar apparent is reflexive in the generalized stable ring regular from the set of integers  $n$ , a relation the pseudo similar relationship is symmetrical to the generalized stable regular ring from the set of integers  $n$  and the pseudo similar relationship is transitive on the generalized stable regular ring from the set of integers  $n$ .

**Keywords:** pseudo similarity, ring reguler, generalized stable ring.

### 1. Pendahuluan

Suatu ring  $R$  dikatakan memenuhi sifat *stable range one* apabila memenuhi kondisi berikut: jika  $aR + bR = R$  maka terdapat suatu  $y \in R$  sehingga  $a + by \in U(R)$  (Chen, [1]) dengan  $U(R)$  himpunan semua unit dalam  $R$  (Goodearl, [6]). Dalam hal ini, ring  $R$  yang dimaksud adalah ring komutatif dengan elemen satuan. Suatu ring  $R$  dikatakan ring reguler apabila untuk setiap  $x$  di  $R$  ada  $y$  di  $R$  sehingga  $x = xyx$ . (Goodearl *et al*, [5]) Goodearl [6] menyelidiki keterkaitan antara ring reguler yang memenuhi sifat *stable range one* dengan unit reguler, yaitu: Jika  $R$  ring reguler memenuhi sifat *stable range one* maka  $R$  merupakan unit ring reguler. Dalam penelitian Yuliza [7] memberikan bukti yang lebih sederhana dan mendasar mengenai keterkaitan antara ring reguler dengan *stable range one*. Beberapa peneliti telah menyelidiki ring yang memenuhi *stable range one*. Di antaranya adalah Chen [2], Goodearl *et al* [5]. Keterkaitan antara ring reguler  $R$  dengan sifat ring *stable range one* dikemukakan oleh Chen [3]. Chen *et al* [4] memberikan bukti yang lain yang menunjukkan keterkaitan antara ring reguler yang memenuhi sifat *stable range one* dengan unit reguler.

Melalui  $U(R)$  dapat dibentuk himpunan yang lebih umum yaitu  $K(R)$  dengan definisi sebagai berikut,  $K(R) = \{x \in R \mid (\exists s, t \in R) sxt = 1\}$ .  $K(R)$  adalah generalisasi dari  $U(R)$ , sebab: jika  $x \in U(R)$  maka terdapat  $u \in R$  sehingga  $ux = 1$  yang berarti  $ux \cdot 1 = 1$ . Dari ring  $R$  yang memenuhi sifat *stable range one* dapat didefinisikan ring *stable* diperumum sebagai berikut: Suatu ring  $R$  merupakan ring *stable* diperumum jika  $aR + bR = R$  maka  $a + by \in K(R)$  untuk suatu  $y \in R$ . Yuliza [7] telah menyelidiki keterkaitan antara ring reguler dengan ring *stable* diperumum. Keterkaitan antara ring reguler  $R$  dengan sifat ring *stable* diperumum dikemukakan oleh Chen [3] berikut ini: Ring reguler *stable* diperumum jika dan hanya jika untuk setiap  $x \in R$  terdapat suatu  $w \in K(R)$  dan suatu grup  $G$  di  $R$  sehingga  $wx \in G$ . Yuliza [7] menyelidiki bahwa: Ring reguler *stable* diperumum jika dan hanya jika untuk setiap  $x \in R$  terdapat suatu  $w \in K(R)$  dan suatu grup  $G$  di  $R$  sehingga  $wx \in G$ .

Penelitian ini merupakan lanjutan penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Yuliza [8] yang berkaitan dengan sifat-sifat serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum. Yuliza [9] telah menyelidiki ring reguler *stable* diperumum pada himpunan bilangan bulat modulo  $n$ . Pengembangan berikutnya yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah menyelidiki relasi ekuivalen serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum. Kemudian pada penelitian ini akan diselidiki relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$ , relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$  dan relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$ .

## 2. Metode Penelitian

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Mendefinisikan similar semu atas ring reguler *stable* diperumum.
2. Menyelidiki relasi simetris pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum.
3. Menyelidiki relasi refleksif pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum.
4. Menyelidiki relasi transitif pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum.
5. Menyelidiki relasi simetris pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat modulo  $n$ .
6. Menyelidiki relasi refleksif pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat modulo  $n$ .
7. Menyelidiki relasi transitif pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat modulo  $n$ .
8. Interpretasi hasil.

## 3 Hasil dan Pembahasan

Didefinisikan ring  $R$  adalah ring komutatif dengan elemen satuan. Misalkan  $a, b \in R$ . Elemen  $a$  dikatakan berelasi serupa semu terhadap  $b$  di  $R$  apabila terdapat  $x, y, z \in R$  sehingga  $xay = b$ ,  $zbx = a$ ,  $xyx = xzx = x$  dan dinotasikan dengan  $a \approx b$ . (Chen, [3])

**Lemma 1.** Jika  $R$  ring dan  $a, b \in R$  maka pernyataan berikut ekuivalen:

- (1)  $a \approx b$ .
- (2) Terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

(Chen, [3])

**Bukti:**

$$(1) \Rightarrow (2)$$

Diketahui  $a \approx b$  yang berarti  $a$  merupakan serupa semu terhadap  $b$  di  $R$  maka terdapat  $x, y, z \in R$  sehingga  $yax = b$ ,  $xbz = a$ ,  $xyx = xzx = x$ . Ambil  $y = z$ . Dari sini diperoleh,  $y(yxy)y = y(xzx)y = yxy = y$ . Jadi, jika  $a \approx b$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

$$(2) \Rightarrow (1)$$

Misalkan terdapat  $x, y, z \in R$  sehingga  $b = xay$ ,  $a = zbx$  dan  $x = xyx = xzx$ . Selanjutnya,

$$xa(yxy) = xay = b, (zxz)bx = zbx = a,$$

Menurut yang diketahui, diperoleh

$$x(yxy)x = xxy = x = xzx = x(zxz)x, (yxy)x(yxy) = yxy \text{ dan } (zxz)x(zxz) = zxz.$$

Dengan kata lain,  $y = yxy$  dan  $z = zxz$ . Oleh karena itu,  $xa(zxy) = xay = b, (zxy)bx = zbx = a, zxy = (zxy)x(zxy)$  dan

$$x = x(zxy)x. \text{ Jadi, } a \approx b. \square$$

Misalkan  $R$  ring reguler *stable* diperumum dan  $a, b \in R$ . Elemen  $a$  dikatakan berelasi serupa semu terhadap  $b$  di  $R$  apabila terdapat  $x, y, z \in R$  sehingga  $xay = b$ ,  $zbx = a$ ,  $xyx = xzx = x$  dan dinotasikan dengan  $a \approx b$ .

Akan ditunjukkan relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum yakni,  $a \approx b$  maka  $b \approx a$ . Diketahui  $a \approx b$  yang berarti  $a$  merupakan serupa semu terhadap  $b$  di  $R$  maka terdapat  $x, y, z \in R$  sehingga  $yax = b$ ,  $xbz = a$ ,  $xyx = xzx = x$ . Ambil  $y = z$ . Menurut Lemma 1, jika  $a \approx b$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

$$\begin{aligned} a &= xby \\ (yx)a(yx) &= (yx)xby(yx) \\ y(xay)x &= (xy)xby(xy) \\ ybx &= (xyx)b(yxy) \\ ybx &= xby = a. \end{aligned}$$

diperoleh  $ybx = a$ .

$$\begin{aligned} b &= yax \\ (xy)b(xy) &= (xy)yax(xy) \\ x(ybx)y &= (yx)yax(yx) \\ xay &= (yxy)a(xyx) \\ xay &= yax = b \end{aligned}$$

diperoleh  $xay = b$ .

Jadi, relasi serupa semu bersifat simetris dipenuhi yang berarti  $b$  merupakan serupa semu terhadap  $a$ , yakni  $b \approx a$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = ybx$ ,  $b = xay$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

Akan ditunjukkan relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum yakni,  $a \approx a$ . Menurut Lemma 1, ambil  $a = b$  sehingga  $a = xay$ .

$$\begin{aligned} (yx)a(yx) &= (yx)xay(yx) \\ y(xay)x &= (xy)xay(xy) \\ yax &= (xyx)a(yxy) \\ yax &= xay = a \end{aligned}$$

Jadi,  $a \approx a$  yang berarti relasi serupa semu bersifat refleksif dipenuhi yakni  $a$  serupa semu terhadap  $a$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = xay$ ,  $a = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

Akan ditunjukkan relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum yakni,  $a \approx b$  dan  $b \approx c$  maka  $a \approx c$ . Menurut Lemma 1, jika  $a \approx b$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ . Selain itu, menurut Lemma 1 jika  $b \approx c$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $b = xcy$ ,  $c = ybx$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

$$\begin{aligned} a &= xby \\ &= x(xcy)y = x'c'y' \text{ dengan } x' = x, y' = y \text{ dan } x', y' \in R \\ c &= ybx \\ &= y(yax)x = y'a'x' \text{ dengan } y' = y, x' = x \text{ dan } x', y' \in R \end{aligned}$$

diperoleh  $a \approx c$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = xcy$ ,  $c = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ . Jadi, relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum dipenuhi. Dengan demikian, relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum, relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum dan relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum dipenuhi.

Selanjutnya, relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$ , relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$  dan relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum dari himpunan bilangan bulat  $n$ . Dalam hal ini, himpunan bilangan bulat modulo  $n$  yang dimaksud adalah himpunan bilangan bulat modulo  $n$  bukan nol.

Ring reguler yang memenuhi *stable* diperumum pada himpunan bilangan bulat modulo  $n$  (Yuliza, [9]) apabila  $n$  prima. Untuk ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_2$  dan  $\mathbb{Z}_3$ , jelas memenuhi relasi refleksif dan relasi simetris pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum. Di definisikan  $a$  merupakan similar semu terhadap  $b$  di  $\mathbb{Z}_5$ , jika  $a \approx b$  terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{1} \in \mathbb{Z}_5$ , jelas bahwa  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{1} \neq \bar{2}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{1} = x\bar{2}y$ ,  $\bar{2} = y\bar{1}x$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{1} \neq \bar{3}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{1} = x\bar{3}y$ ,  $\bar{3} = y\bar{1}x$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{2} \cdot \bar{3}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{1} \approx \bar{4}$ , sebab terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{1} = \bar{4} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{4} \cdot \bar{4}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{2} \approx \bar{2}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{2} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{2} \cdot \bar{2}$ ,  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$  dan  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{2} \cdot \bar{3}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{2} \approx \bar{3}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{2} = \bar{1} \cdot \bar{3} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{3} = \bar{4} \cdot \bar{2} \cdot \bar{1}$ ,  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$  dan  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{2} \cdot \bar{3}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{2} \neq \bar{4}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{2} = x\bar{4}y$ ,  $\bar{4} = y\bar{2}x$ ,  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{4} \cdot \bar{4}$ .

Ambil  $\bar{3}, \bar{1} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{3} \neq \bar{1}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{3} = x\bar{1}y$ ,  $\bar{1} = y\bar{3}x$ ,  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{2} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$ .

Ambil  $\bar{3}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{3} \approx \bar{2}$ , sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{3} = \bar{1} \cdot \bar{2} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{2} = \bar{4} \cdot \bar{3} \cdot \bar{1}$ ,  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{2} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$ .

Ambil  $\bar{3}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{3} \approx \bar{3}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{3} = \bar{2}\bar{3}\bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{3}\bar{2}$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{3}\bar{2}$  dan  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{3}$ .  
 Ambil  $\bar{3}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{3} \neq \bar{4}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{3} = x\bar{4}y$ ,  $\bar{4} = y\bar{3}x$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{3}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ .  
 Ambil  $\bar{4}, \bar{1} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{4} \approx \bar{1}$ , sebab terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = \bar{4}\bar{1}\bar{1}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{4}\bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ .  
 Ambil  $\bar{4}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{4} \neq \bar{2}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = x\bar{2}y$ ,  $\bar{2} = y\bar{4}x$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$  dan  $\bar{2} = \bar{2}\bar{3}\bar{2}$ .  
 Ambil  $\bar{4}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{4} \neq \bar{3}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = y\bar{3}x$ ,  $\bar{3} = x\bar{4}y$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{3}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ .  
 Ambil  $\bar{4}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$ ,  $\bar{4} \approx \bar{4}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = \bar{2}\bar{4}\bar{3}$ ,  $\bar{4} = \bar{3}\bar{4}\bar{2}$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ .

Akan ditunjukkan relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$ . Di definisikan relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$ , yakni,  $a \approx a$  untuk setiap  $a \in \mathbb{Z}_5$ . Jelas bahwa  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

$\bar{2} \approx \bar{2}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{2} = \bar{2}\bar{2}\bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{2}$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{3}\bar{2}$  dan  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{3}$ .

$\bar{3} \approx \bar{3}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{3} = \bar{2}\bar{3}\bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{3}\bar{2}$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{3}\bar{2}$  dan  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{3}$ .

$\bar{4} \approx \bar{4}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = \bar{2}\bar{4}\bar{3}$ ,  $\bar{4} = \bar{3}\bar{4}\bar{2}$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ .

Jadi, relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$  dipenuhi.

Akan ditunjukkan relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$ . Di definisikan relasi similar semu bersifat simetris pada ring reguler ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$ , yakni,  $a \approx b$  maka  $b \approx a$ . Jika  $a \approx b$  terdapat  $x, y \in R$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ . Di peroleh,  $b \approx a$  terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $a = ybx$ ,  $b = xay$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

Jika  $\bar{1} \approx \bar{4}$  terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{1} = \bar{4}\bar{4}\bar{1}$ ,  $\bar{4} = \bar{1}\bar{1}\bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ , maka  $\bar{4} \approx \bar{1}$  terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = \bar{4}\bar{1}\bar{1}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{4}\bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ . Jika  $\bar{2} \approx \bar{3}$  terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{2} = \bar{1}\bar{3}\bar{4}$ ,  $\bar{3} = \bar{4}\bar{2}\bar{1}$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{3}\bar{2}$  dan  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{3}$  maka  $\bar{3} \approx \bar{2}$  terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{3} = \bar{1}\bar{2}\bar{4}$ ,  $\bar{2} = \bar{4}\bar{3}\bar{1}$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{2}\bar{3}$  dan  $\bar{2} = \bar{2}\bar{3}\bar{2}$ .

Akan ditunjukkan ring serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$ . Jika  $\bar{1} \approx \bar{4}$  dan  $\bar{4} \approx \bar{1}$  maka akan ditunjukkan  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

$\bar{1} \approx \bar{4}$  berarti terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{1} = \bar{4}\bar{4}\bar{1}$ ,  $\bar{4} = \bar{1}\bar{1}\bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ .

$\bar{4} \approx \bar{1}$  berarti terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = \bar{4}\bar{1}\bar{1}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{4}\bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{4}$ .

Diperoleh  $\bar{1} = \bar{4}(\bar{4}\bar{1}\bar{1})$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}(\bar{1}\bar{1}\bar{4})$ ,  $\bar{4} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  yang berarti  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

Jadi, relasi serupa semu bersifat transitis pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$  dipenuhi.

Didefinisikan  $a$  merupakan similar semu terhadap  $b$  di  $\mathbb{Z}_7$ , jika  $a \approx b$  terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{1} \in \mathbb{Z}_7$ , jelas bahwa  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{1} \neq \bar{2}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{1} = x\bar{2}y$ ,  $\bar{2} = y\bar{1}x$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{1} \neq \bar{3}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{1} = x\bar{3}y$ ,  $\bar{3} = y\bar{1}x$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{3} = \bar{3}\bar{5}\bar{3}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{1} \neq \bar{4}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{1} = x\bar{4}y$ ,  $\bar{4} = y\bar{1}x$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{1} \neq \bar{5}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{1} = x\bar{5}y$ ,  $\bar{5} = y\bar{1}x$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{5} = \bar{5}\bar{3}\bar{5}$ .

Ambil  $\bar{1}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{1} \approx \bar{6}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{1} = \bar{2}\bar{6}\bar{3}$ ,  $\bar{6} = \bar{3}\bar{1}\bar{2}$ ,  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$  dan  $\bar{6} = \bar{6}\bar{6}\bar{6}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{2} \approx \bar{2}$ , sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{2} = \bar{3}\bar{2}\bar{5}$ ,  $\bar{2} = \bar{5}\bar{2}\bar{3}$  dan  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{2} \neq \bar{3}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{2} = x\bar{3}y$ ,  $\bar{3} = y\bar{2}x$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$  dan  $\bar{3} = \bar{3}\bar{5}\bar{3}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{2} \neq \bar{4}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{2} = x\bar{4}y$ ,  $\bar{4} = y\bar{2}x$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{2} \neq \bar{5}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{2} = x\bar{5}y$ ,  $\bar{5} = y\bar{2}x$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$  dan  $\bar{5} = \bar{5}\bar{3}\bar{5}$ .

Ambil  $\bar{2}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{2} \neq \bar{6}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{2} = x\bar{6}y$ ,  $\bar{6} = y\bar{2}x$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$  dan  $\bar{6} = \bar{6}\bar{6}\bar{6}$ .

Ambil  $\bar{3}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{3} \approx \bar{3}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{3} = \bar{2}\bar{3}\bar{4}$ ,  $\bar{3} = \bar{4}\bar{3}\bar{2}$ ,  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$ .

Ambil  $\bar{3}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{3} \approx \bar{4}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{3} = \bar{2}\bar{4}\bar{3}$ ,  $\bar{4} = \bar{3}\bar{3}\bar{2}$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{5}\bar{3}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$ .

Ambil  $\bar{3}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{3} \neq \bar{5}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{3} = x\bar{5}y$ ,  $\bar{5} = y\bar{3}x$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{5}\bar{3}$  dan  $\bar{5} = \bar{5}\bar{3}\bar{5}$ .

Ambil  $\bar{3}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{3} \neq \bar{6}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{3} = x\bar{6}y$ ,  $\bar{6} = y\bar{3}x$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{5}\bar{3}$  dan  $\bar{6} = \bar{6}\bar{6}\bar{6}$ .

Ambil  $\bar{4}, \bar{1} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{4} \neq \bar{1}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = x\bar{1}y$ ,  $\bar{1} = y\bar{4}x$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$  dan  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$ .

Ambil  $\bar{4}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{4} \neq \bar{2}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = x\bar{2}y$ ,  $\bar{2} = y\bar{4}x$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$  dan  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$ .

Ambil  $\bar{4}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{4} \approx \bar{3}$  sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = \bar{2}\bar{3}\bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3}\bar{4}\bar{3}$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$  dan  $\bar{3} = \bar{3}\bar{5}\bar{3}$ .

Ambil  $\bar{4}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{4} \approx \bar{4}$  sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = \bar{2}\bar{4}\bar{4}$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{4}\bar{2}$  dan  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$ .

Ambil  $\bar{4}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{4} \neq \bar{5}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = x\bar{5}y$ ,  $\bar{5} = y\bar{4}x$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$  dan  $\bar{5} = \bar{5}\bar{3}\bar{5}$ .

Ambil  $\bar{4}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{4} \neq \bar{6}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = x\bar{6}y$ ,  $\bar{6} = y\bar{4}x$ ,  $\bar{4} = \bar{4}\bar{2}\bar{4}$  dan  $\bar{6} = \bar{6}\bar{6}\bar{6}$ .

Ambil  $\bar{5}, \bar{1} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{5} \neq \bar{1}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{5} = x\bar{1}y$ ,  $\bar{1} = y\bar{5}x$ ,  $\bar{5} = \bar{3}\bar{5}\bar{3}$  dan  $\bar{1} = \bar{1}\bar{1}\bar{1}$ .

Ambil  $\bar{5}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{5} \neq \bar{2}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{5} = x\bar{2}y$ ,  $\bar{2} = y\bar{5}x$ ,  $\bar{5} = \bar{5}\bar{3}\bar{5}$  dan  $\bar{2} = \bar{2}\bar{4}\bar{2}$ .

Ambil  $\bar{5}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{5} \neq \bar{3}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{5} = x\bar{3}y$ ,  $\bar{3} = y\bar{5}x$ ,  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{3} \cdot \bar{5}$  dan  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$ .  
 Ambil  $\bar{5}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{5} \neq \bar{4}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{5} = x\bar{4}y$ ,  $\bar{4} = y\bar{5}x$ ,  $\bar{5} = \bar{5} \cdot 4 \cdot \bar{5}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot 2 \cdot \bar{4}$ .  
 Ambil  $\bar{5}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{5} \approx \bar{5}$  sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{5} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{5}$ ,  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{3} \cdot \bar{5}$ .  
 Ambil  $\bar{5}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{5} \neq \bar{6}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{5} = x\bar{6}y$ ,  $\bar{6} = y\bar{5}x$ ,  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{3} \cdot \bar{5}$  dan  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$ .  
 Ambil  $\bar{6}, \bar{1} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{6} \approx \bar{1}$  sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = 3 \cdot \bar{1} \cdot \bar{2}$ ,  $\bar{1} = \bar{2} \cdot \bar{6} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$  dan  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$ .  
 Ambil  $\bar{6}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{6} \neq \bar{2}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = x\bar{2}y$ ,  $\bar{2} = y\bar{6}x$ ,  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$  dan  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{4} \cdot \bar{2}$ .  
 Ambil  $\bar{6}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{6} \neq \bar{3}$  sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = x\bar{3}y$ ,  $\bar{3} = y\bar{6}x$ ,  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$  dan  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$ .  
 Ambil  $\bar{6}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{6} \neq \bar{5}$ , sebab tidak terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = x\bar{5}y$ ,  $\bar{5} = y\bar{6}x$ ,  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$  dan  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{3} \cdot \bar{5}$ .  
 Ambil  $\bar{6}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$ ,  $\bar{6} \approx \bar{6}$  sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = \bar{3} \cdot \bar{6} \cdot \bar{5}$ ,  $\bar{6} = \bar{5} \cdot \bar{6} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$ .

Akan ditunjukkan relasi serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$ . Didefinisikan relasi serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$ , yakni,  $a \approx a$  untuk setiap  $a \in \mathbb{Z}_7$ . Jelas bahwa  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

$\bar{2} \approx \bar{2}$ , sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{2} = \bar{3} \cdot \bar{2} \cdot \bar{5}$ ,  $\bar{2} = \bar{5} \cdot \bar{2} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{3} \cdot \bar{5}$ .  
 $\bar{3} \approx \bar{3}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{3} = \bar{2} \cdot \bar{3} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{3} = \bar{4} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$ ,  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{4} \cdot \bar{2}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{2} \cdot \bar{4}$ .  
 $\bar{4} \approx \bar{4}$ , sebab terdapat  $\bar{2}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = \bar{2} \cdot \bar{4} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{4} \cdot \bar{2}$ ,  $\bar{2} = \bar{2} \cdot \bar{4} \cdot \bar{2}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{2} \cdot \bar{4}$ .  
 $\bar{5} \approx \bar{5}$ , sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{5} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{5}$ ,  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{3} \cdot \bar{5}$ .  
 $\bar{6} \approx \bar{6}$ , sebab terdapat  $\bar{3}, \bar{5} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = \bar{3} \cdot \bar{6} \cdot \bar{5}$ ,  $\bar{6} = \bar{5} \cdot \bar{6} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{5} = \bar{5} \cdot \bar{3} \cdot \bar{5}$ .  
 Jadi, relasi serupa semu bersifat refleksif pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$  dipenuhi.

Akan ditunjukkan relasi serupa semu bersifat simetris pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$ . Didefinisikan relasi simetris atas ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$ , yakni,  $a \approx b$  maka  $b \approx a$ . Jika  $a \approx b$  terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $a = xby$ ,  $b = yax$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ . Di peroleh,  $b \approx a$  terdapat  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $a = ybx$ ,  $b = xay$ ,  $x = xyx$  dan  $y = yxy$ .

Jika  $\bar{3} \approx \bar{4}$  terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{3} = \bar{2} \cdot \bar{4} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{4} = \bar{3} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$ ,  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{2} \cdot \bar{4}$  maka  $\bar{4} \approx \bar{3}$  terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{4} = \bar{2} \cdot \bar{3} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{4} = \bar{3} \cdot \bar{4} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{2} \cdot \bar{4}$  dan  $\bar{3} = \bar{3} \cdot \bar{5} \cdot \bar{3}$ . Jika  $\bar{1} \approx \bar{6}$ , terdapat  $\bar{2}, \bar{3} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{1} = \bar{2} \cdot \bar{6} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{6} = \bar{3} \cdot \bar{1} \cdot \bar{2}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$  maka  $\bar{6} \approx \bar{1}$  terdapat  $\bar{3}, \bar{2} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = \bar{3} \cdot \bar{1} \cdot \bar{2}$ ,  $\bar{1} = \bar{2} \cdot \bar{6} \cdot \bar{3}$ ,  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$  dan  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$ . Jadi, relasi serupa semu bersifat transitif pada reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$  dipenuhi.

Akan ditunjukkan relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$ .

Jika  $\bar{1} \approx \bar{4}$  dan  $\bar{4} \approx \bar{1}$  maka akan ditunjukkan  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

$\bar{1} \approx \bar{4}$  berarti terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{1} = \bar{4} \cdot \bar{4} \cdot \bar{1}$ ,  $\bar{4} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{4} \cdot \bar{4}$ .

$\bar{4} \approx \bar{1}$  berarti terdapat  $\bar{1}, \bar{4} \in \mathbb{Z}_5$  sehingga  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{4} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{4} = \bar{4} \cdot \bar{4} \cdot \bar{4}$ .

Di peroleh,  $\bar{1} = \bar{4} \cdot (\bar{4} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1})$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot (\bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{4}) \cdot \bar{4} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  yang berarti  $\bar{1} \approx \bar{1}$ .

Jadi, relasi transitif pada similar semu atas ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_5$  dipenuhi.

$\bar{1} \approx \bar{6}$ , berarti terdapat  $\bar{1}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{1} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{1}$ ,  $\bar{6} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{6}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$ .

$\bar{6} \approx \bar{6}$ , berarti terdapat  $\bar{1}, \bar{6} \in \mathbb{Z}_7$  sehingga  $\bar{6} = \bar{1} \cdot \bar{6} \cdot \bar{1}$ ,  $\bar{6} = \bar{1} \cdot \bar{6} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$ .

Di peroleh,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$ ,  $\bar{6} = \bar{1} \cdot (\bar{1} \cdot \bar{6})$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{6}$ ,  $\bar{1} = \bar{1} \cdot \bar{1} \cdot \bar{1}$  dan  $\bar{6} = \bar{6} \cdot \bar{6} \cdot \bar{6}$  yang berarti  $\bar{1} \approx \bar{6}$ .

Jadi, relasi serupa semu bersifat transitif pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_7$ .

#### 4. Simpulan

Relasi serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum  $\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_2$  dan  $\mathbb{Z}_2$  bersifat refleksif, simetris dan transitif. Dengan demikian, berlaku relasi ekuivalensi pada serupa semu pada ring reguler *stable* diperumum.

#### Ucapan Terima Kasih

1. Drs. Muhammad Irfan, M.T selaku Dekan FMIPA Unsri.
2. Prof. Dr. H. Muhammad Said, M.Sc selaku Ketua Lembaga Penelitian Unsri.

### Daftar Pustaka

1. Chen H., 2000, On Generalized *Stable* Rings, *Comm. Algebra* (28), 1907 – 1917.
2. Chen H, 2001, Regular Rings with Finite *Stable* Range, *Comm. Algebra* (29), 157 – 166.
3. Chen H, 2003, Generalized *Stable* Regular Rings, *Comm. Algebra* (31), 4899 – 4910.
4. Chen H, Chin A.Y.M, 2002, A Note On Regulers Rings With A *Stable* Range One, *IJMMS.Hindawi.Com* (31:7): 449 – 450
5. Goodearl K R., Menal P., 1988, *Stable* Range One for Rings with Many Units, *J Pure Applic. Algebra* (54), 261 – 287
6. Goodearl K.R., 1991, Von Neumann Regular Rings, 2<sup>nd</sup> edition, Malabar, Florida, Krieger.
7. Yuliza, E., 2010, Ring Reguler Yang Memenuhi Ring Stabil Diperumum (Generalized *Stable* Rings), *Jurnal Penelitian Sains*, ISSN: 1410-7058, Edisi Khusus Juni.
8. Yuliza E., 2013, Sifat-Sifat Similar Semu Atas Ring Reguler *Stable* Diperumum, *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan Matematika UNY*, ISBN: 978-979-16353-9-4.
9. Yuliza E., 2014, Ring Reguler *Stable* Diperumum Pada Himpunan Bilangan Bulat Modulo n, *Prosiding Seminar Nasional MIPA Unsri*, ISBN: 978-702-98559-1-3.