Jurnal Matematika Integratif.
Vol. 17,No. 2 (2021), pp. 73–83.

p-ISSN:1412-6184, e-ISSN:2549-903
doi:10.24198/jmi.v17.n2.34805.73-83

Estimasi Parameter Model Volatilitas Stokastik dengan Metode Bayesian Rantai Markov Monte Carlo untuk Memprediksi *Return* Saham

Rahmayanti Putri Desiresta, Firdaniza Firdaniza, Kankan Parmikanti

Departemen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran
rahmayanti17001@mail.unpad.ac.id, firdaniza@unpad.ac.id, parmikanti@unpad.ac.id

Abstrak

Parameter dari suatu distribusi biasanya belum diketahui nilainya, untuk mengetahuinya dilakukan estimasi terhadap parameter tersebut. Metode estimasi parameter ada dua macam, yaitu metode klasik dan metode Bayesian. Metode Bayesian merupakan suatu metode yang menggabungkan distribusi sampel dengan distribusi prior. Untuk mendapatkan sampel secara acak adalah dengan menggunakan simulasi. Salah satu teknik simulasi yang digunakan dalam metode Bayesian adalah metode rantai Markov Monte Carlo (RMMC), yaitu suatu metode simulasi untuk membangkitkan peubah-peubah acak yang didasarkan pada rantai Markov. Pada penelitian ini dibahas tentang metode Bayesian dengan RMMC menggunakan algoritma *Gibbs Sampling*. Metode RMMC menggunakan algoritma *Gibbs Sampling* ini bekerja membangun rantai Markov dengan pengambilan sampel secara rekursif dari distribusi posterior bersyarat penuh masing-masing parameternya. Pada penelitian ini, metode Bayesian dengan RMMC menggunakan algoritma *Gibbs Sampling* diterapkan untuk mengestimasi parameter model Volatilitas Stokastik hingga konvergen.Volatilitas stokastik merupakan konsep yang memungkinkan fakta bahwa volatilitas harga aset bervariasi dari waktu ke waktu dan tidak konstan. Model ini kemudian digunakan untuk memprediksi *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK). Berdasarkan model Volatilitas Stokastik yang diperoleh didapatkan hasil prediksi untuk *return* saham hampir mendekati data aktualnya. Manfaat dari penelitian ini yaitu nilai prediksi yang diperoleh dapat digunakan sebagai acuan bagi para investor untuk membuat portofolio yang optimal.

Kata kunci: Metode Bayesian, Metode Rantai Markov Monte Carlo, Algoritma *Gibbs Sampling*, Model Volatilitas Stokastik, *Return* Saham

---

2000 Mathematics Subject Classification: 60J10, 60J20
Received: 26-07-2021, Revised: 17-10-2021; Accepted: 15-11-2021.

Abstract

Parameters of a distribution are usually unknown values, to find out an estimate is made of these parameters. There are two kinds of parameter estimation methods, namely classical method and Bayesian method. Bayesian method was a method that combines sample distribution with prior distribution. To get a random sample is to use a simulation. One of the simulation techniques used in Bayesian method is Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method, which is a simulation method for generating random variables based on the Markov chain. This study discusses Bayesian method with MCMC using Gibbs Sampling algorithm. MCMC method with Gibbs Sampling algorithm works to build a Markov chain by recursively sampling from full conditional posterior distribution of each parameter. In this study, Bayesian method with MCMC using Gibbs Sampling algorithm was applied to estimate parameters of the Stochastic Volatility to converge. Stochastic volatility is a concept that allows for the fact that asset price volatility varies over time and is not constant. This model applied for predicting stock returns of PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK). Based on Stochastic Volatility model obtained, prediction results for stock returns are almost close to the actual data. Benefit of this research is that the predicted value obtained can be used as a reference for investors to create an optimal portfolio.

Keywords: *Bayesian Method, Markov Chain Monte Carlo Method, Gibbs Sampling Algorithm, Stochastic Volatility Model, Stock Return*

1. Pendahuluan

Metode untuk mengestimasi parameter distribusi terbagi menjadi dua, yaitu metode klasik dan metode Bayesian. Metode Bayesian merupakan suatu metode yang menggabungkan distribusi sampel dengan distribusi prior (Walpole and Myers, [16]). Menurut Martino *et al.*, [9], nilai estimasi parameter diperoleh dengan simulasi pengambilan sampel parameter dari distribusi posterior kompleks menggunakan metode rantai Markov Monte Carlo (RMMC). Metode RMMC merupakan suatu metode simulasi untuk membangkitkan peubah-peubah acak yang didasarkan pada rantai Markov (Brooks *et al.*, [4]). Terdapat dua algoritma yang sering digunakan dalam metode RMMC, yaitu algoritma *Metropolis-Hastings* dan algoritma *Gibbs Sampling*.

Salah satu penerapan metode Bayesian dengan RMMC adalah untuk mengestimasi parameter model Volatilitas Stokastik. Model Volatilitas Stokastik merupakan salah satu model yang digunakan untuk memprediksi volatilitas pada suatu data runtun waktu, salah satunya yaitu untuk memprediksi harga saham. Ada beberapa peneleti terdahulu yang sudah mengkaji tentang metode Bayesian RMMC dengan *Gibbs Sampling*, salah satunya yaitu Alfian [1] yang membahas mengenai prosedur estimasi parameter model Volatilitas Stokastik pada data *return* saham Bank Negara Indonesia (BBNI.JK).

Pada penelitian ini dikaji estimasi parameter model Volatilitas Stokastik menggunakan metode Bayesian dengan RMMC algoritma *Gibbs Sampling*, kemudian model diterapkan untuk memprediksi *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk (ICBP.JK).

2. Metode Penelitian

2.1. **Materi Penelitian.** Objek yang diteliti dalam penelitian ini adalah parameter model Volatilitas Stokastik dan data nilai *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk.

(ICBP.JK) pada periode 18 Oktober 2016 sampai 30 Desember 2019, dengan data in sampel sebanyak 717 data (18 Oktober 2016 17 Oktober 2019) dan data out sampel sebanyak 50 data (18 Oktober 2019 30 Desember 2019). Data harga penutupan harian saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) dikumpulkan dari www.finance.yahoo.com. Kemudian data tersebut dihitung nilai *return* sahamnya. Data *return* saham harus stasioner terhadap *mean* dan *varians*. Hal ini diperiksa melalui uji stasioneritas *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Kemudian data *return* saham digunakan dalam studi kasus untuk estimasi parameter model Volatilitas Stokastik. Parameter model Volatilitas Stokastik pada penelitian ini diestimasi menggunakan metode Bayesian dengan RMMC algoritma *Gibbs Sampling*. Setelah itu, hasil estimasi parameter tersebut dilakukan uji kekonvergenan menggunakan uji *Heidelberger and Welch*. Setelah hipotesis nol diterima, model Volatilitas Stokastik dapat dibangun dari hasil estimasi parameter yang sudah konvergen. Kemudian model Volatilitas Stokastik digunakan untuk memprediksi return saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK). Proses pengolahan data dilakukan menggunakan bantuan *software Microsoft Excel* dan *R Studio*.

2.2. ***Return* Saham.** Menurut Sudirman [14], *return* saham merupakan hasil yang diperoleh dari investasi saham atau tingkat keuntungan yang dinikmati oleh investor atas suatu investasi yang dilakukannya. Merujuk pada Zulfikar [17], dalam perhitungan nilai *return* terdapat dua jenis *return* yaitu, *return* aritmetika dan *return* geometri. Pada penelitian ini digunakan *return* geometri. Return geometri atau logaritma asli *return* atau *continuous compounding return* didefinisikan oleh persamaan (1).

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{1}$$

dengan,

$$\begin{aligned} r_t &: \textit{return} \text{ pada waktu } t \\ p_t &: \text{harga aset pada waktu } t \\ P_{t-1} &: \text{harga aset pada waktu } t-1 \end{aligned}$$

Pada penelitian ini data *return* saham harus merupakan data yang stasioner. Oleh karena itu, sebelum digunakan data *return* saham harus diuji kestasionerannya.

2.3. **Uji Kestasioneran.** Kestasioneran data diartikan dengan tidak adanya perubahan yang signifikan pada data. Menurut Cryer and Chan, [6], suatu data deret waktu Z_t dikatakan stasioner jika:

(1) $E(Z_t) = \mu$ konstan untuk semu t,
(2) $Var(Z_t) = \sigma^2$ konstan untuk semu t,
(3) $Cov(Z_t, Z_{t-k}) = \gamma_k$ konstan untuk semu t, dan $k \neq 0$.

Jadi, suatu data deret waktu dikatakan stasioner bilamana *mean*, variansi, dan kovariansinya konstan terhadap waktu.

Untuk mengetahui data stasioner atau tidak stasioner dapat dilakukan menggunakan suatu uji. Salah satu uji yang digunakan yaitu uji akar-akar unit dengan uji *Dickey-Fuller* (DF) atau uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji akar unit ADF ini digunakan untuk menguji adanya anggapan bahwa sebuah data deret waktu mengandung akar unit atau bersifat tidak stasioner.

Merujuk pada Fuller [7], tiga persamaan regresi yang bisa digunakan untuk menguji kehadiran akar unit adalah:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{2}$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{3}$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t, \tag{4}$$

dengan ε_t $WN(0, \sigma^2)$. Perbedaan antara persamaan (2), (3), dan (4) hanya terletak pada keberadaan elemen-elemen deterministik a_0 dan $a_2 t$. Parameter yang menjadi perhatian dalam persamaan tersebut adalah a_1. Jika $a_1 = 1$ maka y_t mempunyai akar unit atau dapat dikatakan y_t tidak stasioner. Jika $|a_1| < 1$, maka y_t tidak mempunyai akar unit atau dapat dikatakan y_t stasioner. Jadi hipotesis

$$H_0 : a_1 = 1$$
$$H_1 : |a_1| < 1$$

dapat diuji menggunakan statistik-t untuk menentukan apakah y_t mempunyai akar unit atau tidak. Persamaan (2), (3), dan (4) dapat dilakukan reparameterisasi sebagai berikut:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{5}$$
$$\Delta y_t = a_0 + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{6}$$
$$\Delta y_t = a_0 + \rho y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t, \tag{7}$$

dengan $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ dan $\rho = a_1 - 1$. Model regresi pada persamaan (5), (6), dan (7) dikenal sebagai regresi *Dickey-Fuller*. Parameter yang menjadi perhatian pada persamaan (5), (6), dan (7) adalah ρ. Jika $\rho = 0$, yang berarti $a_1 - 1$, maka y_t mempunyai akar unit atau y_t tidak stasioner. Jadi hipotesis

$$H_0 : \rho = 0$$
$$H_1 : \rho < 0$$

dapat diuji untuk mengetahui kehadiran akar unit pada persamaan (5), (6), dan (7).

Uji hipotesis $H_0 : \rho = 0$ pada persamaan (5) dapat dilakukan menggunakan statistik-t yang didefinisikan sebagai

$$\tau = \frac{\hat{\rho} - \rho}{se(\hat{\rho})} \tag{8}$$

dimana

$$se(\hat{\rho}) = \sqrt{\frac{(1-\rho^2)}{n^2}} \tag{9}$$

dengan $\hat{\rho}$ adalah penaksir kuadrat terkecil dari ρ dan $se(\hat{\rho})$ adalah kesalahan standar (*standart error*) dari $\hat{\rho}$. Nilai statistik-t dibandingkan dengan nilai kritis DF (nilai kritis statistik-t) untuk menentukan apakah menerima atau menolak hipotesis nol. Aturan keputusan diambil berdasarkan kriteria berikut:

(1) Jika statistik-t lebih besar dari nilai kritis DF maka terima H_0 dan disimpulkan y_t mempunyai akar unit atau y_t tidak stasioner.
(2) Jika statistik-t kurang dari nilai kritis DF maka tolak H_0 dan disimpulkan y_t tidak mempunyai akar unit atau y_t stasioner.

Keputusan dapat juga dengan membandingkan nilai *p-value* dan taraf signifikansi α. Jika *p-value* $<$ nilai α maka tolak H_0 artinya y_t tidak mempunyai akar unit atau y_t stasioner.

2.4. **Metode *Bayesian*.** Metode Bayesian merupakan metode estimasi parameter yang menggabungkan dua distribusi, yaitu distribusi prior dan distribusi sampel. Distribusi prior sendiri merupakan distribusi yang memberikan informasi tambahan mengenai parameter yang diberikan, dimana parameter ini bervariasi mengikuti suatu distribusi tertentu. Distribusi sampel yang digabung dengan distribusi prior akan menghasilkan distribusi baru yaitu distribusi posterior. Distribusi posterior adalah distribusi yang menyatakan derajat keyakinan seseorang mengenai suatu parameter yang kemudian digunakan untuk menentukan inferensi dari suatu parameter (Walpole and Myers, [16]). Merujuk pada Box and Tiao [3], penggabungan distribusi prior dan distribusi sampel dicapai melalui aturan Bayes. Aturan Bayes yang membangun distribusi posterior ditunjukkan pada proporsi (10).

$$p(\theta, h|y) \propto p(y|\theta, h)p(h|\theta)p(\theta) \tag{10}$$

dengan

$$\begin{aligned} \propto &: \text{menunjukkan proporsi,} \\ p(y|\theta,h) &: \text{fungsi likelihood } \textit{full information} \text{ atau perluasan data,} \\ p(h|\theta) &: \text{fistribusi bersyarat dari variabel keadaan, dan} \\ p(\theta) &: distribusiprior \end{aligned}$$

Distribusi posterior gabungan $p(\theta, h|y)$ ditentukan berdasarkan Teorema 2.1.

Teorema 2.1. *(Casella, [5]) Distribusi gabungan yang terkait dengan fungsi kepadatan peluang bersyarat $f_{Y|X}(y|x)$ dan $f_{X|Y}(x|y)$ memiliki fungsi kepadatan peluang gabungan*

BUKTI.

$$f(x,y) = \frac{f_{Y|X}(y|x)}{\int \left[f_{Y|X}(y|x)/f_{X|Y}(x|y)\right] dy}$$

2.5. **Metode Rantai Markov Monte Carlo.** Metode RMMC merupakan suatu metode simulasi dalam metode Bayesian untuk membangkitkan peubah-peubah acak yang didasarkan pada rantai Markov (Brooks *et al.*, [4]). Langkah-langkah yang harus dilakukan dalam implementasi metode RMMC adalah membangun rantai Markov dan menggunakan metode Monte Carlo untuk meringkas distribusi posterior pada parameter sebagai keluaran RMMC (Nugroho and Morimoto, [11]).

Merujuk pada Bernando and Smith [2] , prosedur dasar dari metode Bayesian RMMC adalah:

a Mengkonstruksikan suatu rantai Markov dalam suatu ruang parameter Θ, lalu dilakukan sampling, dengan distribusi $p(\theta|y)$.
b Lakukan proses sampling rantai Markov untuk beberapa waktu.
c Nilai yang diharapkan yang berkenaan dengan $p(\theta\ |y)$ dari fungsi distribusi prior $b(\theta)$, diestimasi dengan menggunakan nilai simulasi dari rantai tersebut. Ini mengacu pada pengintegrasian Monte Carlo

$$E_{\theta|y}[b(\theta)] = \int b(\theta)p(\theta|y)d\theta$$

d Ekspektasi $E_{\theta|y}[b(\theta)]$ diaproksimasi dengan menarik sampel $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \ldots, \theta^{(n)}\}$ dari distribusi untuk suatu nilai N yang besar dan mengambil rata-ratanya.

$$E_{0|y}[b(\theta)] \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} b(\theta^{(i)})$$

2.5.1. *Algoritma Gibbs Sampling.* Algoritma *Gibbs Sampling* merupakan salah satu algoritma yang digunakan dalam mengimplementasikan metode RMMC. Dalam Tsay [15], disebutkan bahwa algoritma ini membutuhkan distribusi posterior yang lengkap untuk semua parameter. Secara sederhana ide *Gibbs Sampling* diilustrasikan dengan menggunakan tiga parameter. Misalkan tiga parameter θ yakni θ_1, θ_2, dan θ_3, X adalah himpunan data yang tersedia dan M model. Selanjutnya dilakukan estimasi parameter sehingga diperoleh model yang cocok yang dapat digunakan untuk melakukan inferensi. Kemudian anggap distribusi posterior bersyarat dari tiga parameter θ_1, θ_2, dan θ_3 adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned} &f_1(\theta_1|\theta_2, \theta_3, X, M), \\ &f_2(\theta_2|\theta_3, \theta_1, X, M), \\ &f_3(\theta_3|\theta_1, \theta_2, X, M). \end{aligned}$$

Merujuk pada Jacquier *et al.* [8] langkah-langkah dalam algoritma *Gibbs Sampling* adalah:

a Misalkan $\theta_{2,0}$ dan $\theta_{3,0}$ menjadi dua nilai awal sembarang dari parameter θ_2 dan θ_3.
b Lakukan iterasi dengan:

- Bangkitkan $\theta_{1,1}$ dari sampel acak pada $f_1(\theta_1|\theta_{2,0}, \theta_{3,0}, X, M)$.
- Bangkitkan $\theta_{2,1}$ dari sampel acak pada $f_2(\theta_2|\theta_{3,0}, \theta_{1,1}, X, M)$.
- Bangkitkan $\theta_{3,1}$ dari sampel acak pada $f_3(\theta_3|\theta_1, \theta_2, X, M)$.

Dari iterasi ini diperoleh parameter baru yakni $\theta_{1,1}, \theta_{2,1}$, dan $\theta_{3,1}$.

c Ulangi iterasi dengan menggunakan parameter baru sebagai nilai awal, untuk mengambil nilai yang acak selanjutnya, sampai diperoleh parameter baru $\theta_{1,2}, \theta_{2,2}$, dan $\theta_{3,2}$.

d Iterasi dilanjutkan sebanyak m kali sehingga diperoleh barisan bilangan acak:

$$(\theta_{1,1}, \theta_{2,1}, \theta 3, 1), \ldots, (\theta_{1,m}, \theta_{2,m}, \theta_{3,m})$$

2.5.2. *Diagnostik Kekonvergenan Heidelberger and Welch.* Salah satu uji diagnostik untuk pengecekan kekonvergenan metode RMMC yaitu uji diagnostik *Heidelberger-Welch* yang dibentuk berdasarkan statistik *Cramer-von Mises* untuk menerima atau menolak hipotesis nol bahwa suatu rantai Markov berdistribusi stasioner Okvita *dkk.* [12]. Uji ini terdiri dari dua bagian, yaitu uji kestasioneran (*stationarity test*) dan uji setengah lebar (*half-width test*). Menurut Alfian [1], uji kestasioneran yaitu menguji kestasioneran dari rantai Markov dengan menguji hipotesis bahwa rantai berasal dari proses stasioner lemah. Sedangkan uji setengah lebar yaitu untuk menguji apakah ukuran sampel rantai Markov cukup akurat untuk mengestimasi nilai rata-rata.

Merujuk pada Okvita *dkk.* [12], langkah-langkah dalam diagnostik kekonvergenan *Heidelberger Welch* adalah:

a Misalkan θ_t adalah hasil estimasi parameter model Volatilitas Stokastik menggunakan metode Bayesian dengan RMMC.

b Definisikan $S_0 = 0, S_n = \sum_{t=1}^{n} \theta_t$, dan $\bar{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \theta_t$

c Selanjutnya bentuk:

$$B_n(s) = \frac{(S_{\lfloor ns \rfloor} - \lfloor ns \rfloor \bar{\theta})}{(n\hat{p}(0))^{1/2}}, s = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, 1 \tag{11}$$

dengan $\lfloor a \rfloor$ menunjukkan bilangan bulat terbesar kurang atau sama dengan a dan $\hat{p}(0)$ adalah estimasi densitas spektral yang dievaluasi pada frekuensi nol yang diperoleh dari paruh kedua dari urutan.

d Untuk suatu n yang besar B_n konvergen dalam distribusi ke *Brownian Bridge* (Jembatan *Brown*). Statistik yang digunakan dalam uji ini adalah *Cramer-von Mises Statistic* (CVM), yaitu:

$$CVM(B_n) = \int_0^1 B_n(s)^2 ds \tag{12}$$

Untuk $n \to \infty$, statistik akan konvergen dalam distribusi ke distribusi standar CVM dengan

$$CVM(B) = \int_0^1 B_s(s)^2 ds.$$

Jika nilai $CVM(B_n) > CVM(B)$ maka tolak hipotesis bahwa B_n memiliki distribusi yang sama dengan *Brownian Bridge*, yang berarti tolak hipotesis bahwa rantai berasal dari proses stasioner lemah.

e Jika telah melewati pengujian, maka dapat disimpulkan bahwa rantai stasioner. Jika uji gagal, buang 10% rantai awal dan ulangi pengujian dengan menggunakan 90% sisanya. Proses ini diulangi sampai waktu t tertentu yang dipilih atau mencapai titik di mana data yang tersisa tidak cukup untuk membangun interval kepercayaan (pemotongan proporsi ditetapkan hanya sampai 50%).

f Bagian rantai yang dianggap stasioner kemudian diproses dengan uji setengah lebar. Statistik hitungnya adalah *Relative Half-Width* (RHW). Rumus untuk RHW dengan interval kepercayaan tingkat $1 - \alpha$ yaitu:

$$RHW = \frac{z_{(1-\alpha/2)} \cdot (\hat{s}_n/n)^{1/2}}{\hat{\theta}} \tag{13}$$

dengan

$z_{(1-\alpha/2)}$: nilai persentil ke-100 $(1-\alpha/2)$dari distribusi normal baku,

$\hat{s}_n$: variansi dari rantai yang diestimasi menggunakan metode densitas spektral

n : panjang rantai, dan

$\hat{\theta}$: rata-rata yang diestimasi.

Uji stasioneritas adalah uji satu sisi, jika $p - value > 1 - \alpha$, maka hipotesis nol ditolak. Untuk melakukan uji setengah lebar, diperlukan penentuan nilai α dan nilai toleransi ϵ (dengan nilai $\alpha = 5\%$ dan $\epsilon = 0.1$). Jika $RHW > \epsilon$, maka disimpulkan bahwa data tidak cukup akurat untuk mengestimasi nilai rata-rata dengan kepercayaan $1-\alpha$ di bawah toleransi ϵ (Okvita *dkk.*, [12]).

2.6. **Model Volatilitas Stokastik.** Model Volatilitas Stokastik adalah salah satu model untuk memprediksi volatilitas suatu data runtun waktu. Model yang diperkenalkan oleh Taylor pada tahun 1982 ini memberikan alternatif untuk model tipe ARCH (*Autoregresive Conditionally Heteroskedasticity*) yang diperkenalkan oleh Engle pada tahun 1982. Model ini lebih realistis dan fleksibel daripada model tipe ARCH, karena pada dasarnya melibatkan dua proses acak, satu untuk observasi, dan satu lagi untuk volatilitas laten (Meng, [10]).

Merujuk pada Omori *et al.*, [13], model Volatilitas Stokastik waktu diskrit paling sederhana didefinisikan oleh persamaan (14).

$$Y_t = \varepsilon_t \sigma_t \tag{14}$$

dengan

$$\sigma_t = \exp \frac{h_t}{2} \tag{15}$$

$$h_{t+1} = \mu + \phi(h_t - \mu) + \eta_{t+1} \tag{16}$$

dimana

Y_t : *return* dari harga aset pada waktu $t(t = 1, \ldots, T)$

σ_t^2 : proses volalitas yang mengikuti proses *autoregressive* orde pertama (AR(1))

ε_t : nilai eror dari *return* harga aset

h_t : parameter logaritma asli volalitas

2.6.1. *Estimasi Parameter Model Volalitas Stokastik dengan RMMC.* Dari model pada persamaan (12), ada tiga parameter dari model volatilitas stokastik yaitu scaling faktor μ, persisten parameter ϕ, dan variansi kondisional σ_η^2. Sebelum mengestimasi parameter model dengan metode RMMC algoritma *Gibbs Sampling*, hal yang harus dilakukan yaitu menentukan fungsi distribusi posterior bersyarat penuh untuk masing-masing parameter model Volatilitas Stokastik.

Langkah-langkah dalam menentukan fungsi distribusi posterior bersyarat penuh adalah:

a Untuk fungsi distribusi posterior bersyarat penuh yang digunakan, asumsikan bahwa semua fungsi distribusi prior nya tidak bergantung satu sama lain, yang dapat dituliskan pada proporsi (17), (18), dan (19).

$$p(\sigma_\eta^2|y, h, \mu, \phi) \propto p(h|\mu, \phi, \sigma_\eta^2)p(\sigma_\eta^2) \tag{17}$$

$$p(\phi|y, h, \sigma_\eta^2, \mu) \propto p(h|\mu, \phi, \sigma_\eta^2)p(\phi) \tag{18}$$

$$p(\mu|y, h, \phi, \sigma_\eta^2) \propto p(h|\mu, \phi, \sigma_\eta^2)p(\mu) \tag{19}$$

dimana $p(\sigma_\eta^2), p(\phi)$ dan $p(\mu)$ adalah fungsi distribusi prior. Diasumsikan bahwa

$$p(\sigma_\eta^2)\ IG(\alpha_\sigma, \beta_\sigma)p(\phi)\ N(\alpha_\phi, \beta_\phi^2)I_{(-1,+1)}(\phi)$$

dan $p(\mu)$ $N(\alpha_\mu, \beta_\mu^2).Kemudianmembentukfungsidensitas$p(h—,$\phi, \sigma_\eta^2$) pada persamaan (20).

$$p(h|\mu, \phi, \sigma_\eta^2) = p(h_1|\mu, \phi, \sigma_\eta^2) \prod_{t=1}^{T-1} p(h_{t+1}|h_t, \mu, \phi, \sigma_\eta^2) \tag{20}$$

b Substitusikan fungsi distribusi prior $p(\sigma_\eta^2), p(\phi), p(\mu)$ dan persamaan (20) ke proporsi (17), (18), dan (19).

d Setelah dilakukan beberapa manipulasi proporsi (17) dapat dirumuskan kembali menjadi proporsi (21)

$$p(\sigma_\eta^2|y, h, \mu, \phi) \propto IG(\hat{\alpha}_\sigma, \hat{\beta}_\sigma) \tag{21}$$

Proporsi (18) dapat dirumuskan kembali menjadi proporsi (22).

$$p(\phi|y, h, \sigma_\eta^2, \mu) \propto N(\hat{\alpha}_\phi, \hat{\beta}_\phi^2) I_{(-1,+1)}(\phi) \tag{22}$$

Proporsi (19) dapat dirumuskan kembali menjadi proporsi (23).

$$p(\mu|y, h, \phi, \sigma_\eta^2) \propto N(\hat{\alpha}_\mu, \hat{\beta}_\mu^2) \tag{23}$$

e Langkah selanjutnya menentukan fungsi distribusi posterior bersyarat penuh *state* laten h_t dari proporsi (24).

$$p(h_t|y, h_{-t}, \theta) \propto p(y_t|h_t, \theta) p(h_t|h_{-t}, \theta), t = 1, \ldots, T \tag{24}$$

Setelah dilakukan beberapa manipulasi, didapatkan fungsi distribusi posterior bersyarat penuh *state* laten h_t pada proporsi (25).

$$p_N(h_t|\alpha_t, \beta^2) g^*(y_t, h_t, \theta) \propto p_N(h_t|\alpha_t^*, \beta^2) \tag{25}$$

f Didapatkan fungsi distribusi posterior bersyarat penuh untuk masing-masing parameter σ_η^2, ϕ, μ, dan *state* laten h_t yaitu pada proporsi (21), (22), (23), dan (25).

Setelah menentukan fungsi distribusi posterior bersyarat penuh untuk masing-masing parameter model, selanjutnya dilakukan estimasi parameter menggunakan metode Bayesian dengan RMMC algoritma *Gibbs Sampling*. Langkah-langkah estimasi parameter adalah:

a Menentukan nilai awal dari parameter-parameter model Volatilitas Stokastik. Nilai awal yang diberikan adalah nilai sebarang yang akan digunakan untuk mengestimasi $h^{(1)}, \mu^{(1)}, \phi^{(1)}$ dan $\sigma_\eta^{2(1)}$, kemudian $h^{(1)}, \mu^{(1)}, \phi^{(1)}$ dan $\sigma_\eta^{2(1)}$ digunakan untuk mengestimasi $h^{(2)}, \mu^{(2)}, \phi^{(2)}$ dan $\sigma_\eta^{2(2)}$ dan seterusnya. Ambil $g = 1$ dan $t = 1$, definisikan nilai awal parameter $\{\theta^{(0)}, h^{(0)}\}$ dengan $\theta^{(0)} = (\mu^{(0)}, \phi^{(0)}, \sigma_\eta^{2(0)})$. Nilai awal yang digunakan yaitu $h^{(0)} = -8,570, \mu^{(0)} = -9,0393, \phi^{(0)} = 0,6431$, dan $\sigma_\eta^{2(0)} = 0,8995$.

b Untuk $g = 1, \ldots, G$ ulangi langkah:
  i Untuk $t = 1, \ldots, T$,
   - Tentukan $h = h_{t-1}^{(g-1)}$
   - Tentukan $h_t^{(g)} = h$ dan gunakan untuk membangkitkan iterasi ke $t + 1$
  ii Tentukan $\theta = \theta^{(g-1)}$
  iii Tentukan $\theta^{(g)} = \theta$ dan gunakan untuk membangkitkan iterasi ke $g + 1$.

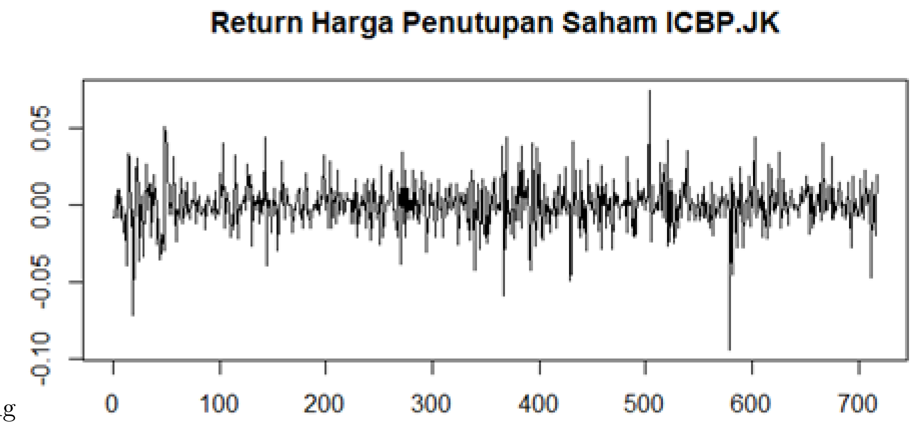
c Kemudian, lakukan iterasi dengan membangkitkan h, μ, ϕ, dan σ_η^2 dari fungsi posterior bersyarat penuh pada proporsi (19),(20),(21), dan (23).
  - Bangkitkan sampel $h_t^{(g)}$ dari $p(h_t|y, h_{<t}^{(g)}, h_{>t}^{(g-1)}, \mu^{(g-1)}, \phi^{(g-1)}, \sigma_\eta^{2(g-1)})$
  - Bangkitkan sampel $\sigma_\eta^{2(g)}$ dari $p(\sigma_\eta^2|y, h^{(g), \mu^{(g-1)}, \phi^{(g-1)}})$.
  - Bangkitkan sampel $\phi^{(g)}$ dari $p(\phi|y, h^{(g)}, \sigma_\eta^{2(g)}, \mu^{(g-1)})$.
  - Bangkitkan sampel $\mu^{(g)}$ dari $p(\mu|y, h^{(g)}, \phi^{(g)}, \sigma_\eta^{2(g)})$.

d Amati kekonvergenan data sampel yang dihasilkan dari setiap proses iterasi. Jika konvergensi belum tercapai, maka ulangi iterasi dengan menggunakan hasil iterasi sebelumnya sebagai nilai awal untuk iterasi berikutnya. Ulangi langkah 6 hingga konvergensi tercapai.

e Hasil dari estimasi ini berupa urutan dari variabel acak yang membentuk sebuah rantai Markov $\{\theta^{(g)}, h^{(g)}\}_g^G = 1$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Deskripsi Data. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harga penutupan saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) periode 18 Oktober 2016 sampai dengan 30 Desember 2019, dengan data *in* sampel sebanyak 717 data (18 Oktober 2016-17 Oktober 2019) dan data *out* sampel sebanyak 50 data (18 Oktober 2019-30 Desember 2019). Kemudian dilakukan perhitungan nilai *return* saham menggunakan persamaan (1), yang ditunjukkan dalam grafik *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) periode 18 Oktober 2016 sampai dengan 17 Oktober 2019 (717 data) pada Gambar 1.



1.png

Gambar 1. Grafik *return* saham ICBP.JK

Berdasarkan Gambar 1, secara kasat mata terlihat bahwa pergerakan return saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) memiliki rata-rata dan varians konstan. Namun untuk mengetahui dengan pasti apakah data return saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) sudah stasioner atau tidak, maka dilakukan uji stasioneritas data.

3.2. Uji Stasioneritas Data. Selanjutnya dilakukan pengujian stasioneritas data menggunakan uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Hasil pengujian ADF pada data nilai *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil Uji ADF data nilai *return* saham ICBP.JK

Hasil uji ADF	
p-value	**Kesimpulan**
0.01	Data Stasioner

Berdasarkan Tabel 1, diketahui bahwa untuk data nilai *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) memiliki nilai *p-value* yang kurang dari taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, sehingga H_0 ditolak atau data tidak mengandung akar unit. Dengan kata lain data nilai return saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) merupakan data yang stasioner.

3.3. Hasil Estimasi Parameter Model Volatilitas Stokastik. Hasil estimasi parameter μ, ϕ, σ_η^2 untuk model Volatilitas Stokastik menggunakan metode Bayesian dengan RMMC algoritma *Gibbs Sampling* disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. *Output* hasil estimasi parameter μ, ϕ, σ_η^2

Parameter model	*Mean*	Standar Deviasi	*Credible interval* (dalam kuantil)	
			2.5%	97.5%
μ	-8.9200	0.11352	-9.1429	-8.6950
ϕ	0.6007	0.08614	0.4220	0.7576
σ_η^2	0.8986	0.11787	0.6704	1.1320

Dari hasil estimasi parameter model μ, ϕ, dan σ_η^2 pada Tabel 2, selanjutnya dapat dibentuk model Volatilitas Stokastik untuk prediksi nilai *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) pada persamaan (26) dan (27).

$$\hat{Y}_t = \varepsilon_t \exp\left(\frac{h_t}{2}\right), \varepsilon_t \sim N(0,1) \tag{26}$$

$$h_{t+1} = -8.9200 + 0.6007(h_t + 8.9200) + \eta_{t+1} \tag{27}$$

Selanjutnya, hasil estimasi pada Tabel 2 akan dilakukan uji kekonvergenan. Uji kekonvergenan digunakan untuk mengetahui apakah parameter dari hasil estimasi telah konvegen atau tidak. Mengacu pada persamaan (11), (12), dan (13) dilakukan uji diagnostik *Heidelberger-Welch* sehingga diperoleh hasil pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Tabel 3. *Output* hasil uji *Heidelberger and Welch* bagian pertama

Parameter Model	*Stationarity test*	*Start iteration*	*p-value*
μ	*Passed*	1	0.064
ϕ	*Passed*	1	0.138
σ_η^2	*Passed*	1	0.0983

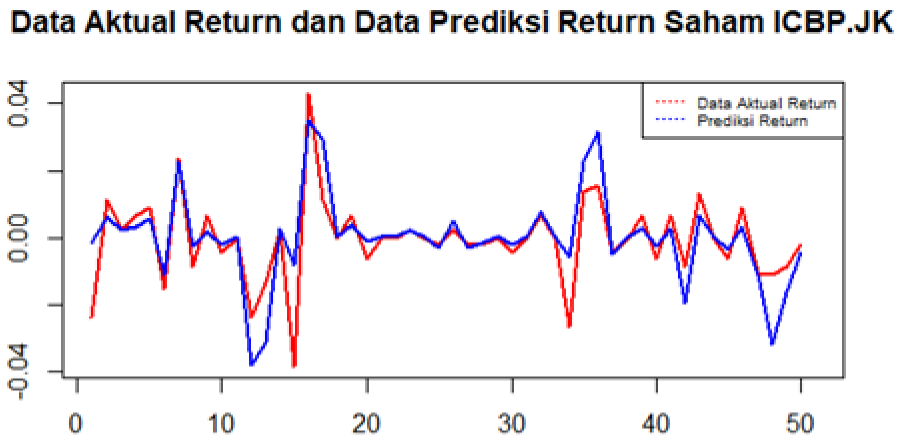
Berdasarkan Tabel 3 diketahui bahwa setiap parameter model Volatilitas Stokastik telah melewati uji diagnostik bagian pertama dengan nilai *p-value* lebih kecil dari $1-\alpha$ sehingga hipotesis nol bahwa rantai berdistribusi stasioner diterima.

Tabel 4. *Output* hasil uji *Heidelberger and Welch* bagian pertama

Parameter Model	*Half-widht* test	*Mean*	*Half-width*
μ	*Passed*	-8.92	0.00673
ϕ	*Passed*	0.601	0.0109
σ_η^2	*Passed*	0.899	0.0148

Berdasarkan Tabel 4 tampak bahwa setiap parameter telah melewati uji diagnostik bagian kedua dengan nilai *half-width* lebih kecil dari ϵ sehingga disimpulkan bahwa ukuran sampel data cukup akurat mengestimasi nilai mean dengan kepercayaan $1-\alpha$ dibawah toleransi ϵ. Berdasarkan hasil uji diagnostik *Heidelberger and Welch* didapatkan bahwa hasil estimasi parameter model Volatilitas Stokastik sudah konvergen.

3.4. **Prediksi Nilai Return Saham ICBP.JK.** Hasil prediksi nilai return saham berdasarkan model Volatilitas Stokastik yang diperoleh pada persamaan (26) dan (27) dengan nilai aktual return saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) disajikan pada Gambar 2.



2.png

Gambar 2. Plot data *return* saham dan hasil prediksi *return* saham ICBP.JK

Berdasarkan Gambar 2 dapat terlihat bahwa plot data prediksi *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) memiliki pola yang mirip dengan data aktualnya.

4. Simpulan

Berdasarkan uraian pembahasna yang dilakukan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa hasil estimasi parameter model μ, ϕ, σ_η^2 untan model Volatilitas Stokastik menggunakan metode Bayesian dengan RMMC algoritma *Gibbs Sampling* dari data nilai *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) sudah konvergen. Hasil prediksi *return* saham PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk. (ICBP.JK) memiliki pola yang mirip dengan data aktualnya.

Daftar Pustaka

[1] Alfian, 2018, Model Volatilitas Stokastik dengan Metode Markov Chain Monte Carlo, *Jurnal Riset Dan Aplikasi Matematika (JRAM)*, 2, 112.
[2] Bernando, J. M., and Smith, A. F. M., 2009, *Bayesian Theory*, John Wiley and Sons, Inc.
[3] Box, G. E. P., and Tiao, G. C., 2011, *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company.
[4] Brooks, S., Gelman, A., Jones, G., and Meng, X. L, 2011, *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*, CRC Press.
[5] Casella, G., 2008, *Introduction to Monte Carlo Statistical Methods.*
[6] Cryer, J. D., and Chan, K. S., 2008, *Time series analysis: with applications in R.* Springer.
[7] Fuller, W. A., 2009, *Introduction to statistical time series*, John Wiley and Sons, Inc
[8] Jacquier, E., Polson, N. G., and Rossi, P. E., 2004, *Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models with Fat-tails and Correlated Errors.* 122, 185212.
[9] Martino, L., Read, J., and Luengo, D., 2015, Independent doubly adaptive rejection Metropolis sampling within Gibbs sampling, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 63, 31233138.
[10] Meng, Y., 2009, *Bayesian Analysis of a Stochastic Volatility Model.*
[11] Nugroho, D. B., and Morimoto, T., 2014, Realized Non-Linear Stochastic Volatility Models with Asymmetric Effects & Generalized Students t-Distribution, *J. Japan Statist. Soc.*, 44, 83118
[12] Okvita, Y., Susanto, B., dan Parhusip, H. A., 2012, *Uji Heidelberger-Welch dalam Model Return Stokastik dengan Lompatan pada Harga Saham Penutupan Harian BNI (Persero).*
[13] Omori, Y., Chib, S., Shephard, N., and Nakajima, J., 2007, Stochastic volatility with leverage: Fast and efficient likelihood inference, *Journal of Econometrics*, 140, 425449.
[14] Sudirman, 2015, *Pasar Modal dan Manajemen Portofolio* (R. Darwis (ed.)). Sultan Amai Press.
[15] Tsay, R. S., 2010, *Analysis of Financial Time Series: Third Edition* (Third). John Wiley and Sons, Inc.
[16] Walpole, R. E., and Myers, R. H., 2011, *Probability And Statistics For Engineers And Scientists* (Ninth). Prentice Hall.
[17] Zulfikar., 2016, *Pengantar Pasar Modal dengan Pendekatan Statistika.* Deepublish: Yogyakarta.