

Analisis Pembentukan Sebaran Bivariat Berbasis Copula Antara Luas Area Terbakar dan Curah Hujan di Sumatra Bagian Selatan

SRI NURDIATI*, MOHAMAD KHOIRUN NAJIB, MUHAMMAD ZIDANE BAYU

Departement of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences,
IPB University, Bogor, Indonesia 16680

e-mail: nurdiati@apps.ipb.ac.id, mkhoirun_najib@apps.ipb.ac.id,
zidane_21@apps.ipb.ac.id

*Corresponding Author

Abstrak

Kebakaran hutan dan lahan di Indonesia memiliki hubungan yang erat dengan kondisi iklim di sekitarnya, seperti curah hujan. Salah satu model yang dapat digunakan untuk menganalisis hubungan antar kedua variabel tersebut adalah copula. Akan tetapi, selain curah hujan, fenomena iklim global seperti *El Nino-Southern Oscillation* (ENSO) dan *Indian Ocean Dipole* (IOD) juga memiliki pengaruh terhadap kebakaran hutan dan lahan. Oleh karena itu, studi ini menganalisis dan memodelkan distribusi bersama berbasis copula antara curah hujan dan luas area terbakar dengan mempartisi data berdasarkan fenomena ENSO dan IOD. Metode yang digunakan adalah analisis distribusi bersama berbasis copula yang diestimasi menggunakan metode *Inference of Function for Margins* (IFM). Beberapa fungsi copula digunakan untuk membentuk distribusi bersama, seperti Gaussian, student's t, Clayton, Gumbel, Frank, Joe, Galambos, BB1 (Clayton-Gumbel), BB6 (Joe-Clayton), BB7 (Joe-Gumbel), dan BB8 (Joe-Frank). Hasil penelitian menunjukkan bahwa korelasi tertinggi terhadap luas area terbakar terjadi untuk data curah hujan kumulatif dua bulan berdasarkan korelasi Kendall-Tau. Setiap kondisi ENSO dan IOD memiliki karakteristik yang berbeda-beda, ditunjukkan oleh perbedaan fungsi sebaran univariat dan fungsi copula yang terpilih. Peluang luas area terbakar semakin tinggi pada saat curah hujan rendah. Selain itu, semakin tinggi indeks ENSO dan IOD, semakin tinggi pula peluang luas area terbakar pada saat curah hujan rendah. Berdasarkan peluang bersyarat yang terbentuk, kondisi IOD Positif relatif lebih memiliki pengaruh yang signifikan dibandingkan El Nino Moderat-Kuat. Selain El Nino Moderat-Kuat dan IOD Positif, kondisi lain yang memiliki peluang bersyarat untuk luas area terbakar di Sumatra bagian Selatan yang cukup tinggi adalah El Nino Lemah. Sementara itu, kondisi lainnya, seperti La Nina, ENSO normal, IOD negatif, dan IOD Netral, memiliki peluang bersyarat untuk luas area terbakar yang sangat kecil.

Kata Kunci: Copula bivariat, Copula dirotasi, Dependensi, Peluang bersyarat.

Abstract

Forest and land fires in Indonesia have a close relationship with the surrounding climatic conditions, such as rainfall. One model that can be used to analyze the relationship between the two variables is the copula. However, apart from rainfall, global climate phenomena such as the El Nino-Southern Oscillation (ENSO) and the Indian Ocean Dipole (IOD) also have an influence on forest and land fires. Therefore, this study analyzes and models the copula-based co-distribution between rainfall and burned area by partitioning the data based on ENSO and IOD phenomena. The method used is copula-based joint distribution analysis which is estimated using the Inference of Function for Margins (IFM) method. Several copula functions are used to form joint distributions, such as Gaussian, student's *t*, Clayton, Gumbel, Frank, Joe, Galambos, BB1 (Clayton-Gumbel), BB6 (Joe-Clayton), BB7 (Joe-Gumbel), and BB8 (Joe-Frank). The results showed that the highest correlation to the burned area occurred for the two months cumulative rainfall data based on the Kendall-Tau correlation. Each ENSO and IOD condition has different characteristics, indicated by the differences in the selected univariate distribution and copula function. Probabilities of burning areas are higher when rainfall is low. In addition, the higher the ENSO and IOD indices, the higher the probability of burned area, during low rainfall. Based on the conditional probabilities, the Positive IOD condition has relatively more significant influence than the Moderate-Strong El Nino. Apart from the Moderate-Strong El Nino and Positive IOD, another condition that has a conditional probability for a relatively high is Weak El Nino conditions. Other conditions, such as La Nina, normal ENSO, negative IOD, and Neutral IOD, have a conditional probability of a very small burn area.

Keywords: Bivariate copula, Conditional probability, Dependencies, Rotated copula.

1. PENDAHULUAN

Luas area terbakar secara langsung memiliki hubungan yang erat dengan kondisi iklim pada dekade yang sama. Sistem peringatan dini untuk prediksi kejadian kebakaran hutan biasanya didasarkan pada kondisi iklim lokal dan kondisi iklim global [1]. Luas kebakaran hutan dan lahan mengalami peningkatan pada bulan Juli, mengalami penurunan pada bulan Oktober dan mengalami perpanjangan ketika terjadi El Nino [15].

Kebakaran hutan dan lahan selalu terjadi setiap tahunnya di Indonesia, terutama sering terjadi di provinsi Kalimantan Barat, Kalimantan Tengah, Riau, dan Sumatera Selatan. Pada tahun 2015, kebakaran hutan dan lahan terbesar terjadi di Sumatra Selatan. Jumlah hotspot naik hingga puncak tertinggi sebanyak 7,149 hotspot di bulan Oktober 2015 dengan curah hujan pada puncak terendah sebesar satu mm/bulan [27]. Peristiwa ini bersamaan dengan fenomena El Nino dan IOD Positif [6]. Adapun El Nino dan IOD Positif masing-masing merupakan fase hangat dari fenomena *El Nino - Southern Oscillation* (ENSO) dan *Indian Ocean Dipole* (IOD).

ENSO dan IOD merupakan suatu interaksi lautan-atmosfer pada skala global yang masing-masing terjadi di Samudra Pasifik dan Hindia. Fase hangat kedua fenomena tersebut (El Nino dan IOD Positif) mengakibatkan menurunnya suhu permukaan air laut di sekitar daerah timur Samudra Hindia. Akibatnya, tingkat penguapan (evaporasi) dari laut menjadi menurun dan awan yang terbentuk menjadi lebih sedikit. Hal ini menyebabkan daerah yang terdampak memiliki intensitas curah hujan yang lebih rendah daripada kondisi normal. Berkurangnya curah hujan yang signifikan menyebabkan tanaman lebih kering, sehingga tingkat kerentanan terhadap kebakaran hutan menjadi lebih tinggi [7].

Para ilmuwan telah banyak mengkaji tentang pengaruh curah hujan terhadap luas area kebakaran hutan dan lahan di Indonesia [14, 22, 29]. Akan tetapi, berdasarkan tinjauan literatur sistematis [17], pemodelan probabilistik seperti copula masih sangat sedikit diterapkan untuk analisis kebakaran hutan, khususnya di Indonesia [20, 24]. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk melakukan pemodelan probabilistik adalah copula. Copula merupakan suatu fungsi yang menggabungkan beberapa sebaran marginal menjadi sebaran bersama [8]. Model

ini menjadi alat pemodelan multivariat yang cukup banyak digunakan di beberapa bidang seperti keuangan, biologi, dan teknik. Salah satu kegunaan copula dengan transformasi peluang dapat menyajikan data dari setiap variabel acak kontinu menjadi sebaran seragam [30].

Oleh karena itu, penelitian ini menganalisis sebaran bersama antara luas area terbakar dan curah hujan di Sumatra bagian selatan menggunakan copula. Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu data area terbakar *Global Fire Emissions Database with small fires* (GFED4s) sebagai indikator kebakaran, data *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF) sebagai data curah hujan, serta indeks *Oceanic Nio Index SST 3.4* (ONI) dan *Dipole Mode Index* (DMI) masing-masing sebagai indeks dari indikator iklim global ENSO dan IOD yang telah diekstraksi pada penelitian sebelumnya [23]. Analisis dilakukan menggunakan copula berdasarkan *Inference of Function for Margins* (IFM). Selanjutnya, dibentuk sebaran bersama antara curah hujan dan luas area terbakar berdasarkan fenomena ENSO dan IOD untuk dianalisis menggunakan Fungsi Kepekatan Peluang (FKP) bersama dan *Conditional Survival Function* (CSF).

2. METODE PENELITIAN

2.1. Koefisien Korelasi. Korelasi merupakan pengukuran standar kekuatan ketergantungan antara data satu dengan data lainnya. Adanya korelasi antar peubah menjadi kebutuhan untuk analisis berbasis copula. Ada berbagai jenis ukuran korelasi tetapi yang paling umum digunakan adalah korelasi Pearson [4]. Korelasi Pearson baik digunakan jika jumlah amatan lebih dari 25 dan hanya berlaku di bawah aturan normal bivariat. Jika asumsi normal bivariat tidak terpenuhi, penggunaan korelasi lain seperti Kendall dan Spearman dapat dipertimbangkan [11].

Untuk itu, korelasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah Pearson, Kendall's tau, dan Spearman's rho. Koefisien korelasi Pearson mempertimbangkan korelasi linear antara data. Data dengan ketergantungan yang tinggi mungkin tidak dapat dihitung dengan korelasi Pearson. Oleh karena itu, korelasi Spearman dan Kendall Tau dapat digunakan untuk mengatasi kelemahan dari korelasi Pearson [10]. Penelitian ini menggunakan korelasi Kendall-Tau untuk mengukur korelasi tak linear dari data yang digunakan.

2.2. Distribusi Bersama Berbasis Copula. Copula merupakan suatu fungsi yang menggabungkan (*couple*) lebih dari satu fungsi sebaran marginal univariat menuju fungsi sebaran multivariat. Dalam pengertian lainnya, copula adalah fungsi sebaran multivariat dengan fungsi marginal univariatnya memiliki sebaran seragam $U \sim (0, 1)$.

Suatu copula 2-dimensi (2-copula atau secara singkat disebut copula) merupakan suatu fungsi $C : I^2 \rightarrow I$ dengan $I = [0, 1]$ yang memenuhi beberapa sifat berikut.

- (1) Untuk setiap $u, v \in I$, berlaku

$$C(u, 0) = 0 = C(0, v) \quad (1)$$

dan

$$C(u, 1) = u \text{ dan } C(1, v) = v \quad (2)$$

- (2) Untuk setiap $u_1, u_2, v_1, v_2 \in I$ sedemikian sehingga $u_1 \leq u_2$ dan $v_1 \leq v_2$, berlaku

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0 \quad (3)$$

Dengan asumsi bahwa terdapat dua peubah X dan Y masing-masing memiliki fungsi distribusi F_X dan F_Y , maka distribusi bersama dari peubah X dan Y , dinotasikan F_{XY} , dapat dikonstruksi menggunakan fungsi distribusi F_X dan F_Y [21].

Misalkan F_{XY} adalah suatu distribusi bersama (*joint distribution*) dengan margin F_X dan F_Y , maka terdapat suatu fungsi copula C sedemikian sehingga untuk setiap $x, y \in \mathbb{R}$ berlaku

$$F_{XY}(x, y) = C[F_X(x), F_Y(y)] \quad (4)$$

Jika F_X dan F_Y adalah kontinu, maka C adalah tunggal; selain itu, C adalah tunggal pada $\text{Range } F_X \times \text{Range } F_Y$. Sebaliknya, jika C adalah suatu copula serta F_X dan F_Y adalah fungsi

distribusi univariat, maka fungsi F_{XY} yang didefinisikan oleh Persamaan 4 adalah suatu fungsi distribusi bersama dengan margin F_X dan F_Y [28].

2.2.1. *Inference of Function for Margin (IFM)*. IFM merupakan metode dua langkah untuk mengestimasi parameter copula. Langkah pertama metode ini adalah mengestimasi parameter fungsi distribusi univariat dengan memaksimalkan nilai log dari fungsi *likelihood* fungsi distribusi, kemudian langkah keduanya adalah mengestimasi parameter fungsi copula dengan memaksimalkan nilai log dari fungsi *likelihood* fungsi copula [5]. Kode pemrograman untuk estimasi parameter copula menggunakan metode IFM ini dapat diunduh melalui laman <http://github.com/mkhoirun-najiboi/mycopula>

2.2.2. *Fungsi Distribusi Univariat*. Empat fungsi sebaran yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Extreme Value (EV)*, *Generalized Extreme Value (GEV)*, Normal, dan Lognormal. Adapun parameter yang digunakan yaitu μ untuk parameter lokasi, σ untuk parameter skala, dan ξ untuk parameter bentuk. Fungsi kepekatan peluang dari masing-masing sebaran tersebut diberikan pada Tabel 1.

TABEL 1. Fungsi kepekatan peluang dari sebaran EV, GEV, Normal, dan Lognormal.

Nama Sebaran	Fungsi Kepekatan Peluang
EV	$f(x \mu, \sigma) = \sigma^{-1} \exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \exp\left[-\exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]$
GEV	$f(x \mu, \sigma, \xi) = \sigma^{-1} \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1-1/\xi} \exp\left[-\left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right]$
Normal	$f(x \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$
Lognormal	$f(x \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$

Untuk menentukan fungsi distribusi univariat yang paling cocok, digunakan Anderson Darling sebagai uji kelayakan model [18]. Uji ini digunakan untuk melihat tingkat kesamaan di antara data dan fungsi sebaran yang didasarkan pada selisih kuadrat. Anderson dan Darling [2] mendefinisikan statistik untuk ini sebagai,

$$W_n^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \ln F(x_i) + \ln(1 - F(x_{n+1-i})) \tag{5}$$

dengan $F(x)$ merupakan fungsi distribusi yang diuji, x_i adalah data pada urutan ke- i ($x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$) dan n adalah jumlah data [25].

2.2.3. *Fungsi Copula*. Setiap fungsi copula memiliki karakteristik tersendiri dalam mengakses struktur dependensi dari pasangan peubah yang dianalisis. Oleh karena itu, beberapa fungsi copula digunakan pada penelitian ini seperti yang dapat dilihat pada Tabel 2.

Untuk menentukan fungsi copula yang paling cocok, digunakan uji hipotesis Cramer-von Mises [19]. Genest dan Rmillard [12] dalam [3] mengusulkan suatu pendekatan untuk menghitung statistik uji Cramer-von Mises untuk Copula berdasarkan fungsi copula empirik dan fungsi copula parametrik. Uji statistik dari pendekatan ini diberikan oleh

$$\hat{T}_2 = n \int_{[0,1]^2} [\hat{C}(u, v) - C_\theta(u, v)]^2 d\hat{C}(u, v) = \sum_{j=1}^n [\hat{C}(u, v) - C_\theta(u, v)]^2 \tag{6}$$

dengan $\hat{C}(u, v)$ dan $C_\theta(u, v)$ menunjukkan fungsi copula empirik dan parametrik. Penelitian ini menggunakan formula Gringorten untuk mengestimasi fungsi copula empirik [13].

TABEL 2. Fungsi copula yang digunakan pada penelitian ini.

Nama Copula	Fungsi Copula
Gaussian	$F_{N(0,\Sigma)} \left(F_{N(0,1)}^{-1}(u), F_{N(0,1)}^{-1}(v) \right)$
Student's t	$F_{t(\nu,\Sigma)} \left(F_{t(\nu)}^{-1}(u), F_{t(\nu)}^{-1}(v) \right)$
Clayton	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$
Gumbel	$\exp \left\{ - \left[(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta} \right]^{1/\theta} \right\}$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-1} - 1} \right]$
Joe	$1 - \left\{ 1 - \left[1 - (1 - u)^\theta \right] \left[1 - (1 - v)^\theta \right] \right\}^{1/\theta}$
Galambos	$uv \exp \left\{ \left[(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta} \right]^{-1/\theta} \right\}$
BB1	$\left\{ 1 + \left[(u^{-\theta} - 1)^\delta + (v^{-\theta} - 1)^\delta \right]^{1/\delta} \right\}^{-1/\theta}$
BB6	$1 - \left(1 - \exp \left\{ - \left[(-\ln [1 - (1 - u)^\theta])^\delta + (-\ln [1 - (1 - u)^\theta])^\delta \right]^{1/\delta} \right\} \right)^{1/\theta}$
BB7	$1 - \left[1 - \left[(1 - (1 - u)^\theta)^{-\delta} + (1 - (1 - v)^\theta)^{-\delta} - 1 \right]^{-1/\delta} \right]^{1/\theta}$
BB8	$\frac{1}{\theta} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(1 - (1 - \delta u)^\theta)(1 - (1 - \delta v)^\theta)}{1 - (1 - \delta)^\theta} \right]^{1/\delta} \right\}$

2.3. Fungsi Kepekatan Peluang Bersama. Konsekuensi dari Persamaan 4 adalah fungsi kepekatan peluang bersama f_{XY} dapat dihasilkan dari perkalian antara fungsi kepekatan peluang f_X dan f_Y serta fungsi kepekatan copula yaitu

$$f_{XY}(x, y) = c(u, v) \cdot f_X(x) \cdot f_Y(y) \tag{7}$$

dengan c_x merupakan fungsi kepekatan peluang copula dari distribusi bersama yaitu

$$c(u, v) = \frac{\partial^2}{\partial u \partial v} C(u, v) \tag{8}$$

dengan $u = F_X(x)$ dan $v = F_Y(y)$.

2.4. Probabilitas Bersyarat. Jika X dan Y memiliki suatu fungsi kepekatan peluang bersama $f_{XY}(x, y)$, maka fungsi kepekatan peluang bersyarat dari Y , dengan diberikan bahwa $X = x$, didefinisikan untuk setiap nilai x dengan $f_X(x) > 0$ [26], sedemikian sehingga

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{f_{XY}(x, y)}{f_X(x)} \tag{9}$$

Karena fungsi kepekatan peluang bersama dapat ditulis sebagai perkalian fungsi kepekatan peluang copula dan fungsi kepekatan peluang marginal, maka $f_{Y|X}(y|x)$ dapat ditulis menjadi

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{C[F_X(x), F_Y(y)] \cdot f_X(x) \cdot f_Y(y)}{f_X(x)} = C[F_X(x), F_Y(y)] \cdot f_Y(y) \tag{10}$$

Berdasarkan Persamaan 10, probabilitas bersyarat dari Y yang melebihi suatu ambang batas tertentu, $Y > y$, dengan diberikannya nilai yang spesifik pada peubah $X = x$ merupakan luas area $f_{Y|X}(y|x)$ pada daerah asal $Y > y$, yang dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$P(Y > y|X = x) = \int_y^\infty f_{Y|X}(y|x) dx \tag{11}$$

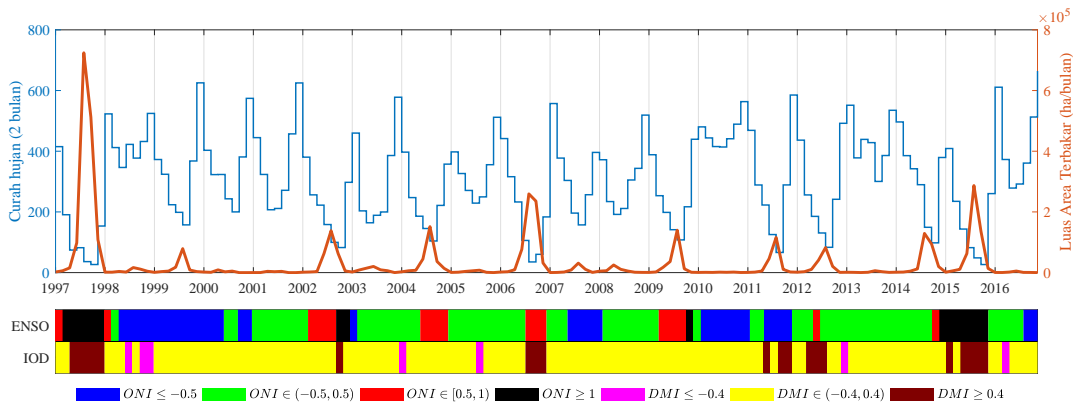
dengan x dapat berupa nilai yang spesifik ataupun suatu interval tertentu [16].

3. JENIS DAN SUMBER DATA

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data presipitasi dan luas area terbakar yang masing-masing diekstraksi dari *ECMWF Reanalysis v5* (ERA5) dan *Global Fire Emissions Database* (GFED4s). Data diekstraksi pada area rawan terbakar di Sumatra bagian selatan yang telah didefinisikan oleh Nurdiati *et al.* [23]. Sementara itu, data indeks Nio 3.4 atau ONI adalah data deret waktu yang direproduksi dari psl.noaa.gov/gcos_wgsp/Timeseries/Nino34/. Serta, data indeks untuk IOD atau DMI adalah data deret waktu yang direproduksi dari psl.noaa.gov/gcos_wgsp/Timeseries/DMI/. Data diambil pada bulan Mei sampai November tahun 1997-2016.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Pra-pemrosesan Data. Pada tahap ini, digunakan ukuran korelasi Kendall-Tau untuk menghitung korelasi antara indikator curah hujan dan luas area terbakar. Tahap ini dilakukan untuk memilih curah hujan kumulatif yang memiliki korelasi paling tinggi terhadap luas area terbakar. Indikator curah hujan kumulatif yang digunakan meliputi curah hujan kumulatif satu, dua, dan tiga bulan dengan nilai korelasi yang diperoleh masing-masing adalah -0.5340 , -0.6684 , dan -0.5328 . Indikator curah hujan memiliki hubungan negatif terhadap luas area terbakar. Berdasarkan korelasi Kendall-Tau yang diperoleh, korelasi tertinggi terhadap luas area terbakar terjadi untuk data curah hujan kumulatif dua bulan. Oleh karena itu, indikator curah hujan yang digunakan dalam penelitian ini adalah curah hujan kumulatif dua bulanan. Gambar 1 menunjukkan deret waktu dari curah hujan kumulatif dua bulanan dan luas area terbakar yang akan dianalisis pada tahapan selanjutnya.



GAMBAR 1. Deret waktu curah hujan kumulatif dua bulanan dan luas area terbakar serta pembagian kategori fenomena ENSO dan IOD.

Berdasarkan Gambar 1, terlihat bahwa kebakaran hebat pada tahun 1997, 2006, dan 2015 terjadi ketika intensitas curah hujan dua bulanan sangat rendah. Selain itu, Gambar 1 juga menunjukkan pembagian fenomena ENSO dan IOD berdasarkan beberapa kategori berikut:

- (1) Pembagian fenomena ENSO:
 - La Nina: $ONI \leq -0.5$
 - Normal: $-0.5 < ONI < 0.5$
 - El Nino Lemah: $0.5 \leq ONI < 1$
 - El Nino Moderat-Kuat (selanjutnya disebut sebagai El Nino Kuat): $ONI \geq 1$
- (2) Pembagian fenomena IOD:
 - Negatif: $DMI \leq -0.4$
 - Netral: $-0.4 < DMI < 0.4$
 - Positif: $DMI \geq 0.4$

Selain intensitas curah hujan dua bulanan yang rendah, kebakaran hutan pada tahun 1997 dan 2015 bertepatan dengan fenomena El Nino Kuat dan IOD Positif.

4.2. Estimasi parameter copula. Setelah data deret waktu luas area terbakar dan curah hujan didapatkan, dilakukan estimasi sebaran univariat dari masing-masing peubah sebagai tahapan dari metode *inference of function for margins*. Setelah empat jenis sebaran univariat (Tabel 1) diestimasi parameternya, dipilih satu sebaran paling tepat menggunakan uji Anderson-Darling pada Persamaan 5.

Selanjutnya, parameter copula diestimasi dengan fungsi sebaran univariat masing-masing peubah sebagai marginal dari fungsi copula. Setelah 11 jenis fungsi copula (Tabel 2) diestimasi parameternya, dipilih satu fungsi copula paling tepat menggunakan uji Cramer-von Mises pada Persamaan 6. Estimasi parameter dilakukan untuk setiap fenomena ENSO dan IOD dengan hasil estimasi paling cocok untuk masing-masing fenomena ditunjukkan pada Tabel 3 dan 4.

TABEL 3. Estimasi parameter fungsi sebaran univariat dan copula pada setiap fenomena ENSO (dengan *p-value* dari uji hipotesis untuk sebaran terpilih).

	La Nina	Normal	El Nino Lemah	El Nino Kuat
Jumlah data	36	69	19	16
Koefisien Kendall	-0.5290	-0.6633	-0.7778	-0.7500
Curah Hujan	GEV (0.975)	GEV (0.934)	GEV (0.996)	LN (0.947)
Luas Area Terbakar	GEV (0.975)	GEV (0.929)	LN (0.789)	LN (0.949)
Fungsi Copula	Joe-90° (0.593)	Frank (0.71)	BB8-270° (0.804)	Joe-270° (0.836)

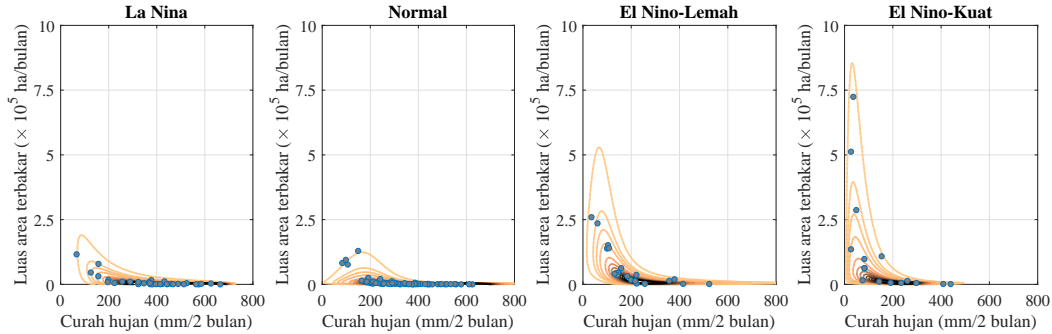
TABEL 4. Estimasi parameter fungsi sebaran univariat dan copula pada setiap fenomena IOD (dengan *p-value* dari uji hipotesis untuk sebaran terpilih).

	IOD Negatif	Netral	IOD Positif
Jumlah data	7	113	20
Koefisien Kendall	-0.2381	-0.6403	-0.7053
Curah Hujan	Normal (0.959)	GEV (0.727)	LN (0.986)
Luas Area Terbakar	GEV (0.98)	GEV (0.91)	LN (0.997)
Fungsi Copula	Frank-90° (0.872)	Frank-90° (0.599)	BB8-270° (0.712)

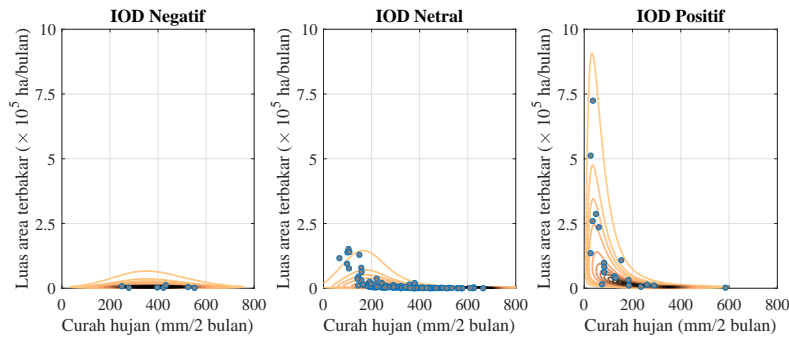
Karena *p-value* dari uji statistik untuk setiap fungsi sebaran dan fungsi copula menunjukkan nilai di atas 5%, maka setiap fungsi sebaran univariat maupun fungsi copula yang terpilih tidak ditolak berdasarkan uji hipotesis. Dengan demikian, analisis pada tahap selanjutnya dapat menggunakan fungsi sebaran univariat maupun fungsi copula yang terpilih.

4.3. Fungsi Kepekatan Peluang Bersama. Setelah parameter fungsi copula diperoleh, fungsi kepekatan peluang bersama dihitung menggunakan Persamaan 7 dan divisualisasikan menggunakan suatu *contour plot*. Ketinggian *contour plot* diatur sama untuk setiap kondisi ENSO dan IOD, sehingga *contour* pada ketinggian yang sama pada setiap fenomena ENSO dan IOD dapat dibandingkan satu sama lain. Hasil visualisasi fungsi kepekatan peluang bersama antara curah hujan kumulatif dua bulan dengan luas area terbakar untuk setiap fenomena ENSO dan IOD masing-masing disajikan pada Gambar 2 dan 3 berikut.

Berdasarkan fungsi kepekatan peluang bersama, fenomena El Nino Moderat-Kuat dan IOD Positif memiliki pengaruh yang hampir serupa pada distribusi bersama antara curah hujan dua bulanan dan luas area terbakar, meskipun *contour* pada sisi terluar memperlihatkan jangkauan yang sedikit lebih tinggi pada luas area terbakar untuk fenomena IOD Positif. Sebaliknya, luas area terbakar yang tinggi dapat dikatakan hampir mustahil terjadi ketika kondisi IOD Negatif. Sementara itu, kondisi intensitas curah hujan yang rendah masih mungkin terjadi pada fenomena La Nina, meskipun kondisi luas area terbakar paling parahnya hanya setara pada kondisi ENSO Normal. Lebih lanjut, meskipun terjadi intensitas curah hujan yang sangat



GAMBAR 2. Fungsi kepekatan peluang bersama antara curah hujan kumulatif dua bulan dengan luas area terbakar untuk setiap fenomena ENSO.



GAMBAR 3. Fungsi kepekatan peluang bersama antara curah hujan kumulatif dua bulan dengan luas area terbakar untuk setiap fenomena IOD.

rendah pada saat El Nino Lemah, tetapi luas area terbakar tidak signifikan ketika El Nino dalam kategori Moderat-Kuat.

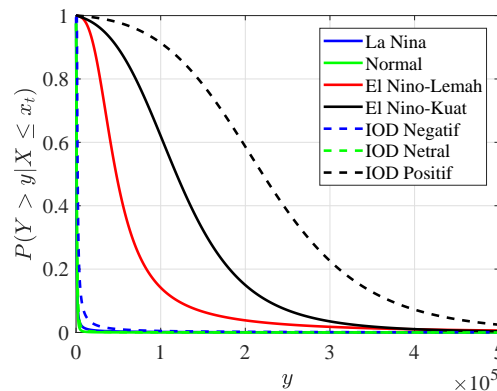
4.4. Peluang Bersyarat. Dengan mengambil kondisi kering pada curah hujan dua bulanan, peluang bersyarat untuk luas area terbakar dihitung berdasarkan Persamaan 11. Kondisi kering dari curah hujan dua bulanan didefinisikan berdasarkan tersil pertamanya atau kuantil ke-1/3 yaitu

$$x_k = F^{-1}(1/3) = 222.9075 \text{ mm/2 bulan.} \tag{12}$$

Seperti halnya kuartil yang membagi data menjadi 4 bagian yang sama besar, tersil adalah ukuran dalam statistika yang membagi data menjadi tiga bagian yang sama besar. Dalam data iklim, tersil ini digunakan untuk membagi suatu indikator iklim ke dalam tiga kondisi, yaitu kering, normal, dan basah [9]. Berdasarkan Persamaan 12, curah hujan dikategorikan kering apabila intensitas curah hujan dua bulanan kurang dari 222.9075 mm/2 bulan. Dengan demikian, beberapa peluang bersyarat yang dicari adalah sebagai berikut.

- (1) Berdasarkan fenomena ENSO:
 - La Nina: $P(Y > y|X \leq x_t, ONI \leq -0.5)$
 - Normal: $P(Y > y|X \leq x_t, -0.5 < ONI < 0.5)$
 - El Nino Lemah: $P(Y > y|X \leq x_t, 0.5 \leq ONI < 1)$
 - El Nino Moderat-Kuat: $P(Y > y|X \leq x_t, ONI \geq 1)$
- (2) Berdasarkan fenomena IOD:
 - Negatif: $P(Y > y|X \leq x_t, DMI \leq -0.4)$
 - Netral: $P(Y > y|X \leq x_t, -0.4 < DMI < 0.4)$
 - Positif: $P(Y > y|X \leq x_t, DMI \geq 0.4)$

Berdasarkan Persamaan 11, fungsi peluang bersyarat yang terbentuk disajikan pada Gambar 4.



GAMBAR 4. Peluang bersyarat untuk luas area terbakar di Sumatra bagian selatan lebih dari y ha dengan diketahuinya curah hujan 2 bulanan dalam kondisi kering serta fenomena ENSO dan IOD.

Berdasarkan peluang bersyarat yang diperoleh, tiga kondisi yang relatif memiliki peluang kebakaran yang cukup tinggi ketika intensitas curah hujan kurang dari 222.9075 mm/2 bulan adalah El Nino Lemah, El Nino Moderat Kuat dan IOD Positif. Meskipun berdasarkan *contour plot* fungsi kepekatan peluang bersama antara kondisi El Nino Moderat Kuat dan IOD Positif terlihat hampir serupa, tetapi peluang bersyarat luas area terbakar pada kondisi IOD Positif relatif lebih tinggi dibandingkan El Nino Moderat Kuat. Hal ini menunjukkan bahwa kondisi IOD Positif lebih berpengaruh signifikan terhadap kebakaran hutan di Sumatra bagian selatan dibandingkan El Nino Moderat Kuat. Beberapa nilai peluang dengan y yang spesifik disajikan pada Tabel 5 berikut, berdasarkan peluang bersyarat yang terbentuk pada Gambar 4.

TABEL 5. Beberapa nilai peluang bersyarat untuk hotspot (lebih dari y) yang spesifik untuk setiap fenomena.

Batas	La Nina	Normal	El Nino - Lemah	El Nino - Kuat	IOD Negatif	IOD Neutral	IOD Positif
1×10^4	1.44%	1.18%	98.43%	99.09%	6.18%	1.78%	99.79%
5×10^4	0.37%	0.95%	46.79%	89.57%	1.09%	1.08%	97.82%
1×10^5	0.22%	0.93%	14.40%	62.02%	0.53%	1.02%	91.39%
5×10^5	0.08%	0.92%	0.89%	0.39%	0.10%	0.97%	2.49%

5. SIMPULAN

Penelitian ini telah menerapkan fungsi copula berbasis *Inference of Function for Margins* (IFM) untuk membangun fungsi sebaran bersama antara curah hujan dan luas area terbakar di Sumatra bagian selatan. Estimasi sebaran univariat sangat berpengaruh terhadap metode IFM. Hasil penelitian menunjukkan bahwa setiap kondisi ENSO dan IOD memiliki karakteristik sebaran data yang berbeda-beda, ditunjukkan oleh perbedaan fungsi sebaran univariat yang terpilih. Setiap fungsi sebaran terpilih memiliki *p-value* yang melebihi taraf signifikansi 5%, sehingga dapat digunakan sebagai marginal untuk fungsi copula.

Dengan fungsi sebaran univariat terpilih, sebaran bersama antara curah hujan dan luas area terbakar di Sumatra bagian selatan dibentuk dengan terlebih dulu mengestimasi dan memilih fungsi copula. Berdasarkan sebaran bersama yang terbentuk, indeks ENSO dan IOD sangat mempengaruhi sebaran bersama antara curah hujan dan luas area terbakar. Peluang luas area terbakar semakin tinggi pada saat curah hujan rendah. Selain itu, semakin tinggi indeks ENSO dan IOD, semakin tinggi pula peluang luas area terbakar pada saat curah hujan rendah.

Berdasarkan peluang bersyarat yang terbentuk, kondisi IOD Positif relatif lebih memiliki pengaruh yang signifikan dibandingkan El Nino Moderat-Kuat yang ditunjukkan oleh nilai peluang bersyarat yang lebih tinggi. Selain El Nino Moderat-Kuat dan IOD Positif, kondisi lain yang memiliki peluang bersyarat untuk luas area terbakar di Sumatra bagian Selatan yang cukup tinggi adalah El Nino Lemah. Sementara itu, kondisi lainnya, yaitu La Nina, ENSO normal, IOD negatif, dan IOD Netral, memiliki peluang bersyarat untuk luas area terbakar yang sangat kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Afahah, E., Hidayati, R., Hidayat, R. and Alfahmi, F., 2019. Pendugaan hotspot sebagai indikator kebakaran hutan di Kalimantan berdasarkan faktor iklim. *Jurnal Pengelolaan Sumberdaya Alam dan Lingkungan*, 9(2), pp.405-418.
- [2] Anderson, T.W., 2011. Anderson-Darling Tests of Goodness-of-Fit. *International encyclopedia of statistical science*, 1, pp.52-54.
- [3] Berg, D., 2009. Copula goodness-of-fit testing: an overview and power comparison. *The European Journal of Finance*, 15(7-8), pp.675-701. <https://doi.org/10.1080/13518470802697428>
- [4] Blom, J. and Wargclou, J., 2016. *Does copula beat linearity?: Comparison of copulas and linear correlation in portfolio optimization*. Master's Thesis, Industrial Engineering and Management, Department of Mathematics and Mathematical Statistics, Umeå University, Sweden. <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:953735/FULLTEXT01.pdf>
- [5] Bouy, E., Durreleman, V., Nikeghbali, A., Riboulet, G. and Roncalli, T., 2000. *Copulas for finance: a reading guide and some applications*. Available at SSRN 1032533. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1032533>
- [6] Budiningsih, K., 2017. Implementasi kebijakan pengendalian kebakaran hutan dan lahan di Provinsi Sumatera Selatan. *Jurnal Analisis Kebijakan Kehutanan*, 14(2), pp.165-186. <http://dx.doi.org/10.20886/jakk.2017.14.2.165-186>
- [7] Bureau of Meteorology, 2012. *Record-breaking La Nina events. An analysis of the La Nina life cycle and the impacts and significance of the 201011 and 201112 La Nina events in Australia*. Melbourne, Australia: Bureau of Meteorology. <http://www.bom.gov.au/climate/enso/history/La-Nina-2010-12.pdf>
- [8] Cherubini, U., Luciano, E. and Vecchiato, W., 2004. *Copula methods in finance*. John Wiley & Sons.
- [9] de Andrade, F.M., Young, M.P., MacLeod, D., Hiron, L.C., Woolnough, S.J. and Black, E., 2021. Sub-seasonal precipitation prediction for Africa: Forecast evaluation and sources of predictability. *Weather and Forecasting*, 36(1), pp.265-284. <https://doi.org/10.1175/WAF-D-20-0054.1>
- [10] Fahimirad, Z. and Shahkarami, N., 2021. The impact of climate change on hydro-meteorological droughts using copula functions. *Water Resources Management*, 35(12), pp.3969-3993. <https://doi.org/10.1007/s11269-021-02918-z>
- [11] Ferguson, S.L., Walpole, M. and Fall, M.S., 2020. Achieving statistics self-actualization: Faculty survey on teaching applied social statistics. *Statistics Education Research Journal*, 19(2), pp.57-75.
- [12] Genest, C. and Rmillard, B., 2008. Validity of the parametric bootstrap for goodness-of-fit testing in semiparametric models. In *Annales de l'IHP Probabilités et statistiques*, 44(6), pp.1096-1127. <https://doi.org/10.1214/07-AIHP148>
- [13] Gringorten, I.I., 1963. A plotting rule for extreme probability paper. *Journal of Geophysical Research*, 68(3), pp.813-814. <https://doi.org/10.1029/JZ068I003P00813>
- [14] Lestari, E.D. and Putra, R.A., 2020. Analisis Korelasi dan Regresi Hubungan Antara Jumlah Titik Panas terhadap Nilai Curah Hujan Per-bulan Periode 20152020 di Sumatera Selatan. Di dalam *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Teknologi Terapan*, 3(1), pp. 76-82.
- [15] Mareta, L., Hidayat, R., Hidayati, R. and Latifah, A.L., 2019. Pengaruh faktor alami dan antropogenik terhadap luas kebakaran hutan dan lahan di Kalimantan. *Jurnal Tanah Dan Iklim*, 43(2), pp.143-151.
- [16] Madadgar, S., Sadegh, M., Chiang, F., Ragno, E. and AghaKouchak, A., 2020. Quantifying increased fire risk in California in response to different levels of warming and drying. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 34(12), pp.2023-2031. <https://doi.org/10.1007/s00477-020-01885-y>
- [17] Najib, M.K., Nurdiati, S. and Sopaheluwakan, A., 2021. Copula in wildfire analysis: a systematic literature review. *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 3(2), pp.101-111. <https://doi.org/10.15408/inprime.v3i2.22131>
- [18] Najib, M.K., Nurdiati, S. and Sopaheluwakan, A., 2022. Copula-based joint distribution analysis of the ENSO effect on the drought indicators over Borneo fire-prone areas. *Modeling Earth Systems and Environment*, 8(2), pp.2817-2826. <https://doi.org/10.1007/s40808-021-01267-5>
- [19] Najib, M.K., Nurdiati, S. and Sopaheluwakan, A., 2022. Multivariate fire risk models using copula regression in Kalimantan, Indonesia. *Natural Hazards*, pp.1-21. <https://doi.org/10.1007/s11069-022-05346-3>
- [20] Najib, M.K., Nurdiati, S. and Sopaheluwakan, A., 2021. Quantifying the joint distribution of drought indicators in Borneo fire-prone area. Di dalam *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 880(1), p. 012002. IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/880/1/012002>
- [21] Nelsen, R.B., 2006. *An introduction to copulas*. Springer Science & Business Media.

- [22] Nurdiati, S., Sopaheluwakan, A. and Septiawan, P., 2021. Spatial and temporal analysis of El Nio impact on land and forest fire in Kalimantan and Sumatra. *Agromet*, 35(1), pp.1-10. <https://doi.org/10.29244/j.agromet.35.1.1-10>
- [23] Nurdiati, S., Najib, M.K., Thalib, A.S., 2022. Joint Distribution and Coincidence Probability of The Number of Dry Days and Total Precipitation in Southern Sumatra Fire-Prone Area. *Geographia Technica*, 17(2), pp.107-118. <http://dx.doi.org/10.21163/GT.2022.172.10>
- [24] Nurdiati, S., Sopaheluwakan, A. and Septiawan, P., 2022. Joint Distribution Analysis of Forest Fires and Precipitation in Response to ENSO, IOD, and MJO (Study Case: Sumatra, Indonesia). *Atmosphere*, 13(4), p.537. <https://doi.org/10.3390/atmos13040537>
- [25] Razali, N.M. and Wah, Y.B., 2011. Power comparisons of shapiro-wilk, kolmogorov-smirnov, lilliefors and anderson-darling tests. *Journal of statistical modeling and analytics*, 2(1), pp.21-33.
- [26] Ross, S.R., 2009. Random Variables and Expectation. In *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Elsevier Academic Press. pp.89-139. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-370483-2.00009-6>
- [27] Saharjo, B.H. and Velicia, W.A., 2018. Peran Curah Hujan Terhadap Penurunan Hotspot Kebakaran Hutan dan Lahan di Empat Provinsi di Indonesia Pada Tahun 2015-2016. *Jurnal Silviculture Tropika*, 9(1), pp.24-30. <https://doi.org/10.29244/j-siltrop.9.1.24-30>
- [28] Sklar, M., 1959. Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges. *Publ. inst. statist. univ. Paris*, 8, pp.229-231.
- [29] Sutikno, S., Afdeni, S., Rinaldi and Handayani, Y.L., 2020. Analysis of tropical peatland fire risk using drought standardized precipitation index method and TRMM rainfall data. Di dalam *AIP Conference Proceedings*, 2255(1), p. 070018. AIP Publishing LLC. <https://doi.org/10.1063/5.0013880>
- [30] Yan, J., 2007. Enjoy the joy of copulas: with a package copula. *Journal of Statistical Software*, 21, pp.1-21. <https://doi.org/10.18637/jss.v021.i04>

