

---

---

**KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIS :  
APA, MENGAPA, DAN BAGAIMANA DITINGKATKAN  
PADA MAHASISWA**

*Oleh :*

Cita Dwi Rosita, M.Pd.  
Universitas Swadaya Gunung Jati Cirebon

**ABSTRAK**

Matematika diberikan kepada semua siswa tanpa terkecuali agar terlatih berpikir secara logis, analitis, sistematis, dan kreatif. Dengan kompetensi-kompetensi tersebut diharapkan siswa dapat memiliki kemampuan menerima, mengelola, dan memanfaatkan pengetahuan yang diperolehnya untuk bertahan hidup dalam keadaan yang selalu berubah dan kompetitif. Latihan berpikir, merumuskan dan memecahkan masalah serta mengambil kesimpulan akan membantu siswa untuk mengembangkan pemikirannya atau intelegensinya. Dengan demikian, semakin banyak siswa berlatih memecahkan masalah matematis maka akan semakin mengerti dan berkembang cara berpikirnya.

Kemahiran siswa dalam memecahkan masalah matematis, dipengaruhi oleh kemampuannya dalam memahami matematika. Kemampuan bernalar berperan penting dalam memahami matematika. Bernalar secara matematis merupakan suatu kebiasaan berpikir, dan layaknya suatu kebiasaan, maka penalaran semestinya menjadi bagian yang konsisten dalam setiap pengalaman-pengalaman matematis siswa. Dari pengalaman-pengalaman awal siswa belajar materi matematika, penting bagi guru untuk membantu siswa memahami bahwa penegasan-penegasan harus selalu mempunyai alasan.

Komunikasi matematis berperan penting pada proses pemecahan masalah. Melalui komunikasi ide bisa menjadi objek yang dihasilkan dari sebuah refleksi, penghalusan, diskusi, dan pengembangan. Proses komunikasi juga membantu dalam proses pembangunan makna dan publikasian ide. Ketika para siswa ditantang untuk berpikir dan bernalar tentang matematika dan mengomunikasikan hasil pikiran mereka secara lisan atau dalam bentuk tulisan, sebenarnya mereka sedang belajar menjelaskan dan meyakinkan. Mendengarkan penjelasan lain, berarti sedang memberi kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan pemahaman mereka.

**A. Apa Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis**

**1. Kemampuan Penalaran Matematis**

Menurut Lithner (2008), penalaran adalah pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan pada pemecahan masalah yang

tidak selalu didasarkan pada logika formal sehingga tidak terbatas pada bukti. Berdasarkan pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses, suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar

dan berdasarkan pada pernyataan yang kebenarannya sudah dibuktikan atau sudah diasumsikan sebelumnya.

Definisi berbeda diungkapkan oleh Bjuland (2007) yang mendefinisikan penalaran berdasarkan pada tiga model pemecahan masalah Polya. Menurutnya, “Penalaran merupakan lima proses yang saling terkait dari aktivitas berpikir matematik yang dikategorikan sebagai *sense-making*, *conjecturing*, *convincing*, *reflecting*, dan *generalising*”. *Sense-making* terkait erat dengan kemampuan membangun skema permasalahan dan merepresentasikan pengetahuan yang dimiliki. Ketika memahami situasi matematik kemudian mencoba dikomunikasikan kedalam simbol atau bahasa matematik maka pada saat itu juga terjadi proses *sense-making* melalui proses adaptasi dan pengaitan informasi yang baru diperoleh dengan pengetahuan sebelumnya sehingga membentuk suatu informasi baru yang saling berhubungan dalam struktur pengetahuannya. Proses pemaknaan akan tepat tergantung pada *prior experience* dan kualitas *prior knowledge (conceptual framework)* mahasiswa. *Conjecturing* berarti aktivitas memprediksi suatu kesimpulan, dan teori yang didasarkan pada fakta yang belum lengkap dan produk dari proses *conjecturing* adalah strategi penyelesaian. Berargumentasi, dan berkomunikasi matematis merupakan proses kognitif yang memungkinkan mahasiswa untuk dapat melakukan proses ini. *Convincing* berarti melakukan atau mengimplementasikan strategi penyelesaian yang didasarkan pada kedua proses sebelumnya. *Reflecting* berupa aktivitas mengevaluasi kembali ketiga proses yang sudah dilakukan dengan melihat kembali

keterkaitannya dengan teori-teori yang dianggap relevan. Kesimpulan akhir yang diperoleh dari keseluruhan proses kemudian diidentifikasi dan digeneralisasi dalam suatu proses yang disebut *generalising*.

Pendapat Bjuland menggambarkan aktivitas bernalar matematik dengan menganalisis situasi-situasi matematik, memprediksi, membangun argumen-argumen secara logis dan mengevaluasi. Menganalisis situasi-situasi matematik secara teliti berarti melihat dan membangun keterkaitan antar ide atau konsep matematik, antara matematika dengan objek-objek yang lain, dan antara matematika dengan kehidupan sehari-hari.

Beberapa ahli mengklasifikasikan kemampuan penalaran kedalam beberapa jenis kegiatan bernalar yang berdasarkan pada proses penarikan kesimpulan. Menurut Sumarmo (2010), secara garis besar penalaran dapat digolongkan dalam dua jenis yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif, sedangkan menurut Baroody (1993), penalaran matematis diklasifikasikan dalam tiga jenis penalaran yaitu intuitif, deduktif, dan induktif.

Baroody (1993) menjelaskan bahwa penalaran intuitif merupakan penalaran yang memainkan intuisi sehingga memerlukan kesiapan pengetahuan. Konklusi diperoleh dari apa yang dianggapnya benar sehingga pemahaman yang mendalam terhadap suatu pengetahuan berperan penting dalam melakukan proses bernalar intuitif. Penalaran induktif diartikan Sumarmo (2010) sebagai penarikan kesimpulan yang bersifat umum atau khusus berdasarkan data yang teramati dengan nilai kebenaran yang dapat bersifat benar atau salah. Hal yang sama, Baroody

(1993) menyatakan bahwa penalaran induktif dimulai dengan memeriksa kasus tertentu kemudian ditarik kesimpulan secara umum. Dengan kata lain, dalam penalaran induktif diperlukan aktivitas mengamati contoh-contoh spesifik dan sebuah pola dasar atau keteraturan. Dengan demikian penalaran induktif merupakan aktivitas penarikan kesimpulan yang bersifat umum berdasarkan pada data-data berupa contoh-contoh khusus dan pola atau keteraturan yang diamati. Nilai kebenaran suatu penalaran induktif dapat benar atau salah tergantung pada argumen selama penarikan kesimpulan.

Baroody (1993) mendefinisikan penalaran deduktif sebagai suatu aktivitas yang dimulai dengan premis-premis (dalil umum) yang mengarah pada sebuah kesimpulan tak terelakkan tentang contoh tertentu. Penalaran deduktif melibatkan suatu proses pengambilan kesimpulan yang berdasarkan pada apa yang diberikan, selain itu berlangsung dari aturan umum untuk suatu kesimpulan tentang kasus yang lebih spesifik. Menurut Sumarmo (2010), penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan aturan yang disepakati. Nilai kebenaran dalam penalaran deduktif bersifat mutlak benar atau salah dan tidak keduanya bersama-sama. Penalaran deduktif dapat tergolong tingkat rendah atau tingkat tinggi. Beberapa kegiatan yang tergolong pada penalaran deduktif di antaranya adalah:

- a. Melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu;
- b. Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, membuktikan, dan menyusun argumen yang valid;

- c. Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung dan pembuktian dengan induksi matematika.

Kemampuan melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu pada umumnya tergolong berpikir matematik tingkat rendah, dan kemampuan lainnya tergolong berpikir matematik tingkat tinggi.

## **2. Kemampuan Komunikasi Matematis**

Komunikasi menurut kamus bahasa Indonesia (2001) berarti pengiriman dan penerimaan berita atau pesan antara dua orang atau lebih. Berdasarkan pengertian ini berarti dalam komunikasi terjadi interaksi baik secara tertulis maupun lisan antara pemberi pesan dan penerima pesan, interaksi yang terjadi dapat berlangsung searah, dua arah atau banyak arah. Komunikasi searah banyak terjadi pada pembelajaran konvensional dimana pengajar lebih mendominasi, sedangkan komunikasi dua arah atau banyak arah biasa digunakan dalam pembelajaran yang lebih mengutamakan pada aktivitas mahasiswa.

Pada waktu kegiatan belajar mengajar berlangsung biasanya mahasiswa memperoleh informasi tentang konsep matematika dari pengajar atau bacaan, sehingga pada saat itu terjadi transformasi informasi dari sumber kepada mahasiswa tersebut. Mahasiswa tentu akan memberikan respon berdasarkan interpretasinya terhadap informasi itu. Masalah akan timbul bila respon yang diberikan mahasiswa tidak sesuai dengan apa yang diharapkan oleh pengajar, untuk mengatasi terjadinya hal seperti ini mahasiswa perlu dibiasakan belajar mengkomunikasikan idenya baik secara lisan maupun tulisan.

Menurut NCTM (2000), komunikasi merupakan bagian yang esensial dari matematika dan pendidikan matematika. Shield et al. (Mayo et al., 2007) menyatakan bahwa komunikasi berperan dalam meningkatkan kualitas pembelajaran matematika. Komunikasi adalah aktivitas kelas yang menawarkan kemungkinan bagi siswa untuk mengembangkan pemahaman yang lebih dalam tentang matematika yang mereka pelajari. Melalui komunikasi akan terlihat sejauh mana siswa mengeksplorasi pemikiran dan pemahaman mereka terhadap matematika. Sedangkan dalam belajar memahami matematika umumnya melibatkan pengetahuan konsep dan prinsip serta membangun hubungan bermakna antara *prior knowledge* dan konsep yang sedang dipelajari. Menurut Baroody (1993), pembelajaran matematika hendaknya membantu mahasiswa mengomunikasikan ide matematisnya melalui representasi, mendengar (*listening*), membaca (*reading*), diskusi (*discussing*), dan menulis (*writing*). Menurut Greenes et al. (1996), komunikasi matematis merupakan (1) kekuatan sentral bagi siswa dalam merumuskan konsep dan strategi; (2) modal keberhasilan bagi siswa terhadap pendekatan dan penyelesaian dalam eksplorasi dan investigasi matematik; (3) wadah bagi siswa dalam berkomunikasi dengan temannya untuk memperoleh informasi, berbagi pikiran dan penemuan, curah pendapat, menilai dan mempertajam ide untuk meyakinkan yang lain. Sumarmo (2010) menjelaskan bahwa, kegiatan yang tergolong pada komunikasi matematik di antaranya yaitu:

- a. Menyatakan suatu situasi, gambar, diagram, atau benda nyata ke dalam

bahasa, simbol, idea, atau model matematik;

- b. Menjelaskan idea, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tulisan;
- c. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika;
- d. Membaca dengan pemahaman suatu representasi matematika tertulis;
- e. Mengungkapkan kembali suatu uraian atau paragraf matematika dalam bahasa sendiri.

Kemampuan di atas dapat tergolong pada kemampuan berpikir matematik rendah atau tingkat tinggi bergantung pada kekompleksan komunikasi yang terlibat.

Pernyataan tentang pentingnya komunikasi matematis dikemukakan oleh Baroody (1993), sedikitnya ada dua alasan penting yang menjadikan komunikasi dalam pembelajaran matematika perlu menjadi fokus perhatian, yaitu: (1) matematika sebagai bahasa: matematika bukan hanya sebagai alat bantu berpikir, alat untuk menemukan pola, atau menyelesaikan masalah, tetapi juga matematika sebagai alat bantu yang baik untuk mengkomunikasikan macam-macam ide sehingga jelas, tepat, dan ringkas, dan (2) pembelajaran matematika sebagai aktivitas sosial: dalam pembelajaran matematika interaksi antar mahasiswa, komunikasi mahasiswa dengan pengajar merupakan bagian yang cukup penting untuk mengembangkan potensi mahasiswa. Melalui komunikasi siswa dapat mengorganisasi dan mengkonsolidasi berpikir matematisnya (NCTM, 2000), dan juga siswa dapat mengeksplorasi ide-ide matematisnya.

## **B. Mengapa Perlu Ditingkatkan**

Matematika diberikan kepada semua

siswa tanpa terkecuali agar terlatih berpikir secara logis, analitis, sistematis, dan kreatif. Dengan kompetensi-kompetensi tersebut diharapkan siswa dapat memiliki kemampuan menerima, mengelola, dan memanfaatkan pengetahuan yang diperolehnya untuk bertahan hidup dalam keadaan yang selalu berubah dan kompetitif. Piaget (Suparno, 2001) menyatakan bahwa latihan berpikir, merumuskan dan memecahkan masalah serta mengambil kesimpulan akan membantu siswa untuk mengembangkan pemikirannya atau intelegensinya. Dengan demikian, semakin banyak siswa berlatih memecahkan masalah matematis maka akan semakin mengerti dan berkembang cara berpikirnya.

Mengingat pentingnya peran matematika dalam kehidupan manusia, maka Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar mata pelajaran matematika pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) disusun dan dijabarkan dengan tujuan mengembangkan kemampuan siswa untuk memanfaatkan matematika dalam pemecahan masalah dan mengomunikasikan ide atau gagasan dengan menggunakan tabel, simbol, diagram, dan media lain (Depdiknas, 2006). Hal ini sejalan dengan pendapat Branca (1980) yang menyatakan bahwa belajar bagaimana memecahkan masalah merupakan alasan utama untuk belajar matematika. Ketika siswa memecahkan masalah matematik maka siswa sedang berlatih menjadi *problem solver* karena dihadapkan pada suatu masalah yang tidak rutin, mengaplikasikan matematika pada masalah-masalah dunia nyata dan membuat serta menguji *conjecture* matematika.

Jonassen (2011) menjelaskan, salah satu faktor yang mempengaruhi kemampuan siswa

dalam memecahkan masalah adalah *prior experience*. Peran *prior experience* bagi seorang *problem solver* sebagai dasar untuk menginterpretasikan permasalahannya, memberikan rambu-rambu mengenai apa saja yang harus dihindari dan memprediksi konsekuensi dari keputusan atau tindakan yang dilakukan. Hal ini diperkuat dengan hasil penelitian Bereiter et al. (Jonassen, 2011) yang menemukan bahwa *problem solver* mendasarkan identifikasi masalahnya atas keyakinan tentang gejala penyebab yang pernah ditemukan. Mereka juga menemukan, alasan paling umum untuk mengambil tindakan tertentu selama pemecahan masalah adalah dengan menguji masalah yang paling umum berdasarkan pengalaman.

Mencermati pendapat Jonassen dan hasil penelitian Bereiter et al. tersebut di atas dan dikaitkan dengan beberapa konsep teori Piaget dapat dikatakan bahwa pengalaman sangat menentukan dalam perkembangan proses pembentukan pengetahuan siswa. Semakin banyak pengalaman mengenai persoalan, lingkungan atau objek yang dihadapi siswa, maka akan semakin mengembangkan pemikiran dan pengetahuannya. Dengan semakin banyak pengalaman, skema siswa akan banyak ditantang dan mungkin dikembangkan dan diubah dengan proses asimilasi dan akomodasi.

Menemukan solusi yang dapat diterima untuk memecahkan masalah tertentu, bukan satu-satunya tujuan dalam belajar matematika. Menurut Jonassen (2011), selain ditemukannya solusi yang dapat diterima, seorang *problem solver* juga harus mampu mengenali masalah serupa pada waktu yang

berbeda. Silver et al. (Bergeson, 2000) menyatakan bahwa “*while solving mathematical problems, student adapt and extend their existing understanding by both connecting new information to their current knowledge and constructing new relationship within their knowledge structure*”. Pernyataan tersebut dapat dijelaskan bahwa ketika siswa memecahkan masalah matematis, maka secara tidak langsung siswa sedang beradaptasi dan memperluas pengetahuan yang sudah ada dengan cara mengkoneksikan atau mengaitkan informasi yang baru diperoleh dengan pengetahuan sebelumnya sehingga membentuk suatu informasi baru yang saling berhubungan dalam struktur pengetahuannya. Apabila pendapat Jonassen, dan Silver et al. tersebut di atas dikaitkan dengan kualitas *prior knowledge* siswa, dapat dikatakan bahwa dalam menyelesaikan suatu masalah tidak hanya didasarkan pada banyaknya pengetahuan yang sudah diperoleh oleh *problem solver* tetapi kualitas dari pengetahuan itu sendiri juga menjadi bagian yang sangat penting. *Conceptual framework* dari pengetahuan yang sudah diperoleh (*prior knowledge*) harus lebih baik dan juga terintegrasi, agar dapat mengakomodir berbagai perspektif, metode, dan solusi melalui proses sintesis dan konflik dalam struktur kognitifnya.

Rasional dari pernyataan di atas, maka ada beberapa kemampuan kognitif tertentu yang perlu dimiliki oleh seorang *problem solver*, sehingga ia dapat memaksimalkan pengetahuan yang sudah diperolehnya dan dapat memanfaatkannya secara optimal. Menurut Zhu (2007), seorang *problem solver* harus memiliki kemampuan kognitif yang

diperlukan untuk memahami dan merepresentasikan suatu situasi matematis, membuat algoritma pada masalah tertentu, memroses berbagai jenis informasi, serta menjalankan komputasi, dan juga harus dapat mengidentifikasi dan mengelola seperangkat strategi penyelesaian yang tepat untuk memecahkan masalah.

Menurut Novick et al. (English, 1994), penalaran berperan signifikan dalam pemecahan masalah. Kemampuan memanfaatkan permasalahan yang dikenal (dasar atau sumber) terhadap permasalahan baru yang memiliki struktur identik akan meningkatkan kinerja pemecahan masalah. Sedangkan menurut Kaur et al. (2009) bahwa proses berpikir (kemampuan kognitif) yang dapat mengoptimalkan kemampuan pemecahan masalah matematis adalah penalaran, komunikasi, dan koneksi matematis.

Dengan memperhatikan pendapat-pendapat yang sudah diuraikan di atas, dapat disimpulkan bahwa proses pemecahan masalah matematis bukanlah suatu proses berpikir yang sederhana, di dalamnya memerlukan berbagai jenis kemampuan kognitif yang beragam dan merupakan aktivitas kognitif yang kompleks. Kemampuan membangun skema permasalahan, merepresentasikan pengetahuan yang dimiliki, melakukan penalaran, melakukan proses berpikir yang berbeda untuk setiap jenis masalah, berargumentasi, dan berkomunikasi matematis merupakan proses kognitif yang memungkinkan siswa untuk dapat memecahkan masalah.

Penalaran matematis membawa siswa

pada kegiatan menganalisis situasi-situasi matematis dan membangun argumen-argumen secara logis. Menganalisis situasi-situasi matematis secara teliti berarti melihat dan membangun keterkaitan antar ide atau konsep matematis, antara matematika dengan objek-objek yang lain, dan antara matematika dengan kehidupan sehari-hari.

Argumen yang logis selalu dibutuhkan *problem solver* dalam mengidentifikasi kemungkinan solusi dari permasalahan tertentu melalui berbagai perspektif dan sudut pandang. Selain itu menurut Voss *et al.* (Lak Cho *et al.*, 2002), *problem solver* membutuhkan argumentasi logis untuk mengembangkan dan menentukan suatu solusi terpilih, menghasilkan solusi yang *reasonable*, serta untuk mendukung solusi dengan data dan fakta. Apabila kegiatan itu dapat dilakukan secara optimal dan dapat dikembangkan melalui aplikasi matematika dalam berbagai konteks maka akan tumbuh dalam diri siswa suatu kebiasaan berpikir matematis yang dapat membantunya menyadari tentang apa yang mereka pelajari.

Komunikasi matematis berperan penting pada proses pemecahan masalah. Menurut NCTM (2000), melalui komunikasi ide bisa menjadi objek yang dihasilkan dari sebuah refleksi, penghalusan, diskusi, dan pengembangan. Proses komunikasi juga membantu dalam proses pembangunan makna dan publikasian ide. Ketika para siswa ditantang untuk berpikir dan bernalar tentang matematika dan mengomunikasikan hasil pikiran mereka secara lisan atau dalam bentuk tulisan, sebenarnya mereka sedang belajar menjelaskan dan meyakinkan. Mendengarkan penjelasan lain, berarti sedang memberi

kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan pemahaman mereka. Hal senada dinyatakan Kaur *et al.* (2011), komunikasi matematis akan membantu siswa mengembangkan pemahaman mereka terhadap matematika dan mempertajam kemampuan berpikirnya. Berdasarkan kedua pendapat tersebut dapat disimpulkan bahwa komunikasi matematis dapat membantu siswa mengembangkan dan mempertajam kemampuan berpikirnya karena komunikasi menunjuk pada kemampuan menggunakan bahasa matematis untuk mengekspresikan ide-ide serta argumen matematis secara tepat, konsisten, dan logis melalui proses refleksi, penghalusan, diskusi, dan pengembangan.

Kemahiran siswa dalam memecahkan masalah matematis, dipengaruhi oleh kemampuannya dalam memahami matematika. Menurut NCTM (2000), kemampuan bernalar berperan penting dalam memahami matematika. Bernalar secara matematis merupakan suatu kebiasaan berpikir, dan layaknya suatu kebiasaan, maka penalaran semestinya menjadi bagian yang konsisten dalam setiap pengalaman-pengalaman matematis siswa. Dari pengalaman-pengalaman awal siswa belajar materi matematika, penting bagi guru untuk membantu siswa memahami bahwa penegasan-penegasan harus selalu mempunyai alasan.

Argumen matematis erat kaitannya dengan kemampuan komunikasi. Menurut NCTM (2000), komunikasi merupakan bagian yang esensial dari matematika dan pendidikan matematika. Shield *et al.* (Mayo *et al.*, 2007) menyatakan bahwa, komunikasi berperan dalam meningkatkan kualitas pembelajaran

matematika. Komunikasi adalah aktivitas kelas yang menawarkan kemungkinan bagi siswa untuk mengembangkan pemahaman yang lebih dalam tentang matematika yang mereka pelajari. Sedangkan dalam belajar memahami matematika umumnya melibatkan pengetahuan konsep dan prinsip serta membangun hubungan bermakna antara *prior knowledge* dan konsep yang sedang dipelajari. Melalui komunikasi akan terlihat sejauh mana siswa mengeksplorasi pemikiran dan pemahaman mereka terhadap matematika.

Berdasarkan beberapa hasil studi, pada kenyataannya masih ditemukan beberapa masalah yang dihadapi selama pembelajaran terkait lemahnya kemampuan penalaran dan komunikasi matematis. Di antaranya, Hiebert (Lithner, 2008) melaporkan bahwa pada umumnya siswa masih menggunakan pemikiran berdasarkan hapalan dibanding melakukan proses *reasoning* dalam menyelesaikan permasalahan matematik di kelas. Pada studi empiris Lithner yang dilakukan secara paralel (2000, 2003, 2004) dilaporkan, berdasarkan analisa studi, kebiasaan menggunakan pemikiran imitasi (*imitative thinking*) oleh siswa merupakan faktor utama dibalik kesulitan dalam memahami materi matematika. Hasil penelitian serupa dari Boesen, Lithner dan Palm (2010) menunjukkan bahwa kesulitan dalam pembelajaran matematika utamanya disebabkan karena pada umumnya siswa masih mengandalkan hapalan dan pemikiran matematis yang dangkal dan cara berpikir matematis seperti ini pada umumnya digunakan siswa pada semua kelompok usia.

Selanjutnya dalam studi Hatzikiriakou et al. (2009) dilaporkan bahwa berdasarkan

studi relevan terhadap penalaran deduktif dengan subyek penelitian calon guru matematika, secara konsisten menunjukkan bahwa kompetensi penalaran tidak terwujud dalam konteks pembelajaran. Pada umumnya, orang melakukan banyak kekeliruan ketika memecahkan soal penalaran yang abstrak dan mereka tidak mampu memahami perbedaan antara *necessity* dan *possibility*. Bisa jadi adanya *misunderstanding* dalam memaknai suatu premis, sehingga keliru dalam membangun model mentalnya atau ketidakmampuan untuk menerjemahkan kesimpulan suatu premis. Masalah juga dapat muncul karena mahasiswa tidak terbiasa terlibat dalam aktivitas atau pengalaman memecahkan soal-soal penalaran (Cheng et al, 1985).

Berdasarkan studi Rosita (2009), diperoleh gambaran kemampuan penalaran mahasiswa pendidikan matematika UNSWAGATI di awal perkuliahan. Tes penalaran yang diberikan mengadopsi tes penalaran yang dikembangkan oleh Tobin dan Capie tahun 1980 yaitu *Test of Logical Thinking (TOLT)*. Berdasarkan skor yang diperoleh mahasiswa dalam *TOLT* dengan skor maksimal 10, tingkat penalarannya dikategorikan kedalam dua bagian yaitu terdapat 68% mahasiswa mencapai skor pada rentang 0-4 yang dikatagorikan pada level kemampuan penalaran rendah, 38% mencapai skor pada rentang 5-10 yang dikatagorikan pada level kemampuan penalaran tinggi.

Tujuan utama diberikannya matematika pada jenjang sekolah dasar hingga menengah adalah agar siswa dapat menggunakan penalaran pada pola dan sifat konsep matematik, membuat generalisasi melalui

proses manipulasi matematis, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematik, serta mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel atau media lain. Pada tataran pendidikan tinggi, CUPM (2004) memberikan rekomendasi untuk jurusan, program, dan semua mata kuliah dalam matematika bahwa setiap mata kuliah hendaknya berupa aktivitas yang akan membantu semua mahasiswa dalam pengembangan analitis, penalaran kritis, pemecahan masalah, dan keterampilan komunikasi serta memperoleh matematika dengan kebiasaan berpikir. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa merupakan dua kemampuan esensial dalam pembelajaran matematika yang senantiasa perlu terus ditingkatkan.

### C. Bagaimana Meningkatkannya

Berdasarkan pada beberapa studi yang menerapkan beragam pendekatan atau model pembelajaran diperoleh hasil bahwa siswa yang mendapat pembelajaran yang mengutamakan siswa belajar aktif, mencapai kemampuan penalaran dan komunikasi matematis yang lebih baik dibandingkan dengan siswa yang mendapat pembelajaran biasa.

Studi mengenai kemampuan penalaran matematis yang dilakukan oleh Kramarski et al. (2004) dengan mengambil subyek penelitian siswa kelas VII melaporkan bahwa beragam kemampuan penalaran matematis siswa pada materi fungsi linear dan grafiknya menjadi lebih baik dengan tugas-tugas yang berbeda, setelah siswa diberi perlakuan pendekatan pembelajaran diskusi yang

dikombinasikan dengan pendekatan metakognitif IMP (pendekatan *self-questioning*) dari pada kelompok siswa yang hanya mendapat perlakuan pendekatan diskusi saja. Dalam studi ini ditemukan pula kekurangan dimana kombinasi diskusi+IMP tidak mampu mengurangi miskonsepsi yang dialami siswa pada materi fungsi linear dan grafiknya. Sebagai contoh, pada umumnya siswa mengalami miskonsepsi dalam membaca grafik pada fungsi linear, tetapi siswa mampu dalam mengonstruksu suatu grafik.

Studi yang dilakukan oleh Kramarski dan Zoldan (2008) terhadap siswa-siswa SMP Kelas IX menunjukkan hasil bahwa integrasi penggunaan pendekatan DIA (pendekatan *diagnostic errors*) + IMP secara signifikan dapat meningkatkan beberapa indikator (mencakup kemampuan prosedural, keterampilan *problem solving*, dan menjelaskan secara matematis) kemampuan penalaran matematis pada materi fungsi linear dan grafiknya. Digambarkan pula bahwa siswa yang belajar dengan kombinasi DIA+IMP mencapai hasil yang lebih positif dalam penalaran matematisnya dari pada siswa yang belajar dengan salah satu pendekatan metakognitif saja. Dengan demikian kombinasi DIA+IMP secara umum dapat membantu siswa menggunakan struktur metakognitifnya dalam meningkatkan penalaran matematisnya. Terkait dengan kemampuan masing-masing pendekatan dalam meningkatkan aspek *problem solving* siswa, siswa yang belajar dengan IMP memiliki kemampuan *problem solving* yang lebih baik dibanding siswa yang belajar dengan DIA. Dengan perkataan lain bahwa

IMP memiliki suatu efek kognitif yang lebih baik terhadap penalaran matematis dan kemampuan siswa dalam mentransfer pengetahuan baru. Sedangkan dalam kemampuan prosedural dan berargumen konsep matematik, pada studi Kramarski dan Zoldan (2008) tidak ditemukan adanya perbedaan dalam penerapan masing-masing pendekatan. Dijelaskan dalam studi tersebut, hal itu disebabkan karena baik IMP atau DIA, keduanya sama-sama melibatkan siswa dalam proses metakognitif melalui pemberian tugas secara komprehensif, mengaktifkan *prior knowledge*, dan berdiskusi dalam menyusun strategi juga ide-ide matematiknya. Dengan demikian, kemampuan siswa dalam berargumen matematik dan penalaran matematis proseduralnya untuk kedua pendekatan menghasilkan pencapaian kemampuan yang sama. Temuan pada kelompok CONT (pembelajaran biasa) adalah tidak adanya perbedaan kemampuan siswa dalam ketiga indikator penalaran matematis yang diukur sebelum dan sesudah pembelajaran. Menurut Kramarski dan Zoldan, untuk hal ini diperlukan adanya diskusi antar siswa yang lebih terfokus pada struktur dan konsep matematik untuk memaksimalkan kesempatan pada masing-masing siswa dalam melakukan proses *self-questioning*, *elaboration*, *explanation*, dan *verbal communication*.

Hal ini sejalan dengan hasil studi Kramarski dan Mizrachi (2006) yang penelitiannya dilakukan pada 86 siswa kelas VII. Dalam studi ini ditemukan fakta, siswa yang lebih sering mendapatkan pembelajaran dengan pendekatan metakognitif-*self-questioning* (IMP) dan diberikan kesempatan

yang luas dalam mendemonstrasikan ide matematisnya, pencapaian kemampuan penalaran matematisnya menjadi meningkat secara signifikan.

Studi Kramarski terhadap kemampuan penalaran matematis juga dilakukan pada subyek yang berbeda (2005). Sampel yang dipilih adalah 64 guru matematika dalam jabatan di Israel. 34 guru mendapatkan pelatihan pembelajaran dengan pendekatan metakognitif (*metacognitive guidance*/MG) dan 30 guru mendapatkan pembelajaran biasa/tanpa perlakuan (*control group*/CG). Hasil studi mengindikasikan bahwa performa guru MG lebih baik dibanding performa guru CG. Hal ini ditunjukkan dengan keterampilan yang dimiliki guru-guru MG dalam memecahkan tugas-tugas matematika yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari (melakukan koneksi dan refleksi) tingkatannya lebih tinggi dibandingkan guru-guru CG, selain itu pula dalam memberikan argumen matematisnya lebih logis dan formal. Pada saat diberi tugas mengajar dalam pelatihan itu, guru MG lebih aktif memberdayakan dan melibatkan siswa-siswanya dalam menggunakan strategi pemecahan masalah yang bervariasi di kelas. Guru MG lebih dapat mengeksplor kemampuan metakognitif siswanya dengan *metacognitive guidance* dalam memperoleh konsep matematisnya.

Temuan-temuan di atas menunjukkan pembelajaran yang mengutamakan siswa belajar aktif, adanya keterlibatan siswa dan mahasiswa dalam proses pembelajaran dengan mengaktifkan *prior knowledge*, dan pemberian kesempatan berdiskusi dalam menyusun strategi juga ide-ide matematisnya.

Penerapan model dan pendekatan pembelajaran dalam studi yang dilaporkan di atas ternyata memberi peluang tercapainya peningkatan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa dan mahasiswa. Menurut Kusumah (2008), kemampuan berpikir terkait erat dengan cara mengajar. Dalam pembelajaran yang tidak didominasi pengajar, proses belajar akan berlangsung atas prakarsa mahasiswa sendiri. Ini bisa terjadi jika pengajar memberi kesempatan kepada mahasiswanya untuk berani mengemukakan gagasan baru sesuai minat dan kebutuhannya. Dalam suasana pembelajaran seperti itulah motivasi dan aktivitas mahasiswa dapat ditumbuhkembangkan. Akibatnya, pemilihan dan penggunaan model pembelajaran yang tepat merupakan faktor penting sebagai upaya meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis mahasiswa.

Murata (2006) menyatakan bahwa pembelajaran yang diduga dapat menumbuhkembangkan kemampuan berpikir adalah dengan melaksanakan pembelajaran yang didesain menurut pandangan konstruktivisme, karena menurut pandangan tersebut pembelajaran bertujuan membantu mahasiswa untuk membangun konsep-konsep/prinsip-prinsip matematika dengan kemampuannya sendiri melalui proses asimilasi dan akomodasi. Menurut Suparno (1997), perubahan konsep yang kuat dapat terjadi bila seseorang melakukan akomodasi terhadap konsep yang telah ia miliki ketika ia berhadapan dengan fenomena baru. Erat kaitannya dengan keterampilan mahasiswa dalam memunculkan ide pada pembelajaran, Hung (1997) menyarankan bahwa dalam pembelajaran mahasiswa sebaiknya

dimotivasi dan dibimbing pengajar untuk mengonstruksi ide, konsep, dan pemahaman mereka sendiri mengenai materi yang dipelajari berdasarkan *prior knowledge* yang sudah mereka miliki. Berdasarkan pendapat para ahli tersebut di atas, maka dalam mengembangkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis mahasiswa diperlukan suatu pembelajaran yang berbasis konstruktivisme yaitu pembelajaran yang mampu melibatkan aktivitas mahasiswa secara penuh dan bermakna selama pembelajaran.

Menurut Santyasa (2005), tujuan utama belajar menurut pandangan konstruktivistik didasarkan pada tiga fokus belajar, yaitu proses, transfer belajar, dan bagaimana belajar. Proses, mengandung makna bahwa belajar adalah proses pemaknaan informasi baru. Transfer belajar berarti bahwa belajar bermakna harus diyakini memiliki nilai yang lebih baik dibandingkan dengan belajar menghafal, dan pemahaman lebih baik dibandingkan hafalan. Sebagai bukti pemahaman mendalam adalah kemampuan mentransfer apa yang dipelajari ke dalam situasi yang baru. Sedangkan fokus bagaimana belajar (*how to learn*) memiliki nilai yang lebih penting dibandingkan dengan apa yang dipelajari (*what to learn*). Alternatif pencapaian *learning how to learn*, adalah dengan memberdayakan keterampilan berpikir mahasiswa.

Roth et al. (Harahap, 2005) menyatakan ada dua aliran pemikiran konstruktivisme, yakni satu yang dikembangkan berdasarkan karya Piaget dan yang satu lagi dikembangkan berdasarkan karya Vygotsky, yang keduanya sama-sama menekankan pentingnya interaksi

sosial dalam pembelajaran. Selain itu juga, Piaget dan Vygotsky (Nur dkk., 2000) menekankan bahwa perubahan kognitif hanya terjadi jika konsep-konsep yang telah dipahami sebelumnya diolah melalui suatu proses ketidakseimbangan dalam upaya memahami informasi-informasi baru.

Menurut Piaget (Lucks, 1999), pembentukan pengetahuan menurut teori konstruktivisme adalah memandang subyek aktif menciptakan struktur-struktur kognitif dalam interaksinya dengan lingkungan. Dengan demikian, menurut teori konstruktivisme pengetahuan yang ditransformasikan bukan sesuatu yang berdiri sendiri tetapi diciptakan dan dirumuskan kembali (*created and recreated*).

Esensi dari teori konstruktivisme adalah ide bahwa mahasiswa sendiri yang menemukan dan mentransformasikan sendiri suatu informasi kompleks apabila mereka menginginkan informasi itu menjadi miliknya. Proses menemukan dan mentransformasikan informasi itu dilakukan dalam rangka membangun sistem arti dan pemahaman terhadap informasi baru melalui pengalaman dan interaksi mereka. Dalam hal ini, mahasiswa secara aktif membangun pengetahuan dengan cara terus-menerus mengasimilasi dan mengakomodasi informasi baru. Menurut Slavin (1994), Konstruktivisme dalam pembelajaran menerapkan pembelajaran kooperatif secara intensif, yang didasarkan pada teori bahwa mahasiswa akan lebih mudah menemukan dan memahami konsep-konsep yang sulit apabila mereka saling mendiskusikan masalah-masalah itu dengan teman-temannya.

Konstruktivisme menghendaki bahwa

pengetahuan dibentuk sendiri oleh mahasiswa dan pengalaman merupakan kunci utama dari belajar bermakna. Belajar bermakna tidak akan terwujud hanya dengan mendengarkan ceramah dari pengajar. von Glasersfeld *et al.* (1991) menegaskan bahwa, pengalaman belajar bermakna bagi mahasiswa dapat diberikan, salah satunya melalui pengajar memberikan tugas yang lebih berorientasi pada kemampuan berpikir mahasiswa, dan mahasiswa juga yang melakukan proses berpikir itu. Dalam hal ini pengajar perlu menerapkan suatu model pembelajaran yang pada setiap langkahnya, mahasiswa diberikan kesempatan seluas-luasnya untuk terlibat langsung dalam merencanakan dan melaksanakan pembelajaran.

#### Daftar Pustaka

- Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Boesen, Lithner, & Palm (2010). The relation between types of assessment tasks and the mathematical reasoning students use. *Education Study Mathematic 75:89-105*.
- Bjuland, R. (2007). Adult Students' Reasoning in Geometry: Teaching Mathematics through Collaborative Problem Solving in Teacher Education. *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Vol. 4, No.1, 1-30.
- Branca, N., A. (1980). Problem Solving as A Goal, Process, and Basic Skill. In S Krulik and Robert, E., R. (Ed). 1980. Yearbook. Problem Solving in School Mathematics. USA: NCTM

- CUPM. (2004). Undergraduate Programs and Courses in the Mathematical Sciences: CUPM Curriculum Guide 2 0 0 4 . <http://www.maa.org/cupm/summary.pdf>. [5 Juni 2012]. On Line
- Depdiknas. (2006). Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah. Jakarta: BSNP.
- English, L. (1994). *Reasoning by Analogy in Constructing Mathematical Ideas*. Centre for Mathematics and Sciences Education. Queensland University of Technology.
- Greenes, C. & Schulman, L. (1996). Communication Proseses in Mathematical Exploration and Investigation. In P.C Elliot and M.J Kenney (Ed). 1996. *Yearbook. Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*. USA: NCTM
- Harahap, M. B. (2005). *Efek Model Pembelajaran Konstruktivis Kognitif-Sosial dan Non-Konstruktivis Konvensional terhadap Hasil Belajar Fisika Dasar Mahasiswa Program S1 PMIPA LPTK-FKIP Universitas*. (Disertasi). Bandung: UPI.
- Hatzikiriakou, K., & Metallidou P. (2009). Teaching Deductive Reasoning to Pre-Service Teachers: Promises and Constraints. *International Journal of Science and Mathematics Education (2009) 7: 81-101*.
- Hung, D. W. L, (1997). Meanings, Contexts, and Mathematical Thinking: The Meaning-Context Model. *Journal of Mathematical Behaviour*. Vol. 16. No 4, 311-324.
- Hutagaol, K. (2010). *Strategi Multi Representasi dalam Kelompok Kecil untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis dan Komunikasi Matematis Siswa SMP*. Disertasi. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Jonassen, D. H. (2011). Learning to Solve Problems. *A Handbook for Designing Problem-Solving Learning Environment*. New York: Routledge.
- Kaur, B. & Har, Y.B. (2009). Mathematical Problem Solving in Singapore Schools. In B Kaur at al (2009). *Yearbook. Mathematical Problem Solving*. Singapore: World Scientific.
- Kaur, B. & Tin Lam. T. (2011). *Chapter 1: Reasoning, Communication, and Connection in Mathematics: An Introduction*.
- Kramarski, B., & Mizrachi, N. (2004). Enhancing Mathematical Literacy with The Use of Metacognitive Guidance in Forum Discussion. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (3), 169-176*.
- Kramarski, B. (2005). *Effects of Metacognitive Guidance on Teachers' Mathematical and Pedagogical Reasoning of Real-Life* <http://www.hbcse.tifr.res.in/episteme/episteme-2/e-proceedings/kramarski> [18 Desember 2011].
- Kramarski, B., & Mizrachi, N. (2006). Online discussion and self-regulated learning: Effects of instructional methods on mathematical literacy. *The Journal of Educational Research, 99(4), 218-230*.
- Kramarski, B. & Zoldan, S. (2008). Using errors as springboards for enhancing mathematical reasoning with three metacognitive approaches. *The Journal of Educational Research, 102 (2), 137-151* . <http://education.biu.ac.il/en/node/747> . [20 Desember 2011]. On Line
- Krulik, S. & Reys, R.E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. USA: NCTM.

- Kusumah, Y. S. (2008). *Konsep, Pengembangan, dan Implementasi Computer-Based Learning dalam Peningkatan kemampuan High-Order Mathematical Thinking*. Makalah. Disajikan pada Pidato Pengukuhan Jabatan Guru Besar Tetap dalam Bidang pendidikan Matematika pada Tanggal 23 Oktober 2008. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Lak Cho, K., & Jonassen, D. H. (2002). The Effects of Argumentation Schaffolds on Argumentation and Problem Solving. *ETR&D*, 50(3), 5-22.
- Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Education Study Mathematic*, (67), 255-276.
- Lucks, R. (1999). Constructivist Teaching VS Direct Instruction. *Paper*. <http://ematusov.soe.udel.edu/EDUC390.99F>. [28 Oktober 2009]. On Line.
- Murata, A. (2006). Teaching as Assisting Individual Constructive Paths Within an Interdependent Class Learning Zone: Japanese First Graders Learning to add Using 10. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 37. No. 6, 421-455.
- Mayo, R., & Valparaiso, N.E. (2007). Connections Between Communication and Math Abilities. <http://digitalcommons.unl.edu>. [13 Juni 2012]. On Line.
- NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. USA: NCTM.
- Nur, M. dan Wikandari, P. R. (2000). *Pengajaran Berpusat kepada Siswa dan Pendekatan Konstruktivis dalam Pengajaran*. Surabaya: PSMS Program Pascasarjana Unesa.
- Rosita, C. D. (2009). *Analisis Kemampuan Penalaran Mahasiswa berdasarkan Test of Logical Thinking (TOLT)*. Makalah. Tidak Diterbitkan.
- Slavin, R. E. (1994). *Educational Psychology: Theory and Practice* (4<sup>th</sup> Ed.). Boston: Allyn & Bacon.
- Sumarmo, U. (2004). *Pembelajaran Keterampilan Membaca Matematika pada Siswa Menengah*. Makalah disajikan dalam Seminar Nasional. Cirebon: Unswagati.
- Sumarmo, U. (2010). Berpikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan Pada Peserta Didik. Makalah disajikan dalam Seminar Nasional. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Suparno, P. (1997). *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*. Yogyakarta: Kanisius.
- \_\_\_\_\_. (2001). *Teori Perkembangan Kognitif Jean Piaget*. Yogyakarta: Kanisius.
- von Glaserfeld, E. & Steffe, L. P. (1991). Conceptual Models in Educational Research and Practise. *Journal of Educational Thought*. Volume 25. No. 2, 91-103.
- Zhu, Z. (2007). Gender differences in mathematical problem solving patterns: A review of literature. *International Education Journal*. Volume 8. No. 2, 187-203.