Volume 1 No 1 (2022) 61-69
http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/basis

Penentuan Lokasi Strategis untuk Membangun Rumah Sakit di Wilayah Kabupaten Berau Menggunakan Pusat dan Pusat Berat

Sitti Hafsah[1*], Hasmawati[1], Nur Erawaty[1]

[1]*Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin*

Dikirim: Juli 2022; Diterima: September 2022; Dipublikasi: September 2022

*Alamat Email Korespondesi: sitihafsah202@gmail.com

Abstrak

Diberikan sebuah graf terhubung G dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Suatu daerah/wilayah dapat dimodelkan menjadi suatu graf, area tertentu menjadi titik graf dan hubungan dua area menjadi sisi graf. Pusat suatu graf adalah titik yang paling representatif ditinjau dari segi jarak yakni jarak antara dua area, sedangkan pusat berat adalah titik paling representatif ditinjau dari segi ukuran percabangan suatu titik yang dalam kenyataannya menyatakan banyaknya jalan menuju suatu area (titik pusat). Oleh karena itu, pusat dan pusat berat adalah titik yang dapat dinyatakan sebagai area stategis suatu wilayah. Penentuan lokasi strategis sebagai tempat untuk kepentingan umum pada suatu wilayah dilakukan dengan mengubah lebih dahulu suatu peta menjadi bentuk graf, kemudian menentukan pusat dan pusat berat graf tersebut. Dalam penelitian ini, dilakukan penentuan lokasi strategis untuk tempat membangun sarana kepentingan umum seperti rumah sakit atau sekolah dan lain-lain di wilayah Kabupaten Barau, Kalimantan Timur. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa Kecamatan Tabalar adalah daerah paling strategis dibanding tempat lain di Kabupaten Berau untuk ditempati membangun sarana kepentingan umum seperti rumah sakit, perguruan tinggi, atau sarana lainnya.

Kata Kunci:

Graf, pusat, pusat berat, terhubung, pohon perentang minimum.

PENDAHULUAN

Graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736, yang dapat dituliskan sebagai pasangan himpunan yang anggotanya disebut titik dan himpunan yang anggotanya disebut sisi (garis), [2]. Pengertian graf, notasi dan beberapa istilah yang digunakan dalam makalah ini merujuk ke referensi [2], [3], [4] dan [5]. Beberapa persoalan dalam masyarakat khususnya yang berobjek diskrit dapat direpresentasikan kedalam bentuk graf, yaitu: optimalisasi penjadwalan, penentuan basis suatu daerah, penentuan letak objek yang paling strategis, analisis jaringan, teori informasi, dan penentuan lokasi strategis, [1], [3], [8] dan [11]. Dari beberapa persoalan tersebut penentuan lokasi strategis sangat penting dilakukan guna mendapatkan tempat yang terbaik untuk pembangunan gedung suatu fasilitas umum, seperti rumah sakit.

Dalam tulisan berjudul "Analisis Potensi Peruntukan Lahan Rumah Sakit Dinilai dari Aspek Fisik dan Kebutuhan Penduduk dengan Sistem Informasi Geografis di Kota Semarang" tahun 2017 oleh Stella Purnomo dan kawan-kawan [5], menyebutkan bahwa salah satu faktor penentu dalam menentukan suatu lokasi rumah sakit adalah aksesbilitas yaitu jalan ke lokasi rumah sakit tersebut. Sedangkan kriteria jalan terbaik salah satunya adalah yang terpendek, dalam teori graf dikenal dengan istilah lintasan. Konsep dalam graf yang mempertimbangkan jarak antara lintasan yang satu dengan lintasan yang lain pada setiap dua titik dalam graf adalah konsep tentang pusat dan pusat berat suatu graf. Pusat berat suatu graf dapat diketahui dengan terlebih dahulu menentukan pohon perentangnya. Dalam makalah [7], [9], [10], [12] dan [13], mengatakan bahwa salah satu cara untuk memperoleh pohon perentang suatu graf adalah menggunakan Algoritma Prim atau Algoritma Kruskal.

Kabupaten Berau adalah salah satu kabupaten di Provinsi Kalimantan Timur yang berdekatan dengan wilayah calon Ibu Kota Negara Republik Indonesia. Mengantisipasi perkembangan di Kalimantan Timur dengan adanya Ibu Kota Negara, Kabupaten Berau perlu menentukan lokasi-lokasi strategis untuk fasilitas umum, di antaranya adalah Rumah Sakit Umum, Perguruan Tinggi, Kantor, dan lain-lain. Seperti yang telah disebutkan bahwa salah satu aspek penting dalam penentuan lokasi strategis adalah aksesbilitas berupa jalan menuju lokasi strategis. Pertimbangan yang digunakan untuk menentukan lokasi strategis pembangunan fasilitas umum di Kabupaten Berau dibatasi pada jarak antara dua titik dan akses jalan menuju ke kantor-kantor kecamatan (atau jarak antara kantor kecamatan yang berbeda).

LANDASAN TEORI

Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dan berhingga yang elemen-elemennya disebut titik dan $E(G)$ adalah himpunan (boleh kosong) pasangan-pasangan tak terurut dan berbeda dari elemen-elemen $V(G)$. Elemen-elemen dari $E(G)$ disebut sisi dari G. Misalkan u, v titik di graf G dan $e = uv \in E(G)$, maka u disebut bertetangga dengan v dan demikian sebaliknya v bertetangga dengan u dan e terkait dengan u dan v. Banyaknya anggota dari $V(G)$ disebut orde (*order*) dari G yang dinotasikan dengan p dan banyaknya anggota dari $E(G)$ disebut ukuran (*size*) dari G, dinotasikan dengan q. Jarak antara dua titik u dan v pada graf terhubung G adalah panjang lintasan terpendek antara u dan v dan dinotasikan dengan $d(u, v)$.

Pusat adalah titik yang memiliki karakter sendiri dan bisa diketahui dengan menggunakan konsep jarak dalam teori graf. Dalam menentukan titik pusat pada suatu graf, terlebih dahulu dicari eksentrisitas dari titik-titiknya.

Definisi 1. Misalkan graf G terhubung dan $v \in V(G)$. Maka eksentrisitas titik v ditulis $e(v)$ yakni $e(v) = maks\{d(u, v): u \in V(G)\}$ atau jarak terjauh antara titik v dengan titik lainnya.

Definisi 2. Diameter suatu graf atau $dim(G)$ adalah lintasan terpanjang pada graf atau nilai maksimum dari eksentrisitas titik pada graf G, dapat ditulis $dim(G) = maks\{e(v): v \in V(G)\}$.

Definisi 3. Titik v dikatakan titik pusat (*central vertex*) jika $e(v) = r(G)$. Dimana $r(G)$ merupakan radius graf G atau eksentrisitas minimum pada graf G, dapat ditulis $r(G) = min\{e(v): v \in V(G)$.

Ada beberapa istilah untuk menentukan pusat berat suatu graf yang dapat dilihat pada definisi berikut,

Definisi 4. Misalkan T adalah graf pohon dan u adalah titik di T.

1. Cabang pohon T di titik u adalah subgraf dari T yang memiliki u sebagai titik akhir,
2. Bobot (*weight*) pohon T pada titik u ditulis $\omega(u)$ adalah jumlah maksimum sisi di antara semua cabang T di titik u,
3. Titik berat pohon T adalah v jika $\omega(v) = \omega(T)$ dengan $\omega(T) = min\{\omega(u)|\ u \in V(T)\}$.
4. Pusat berat dari pohon T adalah himpunan semua titik berat dari pohon T.

Setiap graf memiliki pusat dan pusat berat seperti yang ditunjukkan dalam teorema berikut,

Teorema 1. Setiap graf pohon mempunyai pusat yang terdiri atas satu atau dua titik yang bertetangga.

Bukti :

Untuk pohon K_1 dan K_2, teorema benar. Misalkan T adalah graf pohon yang memiliki lebih dari dua titik. Bentuk graf pohon T' dengan melenyapkan titik-titik ujung dari T. Pusat dari T' adalah pusat T. Dan eksentrisitas setiap titik T' berkurang 1. Jika proses ini diteruskan akan diperoleh subpohon T'', T''', dan seterusnya yang pusatnya adalah pusat graf pohon T. Graf pohon yang terakhir yang diperoleh melalui proses pelenyapan titik-titik ujung adalah pohon K_1 dan K_2 yang pusatnya adalah pusat graf pohon T. Jadi terbukti bahwa pusat graf pohon terdiri atas satu atau dua titik. ■

Pada penentuan pusat berat suatu graf, ditentukan lebih dulu pohon perentang minimum dari graf tersebut. Seperti yang telah disebutkan bahwa ada dua algoritma yang biasa dipakai peneliti dalam penentuan pohon perentang yakni Algoritma Prim dan Algoritma Kruskal. Dalam makalah ini digunakan Algoritma Kruskal.

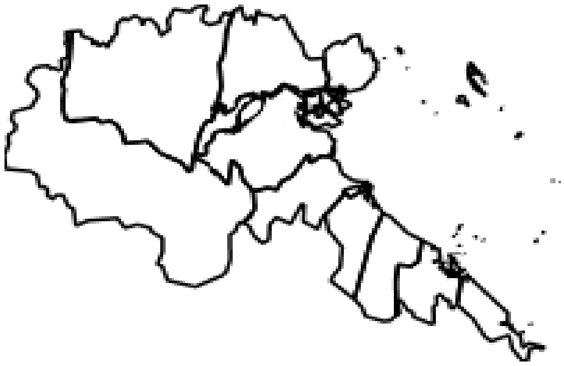
Algoritma Kruskal

Langka-langkah

1. Isi T semua titik-titik G tanpa garis
2. m = 0
3. Selama m < (n-1) lakukan :
   a. Tentukan garis $\boldsymbol{e} \in \boldsymbol{E}$ dengan bobot minimum. Jika ada beberapa $\boldsymbol{e}$ dengan sifat tersebut, pilih salah satu secara sembarang
   b. Hapus $\boldsymbol{e}$ dari $\boldsymbol{E}$.
   c. Jika $\boldsymbol{e}$ di tambahkan ke $\boldsymbol{T}$ tidak menghasilkan sirkuit, maka
      i. Tambahkan $\boldsymbol{e}$ ke $\boldsymbol{T}$
      ii. m = m+1

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kabupaten Berau merupakan salah satu kabupaten yang terletak di Provinsi Kalimantan Timur yang terdiri atas 13 kecamatan. Peta Kabupaten Berau dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Peta Kabupaten Berau
Sumber : geoportal.beraukab.go.id

Peta Kabupaten Berau ini akan dibuatkan model grafnya dengan terlebih dahulu memberikan asumsi sebagai berikut :

1. Lebar jalan yang menghubungkan setiap dua kecamatan adalah sama,
2. Setiap kecamatan memiliki pemukiman dengan kepadatan penduduk yang sama.
3. Kualitas jalan dan kepadatan kendaraan di setiap jalan dianggap sama.
4. Semua warga memiliki kepentingan yang sama terhadap fasilitas umum.

1) Model Graf Kabupaten Berau

Model graf Kabupaten Berau dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

1. Kantor kecamatan dinyatakan sebagai titik, dan
2. Dua titik bertetangga apabila dua kecamatan yang bersesuaian dengan kedua titik tersebut berbatasan secara langsung dan terdapat jalan yang menghubungkannya.
3. Jarak dua titik berdasarkan konsep jarak dalam graf, (bukan menyatakan kilometer atau meter).
4. Area yang terisolir (pulau) dinyatakan sebagai titik terisolir.
5. Graf yang menjadi objek penelitian adalah graf terhubung. Dalam hal ini, jika terdapat pulau pada wilayah yang berarti titik terisolir dalam model grafnya, maka pulau tersebut diabaikan.

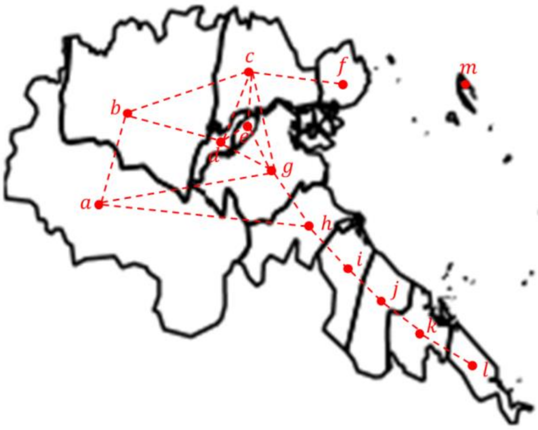
Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut diperoleh titik-titik pada graf sebagai berikut :

Titik a = Kantor Kecamatan Kelay
Titik b = Kantor Kecamatan Segah
Titik c = Kantor Kecamatan Gunung Tabur
Titik d = Kantor Kecamatan Teluk Bayur
Titik e = Kantor Kecamatan Tanjung Redeb
Titik f = Kantor Kecamatan Pulau Derawan
Titik g = Kantor Kecamatan Sambaliung
Titik h = Kantor Kantor Kecamatan Tabalar
Titik i = Kantor Kecamatan Biatan
Titik j = Kantor Kecamatan Talisayan
Titik k = Kantor Kecamatan Batu Putih

Titik l = Kantor Kecamatan Biduk-Biduk
Titik m = Kantor Kecamatan Maratua

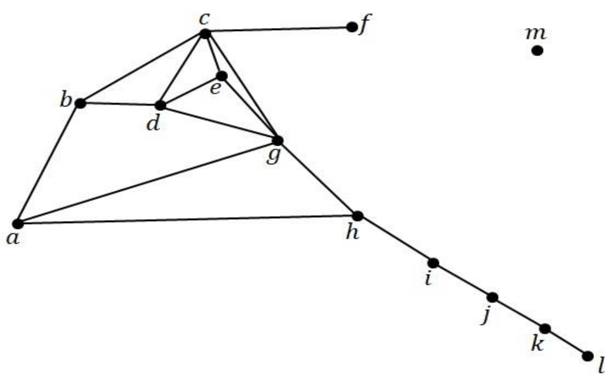
Gambar 2. Representasi Titik sebagai Daerah Kecamatan

Mengingat dua titik dihubungkan oleh sebuah sisi apabila titik-titik tersebut mempresentasikan wilayah kecamatan yang berbatasan langsung, maka *prototype* graf Kabupaten Berau adalah graf berwarna merah pada peta pada Gambar 3.



Gambar 3. *Prototype* Graf Peta Kabupaten Berau

Graf pada Peta Gambar 3 adalah sebagai berikut :



Gambar 4. Model Graf Wilayah Kabupaten Berau

2) Pusat dan Pusat Berat Dari Model Graf Kabupaten Berau

Model graf dari Kabupaten Berau dinotasikan sebagai G_B. Dengan demikian himpunan titik dan himpunan sisi graf G_B berturut-turut $V(G_B) = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m\}$ dan $E(G_B) = \{(a, b),\ (a, g),\ (a, h),\ (b, c),\ (b, d),\ (c, d),\ (c, e),\ (c, f),\ (c, g),\ (d, e),\ (d, g),\ (e, g),\ (g, h),\ (h, i),\ (i, j),\ (j, k),\ (k, l)\}$. Sisi $(a, b) \in E(G_B)$, selanjutnya hanya ditulis ab.

Dalam penentuan pusat graf G_B, terlebih dahulu ditentukan eksentrisitas setiap titik v pada graf G_B sebagai berikut :

$$\begin{aligned} e(a) &= maks\{d(a,b),\ d(a,c),\ d(a,d),\ d(a,e),\ d(a,f),\ d(a,g),\ d(a,h),\ d(a,i),\\ &\quad d(a,j),\ d(a,k),\ d(a,l)\}\\ &= maks\{1, 2, 2, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 4, 5\}\\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(b) &= maks\{d(b,a),\ d(b,c),\ d(b,d),\ d(b,e),\ d(b,f),\ d(b,g),\ d(b,h),\ d(b,i),\\ &\quad d(b,j),\ d(b,k),\ d(b,l)\}\\ &= maks\{1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 6\}\\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(c) &= maks\{d(c,a),\ d(c,b),\ d(c,d),\ d(c,e),\ d(c,f),\ d(c,g),\ d(c,h),\ d(c,i),\ d(c,j),\\ &\quad d(c,k),\ d(c,l)\}\\ &= maks\{2, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}\\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(d) &= maks\{d(d,a),\ d(d,b),\ d(d,c),\ d(d,e),\ d(d,f),\ d(d,g),\ d(d,h),\ d(d,i),\\ &\quad d(d,j),\ d(d,k),\ d(d,l)\}\\ &= maks\{2, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}\\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(e) &= maks\{d(e,a),\ d(e,b),\ d(e,c),\ d(e,d),\ d(e,f),\ d(e,g),\ d(e,h),\ d(e,i),\ d(e,j),\\ &\quad d(e,k),\ d(e,l)\}\\ &= maks\{2, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}\\ &= 6 \end{aligned}$$

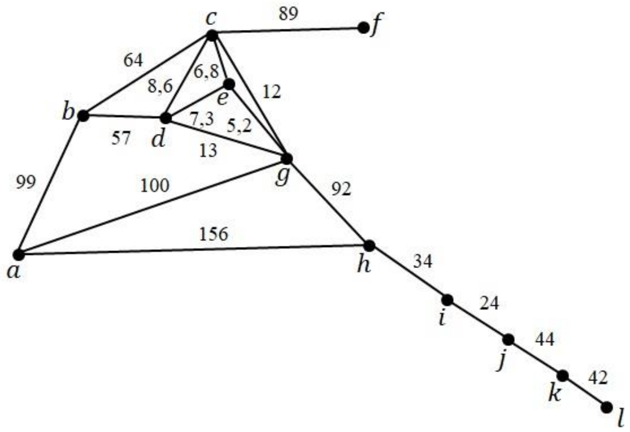
$$\begin{aligned} e(f) &= maks\{d(f,a),\ d(f,b),\ d(f,c),\ d(f,d),\ d(f,e),\ d(f,g),\ d(f,h),\ d(f,i),\\ &\quad d(f,j),\ d(f,k),\ d(f,l)\}\\ &= maks\{3, 2, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 5\ 6, 7\}\\ &= 7 \end{aligned}$$

Dengan cara yang serupa diperoleh :

$e(g) = 5, e(h) = 4, e(i) = 4, e(j) = 5, e(k) = 6,$ dan $e(l) = 7$.

Berdasarkan eksentrisitas titik-titik pada graf G_B diperoleh eksentrisitas minimum $r(G_B)$ = 4. Karena $e(h)$ dan $e(i)$ sama dengan 4 maka titik sentral graf G_B adalah titik h dan titik i. Sehingga pusat graf G_B adalah himpunan yang terdiri atas dua titik yaitu $\{h, i\}$.

Untuk melengkapi penentuan lokasi strategis, digunakan konsep pusat berat yakni melalui pohon perentang minimum dari graf G_B. Karena di dalam penentuan pohon perentang minimum dibutuhkan bobot (nilai) pada sisi Graf G_B, maka terlebih dahulu diberikan bobot setiap sisi pada graf G_B yakni jarak setiap dua kantor kecamatan. Jarak tersebut diperoleh berdasarkan pengukuran jarak dari masing-masing kantor kecamatan yang wilayahnya berbatasan langsung, dengan mengambil data pada Google Map. Berdasarkan data tersebut diperoleh graf berbobot G_B sebagai berikut:



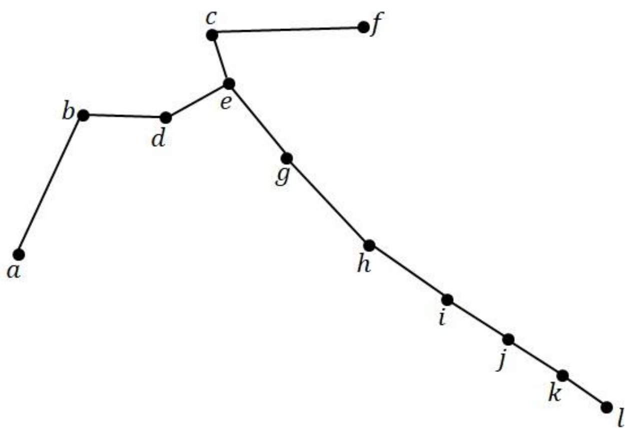
Gambar 6. Bobot pada Graf $\boldsymbol{G_B}$

Selanjutnya, dicari pohon perentang minimum Graf G_B menggunakan Algoritma Kruskal dengan langkah-langkah sebagai berikut :
Urutkan sisi pada graf G_B dari bobot terkecil kebobot terbesar, diperoleh

Tabel 1. Sisi dan Bobot

Sisi	eg	ce	de	cd	cg	dg	ij	hi	kl	jk	bd	bc	cf	gh	ab	ag	ah
Bobot	5,2	6,8	7,3	8,6	12	13	24	34	42	44	57	64	89	92	99	100	156

Dengan diketahuinya bobot setiap sisi pada model graf Kabupaten Berau dan dengan menggunakan Algoritma Kruskal diperoleh pohon perentang minimum model graf Kabupaten Berau seperti yang diberikan pada Gambar 7 berikut.



Gambar 7. Pohon Perentang Minimum $\boldsymbol{T_B}$

Pusat berat adalah himpunan dari titik berat suatu pohon perentang minimum, dimana titik berat atau $\omega(T) = min\{\omega(u)|\, u \in V(T)\}$. Misalkan pohon perentang minimum dari Graf G_B disebut Pohon T_B. Selanjutnya akan dicari titik yang menjadi pusat berat dari pohon perentang tersebut. Caranya yaitu dengan menentukan lebih dulu bobot

pada setiap titik Pohon T_B. Dalam hal ini bobot yang digunakan berbeda dengan bobot sisi yang telah dijelaskan sebelumnya. Bobot titik adalah banyaknya sisi pada cabang terbesar titik yang dimaksud. Berdasarkan bentuk pohon perentang dari graf G_B pada Gambar 7, diperoleh bobot-bobot titiknya seperti berikut:
$\omega(a) = maks\{11\}$ = 11, $\omega(b) = maks\{1, 10\}$ = 10, $\omega(c) = maks\{1, 10\}$ = 10
$\omega(d) = maks\{2, 9\}$ = 9, $\omega(e) = maks\{2, 3, 6\}$ = 6, $\omega(f) = maks\{11\}$ = 11
$\omega(g) = maks\{5, 6\}$ = 6, $\omega(h) = maks\{4, 7\}$ = 7, $\omega(i) = maks\{3, 8\}$ = 8
$\omega(j) = maks\{2, 9\}$ = 9, $\omega(k) = maks\{1, 10\}$ = 10, $\omega(l) = maks\{11\}$ = 11.
Dari bobot-bobot setiap titik pohon T_B dipilih titik yang berbobot minimum yaitu 6. Titik-titik yang berbobot minimum adalah $\omega(e) = 6$ dan $\omega(g)$ = 6. Jadi titik e dan titik g yang merupakan pusat berat dari pohon T_B. Sehingga pusat berat pohon T_B adalah himpunan yang terdiri atas dua titik yaitu $\{e, g\}$. Dari pembahasan tentang pusat diperoleh pusat graf G_B yaitu $\{h, i\}$. Di sini dapat dilihat bahwa tidak ada titik yang beririsan antara Pusat graf G_B dan Pusat Berat pohon T_B, sehingga di dalam penentuan lokasi strategis dapat memilih salah satu di antara dua titik yang bertetangga yaitu titik g dan titik h. Titik g menyatakan Kantor Kecamatan Sambaliung dan titik h menyatakan Kantor Kecamatan Tabalar. Letak kecamatan Sambaliung dan Kecamatan Tabalar dapat dilihat pada Peta kabupaten Berau pada Gambar 8.

Gambar 8. Peta Lokasi Strategis di Kabupaten Berau
Sumber : peta-kota.blogspot.com

PENUTUP

Berdasarkan pembahasan diperoleh pusat graf G_B yaitu $\{h, i\}$ dan diperoleh pusat berat pohon T_B yaitu $\{e, g\}$. Jadi titik yang paling representatif pada graf G_B adalah dua titik yang bertetangga pada Pusat dan Pusat Berat graf G_B yakni titik g dan titik h. Titik g menyatakan Kecamatan Sambaliung dan titik h menyatakan Kecamatan Tabalar. Jadi apabila pemerintah Kabupaten Berau ingin membangun suatu fasilitas untuk masyarakat umum seperti rumah sakit atau yang lainnya, sebaiknya ditempatkan di Kecamatan Sambaliung dan Kecamatan Tabalar.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Eka R., Septiana dan Budi Rahadjeng. (2012). Dimensi matrik pada graf lintasan, graf komplit, graf sikel, graf bintang, dan graf bipartit komplit: *Jurnal Unesa.* 6 September 2021. https://media.neliti.com/media/publications/248331-dimensi-metrik-pada-graf-lintasan-graf-k-04760a21.pdf

[2] Hasmawati. (2020). *Pengantar dan Jenis-Jenis Graf*. Makassar: UPT Unhas Press.

[3] Ishartono, Naufal. (2018). Bahan kuliah matematika diskrit topik teori graf. academia.edu.

[4] Munir, Rinaldi. (2005). *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.

[5] Munir, Rinaldi. (2012). *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.

[6] Purnomo, Stella., dkk. (2017). Analisis potensi peruntukan lahan rumah sakit dinilai dari aspek fisik dan kebutuhan penduduk dengan sistem informasi geografis di kota semarang. *Jurnal Geodesi Undip.* 226-235. September.

[7] Putra, Erfandi Suryo. (2016). Pencarian lintasan terpendek pada peta digital menggunakan teori graf. https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/

[8] Matdis/2016-2017/Makalah2016/Makalah-Matdis-2016-073.pdf

[9] Romelta, Edwin. (2009). Metode pencarian lintasan terpendek dalam graf. 26 April 2021. https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/20092010/Makalah0910/MakalahStrukdis0910-075.pdf

[10] Sam, Marwan dan Yuliani. (2016). Penerapan algoritma prim untuk membangun pohon merentang minimum (*minimum spanning tree*) dalam pengoptimalan jaringan transmisi nasional provinsi sulawesi selatan: *Jurnal Dinamika*. 50-61. Juli.

[11] Siang, J. (2002). *Matematika diskrit dan aplikasinya dalam ilmu komputer*. Yogyakarta: Andi Penerbit.

[12] Syaputra, Aidil. 2012. *Aplikasi Pohon Merentang (Spanning Tree) dalam Pengoptimalan Jaringan Listrik*. Bandung. ITB.

[13] Umi Latifah dan Endang Sugiharti (2015), *Penerapan Algoritma Prim dan Kruskal Pada Jaringan Distribusi Air PDAM Tirta Moedal Cabang Semarang Utara.* UNNES Journal of Mathematics, Semarang UNNES.