

Pembuatan Aplikasi Untuk Mencari Solusi Persamaan Differensial Linear ORDE 1 Dengan Koefisien Tetap

Eliezer Rongre¹, Ottopianus Mellolo², Yoice Rita Putung³, Anthoinete Pemina Yece Waroh⁴,

Sonny R. Kasenda⁵, Marike Amelda Silvia Kondo⁶

Jurusan Teknik Elektro, Politeknik Negeri Manado ^{1,2,3,4,5,6}

E-mail: eliezermangoting@gmail.com

Abstract

A research has been done to build an application used to obtain solution of many types of linear different equations of first order. The research named "Making Application For Obtaining Solutions Of First Order Linear Differential Equations of Constant Coefficient". The application consider five types of differential equations. The application is arranged of five subprograms, each for one type of equations. Each subprogram contain of procedures for obtaining general solutions and special of one type of differential equations, The application has been tested by comparing its result with result obtain by manual process. The results are same as the manual result. It is concluded that the application is success.

Key words: differential equation, application

Abstrak

Suatu penelitian telah dilakukan untuk membangun suatu aplikasi yang digunakan untuk memperoleh solusi dari beberapa bentuk persamaan differensial linear orde satu. Penelitian ini berjudul " Pembuatan Aplikasi Untuk Memperoleh Solusi Dari Persamaan Differensial Linear Orde Satu Dengan Koefisien Tetap". Aplikasi membahas 5 bentuk persamaan differensial. Aplikasi ini disusun dalam 5 subprogram, masing masing untuk satu bentuk persamaan differensial. Setiap subprogram mengandung prosedur untuk memperoleh solusi umum dan solusi khusus dari satu bentuk persamaan differensial. Aplikasi ini telah diuji dengan membandingkannya dengan hasil yang diperoleh melalui proses manual. Hasil yang diperoleh sama dengan hasil manual. Maka disimpulkan bahwa aplikasi ini berhasil.

Kata kunci: persamaan differensial, aplikasi.

Pendahuluan

Banyak fenomena di dunia, baik di alam maupun dalam bidang kehidupan seperti teknik, ekonomidan lain lain mengalami perubahan. . Perubahan yang terjadi pada suatu objek akan menyebabkan nilai nilai yang terkait dengan objek itu juga akan mengalami perubahan. Suatu parameter pada suatu objek akan terkait dengan parameter lainnya. Jika suatu parameter berubah maka akan ada parameter lainnya akan ikut berubah.

Hubungan antara satu variabel dengan variabel lainnya sebagian dapat dinyatakan dengan hubungan matematis.. Perubahan pada suatu variabel dapat disebabkan oleh kombinasi perubahan perubahan yang terjadi pada variabel lainnya. Dalam bahasa matematika disebut fungsi dari beberapa variabel. Yang paling paling sederhana adalah suatu variabel merupakan fungsi dari satu variabel.

Variabel variabel yang berhubungan dengan suatu objek sebagian merupakan variabel variabel tidak diskrit atau kontinyu. Perubahan yang terjadipada suatu variabel kontinyu memungkinkan nilai perubahanyang sangat kecil dan berulang. Keadaan ini pada differensial,d antaranya termasuklajuperubahanansuatu variabelterhadap variabel lainnya. Perubahan suatu variabel seringkali adalah fungsi dari laju perubahan variabel terhadapvariabellainnya. Contohnya misalnya hubungan antara gaya viskositas dengan kecepatan, hubungan antara laju perubahan arus dan tegangan induktif dalam kelistrikan dll. Bentuk hubungan matematisnya kemudian akan berbentuk persamaan differential orde satu. Banyak fenomena alam dan ekonomi, keteknikan yang hubungan matematisnya berbentuk persamaan differensial.

Untuk mencari nilai dari variabel yang diharapkan dari suatu hubungan berbentuk persamaan differensial maka diperlukan solusi dari persamaan differensial tersebut. Metode yang paling akurat adalah dengan metode analitik. Metode lainnya adalah dengan menggunakan pendekatan numerik .etode pendekatannumerik adalah metode yang sistematis, dandapat digunakan untukberbagai macam persamaan. Kelemahannya adalah metode numerik memiliki error dalam batas batas tertentu. Keuntungannya adalah dapat dikomputasi dengan mudah karena metodenya yang bersifat sistematis.

Cara analitik lebih sulit dilakukan,karea tidak sepenuhnya sistematis dan umumnya dikerjakan secara manual. Hal ini akan menyulitkan dalam beberapa jenis pemanfaatan, khususnya ketika kita membutuhkan penyelesaian yang cepat. Hal ini juga akan menyulitkan penggunaannya untuk pemanfaatan dalam bidang otomatisasi. Hal ini menyebabkan banyak aplikasi dalam bidang keteknikan lebih banyak menggunakan penyelesaian secara numerik, sekalipun akurasiya lebih rendah.

Sekalipun demikian ada beberapa jenis persamaan yang memiliki pola yang sama, dan memungkinkan untuk diselesaikan secara analitik dengan dengan bantuan komputer. Salah satu di antaranya adalah persamaan differensial linear orde 1 dengan koefisien konstan. Persamaan Differensial Linear Orde satu dapat berupa persamaan dengan koefisien variabel, atau dapat juga dengan koefisien tetap. Jenis dengan koefisien tetap lebih sederhana dan lebih mudah dikerjakan secara sistematis, sehingga lebih mudah dikomputasi. Berdasarkan hal itu maka penulis membuat penelitian dengan judul Pembuatan Aplikasi Untuk Mencari Solusi Persamaan Differensial Linear Orde 1 Dengan Koefisien Tetap.

Persamaan Differensial Linear Linear Orde 1 dengan koefisien tetap dapat digunakan untuk menyelesaikan beberapa masalah dalam berbagai bidang seperti Fisika, Kimia, Biologi, Teknik Listrik, Mekanika dan lain lain. Di masa sekarang seiring dengan berkembangnya penggunaan komputer pencarian solusi persamaan differensial sudah menjadi bagian dari manajemen dan proses engineering.. Parameter yang dibutuhkan diinput ke dalam komputer, kemudian d

olah oleh komputer. Pengolahan dilakukan dengan mencari solusi persamaan differensial yang terkait, kemudian

memanfaatkan input parameter untuk kemudian dimanfaatkan dalam manajemen dan menghasilkan suatu output. Output yang dihasilkan kemudian dimanfaatkan dalam manajemen dan proses engineering. Contohnya adalah sistem kontrol.

Metodologi

Bentuk umum persamaan differensial linear orde satu adalah sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad 1$$

Bentuk ini seringkali ditulis dengan menggunakan operator D , dimana :

$$D = \frac{d}{dy}$$

Maka kemudian persamaan 1 dalam bentuk operator ditulis sebagai:

$$(D + P(x))y = Q(x) \quad 2$$

Jika

$$Q(x) = 0$$

maka persamaan itu disebut persamaan differensial linear homogen orde 1.

Bentuk ini kemudian akan berbentuk:

$$(D + P(x)) = 0$$

Solusi umum persamaan differensial linear orde 1 dapat dinyatakan sebagai:

$$y = e^{-\int P(x)dx} \int Q(x) e^{\int P(x)dx} dx + C e^{-\int P(x)dx}$$

Untuk persamaan linear ode satu yang homogen. Solusi umumnya berbentuk:

$$y = C e^{-\int P(x)dx}$$

Solusi ini disebut sebagai solusi pelengkap. .

Solusi umum dari suatu persamaan differensial belum lengkap. Untuk membuatnya lengkap maka harus dibuat solusi khususnya. Solusi khusus akan menghasilkan nilai untuk C, sehingga persamaan itu menjadi lengkap. Cara memperolehnya adalah dengan memberikan nilai awal berupa pasangan y_0 dan x_0 sebagai nilai awal. Selanjutnya dengan mensubstitusikannya ke dalam solusiumum. Maka kemudian kita peroleh nilai C. Dengan diperolehnya nilai C, dan mesubstitusikan nilainya kesolusi umum, maka diperoleh solusi khusus.

Bentuk bentuk dari persamaan differensiala linear orde satu sangat beragam. Dari sekian banyak tipe persamaan differensial lonea orde satu tersebut akan dipilih 5 tipe untuk dibuat program komputer. Tipe tipe tersebut bersama penyelesaian umumnya adalah sebagai berikut :

1. Bentuk : $(D + m)y = 0$
Solusi umumnya adalah: $y = C e^{mx}$
2. Bentuk : $(D + m)y = K$
Solusi umumnya adalah: $y = \frac{K}{m} + C e^{mx}$
3. Bentuk: $(D + mx)y = 0$.
Solusi umumnya adalah : $y = C e^{\frac{-m x^2}{2}}$
4. Bentuk : $(D + m)y = A \sin wx$
Solusi umumnya adalah: $y = C_2 \sin wx - C_3 \cos w + C e^{-mx}$
Dengan : $C_1 = \frac{A}{m^2 + w^2}$
 $C_2 = m C_1$
 $C_3 = w C_1$
5. Bentuk : $(D + m)y = A \cos wx$
Solusi umumnya adalah: $y = C_2 \cos wx + C_3 \sin w + C e^{-mx}$
Dengan : $C_1 = \frac{A}{m^2 + w^2}$
 $C_2 = m C_1$
 $C_3 = w C_1$

Selanjutnya dibuat program komputer dengan memanfaatkan persamaan persamaan ini . Untuk setiap persamaan selain dibuat program untuk menghasilkan solusiumum, juga dibuat prosedur untuk menghasilkan solusi khusus. Program yang akan dibuat akan dibuat dengan menggunakan bahasa pemrograman C .

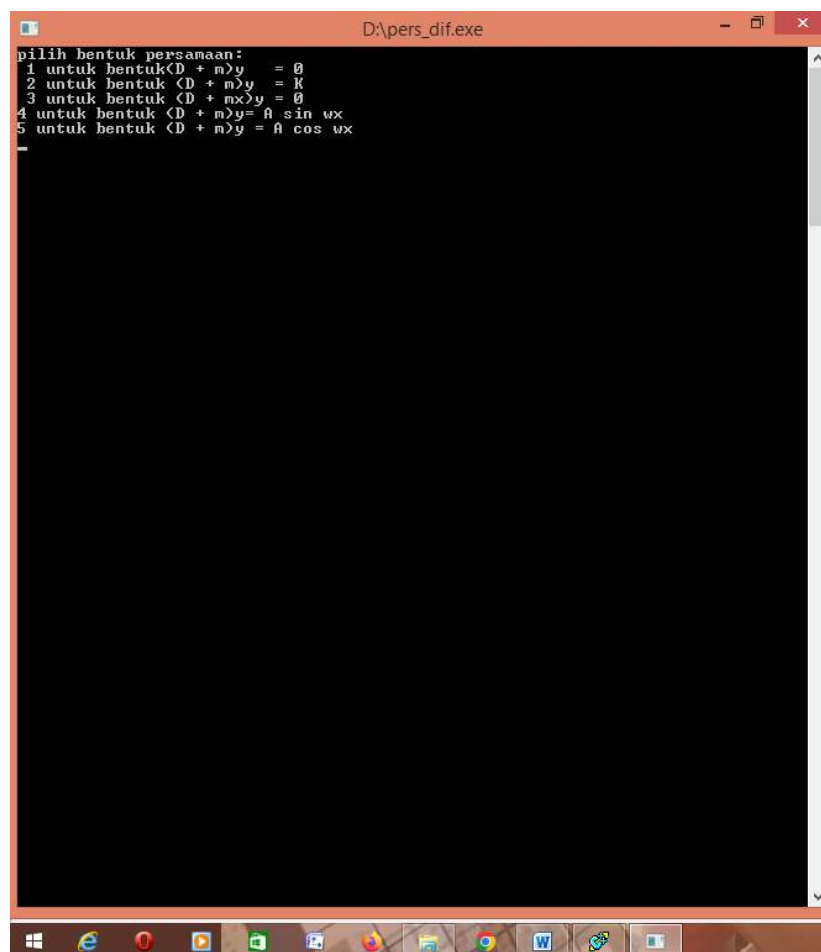
Pengujian program akan dilakukan cara mencari kasus yang kemudian diselesaikan menggunakan cara manual. Selajutnya kasus diselesaikan dengan menggunakan program yang sudah dibuat. Kemudian hasilnya dibandingkan.

Hasil Dan Pembahasan

Program untuk mengkomputasi pencarian solusi untuk persamaan persamaan di atas telah dibuat dengan menggunakan bahasa pemrograman bahasa C. Bagian pertama program adalah bagian bagian untuk memilih jenis persamaan yang akan dikerjakan. Bagian bagian berikutnya adalah sub program untuk mengerjakan masing masing jenis persamaan. Dalam setiap sub program, maka user akan memasukan koefisien koefisien persamaan yang akan diselesaikan. Selanjutnya program akan menyajikan solusi umum dari persamaan dan pilihan akan apakah akan melanjutkan pencarian solusi khusus. Jika ya, maka selanjutnya program akan meminta nilai awal x dan y. Selanjutnya program akan mengolahnya, dan menyajikan hasil berupa berupa solusi khusus dalam bentuk persamaan. Selanjutnya program juga akan meminta nilai x untuk menghasilkan nilai y menggunakan persamaan yang baru saja diperoleh. Program yang telah dibuat ini telah diuji, dan contoh hasilnya dapat dilihat dalam contoh contoh berikut.

Pengujian program

1. Tampilan awal program:



```
pilih bentuk persamaan:
1 untuk bentuk <math>D + m \cdot y = 0</math>
2 untuk bentuk <math>D + m \cdot y = k</math>
3 untuk bentuk <math>D + m \cdot y = 0</math>
4 untuk bentuk <math>D + m \cdot y = A \sin wx</math>
5 untuk bentuk <math>D + m \cdot y = A \cos wx</math>
```

2. Persamaan $(D + 2)y = 0$

Nilai awal $x=2, y=5$

Hasil Program:

```
pilih bentuk persamaan:
1 untuk bentuk  $D + m)y = 0$ 
2 untuk bentuk  $(D + m)y = K$ 
3 untuk bentuk  $(D + m)y = 0$ 
4 untuk bentuk  $(D + m)y = A \sin wx$ 
5 untuk bentuk  $(D + m)y = A \cos wx$ 
1
masukkan nilai m:2
Solusi umumnya adalah:
 $y = C e^{-2.000000x}$ 
cari solusi khusus? Ya (Y), Tidak (T)
cari solusi khusus? Ya (Y), Tidak (T)
Y
untuk x=2
nilai y =5
solusi khusus adalah:
nilai C =  $5.000000 \exp(2.000000 \cdot 2.000000)$ 
 $y = 5.000000 \exp(-2.000000(x - 2.000000))$ 
masukkan x:2.01
x:2.010000, y=4.909993
```

3. Persamaan $(D + 2)y = 4$

Nilai awal : $x=2, y=5$

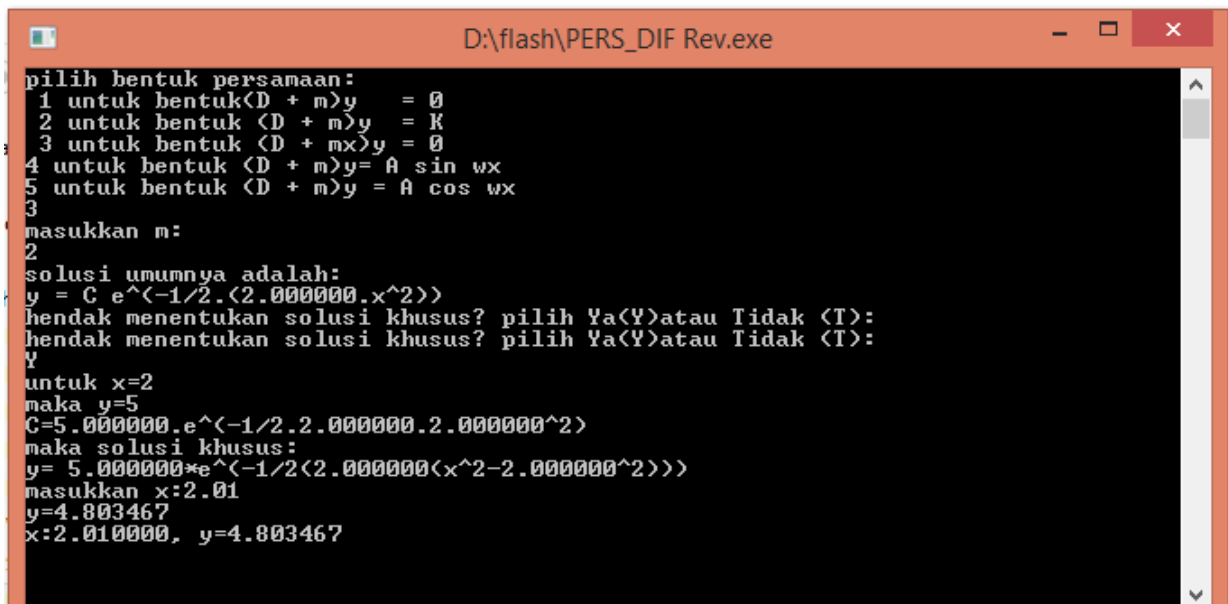
Hasil :

```
D:\flash\PERS_DIF Rev.exe
1 untuk bentuk  $(D + m)y = 0$ 
2 untuk bentuk  $(D + m)y = K$ 
3 untuk bentuk  $(D + m)y = 0$ 
4 untuk bentuk  $(D + m)y = A \sin wx$ 
5 untuk bentuk  $(D + m)y = A \cos wx$ 
2
masukkan m:2
masukkan K:2
solusi umumnya adalah:
 $y = 2.000000/2.000000 + C \exp(-2.000000x)$ 
hendak menentukan solusi khusus? Ya (Y) atau Tidak (T)
hendak menentukan solusi khusus? Ya (Y) atau Tidak (T)
Y
untuk x=2
y=5
 $C = (5.000000 - 2.000000/2.000000) \exp(2.000000 \cdot 2.000000)$ 
solusi khusus adalah:
 $y = 2.000000/2.000000 + (5.000000 - 2.000000/2.000000) \exp(-2.000000(x - 2.000000))$ 
atau:
 $y = 1.000000 + (1.000000 - 5.000000) \exp(-2.000000(x - 2.000000))$ 
masukkan nilai x:2.01
x:2.010000, y=4.920795
```

4. Persamaan $(D + 2x)y = 0$

$x = 2, y = 5$

Hasil:



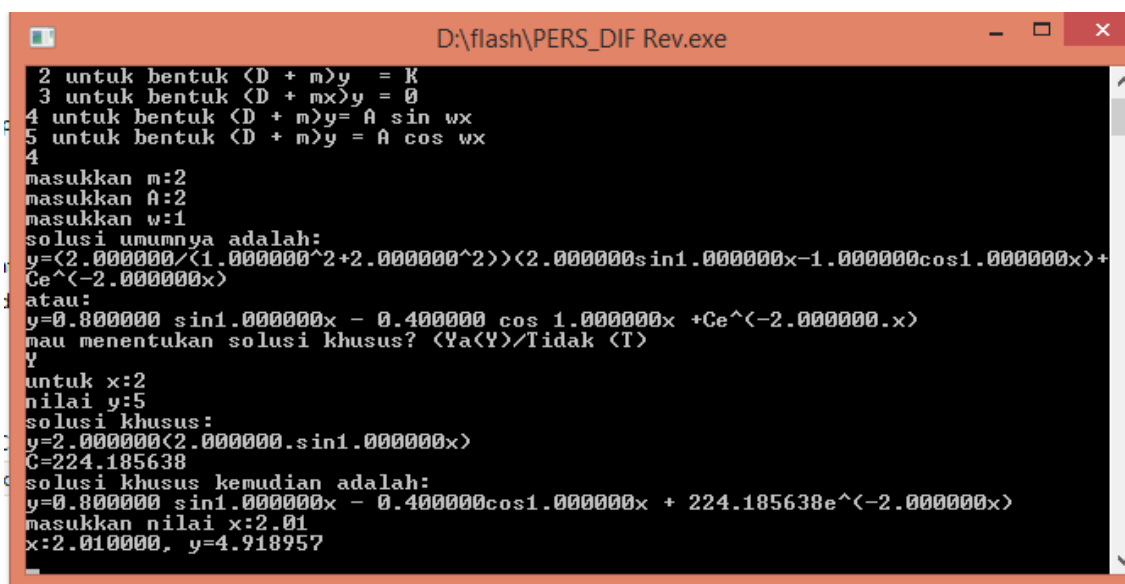
```

D:\flash\PERS_DIF Rev.exe
pilih bentuk persamaan:
1 untuk bentuk (D + m)y = 0
2 untuk bentuk (D + m)y = K
3 untuk bentuk (D + mx)y = 0
4 untuk bentuk (D + m)y = A sin wx
5 untuk bentuk (D + m)y = A cos wx
3
masukkan m:
2
solusi umumnya adalah:
y = C e^(-1/2.(2.000000.x^2))
hendak menentukan solusi khusus? pilih Ya(Y)atau Tidak (T):
Y
untuk x=2
maka y=5
C=5.000000.e^(-1/2.2.000000.2.000000^2)
maka solusi khusus:
y= 5.000000*e^(-1/2(2.000000(x^2-2.000000^2)))
masukkan x:2.01
y=4.803467
x:2.010000, y=4.803467
  
```

5. Persamaan $(D + 2)y = 2 \sin x$

$x = 2, y = 5$

Hasil:



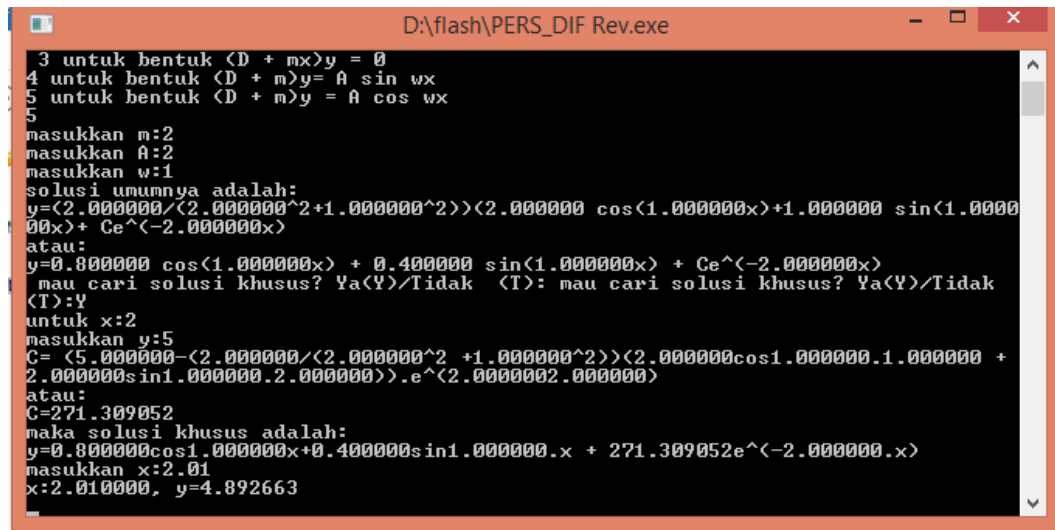
```

D:\flash\PERS_DIF Rev.exe
2 untuk bentuk (D + m)y = K
3 untuk bentuk (D + mx)y = 0
4 untuk bentuk (D + m)y = A sin wx
5 untuk bentuk (D + m)y = A cos wx
4
masukkan m:2
masukkan A:2
masukkan w:1
solusi umumnya adalah:
y=(2.000000/(1.000000^2+2.000000^2))(2.000000sin1.000000x-1.000000cos1.000000x)+
Ce^(-2.000000x)
atau:
y=0.800000 sin1.000000x - 0.400000 cos 1.000000x + Ce^(-2.000000.x)
mau menentukan solusi khusus? (Ya(Y)/Tidak (T))
Y
untuk x:2
nilai y:5
solusi khusus:
y=2.000000(2.000000.sin1.000000x)
C=224.185638
solusi khusus kemudian adalah:
y=0.800000 sin1.000000x - 0.400000cos1.000000x + 224.185638e^(-2.000000x)
masukkan nilai x:2.01
x:2.010000, y=4.918957
  
```

6. Persamaan $(D+2)y = \cos x$

$$x=2, y=5$$

Hasil:



```

D:\flash\PERS_DIF Rev.exe
3 untuk bentuk (D + mx)y = 0
4 untuk bentuk (D + m)y = A sin wx
5 untuk bentuk (D + m)y = A cos wx
5
masukkan m:2
masukkan A:2
masukkan w:1
solusi umumnya adalah:
y=(2.000000/(2.000000^2+1.000000^2))(2.000000 cos(1.000000x)+1.000000 sin(1.000000x))+ Ce^(-2.000000x)
atau:
y=0.800000 cos(1.000000x) + 0.400000 sin(1.000000x) + Ce^(-2.000000x)
mau cari solusi khusus? Ya(Y)/Tidak (T): mau cari solusi khusus? Ya(Y)/Tidak
(T):Y
untuk x:2
masukkan y:5
C= (5.000000-(2.000000/(2.000000^2 +1.000000^2))(2.000000cos1.000000.1.000000 + 2.000000sin1.000000.2.000000)).e^(2.0000002.000000)
atau:
C=271.309052
maka solusi khusus adalah:
y=0.800000cos1.000000x+0.400000sin1.000000.x + 271.309052e^(-2.000000.x)
masukkan x:2.01
x:2.010000, y=4.892663
  
```

Hasil hasil dari komputer di atas telah diuji dengan hasil manual, dan hasilnya sama.

Dengan demikian maka program ini dapat dianggap sudah sesuai dengan yang diharapkan.

Kesimpulan

Dapat disimpulkan bahwa:

Program untuk mencari solusi dari 5 tipe persamaan differensial linear orde 1 telah dapat dibuat dibuat dan memberikan hasil yang sesuai