



Penggunaan Microsoft Excel dalam Memprediksi Aliran Fluida dalam *Packed Bed*

Hidayati¹, Muhammad Dani Supardan²

¹Baristand Industri Pontianak, Jln. Budi Utomo No. 41, Pontianak

²Jurusan Teknik Kimia, Universitas Syiah Kuala, Jl. Tgk. S. A. Rauf No. 7 Darussalam - Banda Aceh, 2311

Email: hidayati@kemenperin.go.id

Abstract

Flow distribution is often a problem in the operation of the packed bed reactor. The problem is often referred as flow maldistribution and formation of localized hot spot region. This research is generally aimed to predict fluid flow distribution in the packed bed containing porous media by finite difference method using the software MS. Excel. Model verification result shows conformity between analytic method and result of calculation. Simple study of the finite difference method using the software MS. Excel can describe the fluid velocity profile in a packed bed containing porous media. This profile is similar with experiment of Kufner and Hofmann (1990) and Stephenson and Stewart (1986). The simulation was performed to determine the effect of process variables on the fluid flow velocity profile. Particle diameter influences fluid flow velocity. Bulk porosity also influences fluid flow velocity at axis up to certain distance from wall of reactor.

Keywords: finite difference method, flow distribution, packed bed reactor

1. Pendahuluan

Reaktor *packed bed* berkatalis merupakan tipe reaktor yang sangat luas penggunaannya pada banyak industri kimia seperti produksi amonia dan *hidrocracking* minyak bumi. Distribusi aliran sering menjadi persoalan di dalam pengoperasian reaktor *packed bed*. Masalah tersebut ditunjukkan oleh distribusi aliran yang tidak merata dan pembentukan daerah *hot spot* (bintik panas) yang terlokalisir. Secara umum, distribusi aliran yang tidak merata disebabkan oleh desain reaktor yang kurang optimal dan masalah-masalah dalam pengoperasian. Sedangkan pembentukan *hot spot* dapat menyebabkan pelelehan dari partikel-partikel katalisator yang akan menimbulkan penurunan keaktifan dan luas permukaan katalisator. Karenanya, umur katalisator akan lebih pendek dan biaya operasi proses lebih tinggi. Selain itu, *hot spot* berpotensi merusak dinding-dinding reaktor.

Fenomena distribusi aliran yang tidak merata dan pembentukan *hot spot* dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan konservasi momentum yang digabungkan dengan persamaan-persamaan konservasi energi dan massa. Kajian-kajian terdahulu menyebutkan bahwa kehilangan energi saat fluida mengalir melewati media berpori dapat diperkirakan besarnya. Besarnya energi yang hilang akan sebanding dengan faktor geser (*shear factor*) yang dapat ditentukan secara eksperimen maupun teoritis. Model faktor geser telah dikembangkan oleh beberapa peneliti, seperti Brinkman (1949), Ergun

(1952), Liu dkk. (1994), Liu dan Masliyah (1999).

Model matematika untuk memprediksi medan aliran fluida di dalam media berpori telah secara luas dikembangkan. Giese dkk. (1998) dan Liu dan Masliyah (1999) telah menyelesaikan masalah satu dimensi dengan mengabaikan suhu konveksi menggunakan metode beda hingga (*Finite Difference Method*). Supardan (2000), menyelesaikan medan aliran fluida dalam arah dua dimensi dengan menggunakan FVM (*Finite Volume Method*). Fukagata dan Kasagi (2002) mengembangkan metode beda hingga orde 2 untuk konservasi energi pada koordinat silindris. Zhongliang dan Chongfang (2004) telah melakukan analisis deret Taylor sederhana yang dibuat dari formulasi-formulasi beda hingga untuk menghitung persamaan konveksi-difusi satu dimensi. Pada analisis ini ditunjukkan bahwa *grid* mempunyai pengaruh yang kuat pada ketelitian dalam memprediksi suatu formulasi dalam perhitungan persamaan-persamaan numerik konveksi-difusi. Ferretti dan Montanari (2007) menggunakan metode beda hingga untuk memprediksi medan kecepatan dalam proses ekstruksi (*extrusion*) dengan software MS Excel. Hasil yang diperoleh adalah kesesuaian hasil perhitungan numerik, analitik dan eksperimen. Perrin dan Hu (2008) menggunakan beda hingga dalam menyelesaikan aliran partikel dua dimensi berdasarkan persamaan-persamaan Stokes. Pada penelitian ini akan dipelajari suatu model dari aliran fluida di dalam media

berpori dengan metode beda hingga menggunakan software MS Excel. Selain itu juga dilakukan simulasi model untuk mengetahui pengaruh dari variabel-variabel proses seperti diameter partikel dan porositas *bulk* terhadap profil kecepatan aliran fluida.

2. Metodologi

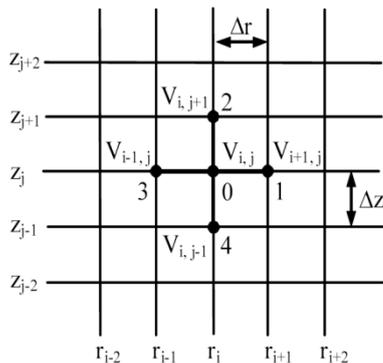
2.1. Penentuan model

Ada beberapa langkah kerja yang dilaksanakan untuk menyelesaikan penelitian ini. Langkah-langkah tersebut adalah melakukan verifikasi model beda hingga dengan perhitungan analitik. Kemudian menyusun model matematika untuk aliran fluida di dalam *Packed bed* berisi media berpori dengan koordinat silindris menggunakan metode beda hingga. Model yang telah disusun diselesaikan dengan cara iterasi menggunakan MS Excel. Selanjutnya, hasil perhitungan beda hingga dibandingkan dengan data eksperimen dari Kufner dan Hofmann (1990) dan Stephenson dan Stewart (1986). Akhirnya dilakukan simulasi dengan model matematika yang disusun.

Metode beda hingga dapat diaplikasikan salah satunya dalam permasalahan medan aliran fluida. Bentuk dari beda hingga tergantung pada bentuk domain diskretisasi. Pada prinsipnya domain dapat dibagi dalam suatu *grid* sembarang. Untuk menyederhanakan hal tersebut, dapat digambarkan dalam *grid* bujur sangkar yang ditunjukkan pada Gambar 1.

Persamaan kecepatan aliran fluida di dalam media berpori untuk arah axial adalah:

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z v_z) + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v_r v_z) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + F v_z \quad (1)$$



Gambar 1 Node-node dalam *grid* bujur sangkar pada koordinat silindris arah r dan z

Penyusunan model matematika untuk kecepatan aliran fluida dalam media berpori menggunakan asumsi menggunakan persamaan gerak pada koordinat silinder dengan arah axial, hanya menggunakan suku difusi, satu dimensi ke arah z dan v_z

tidak berubah terhadap z sehingga $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$

. Dengan asumsi tersebut maka Persamaan (1) dapat disusun kembali menjadi:

$$0 = \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + F v_z \quad (2)$$

Untuk titik-titik yang terletak pada sumbu simetri pada $r = 0$ maka $\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$ menjadi *indefinite* (tidak tentu) (Senturk, 2007), sehingga:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} = \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right)_{r=0} \quad (3)$$

Persamaan (2) menjadi:

$$0 = 2\mu \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + F v_z \quad (4)$$

Dalam bentuk beda hingga dengan menggunakan beda tengah, Persamaan (4) dapat ditulis menjadi:

$$0 = 2\mu \left(\frac{v_{z(i+1,j)} - 2v_{z(i,j)} + v_{z(i-1,j)}}{\Delta r^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + F v_{z(i,j)} \quad (5)$$

$$v_{z(i,j)} = \left(\frac{\Delta r^2}{4\mu - F \Delta r^2} \right) \times \left(2\mu \frac{v_{z(i+1,j)} - 2v_{z(i,j)} + v_{z(i-1,j)}}{\Delta r^2} - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z \right) \quad (6)$$

Untuk *pressure drop* $\left(-\frac{\partial p}{\partial z} \right)$, dihitung dengan menggunakan Persamaan (7) berikut ini (Liu dan Masliyah, 1999):

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = F_p \left(\mu v_{av} (18(1 - \varepsilon_{av})) / dp^2 \varepsilon_{av}^{29/6} \right) \quad (7)$$

$$F_p = 0,637 + \frac{0,363}{s_\Phi} + 0,048 \frac{1 + 0,46s_\Phi (1 - \varepsilon^{1/2})^{1/2}}{s_\Phi} \left(\frac{Re^2}{12 + Re^2} \right) (Re - 3) \quad (8)$$

Model yang telah disusun diselesaikan dengan cara iterasi menggunakan software MS Excel. Untuk mempercepat konvergensi dari suatu iterasi maka digunakan faktor SRF (*Successive Relaxation Factor*) sehingga Pers. (6) menjadi:

$$v_{z(i,j)baru} = v_{z(i,j)lama} + SRF \left(\left(\left(\frac{\Delta r^2}{4\mu - F\Delta r^2} \right) \times \left(2\mu \frac{v_{z(i+1,j)} - 2v_{z(i,j)} + v_{z(i-1,j)}}{\Delta r^2} - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z \right) \right) \right) - v_{z(i,j)lama} \quad (9)$$

Persamaan (9) adalah model matematika yang digunakan pada penelitian ini untuk menghitung kecepatan aliran fluida dalam *Packed bed* pada arah axial.

2.2 Kondisi Batas

Kondisi batas dari komponen-komponen kecepatan v_z pada masukan ditentukan atau sesuai data literatur. Tidak ada slip antara fluida dan dinding sehingga nilai v_z pada dinding adalah 0 (nol). Kondisi batas pada keluaran tergantung pada konfigurasi aliran. Dalam kasus ini, dilakukan pendekatan aliran dimana kecepatan aliran tidak mempunyai perubahan yang signifikan (*fully developed*), sehingga gradien

$$\text{kecepatan, } \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0.$$

Pada kondisi batas $z = L$ maka $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$,

sehingga persamaan dalam bentuk beda hingga menggunakan diskretisasi beda mundur (*backward difference*) dapat ditulis sebagai berikut:

$$v_{z(i,j)} = \frac{4}{3} v_{z(i,j-1)} - \frac{1}{3} v_{z(i,j-2)} \quad (10)$$

2.3 Tahapan Penyelesaian Model Menggunakan MS. Excel

Penyelesaian model dilakukan dengan prosedur iterasi menggunakan software MS. Excel. Semua nilai kecepatan pada iterasi

nol ditebak sama dengan nilai kecepatan rata-rata awal karena belum dilakukan perhitungan terhadap kecepatan fluida kecuali nilai pada kondisi batas. Selanjutnya model yang telah disusun diselesaikan dengan cara iterasi hingga mencapai nilai yang konvergen. Iterasi dikatakan konvergen jika nilai iterasi selanjutnya tidak memberikan perbedaan yang berarti dimana

$$\sum \left(v_{(i,j)}^{lama} - v_{(i,j)}^{baru} \right)^2 < 10^{-3}$$

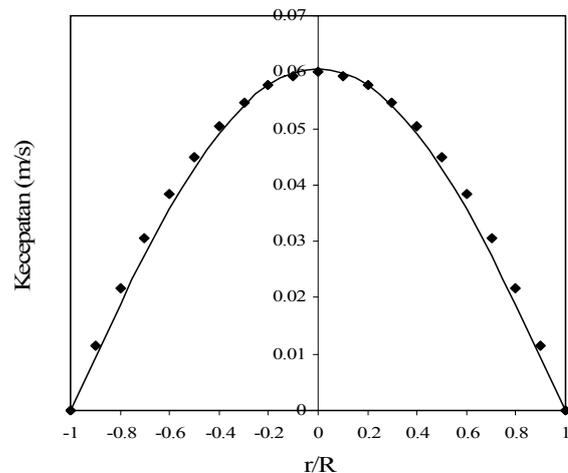
3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Verifikasi Model

Model yang telah disusun diselesaikan dengan menggunakan metode beda hingga. Untuk verifikasi, dilakukan perbandingan hasil perhitungan dengan hasil analitik pada aliran fluida dalam pipa kosong dalam keadaan berkembang mantap/penuh (*fully developed*). Rumus analitik yang digunakan untuk kecepatan aliran fluida dalam pipa adalah (Bird dkk., 1960):

$$v = 2 * v_{rata-rata} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (10)$$

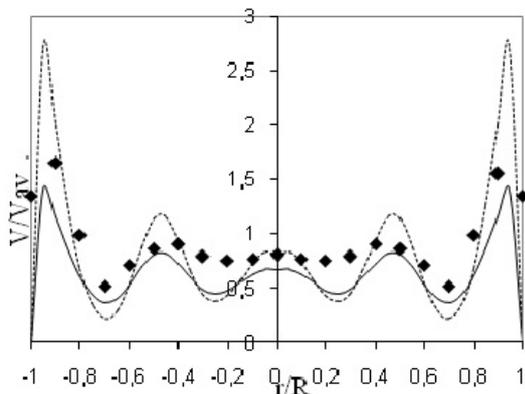
Data yang digunakan untuk verifikasi model adalah fluida berupa udara, diameter reaktor 0,02 m, panjang reaktor 0,1 m, kecepatan rata-rata umpan 0,03 m/s, $\Delta r = 0,001$ m dan $\Delta z = 0,005$ m. Perbandingan profil kecepatan fluida dalam pipa kosong antara hasil perhitungan dengan analitik dikatakan sesuai jika hasil perhitungan cenderung sama dengan hasil analitik seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Perbandingan kecepatan fluida arah axial antara hasil perhitungan Pers. (9) dengan Pers. (10) pada saat *fully developed*

3.2. Porositas

Ada dua model porositas yang dapat digunakan dalam memprediksi kecepatan aliran fluida dalam media berpori pada penelitian ini, yaitu persamaan yang diusulkan oleh Kufner dan Hofmann (1990) dan persamaan yang diusulkan oleh Liu dan Masliyah (1999). Untuk melihat kecepatan aliran fluida dengan memodelkan porositas maka digunakan model faktor geser Modifikasi Ergun dan data eksperimen Kufner dan Hofmann (1990). Profil kecepatan aliran fluida dengan mempertimbangkan model porositas dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Profil kecepatan arah axial untuk udara dalam *packed bed* dengan memodelkan porositas

Sebagaimana Gambar 5 menunjukkan adanya perbedaan kecepatan aliran fluida di bagian dekat dinding. Secara keseluruhan, dengan menggunakan persamaan Liu dan Masliyah (1999) dihasilkan osilasi yang lebih rendah dibandingkan dengan persamaan Kufner dan Hofmann (1990) terutama di dekat dinding. Hal ini disebabkan karena pada persamaan Liu dan Masliyah (1999) terdapat faktor pembagi 2 sehingga kecepatan di dekat dinding menjadi 2 kali lebih rendah dibandingkan Persamaan Kufner dan Hofmann (1990).

3.3. Model Faktor Geser (Shear Factor)

Model-model faktor geser yang digunakan pada prediksi persamaan momentum untuk medan aliran fluida dalam *packed bed* berisi media berpori pada penelitian ini adalah persamaan Ergun (1959), Modifikasi Ergun, MacDonald dkk. (1979) dan Liu dkk (1994). Hasil komputasi model-model faktor geser dari aliran fluida dalam *packed bed* akan dibandingkan dengan hasil eksperimen Kufner dan Hofmann (1990) dan Stephenson dan Stewart (1986). Parameter-parameter eksperimen dari Kufner dan Hofmann (1990)

dan Stephenson dan Stewart (1986) dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Gambar 4 menunjukkan prediksi profil kecepatan aliran fluida udara arah axial dalam *packed bed* dengan media berpori berbentuk bola menggunakan model faktor geser Ergun, Modifikasi Ergun dan Liu dkk. Secara umum terlihat, profil kecepatan aliran fluida hasil perhitungan memiliki kesesuaian dengan data eksperimen.

Tabel 1. Data eksperimen Kufner dan Hofmann

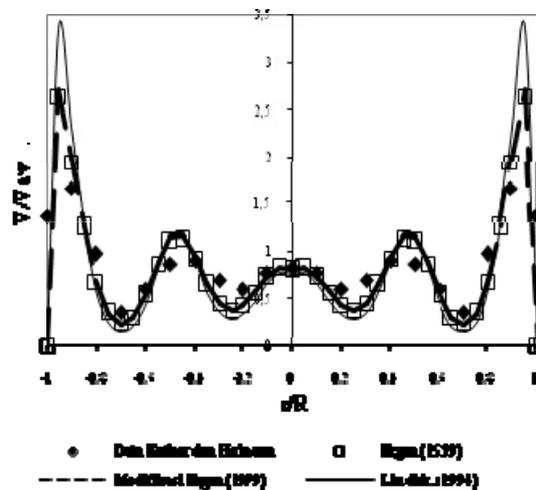
Fluida	Udara
Viskositas (μ)	$1,7894 \times 10^{-5}$ kg/m.s
Densitas (ρ)	$1,225$ kg/m ³
Diameter reaktor (D)	20 mm
Diameter partikel (d_p)	4,5 mm
Bilangan Reynold (Re)	2285
Reynold partikel (Re_p)	513
D/ d_p	4,44
Kecepatan rata-rata fluida masuk (v_{av})	1,883 m/s
Porositas <i>bulk</i> (ϵ_b)	0,349
Porositas rata-rata (ϵ_{av})	0,4167

Sumber: Kufner dan Hofmann (1990)

Tabel 2. Data eksperimen Stephenson dan Stewart

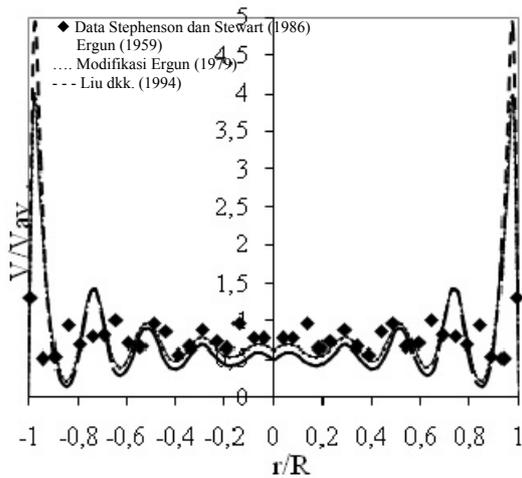
Fluida	Campuran cyclooctane dan cyclooctene
Viskositas (μ)	$2,42 \times 10^{-3}$ kg/m.s
Densitas (ρ)	$834,3$ kg/m ³
Diameter reaktor (D)	75,5 mm
Diameter partikel (d_p)	7,035 mm
Bilangan Reynold (Re)	280
Reynold partikel (Re_p)	237
D/ d_p	10,7
Kecepatan rata-rata fluida masuk (v_{av})	0,097 m/s
Porositas <i>bulk</i> (ϵ_b)	0,348
Porositas rata-rata (ϵ_{av})	0,40

Sumber: Stephenson dan Stewart (1986)



Gambar 4. Distribusi kecepatan aliran axial untuk udara dalam *packed bed*

Gambar 5 menunjukkan prediksi profil kecepatan aliran fluida campuran cyclooctane dan cyclooctene arah axial dalam *packed bed* dengan media berpori berbentuk bola menggunakan model faktor geser Ergun, Modifikasi Ergun dan Liu dkk. Model faktor geser yang sesuai untuk profil kecepatan aliran fluida pada Gambar 4 dan Gambar 5 adalah model faktor geser Modifikasi Ergun. Hal ini disebabkan karena selain cenderung mendekati hasil eksperimen juga lebih cepat mencapai nilai konvergen yaitu masing-masing pada iterasi ke-32 dan iterasi ke-17.



Gambar 5. Distribusi kecepatan aliran axial untuk campuran cyclooctane dan cyclooctene dalam *packed bed*

3.4. Simulasi Model

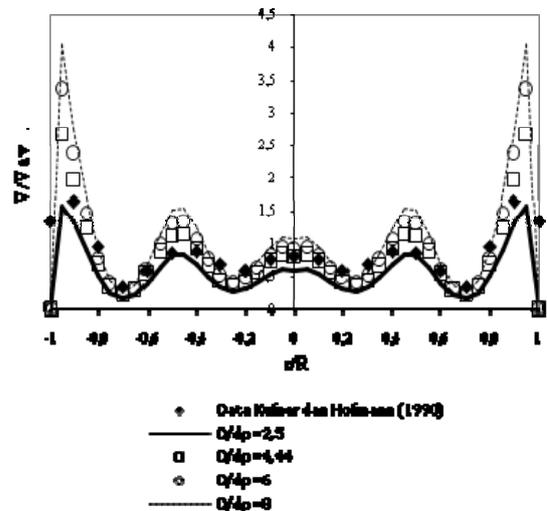
3.4.1. Pengaruh Diameter Partikel

Nilai diameter partikel merupakan faktor yang dominan pada profil kecepatan fluida. Profil kecepatan memperlihatkan pengurangan perilaku osilasi terhadap nilai diameter partikel yang tinggi. Nilai diameter partikel yang lebih kecil akan menyebabkan osilasi yang tinggi, hal ini disebabkan karena banyaknya hambatan gesekan (*friction*) yang terjadi pada fluida yang mengalir. Pada Gambar 6 memperlihatkan bahwa nilai diameter partikel 4,5 mm atau $D/d_p = 4,44$ menunjukkan profil kecepatan aliran fluida yang cenderung mendekati data eksperimen karena nilai tersebut merupakan hasil eksperimen Kufner dan Hofmann (1990).

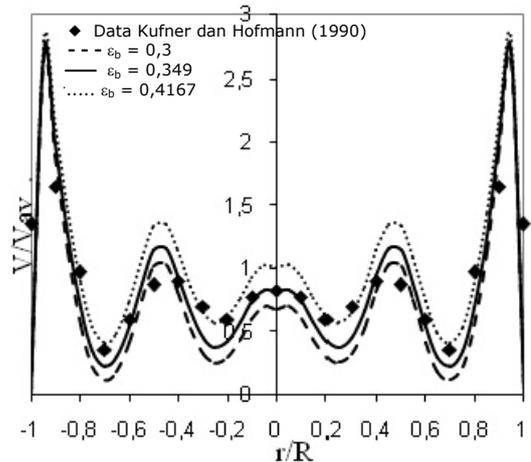
3.4.2. Pengaruh Porositas Bulk

Pada Gambar 7 menunjukkan bahwa nilai porositas *bulk* tidak memberikan pengaruh untuk kecepatan aliran fluida di dekat dinding *Packed bed*. Nilai porositas *bulk* yang berbeda akan terlihat perbedaannya pada jarak tertentu dari dinding sampai dengan

daerah bagian tengah dari *Packed bed*. Untuk *packed bed* yang berisi media berpori, ada perbedaan antara struktur matriks padatan pada bagian dekat dinding dengan *bulk*. Perbedaan ini digambarkan dengan suatu perbedaan porositas. Daerah yang berada di dekat dinding, volume rata-rata porositas lebih tinggi dibandingkan pada daerah *bulk*, yang dapat memberikan bagian yang lebih tinggi dari fluida untuk melewati daerah ini. Nilai porositas *bulk* 0,349 menunjukkan profil kecepatan aliran fluida yang cenderung mendekati data eksperimen karena nilai tersebut merupakan hasil eksperimen Kufner dan Hofmann (1990).



Gambar 6. Profil kecepatan axial untuk diameter partikel yang berbeda



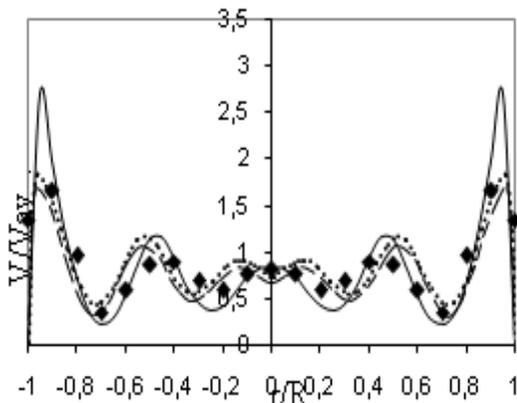
Gambar 7. Profil kecepatan axial untuk porositas *bulk* yang berbeda

3.5. Studi Profil Kecepatan Aliran Fluida dalam *Packed Bed*

Studi profil kecepatan aliran fluida dalam *packed bed* sudah banyak dipelajari baik melalui pengukuran maupun perhitungan. Secara pengukuran, studi ini telah dipelajari oleh Stephenson dan Stewart (1986) dan

Kufner dan Hofmann (1990). Stephenson dan Stewart (1986) mengukur porositas dan fluida dalam *Packed bed* secara optik menggunakan metode *marker tracking*. Kufner dan Hofmann (1990) mengukur distribusi kecepatan dan porositas radial dalam suatu reaktor untuk katalis heterogen dengan reaksi-reaksi fase gas menggunakan metode *hot wire anemometer*. Untuk perhitungan, beberapa peneliti menggunakan metode yang berbeda dalam menyelesaikan perhitungan kecepatan aliran fluida dalam *packed bed*. Schnitzlein (1993) memprediksi profil kecepatan dalam *packed bed* dengan metode *split ratio*. Liu dkk. (1994) melakukan studi tentang aliran laminar dalam media berpori dengan menggunakan teknik *volume averaging*. Liu dan Masliyah (1999) mempelajari aliran non-linear dalam media berpori dengan menggunakan metode *volume averaged Navier-Stoke*. Supardan (2000) mempelajari aliran fluida dalam *packed bed* dengan model-model *shear factor* menggunakan metode *finite volume*.

Pada studi ini, kita akan membandingkan hasil prediksi aliran fluida dalam *packed bed* yang dilakukan oleh Liu dan Masliyah (1999), Supardan(2000) dan hasil perhitungan dalam penelitian ini dengan data eksperimen Kufner dan Hofmann (1990). Prediksi profil aliran fluida tersebut ditunjukkan pada Gambar 8.



Gambar 8. Perbandingan profil kecepatan aliran fluida dalam *packed bed*

Ketiga profil kecepatan aliran fluida dalam *packed bed* yang ditunjukkan pada Gambar 10 memberikan profil yang sama. Pada studi ini, profil kecepatan fluida di dekat dinding lebih tinggi dibandingkan dengan penelitian yang dilakukan Liu dan Masliyah (1999) dan Supardan (2000), hal ini disebabkan karena kecepatan fluida di dekat dinding dipengaruhi oleh interaksi partikel-partikel

dengan dinding yang menyebabkan ΔP lebih rendah dibandingkan ΔP hasil interaksi partikel-partikel di tengah pipa. Selain itu, pada penelitian ini hanya menggunakan suku difusi sedangkan suku konveksinya diabaikan. Namun demikian, studi dengan metode perhitungan menggunakan MS. Excel dalam penelitian ini jauh lebih mudah, sederhana dan tidak membutuhkan waktu yang lama dalam pengerjaannya.

4. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari hasil penelitian yang dilakukan antara lain adalah: Model faktor geser yang digunakan menunjukkan kesesuaian dengan data eksperimen Kufner dan Hofmann (1990) dan Stephenson dan Stewart (1986). Model yang paling sesuai dari ketiga model faktor geser adalah model faktor geser Modifikasi Ergun. Model porositas dengan menggunakan model yang diusulkan oleh Liu dan Masliyah (1999) dapat menurunkan kecepatan aliran fluida dalam media berpori terutama di dekat dinding dibandingkan dengan model yang diusulkan oleh Kufner dan Hofmann (1990). Diameter partikel sangat berpengaruh terhadap kecepatan aliran fluida. Diameter partikel yang kecil akan menyebabkan osilasi yang tinggi dan nilai konvergensi yang dicapai lebih lama. Porositas *bulk* tidak diperhitungkan terhadap kecepatan aliran fluida di dekat dinding tetapi diperhitungkan pada bagian tengah sampai dengan jarak tertentu dari dinding reaktor. Studi dengan metode perhitungan menggunakan MS. Excel dapat memprediksi profil aliran fluida dalam *packed bed* dan metode ini jauh lebih mudah, sederhana dan tidak membutuhkan waktu yang lama dalam pengerjaannya.

Daftar Pustaka

- Bird, R.B., Stewart, W.E., Lightfoot, E.N. (1960) *Transport Phenomena*, John Wiley and Sons Inc., New York.
- Brinkman, H.C. (1949) A Calculation of The Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles, *Applied Scientific Research*, Vol. A1, 27-34.
- Ergun, S. (1952) Fluid Flow Through Packed Column, *Chemical Engineering Progress*, 48, 89-94.
- Ferretti, G., Montanari, R. (2007) A Finite Difference Method for The Prediction of Velocity Field in Extrusion Process,

- Journal of Food Engineering*, 83, 84-92.
- Fukagata, K., Kasagi, N. (2002) Highly Energy-Conservative Finite Difference Method for The Cylindrical Coordinate System, *Journal Computational Physich.*, 181, 478-498.
- Giese, M., Rottschäfer, K., Vortmeyer, D. (1998) Measured and Modeled Superficial Flow Profiles in Packed Beds with Liquid Flow, *AIChE Journal*, 44, No. 2, 484-490.
- Kufner, R., Hofmann, H. (1990) Implementation of Radial Porosity and Velocity Distribution in a Reactor Model for Heterogeneous Catalytic Gas Phase Reactions (Torus-Model), *Chemical Engineering Science*, 45, 2141-2146.
- Liu, S., Afacan, A., Masliyah, J.H. (1994) Steady Incompressible Laminar Flow in Porous Media, *Chemical Engineering Science*, 49, No. 21, 3565-3586.
- Liu S., Masliyah, J.H. (1999) Non-Linear Flows in Porous Media, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 86, 229-252.
- McDonald, I.F., El-Sayed, M.S., Mow, K., Dullien, A.A.L. (1979) Flow through Porous Media: The Ergun Equation Revisited, *Industrial Engineering Chemical Fundamental*, 18, 199-208.
- Perrin, A., Hu, H.H. (2008) An Explicit Finite Difference Scheme with Spectral Boundary Conditions for Particulate Flows, *Journal of Computational Physich.*, 227 (20), 8776-8791.
- Schnitzlein, K. (1993) Prediction of Velocity Profile in Packed Bed, *Chemical Enggineering Science*, 48 (4), 811-815.
- Senturk, E., Umurkan, N., Kalenderli, O. (2007) A Study on Numerical Computation of Potential Distribution Around a Grounding Rod Driven in Soil, Istanbul, Turkey.
- Stephenson, J.L., Stewart, W.E. (1986) Optical Measurements of Porosity and Fluid Motion in Packed Beds, *Chemical Engineering Science*, 41 (8), 2161-2170.
- Supardan, M.D. (2000) *Two-Dimensional Mathematical and Numerical Modelings of Fluid Flow in Packed Bed Porous Media Using Shear Factor Models*, Thesis, Department of Chemical Engineering, Master Program, ITB, Bandung.
- Zhongliang, L., Chongfang, M. (2004) *A Taylor-Series Analysis of Boundedness of Convection-diffusion Equations: Limitation on Grid Peclet Number and Grid Size*, The Chinese Education Ministry, College of Environmental & Energy Engineering, Beijing University of Technology, China.