

## Perubahan Pola Belajar dan Mengajar dengan Alat Bantu Komputer

R. Soegeng  
Departemen Fisika FMIPA  
Institut Teknologi Bandung  
Jl. Ganesa 10 Bandung 40132  
E-mail: [soegeng@bandung.wasantara.net.id](mailto:soegeng@bandung.wasantara.net.id)

### Abstrak

Dalam makalah ini akan dibandingkan sistem belajar dan mengajar pada 40 tahun yang lalu dengan sistem belajar dan mengajar pada saat ini. Pada waktu itu seorang dosen memberi kuliah dengan menggunakan alat bantu berupa kapur dan papan tulis. Untuk menambah wawasan, mahasiswa dapat pergi ke perpustakaan untuk membaca buku-buku acuan yang disebutkan oleh dosen yang bersangkutan, atau buku-buku lainnya.

Pada saat ini, selain kapur dan papan tulis sebagai alat bantu memberi kuliah, seorang dosen juga dapat mempergunakan perangkat lunak komputer. Adanya perangkat lunak komputer ini sangat menolong bagi mahasiswa karena banyak hal dapat dibuat simulasinya. Dengan demikian mahasiswa akan menangkap penjelasan seorang dosen tidak hanya dengan cara mendengarkan, tetapi juga melihat visualisasinya. Untuk menambah wawasan, selain pergi ke perpustakaan, seorang mahasiswa dapat mengunjungi situs-situs web yang berisi materi kuliah yang bersangkutan. Situs semacam itu banyak yang dilengkapi dengan visualisasi dan ada yang dapat didownload.

**Kata kunci :** metode belajar, visualisasi

### Abstract

This paper compares the system of learning and teaching forty years ago and at present. At that time in the classroom lecturers used chalk and blackboard, and students went to the library to read some books suggested by their lecturers.

At present, some lecturers not only use chalk and blackboard but also computer softwares. These softwares are very helpful for the students because most of them are equipped with visualizations. Therefore, students not only listen to the explanations given by their lecturers, but also see its visualizations. Serious students not only go to the library, but also visit some websites. Many of the articles are equipped with visualizations which can be downloaded.

**Keywords :** learning method, visualization

### 1. Proses belajar dan mengajar pada masa lalu

Untuk membandingkan proses belajar dan mengajar pada masa lalu dan saat sekarang, penulis memilih kasus yang dialaminya sendiri sekitar 40 tahun yang lalu. Sebagai contoh adalah mata kuliah Syarat Batas dengan dosen Prof. Dr. Han Khwat Tik (sekarang nama beliau menjadi Prof. Dr. Handali). Mata kuliah Syarat Batas membahas penyelesaian kasus-kasus fisika yang dinyatakan dalam persamaan diferensial parsial, dengan syarat tertentu baik pada saat maupun tempat yang tertentu pula.

Untuk memberikan gambaran yang lebih jelas, penulis memilih salah satu pokok bahasan yang beliau berikan pada waktu itu, yaitu kasus membran lingkaran yang digetarkan<sup>1,2)</sup>. Tepi membran tersebut dijepit sehingga tidak dapat bergerak dan mula-mula diberi simpangan tertentu. Persoalannya, bagaimana gerak membran setelah dilepaskan?

Dengan mengikuti penjelasan yang pernah beliau berikan, mula-mula dimisalkan bahwa jari-jari membran adalah  $R$  dan terletak di bidang  $z = 0$ . Pada saat  $t = 0$  membran diberi simpangan  $z = f(r, \varphi)$  dan kemudian dilepaskan. Gerak membran yang ditanyakan adalah  $z(r, \varphi, t)$  dengan  $(r, \varphi, z)$  adalah sistem koordinat silinder.

Gerak membran dinyatakan dengan persamaan diferensial, dalam sistem koordinat silinder,

$$\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 z}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad (1)$$

dengan syarat batas

$$z(R, \varphi, t) = 0 \quad (2)$$

yang menyatakan bahwa tepi membran dijepit sehingga tidak dapat bergerak, dan syarat awal

$$z(r, \varphi, 0) = f(r, \varphi) \quad \frac{\partial z(r, \varphi, 0)}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

yang menyatakan bahwa mula-mula membran diberi simpangan tertentu dan kemudian dilepaskan (tanpa kecepatan awal).

Secara analitik, persamaan diferensial pada Pers. (1) diselesaikan menggunakan metode separasi variabel-variabel dengan memisalkan bahwa  $z = \mathfrak{R}(r)\Phi(\varphi)T(t)$ . Sehingga Pers. (1) menjadi

$$\Phi T \frac{d^2 \mathfrak{R}}{dr^2} + \frac{\Phi T}{r} \frac{d \mathfrak{R}}{dr} + \frac{\mathfrak{R} T}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = \frac{\mathfrak{R} \Phi}{a^2} \frac{d^2 T}{dt^2}$$

dan bila kedua ruas dibagi dengan  $\mathfrak{R}\Phi T$  maka hasilnya adalah

$$\frac{1}{\Re} \left[ \frac{d^2 \Re}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Re}{dr} \right] + \frac{1}{r^2 \Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = \frac{1}{a^2 T} \frac{d^2 T}{dt^2} \quad (4)$$

Pers. (4) hanya akan dipenuhi bila masing-masing ruas sama dengan suatu konstanta. Misalkan konstanta tersebut adalah  $-\lambda^2$  maka Pers. (4) menjadi dua buah persamaan diferensial biasa, yaitu

$$\frac{d^2 T}{dt^2} = -\lambda^2 a^2 \quad (5a)$$

$$\frac{1}{\Re} \left[ \frac{d^2 \Re}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Re}{dr} \right] + \frac{1}{r^2 \Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = -\lambda^2 \quad (5b)$$

Solusi Pers. (5a) adalah

$$T = \begin{cases} \cos(a\lambda t) \\ \sin(a\lambda t) \end{cases}$$

Agar syarat awal kedua pada Pers. (3) dipenuhi maka harus dipilih solusi yang pertama, yaitu

$$T = \cos(a\lambda t) \quad (6)$$

Kalikan kedua ruas Pers. (5b) dengan  $r^2$  dan tuliskan hasilnya dalam bentuk sebagai berikut,

$$\frac{1}{\Re} \left[ r^2 \frac{d^2 \Re}{dr^2} + r \frac{d\Re}{dr} \right] + \lambda^2 r^2 = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} \quad (7)$$

Pers. (7) hanya akan dipenuhi bila masing-masing ruas sama dengan suatu konstanta. Misalkan konstanta tersebut adalah  $\mu^2$  maka dari Pers. (7) diperoleh dua buah persamaan diferensial biasa, yaitu

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = -\mu^2 \quad (8a)$$

$$\frac{1}{\Re} \left[ r^2 \frac{d^2 \Re}{dr^2} + r \frac{d\Re}{dr} \right] + \lambda^2 r^2 = \mu^2 \quad (8b)$$

Solusi untuk Pers. (8a) dipilih

$$\Phi = A \cos(\mu\varphi) + B \sin(\mu\varphi) \quad (9)$$

dengan  $A$  dan  $B$  masing-masing adalah konstanta integrasi. Karena  $z$  harus periodik dengan perioda  $2\pi$  maka  $\mu = 0, 1, 2, \dots$ . Sehingga Pers. (8b) setelah dikalikan dengan  $\Re$  menjadi

$$r^2 \frac{d^2 \Re}{dr^2} + r \frac{d\Re}{dr} + (\lambda^2 r^2 - \mu^2) \Re = 0 \quad (10)$$

yaitu persamaan Bessel dengan solusi

$$\Re = J_\mu(\lambda r) \quad (11)$$

Dengan demikian  $z = \Re\Phi T$  akan memenuhi syarat batas Pers. (2) asalkan  $\lambda R$  adalah salah satu akar  $J_\mu$  dari  $J_\mu(\lambda R) = 0$

Maka

$$z = J_\mu(\lambda_{\mu j} r) (A_{\mu j} \cos \mu\varphi + B_{\mu j} \sin \mu\varphi) \cos(a\lambda_{\mu j} t) \quad (12)$$

adalah solusi Pers. (1) yang memenuhi semua syarat batas dan syarat awal kecuali syarat awal pertama dalam Pers. (3). Kombinasi linear Pers. (12) juga merupakan solusi dari Pers. (1).

$$z = \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} J_\mu(\lambda_{\mu j} r) (A_{\mu j} \cos \mu\varphi + B_{\mu j} \sin \mu\varphi) \cos(a\lambda_{\mu j} t) \quad (13)$$

Syarat awal pertama dalam Pers. (3) akan dipenuhi juga bila pada  $t = 0$  berlaku hubungan

$$f(r, \varphi) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} J_\mu(\lambda_{\mu j} r) (A_{\mu j} \cos \mu\varphi + B_{\mu j} \sin \mu\varphi) \quad (14)$$

untuk  $-\pi \leq \varphi \leq \pi$  dan  $0 \leq r \leq R$ . Dengan menuliskan kembali Pers. (14) menjadi

$$f(r, \varphi) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \left[ \sum_{j=1}^{\infty} A_{\mu j} J_\mu(\lambda_{\mu j} r) \cos \mu\varphi + \sum_{j=1}^{\infty} B_{\mu j} J_\mu(\lambda_{\mu j} r) \sin \mu\varphi \right] \quad (15)$$

bentuknya mengingatkan pada uraian deret Fourier untuk  $f(r, \varphi)$  asalkan koefisien-koefisien dari  $\cos \mu\varphi$  dan  $\sin \mu\varphi$  masing-masing adalah

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_{\mu j} J_\mu(\lambda_{\mu j} r) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(r, \varphi) \cos \mu\varphi d\varphi \quad (\mu = 1, 2, 3, \dots) \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_{0j} J_0(\lambda_{0j} r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(r, \varphi) d\varphi \quad (\mu = 0) \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} B_{\mu j} J_\mu(\lambda_{\mu j} r) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(r, \varphi) \sin \mu\varphi d\varphi \quad (\mu = 1, 2, 3, \dots) \quad (18)$$

Tetapi ruas kiri Pers. (16), (17), dan (18) masing-masing adalah deret fungsi Bessel. Sehingga

$$A_{\mu j} = \frac{2}{\pi R^2 [J_{\mu+1}(\lambda_{\mu j} r)]^2} \int_0^R r J_\mu(\lambda_{\mu j} r) dr \int_{-\pi}^{\pi} f(r, \varphi) \cos \mu\varphi d\varphi \quad (\mu = 1, 2, 3, \dots) \quad (19)$$

$$A_{0j} = \frac{2}{\pi R^2 [J_1(\lambda_{0j} r)]^2} \int_0^R r J_0(\lambda_{0j} r) dr \int_{-\pi}^{\pi} f(r, \varphi) d\varphi \quad (\mu = 0) \quad (20)$$

$$B_{\mu j} = \frac{2}{\pi R^2 [J_{\mu+1}(\lambda_{\mu j} r)]^2} \int_0^R r J_\mu(\lambda_{\mu j} r) dr \int_{-\pi}^{\pi} f(r, \varphi) \sin \mu\varphi d\varphi \quad (\mu = 1, 2, 3, \dots) \quad (21)$$

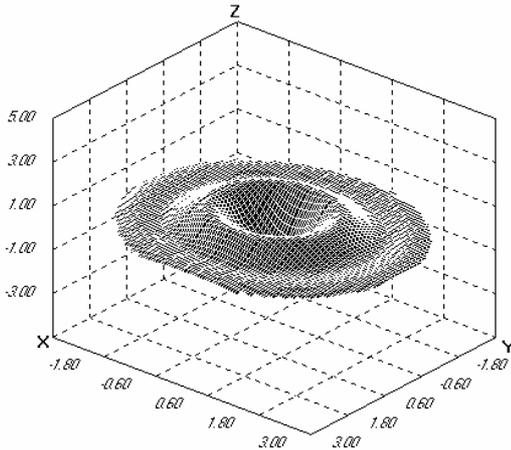
Dengan ditemukannya koefisien-koefisien pada Pers. (19), (20), dan (21) maka selesailah pembahasan tentang membran lingkaran yang bergetar. Mahasiswa tinggal membayangkan bagaimana kira-kira bentuk membran pada suatu saat.

## 2. Proses belajar dan mengajar pada masa kini

Dengan adanya komputer dan didukung oleh perangkat lunak yang mudah diperoleh, maka pola belajar dan mengajar pada masa kini dapat berbeda dengan pola masa lalu. Sekarang kita dapat memanfaatkan komputer sebagai alat bantu, untuk menampilkan visualisasi dengan harapan bahwa mahasiswa dapat lebih menghayati apa

yang diterimanya di kelas. Perangkat lunak yang terkait dapat dibuat sendiri, misalnya mulai dari merakitnya dengan menggunakan bahasa pemrograman tertentu atau menggunakan perangkat lunak seperti Mathematica, Matlab, Mathcad, dan sebagainya, atau mendownload dari internet.

Pada contoh ditunjukkan simulasi membran lingkaran<sup>3,4)</sup> yang teorinya telah dibahas di atas. Dari tampilan dapat dilihat perilaku membran dari waktu ke waktu.



Gambar 1. Bentuk keping pada  $t = 0,01$  detik

### Referensi

1. Churchill, R.V., *Fourier Series and Boundary Value Problems*, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1941.
2. Pipes, L.A., *Applied mathematics for Engineers and Physicists*, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1958.
3. Kahn, P.B., *Mathematical Methods for Scientists and Engineers*, John Wiley & Sons, 1990.
4. Soegeng, R., *Dasar-Dasar Visualisasi 3D menggunakan Pascal Turbo untuk Ilmu Sains dan Rekayasa*, Penerbit ITB, 1999.