

**PEMODELAN NILAI TUKAR RUPIAH  
TERHADAP DOLLAR AMERIKA  
MENGUNAKAN DERET WAKTU *HIDDEN* MARKOV  
TIGA WAKTU SEBELUMNYA**

**SETIAWATY, B.<sup>1)</sup>, S. A. PURNOMO<sup>2)</sup>, DAN N. K. K. ARDANA<sup>1)</sup>**

<sup>1)</sup>Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Pertanian Bogor  
Jl Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680, Indonesia

<sup>2)</sup>Mahasiswa Program Studi Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Pertanian Bogor  
Jl Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680, Indonesia

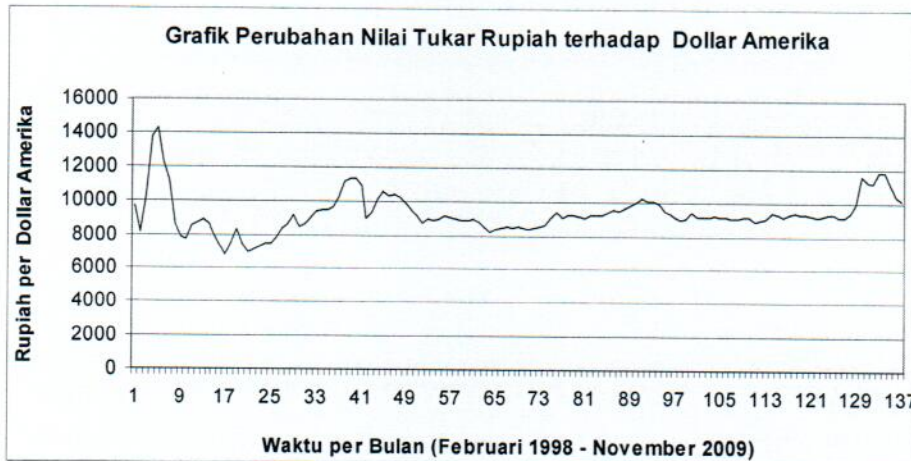
**Abstrak :** Perilaku nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika dari tahun 1998 sampai dengan 2009 dicoba dimodelkan dengan menggunakan deret waktu *Hidden* Markov tiga waktu sebelumnya. Pendugaan parameter model dilakukan menggunakan Metode *Maximum Likelihood* dan pendugaan ulang menggunakan metode *Expectation Maximization*. Hasil yang diperoleh cukup baik karena sudah menggambarkan secara umum perilaku nilai tukar Rupiah. Galat antara nilai harapan dengan nilai sebenarnya relatif cukup kecil.

**Kata kunci:** Rantai Markov, *Hidden* Markov, Deret waktu *Hidden* Markov, Metode *Expectation Maximization*.

## 1. PENDAHULUAN

Sejarah Indonesia menunjukkan bahwa nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika tidak saja dipengaruhi oleh faktor-faktor ekonomi, tetapi juga oleh hal-hal lain seperti: situasi politik dalam negeri, pergantian pemerintah, perubahan kebijakan pemerintah dan situasi keamanan. Perubahan nilai tukar Rupiah terhadap \$US dari waktu ke waktu sangat tidak beraturan dengan fluktuasi yang beragam. Gambar 1. menunjukkan fluktuasi nilai tukar Rupiah dari Februari 1998 sampai dengan November 2009.

Untuk menggambarkan perilaku nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika, Setiawaty et. al. (2008) menggunakan deret waktu *hidden* Markov. Pada model ini diasumsikan bahwa nilai tukar Rupiah saat ini dipengaruhi oleh proses penyebab dan nilai tukar saat ini dan satu waktu sebelumnya, sehingga membentuk suatu deret waktu. Hasil yang diperoleh cukup baik dan sudah menggambarkan perilaku nilai tukar Rupiah secara umum, tetapi galat yang diperoleh masih cukup besar.



Gambar 1. Rata-rata Nilai Tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika Tahun 1998 s/d 2009. Sumber Data: [www.bankofcanada.ca](http://www.bankofcanada.ca). (9 Desember 2009)

Setiawaty et. al. (2009) mencoba memodelkan perubahan nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika menggunakan model deret waktu *hidden* Markov dua waktu sebelumnya. Pada model ini diasumsikan bahwa nilai tukar Rupiah saat ini dipengaruhi oleh proses penyebab dan nilai tukar saat ini sampai dua waktu sebelumnya. Hasil yang diperoleh lebih baik dibandingkan model Setiawaty et. al. (2008), meskipun galatnya masih belum cukup signifikan dan kompleksitas perhitungan numeriknya meningkat.

Pada tulisan ini diperkenalkan model deret waktu *hidden* Markov tiga waktu sebelumnya. Pada model ini diasumsikan bahwa nilai tukar Rupiah saat ini dipengaruhi oleh proses penyebab dan nilai tukar saat ini sampai tiga waktu sebelumnya.

## 2. MODEL DERET WAKTU *HIDDEN* MARKOV TIGA WAKTU SEBELUMNYA

Pada bagian ini akan dimodelkan perilaku nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika dalam kurun waktu dari Februari 1998 sampai dengan November 2009 menggunakan deret waktu *Hidden* Markov tiga waktu sebelumnya.

Faktor-faktor yang menyebabkan terjadinya perubahan nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika diasumsikan sebagai *state* dari suatu rantai Markov  $\{X_t\}$  yang tidak diamati. Misalkan banyaknya faktor tersebut adalah  $N$ . Dalam tulisan ini diambil  $N = 2$ . Pada setiap *state*, data nilai tukar Rupiah dibangkitkan oleh peubah acak  $Y_t$  yang menyebar dengan sebaran tertentu pada ruang peluang  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ .



Dalam hal ini proses  $\{X_t\}$  tersembunyi (*hidden*) di balik proses yang diamati, yaitu  $\{Y_t\}$ . Sehingga pasangan proses stokastik  $\{(X_t, Y_t)\}$  merupakan model *hidden* Markov.

Pada tulisan ini digunakan model *hidden* Markov yang merupakan deret waktu yang mempertimbangkan tiga waktu sebelumnya dan berbentuk:

$$Y_t - \mu_{X_t^*} = \phi_1 (Y_{t-1} - \mu_{X_{t-1}^*}) + \phi_2 (Y_{t-2} - \mu_{X_{t-2}^*}) + \phi_3 (Y_{t-3} - \mu_{X_{t-3}^*}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

di mana:

- $\{\varepsilon_t\}$  adalah barisan peubah acak yang saling bebas dan menyebar normal  $N(0, \sigma^2)$ .
- $\{Y_t\}$  adalah proses yang diamati dan bernilai skalar.
- $\{S_t^*\}$  adalah rantai Markov dengan ruang *state*  $S^* = \{1, 2\}$  dan  $P^* = \begin{bmatrix} p_{11}^* & p_{12}^* \\ p_{21}^* & p_{22}^* \end{bmatrix}$  merupakan matriks peluang transisinya, dengan  $p_{ji}^* = P(S_t^* = j | S_{t-1}^* = i)$
- $\mu(S_t^*) = \langle \mu, S_t^* \rangle = \mu_{S_t^*}$ , dengan  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  menyatakan hasil kali dalam di  $R^2$ .
- $\mu_1, \mu_2, \phi_1, \phi_2$ , dan  $\phi_3$  adalah konstanta real.

Perhatikan bahwa model ini dicirikan oleh parameter  $\theta = (\mu_1, \mu_2, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \sigma^2)$ .

Dengan menggunakan metode EM akan diduga parameter  $\theta = (\mu_1, \mu_2, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \sigma^2)$  dari data  $Y$ .

Dalam kasus ini  $Y_t$  tidak hanya bergantung pada  $S_t^*$  tetapi juga bergantung pada  $S_{t-1}^*$ ,  $S_{t-2}^*$  dan  $S_{t-3}^*$  sehingga agar tetap memenuhi sifat Markov perlu didefinisikan proses baru  $\{S_t\}$  di mana

- $S_t = 1$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 2$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 3$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 4$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 5$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 6$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 7$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 8$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 1$
- $S_t = 9$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$
- $S_t = 10$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$
- $S_t = 11$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$
- $S_t = 12$ ; jika  $S_t^* = 1, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$
- $S_t = 13$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$
- $S_t = 14$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 1, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$
- $S_t = 15$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 1, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$
- $S_t = 16$ ; jika  $S_t^* = 2, S_{t-1}^* = 2, S_{t-2}^* = 2, \text{ dan } S_{t-3}^* = 2$ .

**Lemma 1:**  $\{S_t\}$  merupakan rantai Markov dengan ruang state  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 16\}$  dan matriks peluang transisi  $P$  sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix}
 p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* & 0 \\
 p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0 \\
 0 & p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12}^* \\
 0 & p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{21}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22}^* & 0
 \end{bmatrix}$$

Perhatikan bahwa pasangan proses  $\{(X_k, Y_k) : k \in \mathbb{N}\}$  merupakan model *hidden* Markov yang dicirikan oleh parameter  $\theta = (\mu_1, \mu_2, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \sigma^2)$ .

### 3. PENDUGAAN PARAMETER

Penduga  $\hat{\theta}$  diperoleh dengan memaksimumkan fungsi log *likelihood*

$$\mathcal{L}(\theta) = \sum_{i=1}^T \log f(y_i | \mathcal{Y}_{i-1}; \theta)$$

di mana  $\mathcal{Y}_i$  adalah medan- $\sigma$  yang lengkap dan dibangun oleh  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_i$ .

Karena  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  bebas stokastik identik maka diperoleh fungsi sebaran bagi  $\varepsilon_i$  sebagai berikut.

$$F_{\varepsilon_i}(y_i) = P(\varepsilon_i \leq y_i) = \int_0^{y_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\varepsilon_i - 0)^2}{2\sigma^2}\right\} d\varepsilon_i = \int_0^{y_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\varepsilon_i)^2}{2\sigma^2}\right\} d\varepsilon_i.$$

Berdasarkan persamaan di atas diperoleh fungsi sebaran bagi  $Y_i$

$$F_{Y_i}(y_i) = P(Y_i \leq y_i)$$

$$\begin{aligned}
 &= P\left(\phi_1(Y_{i-1} - \mu_{S_{i-1}}) + \phi_2(Y_{i-2} - \mu_{S_{i-2}}) + \phi_3(Y_{i-3} - \mu_{S_{i-3}}) + \mu_{S_i} + \varepsilon_i \leq y_i\right) \\
 &= P\left(\varepsilon_i \leq (y_i - \mu_{S_i}) - \phi_1(Y_{i-1} - \mu_{S_{i-1}}) - \phi_2(Y_{i-2} - \mu_{S_{i-2}}) - \phi_3(Y_{i-3} - \mu_{S_{i-3}})\right)
 \end{aligned}$$

Misalkan

$$v = (y_i - \mu_{S_i}) - \phi_1(Y_{i-1} - \mu_{S_{i-1}}) - \phi_2(Y_{i-2} - \mu_{S_{i-2}}) - \phi_3(Y_{i-3} - \mu_{S_{i-3}})$$

maka

$$F_{Y_i}(y_i) = \int_0^v \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\varepsilon_i)^2}{2\sigma^2}\right\} d\varepsilon_i.$$

Sehingga

$$f_{Y_t}(y_t) = \frac{\partial}{\partial y_t} F_{Y_t}(y_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(v)^2}{2\sigma^2}\right\} \frac{\partial v}{\partial y_t}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_{S_t}\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}}\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_{S_{t-2}}\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_{S_{t-3}}\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Karena  $\{S_t\}$  merupakan rantai Markov 16 state maka terdapat 16 fungsi kepekatan peluang bagi  $Y_t$ . Kumpulan fungsi kepekatan peluang tersebut

dilambangkan oleh vektor  $(16 \times 1) \eta_t$ , sehingga diperoleh

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(y_t | S_t = 1, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 2, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 3, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 4, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 5, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 6, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 7, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 8, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 9, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 10, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 11, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 12, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 13, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 14, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 15, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 16, Y_{t-1}; \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_1\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_1\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_2\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_2\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_2\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_1\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_2\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_1\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_2\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_2\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_2\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_2\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_1\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_1\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_2\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_1\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_2\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_2\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_2\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_1\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_2\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_2\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_2\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_1\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_2\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_2\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_1\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_2\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\left(\left(y_t - \mu_2\right) - \phi_1\left(Y_{t-1} - \mu_2\right) - \phi_2\left(Y_{t-2} - \mu_2\right) - \phi_3\left(Y_{t-3} - \mu_2\right)\right)^2}{2\sigma^2}\right\} \end{bmatrix}$$



Misalkan  $\hat{\xi}_{t|t-1}$  melambangkan vektor ( $16 \times 1$ ) dimana elemen ke- $j$  vektor merepresentasikan  $P\{S_t = j | Y_{t-1}; \theta\}$  dan  $\otimes$  melambangkan perkalian elemen per elemen dari dua vektor, maka

$$\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t = \begin{bmatrix} P\{S_t = 1 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 2 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 3 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 4 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 5 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 6 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 7 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 8 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 9 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 10 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 11 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 12 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 13 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 14 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 15 | Y_{t-1}; \theta\} \\ P\{S_t = 16 | Y_{t-1}; \theta\} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} f(y_t | S_t = 1, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 2, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 3, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 4, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 5, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 6, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 7, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 8, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 9, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 10, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 11, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 12, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 13, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 14, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 15, Y_{t-1}; \theta) \\ f(y_t | S_t = 16, Y_{t-1}; \theta) \end{bmatrix}.$$

Berdasarkan persamaan di atas, maka:

$$\begin{aligned} & P(S_t = j | Y_{t-1}; \theta) \cdot f(y_t | S_t = j, Y_{t-1}; \theta) \\ &= \frac{P(S_t = j, Y_{t-1}; \theta)}{P(Y_{t-1}; \theta)} \cdot \frac{P(y_t, S_t = j, Y_{t-1}; \theta)}{P(S_t = j, Y_{t-1}; \theta)} \\ &= \frac{P(y_t, S_t = j, Y_{t-1}; \theta)}{P(Y_{t-1}; \theta)} = P(y_t, S_t = j | Y_{t-1}; \theta) \end{aligned}$$

dan

$$f(y_t | Y_{t-1}; \theta) = \sum_{j=1}^{16} P(S_t = j | Y_{t-1}; \theta) \cdot f(y_t | S_t = j, Y_{t-1}; \theta) = \mathbf{1}' (\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t).$$

di mana  $\mathbf{1}' = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$ .

Dengan membuat turunan pertama dari fungsi *log-likelihood*  $\mathcal{L}(\theta)$  terhadap parameter  $\theta$  sama dengan nol, maka diperoleh:

$$\hat{\mu}_1 = \frac{\sum_{t=1}^T \begin{bmatrix} A p a + B(q a + \hat{\mu}_2 \hat{\phi}_2 q) + C(s a + \hat{\mu}_2 \hat{\phi}_1 s) + D(v a + \hat{\mu}_2 v b) - \\ E(w a - \hat{\mu}_2 w) - F(x a - \hat{\mu}_2 x u) - G(z a - \hat{\mu}_2 z c) - H(\hat{\phi}_3 a - \hat{\mu}_2 \hat{\phi}_3 r) \\ + I(r a + \hat{\mu}_2 r \hat{\phi}_3) + J(c a + \hat{\mu}_2 c z) + K(u a + \hat{\mu}_2 u x) + L(a + \hat{\mu}_2 w) \\ - M(b a - \hat{\mu}_2 b v) - N(\hat{\phi}_1 a - \hat{\mu}_2 \hat{\phi}_1 s) - O(\hat{\phi}_2 a - \hat{\mu}_2 \hat{\phi}_2 q) \end{bmatrix}}{\sum_{t=1}^T \begin{bmatrix} A p^2 + B q^2 + C s^2 + D v^2 + E w^2 + F x^2 + G z^2 \\ + H \hat{\phi}_3^2 + I r^2 + J c^2 + K u^2 + L + M b^2 + N \hat{\phi}_1^2 + O \hat{\phi}_2^2 \end{bmatrix}}$$

$$\hat{\mu}_2 = \frac{\sum_{i=1}^T \left[ -B(\hat{\phi}_2 a - \hat{\mu}_1 \hat{\phi}_2 q) - C(\hat{\phi}_1 a - \hat{\mu}_1 \hat{\phi}_1 s) - D(ba - \hat{\mu}_1 bv) + E(a + \hat{\mu}_1 w) + F(ua + \hat{\mu}_1 ux) + G(ca + \hat{\mu}_1 cz) + H(ra + \hat{\mu}_1 r \hat{\phi}_3) - I(\hat{\phi}_3 a - \hat{\mu}_1 \hat{\phi}_3 r) - J(za - \hat{\mu}_1 zc) - K(xa - \hat{\mu}_1 xu) - L(wa - \hat{\mu}_1 w) + M(va + \hat{\mu}_1 vb) + N(sa + \hat{\mu}_1 s \hat{\phi}_1) + O(qa + \hat{\mu}_1 q \hat{\phi}_2) + Qpa \right]}{\sum_{i=1}^T \left[ B\hat{\phi}_2^2 + C\hat{\phi}_1^2 + Db^2 + E + Fu^2 + Gc^2 + Hr^2 + I\hat{\phi}_3^2 + Jz^2 + Kx^2 + Lw^2 + Mv^2 + Ns^2 + Oq^2 + Qp^2 \right]}$$

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\sum_{i=1}^T \left[ A(df - \hat{\phi}_2 hf - \hat{\phi}_3 lf) + B(df - \hat{\phi}_2 kf - \hat{\phi}_3 lf) + C(dg - \hat{\phi}_2 hg - \hat{\phi}_3 lg) + D(dg - \hat{\phi}_2 kg - \hat{\phi}_3 lg) + E(ef - \hat{\phi}_2 hf - \hat{\phi}_3 lf) + F(ef - \hat{\phi}_2 kf - \hat{\phi}_3 lf) + G(eg - \hat{\phi}_2 hg - \hat{\phi}_3 lg) + H(eg - \hat{\phi}_2 kg - \hat{\phi}_3 lg) + I(df - \hat{\phi}_2 hf - \hat{\phi}_3 mf) + J(df - \hat{\phi}_2 kf - \hat{\phi}_3 mf) + K(dg - \hat{\phi}_2 hg - \hat{\phi}_3 mg) + L(dg - \hat{\phi}_2 kg - \hat{\phi}_3 mg) + M(ef - \hat{\phi}_2 hf - \hat{\phi}_3 mf) + N(ef - \hat{\phi}_2 kf - \hat{\phi}_3 mf) + O(eg - \hat{\phi}_2 hg - \hat{\phi}_3 mg) + Q(eg - \hat{\phi}_2 kg - \hat{\phi}_3 mg) \right]}{\sum_{i=1}^T \left[ Af^2 + Bf^2 + Cg^2 + Dg^2 + Ef^2 + Ff^2 + Gg^2 + Hg^2 + If^2 + Jf^2 + Kg^2 + Lg^2 + Mf^2 + Nf^2 + Og^2 + Qg^2 \right]}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{\sum_{i=1}^T \left[ A(dh - \hat{\phi}_1 fh - \hat{\phi}_3 lh) + B(dk - \hat{\phi}_1 fk - \hat{\phi}_3 lk) + C(dh - \hat{\phi}_1 gh - \hat{\phi}_3 lh) + D(dk - \hat{\phi}_1 gk - \hat{\phi}_3 lk) + E(eh - \hat{\phi}_1 fh - \hat{\phi}_3 lh) + F(ek - \hat{\phi}_1 fk - \hat{\phi}_3 lk) + G(eh - \hat{\phi}_1 gh - \hat{\phi}_3 lh) + H(ek - \hat{\phi}_1 gk - \hat{\phi}_3 lk) + I(dh - \hat{\phi}_1 fh - \hat{\phi}_3 mh) + J(dk - \hat{\phi}_1 fk - \hat{\phi}_3 mk) + K(dh - \hat{\phi}_1 gh - \hat{\phi}_3 mh) + L(dk - \hat{\phi}_1 gk - \hat{\phi}_3 mk) + M(eh - \hat{\phi}_1 fh - \hat{\phi}_3 mh) + N(ek - \hat{\phi}_1 fk - \hat{\phi}_3 mk) + O(eh - \hat{\phi}_1 gh - \hat{\phi}_3 mh) + Q(ek - \hat{\phi}_1 gk - \hat{\phi}_3 mk) \right]}{\sum_{i=1}^T \left[ Ah^2 + Bk^2 + Ch^2 + Dk^2 + Eh^2 + Fk^2 + Gh^2 + Hk^2 + Ih^2 + Jk^2 + Kh^2 + Lk^2 + Mh^2 + Nk^2 + Oh^2 + Qk^2 \right]}$$

$$\hat{\phi}_3 = \frac{\sum_{i=1}^T \left[ A(dl - \hat{\phi}_1 fl - \hat{\phi}_2 hl) + B(dl - \hat{\phi}_1 fl - \hat{\phi}_2 kl) + C(dl - \hat{\phi}_1 gl - \hat{\phi}_2 hl) + D(dl - \hat{\phi}_1 gl - \hat{\phi}_2 kl) + E(el - \hat{\phi}_1 fl - \hat{\phi}_2 hl) + F(el - \hat{\phi}_1 fl - \hat{\phi}_2 kl) + G(el - \hat{\phi}_1 gl - \hat{\phi}_2 hl) + H(el - \hat{\phi}_1 gl - \hat{\phi}_2 kl) + I(dm - \hat{\phi}_1 fm - \hat{\phi}_2 hm) + J(dm - \hat{\phi}_1 fm - \hat{\phi}_2 km) + K(dm - \hat{\phi}_1 gm - \hat{\phi}_2 hm) + L(dm - \hat{\phi}_1 gm - \hat{\phi}_2 km) + M(em - \hat{\phi}_1 fm - \hat{\phi}_2 hm) + N(em - \hat{\phi}_1 fm - \hat{\phi}_2 km) + O(em - \hat{\phi}_1 gm - \hat{\phi}_2 hm) + Q(em - \hat{\phi}_1 gm - \hat{\phi}_2 km) \right]}{\sum_{i=1}^T \left[ Al^2 + Bl^2 + Cl^2 + Dl^2 + El^2 + Fl^2 + Gl^2 + Hl^2 + Im^2 + Jm^2 + Km^2 + Lm^2 + Mm^2 + Nm^2 + Om^2 + Qm^2 \right]}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T \left[ \begin{aligned} &A(d - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 l)^2 + B(d - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 l)^2 + C(d - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 l)^2 + \\ &D(d - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 l)^2 + E(e - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 l)^2 + F(e - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 l)^2 + \\ &G(e - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 l)^2 + H(e - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 l)^2 + I(d - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 m)^2 + \\ &J(d - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 m)^2 + K(d - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 m)^2 + L(d - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 m)^2 + \\ &M(e - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 m)^2 + N(e - \hat{\phi}_1 f - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 m)^2 + O(e - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 h - \hat{\phi}_3 m)^2 + Q(e - \hat{\phi}_1 g - \hat{\phi}_2 k - \hat{\phi}_3 m)^2 \end{aligned} \right]}{\sum_{t=1}^T [A+B+C+D+E+F+G+H+I+J+K+L+M+N+O+Q]}$$

dengan:

$$\begin{aligned} q &= (1 - \hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_3), r = (1 - \hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2), s = (1 - \hat{\phi}_2 - \hat{\phi}_3), c = (1 - \hat{\phi}_1), u = (1 - \hat{\phi}_2), v = (1 - \hat{\phi}_3), \\ w &= (\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 + \hat{\phi}_3), x = (\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_3), b = (\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2), z = (\hat{\phi}_2 + \hat{\phi}_3), a = (y_t - \hat{\phi}_1 y_{t-1} - \hat{\phi}_2 y_{t-2} - \hat{\phi}_3 y_{t-3}) \\ d &= y_t - \hat{\mu}_1, e = y_t - \hat{\mu}_2, f = y_{t-1} - \hat{\mu}_1, g = y_{t-1} - \hat{\mu}_2, h = y_{t-2} - \hat{\mu}_1, k = y_{t-2} - \hat{\mu}_2, l = y_{t-3} - \hat{\mu}_1, \\ m &= y_{t-3} - \hat{\mu}_2. \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 1 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 1, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$B = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 2 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 2, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$C = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 3 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 3, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$D = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 4 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 4, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$E = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 5 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 5, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$F = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 6 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 6, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$G = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 7 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 7, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$H = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 8 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 8, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$I = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 9 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 9, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$J = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 10 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 10, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$K = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 11 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 11, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$L = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 12 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 12, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$



$$M = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 13 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 13, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$N = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 14 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 14, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$O = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 15 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 15, Y_{t-1}; \hat{\theta}),$$

$$Q = \frac{1}{f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta})} P(S_t = 16 | Y_{t-1}; \hat{\theta}) f(y_t | S_t = 16, Y_{t-1}; \hat{\theta}).$$

Karena persamaan  $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\phi}_3$ , dan  $\hat{\sigma}^2$  yang diperoleh adalah tak-linear, maka untuk mencari penduga kemungkinan maksimum bagi  $\theta$  digunakan algoritme iteratif yang merupakan kasus khusus dari prinsip *Expectation Maximization*. Langkah-langkah yang harus dilakukan sebagai berikut.

**Algoritme untuk memperoleh penduga parameter yang memak-simumkan fungsi likelihood**

**Langkah 1:**

Input  $T$  banyaknya data nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika yang akan diamati.

Input data nilai tukar Rupiah  $(y_0, y_1, y_2, \dots, y_T)$  dan matriks transisi  $P$ .

Beri nilai awal bagi  $\hat{\theta}$  yang dilambangkan dengan  $\hat{\theta}^{(0)} = (\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\sigma}^2)$ .

Set  $k = 1$

**Langkah 2:**

Tentukan fungsi kerapatan bersyarat bagi  $y_t$ , yaitu  $\eta_t$  untuk setiap  $t = 1, 2, \dots, k$ .

**Langkah 3:**

Penarikan kesimpulan optimal dan peramalan untuk setiap waktu  $t$  diperoleh melalui iterasi:

3.1. Tentukan nilai awal  $\hat{\xi}_{1|0} = \pi$  yang memenuhi  $\pi = P\pi$  dan  $\sum_{i=1}^8 \pi_i = 1$ .

3.2. Beri nilai awal  $i = 1$

3.3. Untuk  $t = i$ , cari nilai dari

$$f(y_t | Y_{t-1}; \hat{\theta}^{(m)}) = \mathbf{1}'(\hat{\xi}_{t|t-1}) \otimes \eta_t$$

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{(\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t)}{\mathbf{1}'(\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes \eta_t)}$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \cdot \hat{\xi}_{t|t}$$

$$i = i + 1$$

3.4. Ulangi mulai dari langkah (3.3)

Stop jika  $t = k$ .

**Langkah 4:**

Tentukan nilai dari  $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\phi}_3, \hat{\sigma}^2$ .

**Langkah 5:**

Beri nama parameter yang dihasilkan pada langkah 4 dengan  $\hat{\theta}^{(k+1)} = (\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\sigma}^2)$

**Langkah 6:**

Tentukan matriks  $P$  yang baru menggunakan hasil Kim, C.J (1994) dan Hamilton, J. D. (1994), yaitu:

$$\hat{P}_{ij} = \frac{\sum_{t=2}^T \frac{\hat{\xi}_{t|T}^{(j)} \times \hat{\xi}_{t-1|t-1}^{(i)} \times P_{ij}}{\hat{\xi}_{t|t}^{(j)}}}{\sum_{t=2}^T \sum_{j=1}^2 \frac{\hat{\xi}_{t|T}^{(j)} \times \hat{\xi}_{t-1|t-1}^{(i)} \times P_{ij}}{\hat{\xi}_{t|t}^{(j)}}}$$

**Langkah 7:**

Gunakan parameter yang sudah dihasilkan untuk menentukan dugaan bagi

$$\hat{Y}_k = E\left[Y_k | \mathcal{Y}_{k-1}; \hat{\theta}\right] = \sum_{j=1}^N \hat{\xi}_{k|k-1} \cdot E\left[Y_k | X_k = j, \mathcal{Y}_{k-1}; \hat{\theta}\right].$$

jika  $k < T$ ,  $k = k + 1$ , ulangi langkah 2.

#### 4. INTERPRETASI MODEL

Parameter model *hidden* Markov tiga waktu sebelumnya berbentuk

$$\theta = (\mu_1, \mu_2, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \sigma^2).$$

Menggunakan data input yang merupakan data rata-rata nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika per bulan yang diambil dari situs [www.bankofcanada.ca](http://www.bankofcanada.ca). yang diakses pada tanggal 9 Desember 2009, parameter tersebut akan diduga. Data berkisar antara bulan Februari 1998 hingga November 2009 yang berarti ada 142 data observasi.

Menggunakan algoritme pada bagian 3 dibuat program menggunakan software *Mathematica 5.2*. Dengan nilai awal

$$\mu = \begin{bmatrix} 10.000 \\ 8000 \end{bmatrix} \quad \phi = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,201 \\ 0,202 \end{bmatrix} \quad \sigma^2 = 1.000.000$$

diperoleh penduga parameter

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} 8.988,44 \\ 9.162,25 \end{bmatrix} \quad \hat{\phi} = \begin{bmatrix} 0,4971 \\ 0,226355 \\ 0,0910716 \end{bmatrix} \quad \hat{\sigma}^2 = 1,03425 \times 10^6.$$

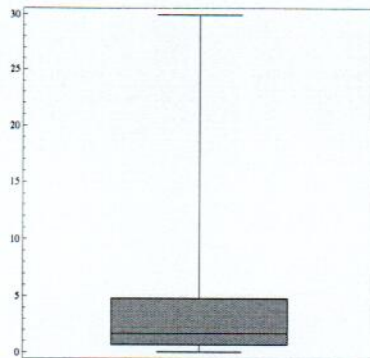
Untuk mengukur keakuratan model digunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang dirumuskan oleh:

$$MAPE = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left( \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \right) \times 100\%.$$



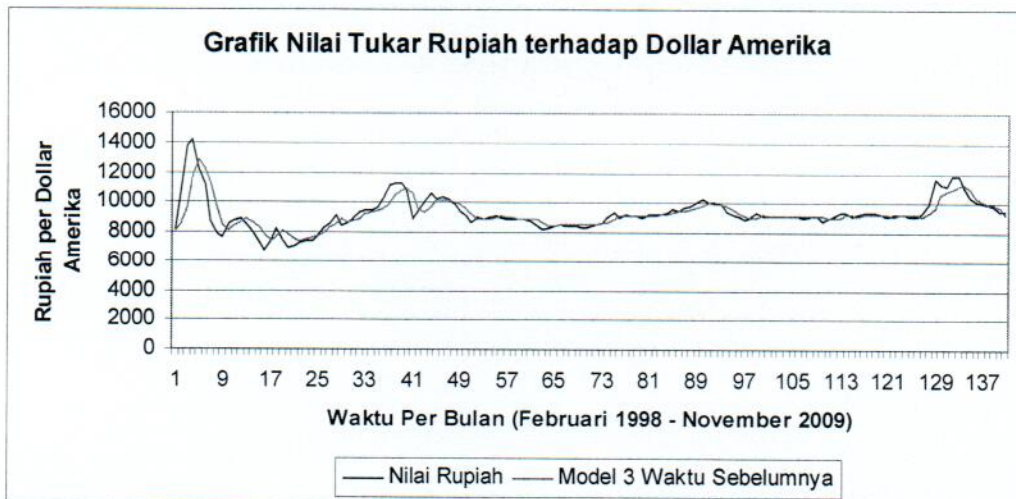
Percentage Error (MAPE) yang diperoleh sebesar Rp 354,92 (3,69%). Nilai galat maksimum absolut adalah Rp 4.077,01 (29,95%) dan nilai galat minimum absolut adalah Rp 1,40 (0,01%).

Pada Gambar 2 ditampilkan *BoxWhiskerPlot* bagi persentase galat absolut. Persentase ini berkisar dari 0,01% sampai 29,95% dengan median ( $Q_2$ ) sebesar 1,69%, kuartil ke-1 ( $Q_1$ ) dan kuartil ke-3 ( $Q_3$ ) masing-masing 0,68% dan 4,82%. Sebaran nilai-nilai persentase galat absolut tampak menjulur ke kanan, yang berarti sebagian besar nilai berkumpul di sekitar median/rataan (MAPE). Ini menunjukkan prediksi yang dihasilkan model memiliki akurasi yang baik.



Gambar 2. BoxWhiskerPlot bagi Persentase Galat Absolut.

Perbandingan antara nilai tukar Rupiah dengan dugaannya ditunjukkan oleh Gambar 3 berikut. Secara umum grafik dugaan sudah mengikuti perilaku nilai tukar Rupiah yang sebenarnya.



Gambar 3. Grafik Nilai Tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika.

**DAFTAR PUSTAKA**

[1]. Hamilton JD. 1990. Analysis of time Series Subject to Changes in Regime. *Journal of Econometrics* 45:30-70.  
 [2]. Kim, C. J. 1994. Dynamic linear models with Markov switching. *Journal of Econometrics*, 60: 1 – 22.

- [3]. **Setiawaty, B., Santoso, D. dan Kutha Ardana, N.K.** 2008. Pemodelan nilai tukar Rupiah terhadap \$US menggunakan deret waktu satu waktu sebelumnya. *Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, Vol 7, No 2.
- [4]. **Setiawaty, B, Nikmah, S. F. dan Kutha Ardana, N.K.** 2009. Pemodelan nilai tukar Rupiah terhadap \$US menggunakan deret waktu dua waktu sebelumnya. *Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, Vol 8, No 2.