

# Simulasi Metode *Finite-Difference Time-Domain* (FDTD) dalam Penjalaran Gelombang Elektromagnetik 2 Dimensi pada Media Absorpsi

Muh. Fachrul Latief, Idawati Supu<sup>\*)</sup>

Universitas Negeri Gorontalo, Jl. Prof. Dr. Ing. B.J. Habibie Gedung MIPA Tilongkabila,  
Kab. Bone Bolango, Gorontalo, Indonesia

Email korespodensi : [idawatisupu@ung.ac.id](mailto:idawatisupu@ung.ac.id)

DOI: <https://doi.org/flux.v19i3.11931>

Submitted: 02 November 2021; Accepted: 17 Agustus 2022

**ABSTRAK-** Dalam penelitian ini ditinjau persamaan Maxwell dan Diskritisasi Numerik dengan menggunakan metode *Finite Difference Time Dependent* (FDTD). Pertama, diperkenalkan persamaan Maxwell dalam media dielektrik yang linier untuk konfigurasi 1 dimensi dan 2 dimensi yang dibangun berdasarkan polarisasi antara *transverse-magnetic* (TM) dan *transverse-electric* (TE). Dalam artikel ini difokuskan pada syarat batas absorpsi benda yang bergantung pada frekuensi untuk persamaan medan elektromagnetik yang digunakan dalam konfigurasi tersebut. Selain itu, korelasi antara variasi kisi terhadap arah  $x$  dan  $y$  serta variasi konstanta dielektrik media pada perambatan gelombang elektromagnetik telah ditelaah dalam artikel ini. Hasil numerik memberikan akurasi dan pendekatan yang sangat baik dalam membangun syarat batas untuk penjalaran gelombang dalam media yang terabsorpsi pada konfigurasi 1 dimensi dan 2 dimensi.

**KATA KUNCI:** Metode *Finite-Difference Time-Domain*, Persamaan Maxwell; *transverse electric*, *transverse magnetic*.

**ABSTRACT-** This research reviewed Maxwell's equations and Numerical Discretization using the Finite Difference Time Dependent (FDTD) method. First, Maxwell's equations are introduced in a linear dielectric medium for 1-dimensional and 2-dimensional configurations, which are built based on the polarization between Transverse-Magnetic (TM) and Transverse-Electric (TE). Then, it presented the frequency-dependent absorption boundary conditions for the electromagnetic field equations used in that configuration. In addition, the correlation between the variation of the grid with respect to the  $x$ -axis and  $y$ -axis, as well as the variation of the dielectric constant of the medium on the propagation of electromagnetic waves, has been studied in this paper. A numerical result provides an excellent accuracy and approximation in establishing boundary conditions for wave spacing in adsorbed media at 1-dimensional and 2-dimensional configurations.

**KEYWORDS :** *Finite-Difference Time-Domain* (FDTD) methods; Maxwell equations; *transverse electric*; *transverse magnetic*.

## PENDAHULUAN

Persamaan Maxwell adalah sistem persamaan diferensial parsial yang menjelaskan bagaimana fenomena interaksi listrik dan magnet serta perilakunya dalam suatu material. Pada abad ke-19 merupakan puncak dari studi, eksperimen, dan pemikiran ratusan, di mana fisikawan James Clerk Maxwell (Maxwell, 1986) telah menjelaskan

dengan baik terkait fenomena interaksi antara medan listrik dan medan magnet serta hubungannya dengan sumber-sumbernya.

Umumnya, kebanyakan kasus dari persamaan Maxwell tidak dimungkinkan untuk menemukan solusi eksaknya. Oleh karena itu, diperlukan teknik komputasi dalam memecahkan masalah tersebut dengan melakukan sebuah aproksimasi. Metode yang

biasa digunakan untuk melakukan aproksimasi dalam menyelesaikan persamaan Maxwell adalah metode numerik, dan studinya biasa disebut analisis numerik. Metode numerik yang dimaksud adalah metode beda hingga (*finite-difference method*) dan metode elemen hingga (*finite element method*) (Stallcup, 2018).

Pada tahun 1966, Yee telah menjelaskan dengan baik terkait fenomena-fenomena elektrodinamika secara numerik dengan menggunakan metode beda hingga yakni metode *finite difference time domain* (FDTD). Yee telah menyelesaikan solusi domain waktu langsung yang pertama kali untuk kasus persamaan diferensial Maxwell pada grid tertentu (kisi) (Yee, 1966). Teknik ini merupakan salah satu kunci utama dalam menjelaskan penalaran gelombang elektromagnetik. Selanjutnya pada tahun 1975, A. Taflove dan M. Brodwin telah menyelesaikan solusi numerik untuk kasus hamburan elektromagnetik dalam keadaan stabil menggunakan persamaan Maxwell yang bergantung waktu (Taflove & Brodwin, 1975). Selain itu, Gerrit Mur telah menjelaskan mengenai syarat batas absorpsi untuk kasus persamaan medan elektromagnetik dengan pendekatan metode FDTD. Syarat batas tersebut dapat diterapkan untuk kasus konfigurasi dua dimensi dan tiga dimensi dengan akurasi yang lebih baik (Mur, 1981). Pada tahun 2015, Jiayang Cai, dkk. berhasil mengusulkan dua skema untuk solusi persamaan Maxwell dengan melakukan diskritisasi dari formulasi Hamiltonian. Skema yang diusulkan valid untuk domain reguler, namun tidak terlalu valid untuk domain dengan geometri kompleks (Cai, J. Wang & Gong, 2015). Selain itu, Yujie Zhou dkk. berhasil membangun skema yang efektif untuk persamaan Maxwell dengan syarat batas *Perfect Electric Conductor* (PEC) pada tahun 2018. Hasil numerik yang diperoleh menunjukkan hasil yang baik dalam menjelaskan hubungan stabilitas dan akurasi yang lebih kompleks untuk orde yang lebih tinggi (Zhou et al., 2018).

Secara umum, hubungan antara medium pendispersi yang berada dalam domain frekuensi dan dapat ditransformasikan ke bentuk baru seperti bentuk domain waktu (Hemmi et al., 2014), karena sifat dielektrik medium pendispersi bergantung pada frekuensinya. Oleh karena itu, sulit menerapkan metode FDTD secara langsung dalam sistem tersebut. Dengan menggunakan definisi transformasi- $Z$ , maka hubungan antara domain waktu, domain frekuensi dan domain dispersi dapat diperoleh analisisnya. Hubungan rekursif antara perpindahan medan listrik  $\mathbf{D}$  ( $C.m^{-2}$ ) dan medan listrik  $\mathbf{E}$  ( $N.C^{-1}$ ) dalam media dispersif telah ditelaah dan disimpulkan oleh Wei, dkk (Wei et al., 2009). Bia, dkk. telah menelaah dan menerapkan metode FDTD yang baru dan didasarkan pada turunan fraksional untuk media dispersi (Bia et al., 2015). Mereka menggunakan metode numerik berdasarkan transformasi Fourier pada rentang frekuensi yang luas. Studi penelitian lain, formulasi FDTD yang bergantung pada frekuensi yang stabil tanpa syarat untuk bahan non-magnet menggunakan ekspansi Associated Hermite, konstanta dielektrik yang kompleks diubah menjadi domain AH dan direpresentasikan sebagai bentuk matriks (Huang et al., 2015). Selanjutnya, integrasi terhadap waktu secara langsung telah memperoleh nilai yang stabil dan efisien dari persamaan gelombang vektor dalam rumus FDTD untuk media dispersif telah ditelaah oleh (Akbarzadeh-Sharbat & Giannacopoulos, 2015). Selain itu, Akbarzadeh-Sharbat, dkk. juga berhasil mengevaluasi metode FDTD dengan orde lebih tinggi untuk mode *transversal magnetic TM* dengan bahan dispersif (Nguyen & Zhao, 2014), selanjutnya menganalisis perbedaan hingga pada konvergensi orde tinggi dalam dua dimensi, kemudian dia mencapai simulasi dispersif media tidak homogen. Metode von Neumann dengan kriteria Routh-Hurwitz telah digunakan oleh Cho, dkk. (Cho et al., 2014), kondisi stabilitas numerik dari fungsi rasional kompleks kuadrat-domain waktu perbedaan-hingga dipelajari. Dia telah menunjukkan bahwa kondisi stabilitas

numerik dari fungsi rasional kompleks kuadrat-metode FDTD tidak sama dengan skema domain waktu perbedaan hingga konvensional.

Dalam beberapa tahun terakhir, banyak penelitian yang berkembang dengan melakukan analisis, pemodelan dan simulasi tentang sifat elektromagnetik dari metamaterial dengan menggunakan metode FDTD. Simulasi interaksi antara medan elektromagnetik dan metamaterial dengan menunjukkan beberapa efek metamaterial telah dilakukan oleh Bilotti dan Sevgi (Bilotti & Sevgi, 2012) serta Toroglu dan Sevgi (Toroglu & Sevgi, 2014). Selain itu, Jinzu Ji, dkk. menganalisis dan mengkaraterisasi hamburan dari metamaterials dengan menggunakan ADE-FDTD (Ji et al., 2018).

Dalam paper ini dijabarkan solusi persamaan medan elektromagnetik dengan pendekatan beda hingga untuk konfigurasi 1 dimensi dan 2 dimensi. Selain itu, modifikasi dari pemodelan dan simulasi penjalaran gelombang elektromagnet melalui media dielektrik telah ditelusuri. Untuk konfigurasi 1 dimensi dibatasi pada penjalaran gelombang elektromagnetik pada media dengan syarat batas absorpsi. Selanjutnya dikembangkan dalam konfigurasi 2 dimensi berdasarkan polarisasi TM maupun TE. Selain itu, dalam paper ini juga telah divariasikan grid atau kisi terhadap arah  $x$  dan  $y$  serta variasi konstanta dielektrik media pada perambatan gelombang elektromagnetik.

### Formulasi Persamaan Maxwell pada Media Dielektrik

#### 1. Formulasi Persamaan Maxwell untuk 1 Dimensi

Pertama, akan diturunkan persamaan Maxwell dalam media dielektrik dengan menggunakan pendekatan persamaan beda hingga. Persamaan tersebut diungkapkan dalam Persamaan (1), (2), dan (3)

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{J} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{E}) \quad (2)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \cdot \mathbf{E} \quad (3)$$

Di mana  $\mathbf{J} (A.m^{-2})$  adalah rapat arus,  $\varepsilon (F.m^{-1})$  adalah permitivitas statis medium, dan  $\sigma (S.m^{-1})$  adalah konduktivitas medium.

Ungkapan dari permitivitas statis ( $\varepsilon$ ) setara dengan konstanta dielektrik ( $\varepsilon_r$ ) dan permitivitas ruang vakum ( $\varepsilon_0$ ) atau dapat dituliskan menjadi  $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ . Dengan mensubstitusi Persamaan (3) ke dalam Persamaan (1) dan (2) dan asumsi bahwasanya  $\mathbf{E}$  merambat sepanjang arah  $-x$  dan  $\mathbf{H} (Wb.m^{-2})$  merambat sepanjang arah  $-y$  serta penjalaran sepanjang arah  $-z$ , maka ungkapan Persamaan (1) dan (2) menjadi Persamaan (4) dan (5).

$$\frac{\partial \mathbf{E}_x(t)}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} (\nabla \times \mathbf{H}_y(t)) - \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \sigma \cdot \mathbf{E}_x(t) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_y(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{E}(t)) \quad (5)$$

Selanjutnya, dilakukan normalisasi terhadap ungkapan medan listrik ( $\tilde{\mathbf{E}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \mathbf{E}$ ) dan operasi perkalian vektor (*curl*) terhadap Persamaan (4) dan (5), maka ungkapan menjadi Persamaan (6) dan (7).

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}_x(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \mathbf{H}_y(t)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \tilde{\mathbf{E}}_x(t) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_y(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}_x(t)}{\partial z} \quad (7)$$

Dari Persamaan (6) dan (7), maka dilakukan diskritisasi dengan menggunakan pendekatan metode beda hingga antara turunan temporal dan spasialnya. Sehingga ungkapan dari  $\tilde{\mathbf{E}}$  ( $N.C^{-1}$ ) adalah Persamaan (8)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}_x(t)}{\partial t} &= \frac{\tilde{E}_x^{n+1/2}(k) - \tilde{E}_x^{n-1/2}(k)}{\Delta t}; \\ \frac{\partial \mathbf{H}_y(t)}{\partial z} &= \frac{\tilde{H}_y^n(k+1/2) - \tilde{H}_y^n(k-1/2)}{\Delta z}; \\ \frac{\tilde{E}_x^{n+1/2}(k) - \tilde{E}_x^{n-1/2}(k)}{\Delta t} &= \\ &= -\frac{1}{\varepsilon_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\tilde{H}_y^n(k+1/2) - \tilde{H}_y^n(k-1/2)}{\Delta z} \\ &\quad - \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{\tilde{E}_x^{n+1/2}(k) + \tilde{E}_x^{n-1/2}(k)}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

Di mana  $\Delta z$  dan  $\Delta t$  adalah ukuran kisi dan step waktu. Hubungan keduanya dapat dituliskan menjadi  $\Delta t = \Delta x / (2 \cdot c_0)$ . Kemudian diperoleh Persamaan (9)

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\Delta t}{\Delta x} = c_0 \cdot \frac{(\Delta x / 2 \cdot c_0)}{\Delta x} = \frac{1}{2} \quad (9)$$

Dari Persamaan (8), dilakukan formulasi aljabar sehingga menjadi Persamaan (10)

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^{n+1/2}(k) \left[ 1 + \frac{\Delta t \cdot \sigma}{2\varepsilon_r \varepsilon_0} \right] = \\ \tilde{E}_x^{n-1/2}(k) \left[ 1 - \frac{\Delta t \cdot \sigma}{2\varepsilon_r \varepsilon_0} \right] \\ - \frac{1}{2\varepsilon_r} \left( \tilde{H}_y^n(k+1/2) - \tilde{H}_y^n(k-1/2) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Sehingga ungkapan  $\tilde{E}$  untuk waktu selanjutnya adalah ditulis pada Persamaan (11)

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^{n+1/2}(k) = \tilde{E}_x^{n-1/2}(k) \left[ \frac{1 - \frac{\Delta t \cdot \sigma}{2\varepsilon_r \varepsilon_0}}{1 + \frac{\Delta t \cdot \sigma}{2\varepsilon_r \varepsilon_0}} - \frac{1}{2\varepsilon_r \left[ 1 + \frac{\Delta t \cdot \sigma}{2\varepsilon_r \varepsilon_0} \right]} \right. \\ \left. \left( \tilde{H}_y^n(k+1/2) - \tilde{H}_y^n(k-1/2) \right) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

## 2. Formulasi Persamaan Maxwell untuk 2 Dimensi

Untuk kompleksitas komputasi dari simulasi metode FDTD, maka perlu membangun sebuah asumsi bahwasanya simetri translasi akan kontinyu pada bidang -z sehingga dimungkinkan untuk mereduksi kasus 3 dimensi menjadi 2 dimensi pada bidang -xy. Sehingga komponen dari medan elektromagnetik tidak bergantung pada koordinat -z ( $\partial/\partial z \equiv 0$ ). Reduksi tersebut dapat diuraikan menjadi *transverse-electric* (TE) dan *transverse-magnetic* (TM) terhadap bidang -z, yakni (Sevgi, 2008) :

### Kasus $TE_z$ ( $E_z \equiv 0$ )

Komponen dari listrik transversal yang tidak sama dengan nol adalah  $\tilde{E}_x$ ,  $\tilde{E}_y$ , dan  $\tilde{H}_z$ . Dengan demikian, diperoleh 3 komponen persamaan Maxwell, yakni

$$\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x \quad (12.a)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \quad (12.b)$$

$$-\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (12.c)$$

### Kasus $TM_z$ ( $H_z \equiv 0$ )

Komponen dari magnetik transversal yang tidak sama dengan nol adalah  $\tilde{H}_x$ ,  $\tilde{H}_y$ , dan  $\tilde{E}_z$ . Dengan demikian, diperoleh 3 komponen persamaan Maxwell, yakni

$$-\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (13.a)$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (13.b)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \quad (13.c)$$

Dari uraian komponen di atas, maka dapat dilakukan diskritisasi dengan menggunakan pendekatan persamaan iterasi FDTD, yakni

- Untuk kasus  $TE_z$  ( $E_z \equiv 0$ )

$$E_x^n(i, j) = \left[ \frac{2\varepsilon - \sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon + \sigma \cdot \Delta t} \right] E_x^{n-1}(i, j) - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma \cdot \Delta t} \left[ \frac{H_z^n(i, j) - H_z^n(i, j-1)}{\Delta y} \right] \quad (14.a)$$

$$E_y^n(i, j) = \left[ \frac{2\varepsilon - \sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon + \sigma \cdot \Delta t} \right] E_y^{n-1}(i, j) - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma \cdot \Delta t} \left[ \frac{H_z^n(i, j) - H_z^n(i-1, j)}{\Delta x} \right] \quad (14.b)$$

$$H_z^n(i, j) = \frac{\Delta t}{\mu} \left[ \frac{E_y^n(i, j) - E_y^n(i-1, j)}{\Delta x} \right] - \frac{\Delta t}{\mu} \left[ \frac{E_x^n(i, j) - E_x^n(i, j-1)}{\Delta y} \right] \quad (14.c)$$

- Untuk kasus  $TE_z$  ( $E_z \equiv 0$ )

$$H_x^n(i, j) = H_x^{n-1}(i, j) - \frac{\Delta t}{\mu} \left[ \frac{E_z^n(i, j) - E_z^n(i, j-1)}{\Delta y} \right] \quad (15.a)$$

$$H_y^n(i, j) = H_y^{n-1}(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[ \frac{E_z^n(i, j) - E_z^{n-1}(i-1, j)}{\Delta x} \right] \quad (15.b)$$

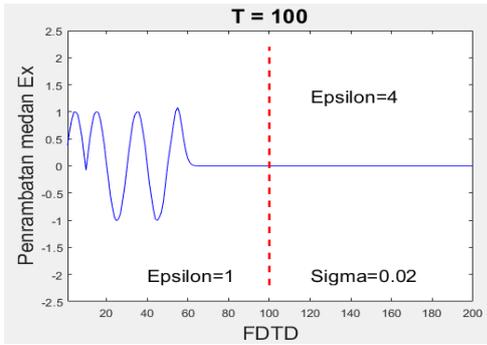
$$E_z^{n+1}(i, j) = \left[ \frac{2\varepsilon - \sigma \cdot \Delta t}{2\varepsilon + \sigma \cdot \Delta t} \right] E_z^n(i, j) + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma \cdot \Delta t} \left[ \frac{H_x^n(i, j) - H_x^n(i-1, j)}{\Delta x} \right] - \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma \cdot \Delta t} \left[ \frac{H_y^n(i, j) - H_y^n(i, j-1)}{\Delta y} \right] \quad (15.c)$$

Selanjutnya dari Persamaan (14.a)–(15.c) akan diimplementasikan ke dalam kode program, dengan membangun kisi dan syarat batas absorpsi media dielektrik dari sistem 2 dimensi tersebut.

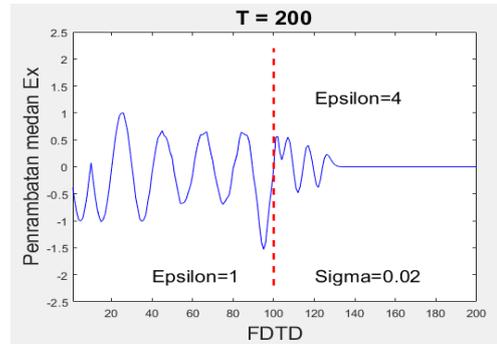
## HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Medan Listrik ( $E_x$ ) dan Medan Magnet ( $H_y$ ) pada sistem 1D

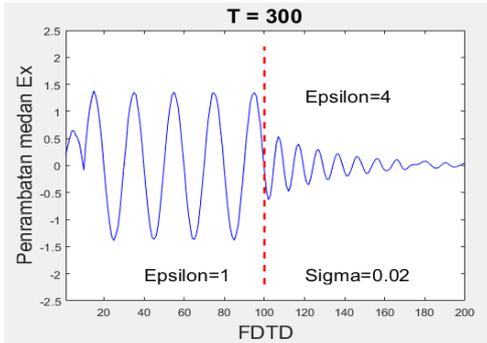
Distribusi medan listrik ( $E_x$ ) dan medan magnet ( $H_y$ ) dalam ruang bebas 1 dimensi pada media dielektrik yang berbeda telah disimulasikan dengan memvariasikan konstanta dielektrik bahan dan memvariasi



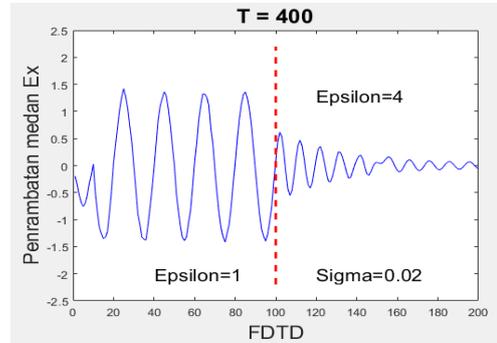
(a)



(b)

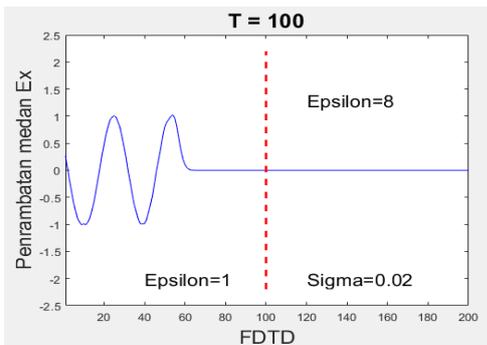


(c)

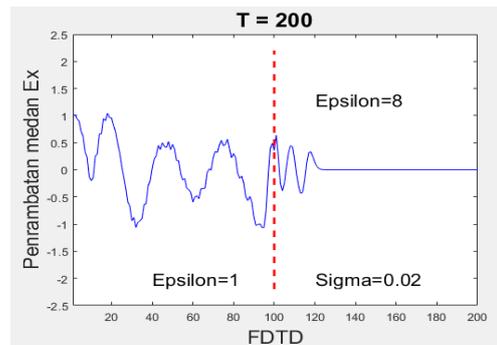


(d)

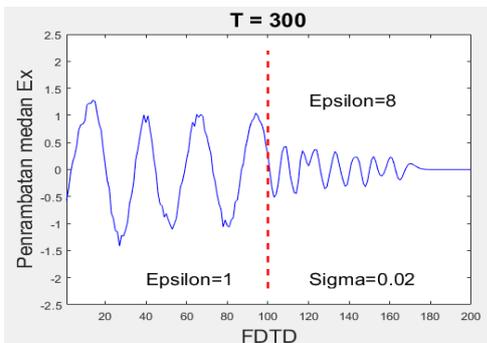
Gambar 1.1 Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 4$ ) dan jumlah kisi 200 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$ .



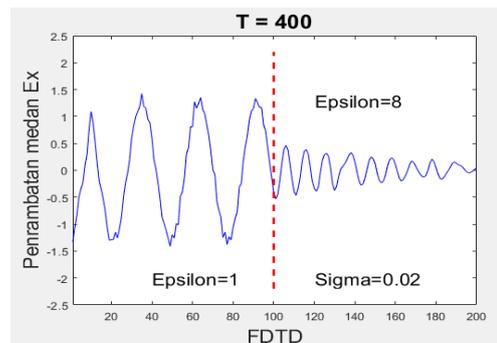
(a)



(b)

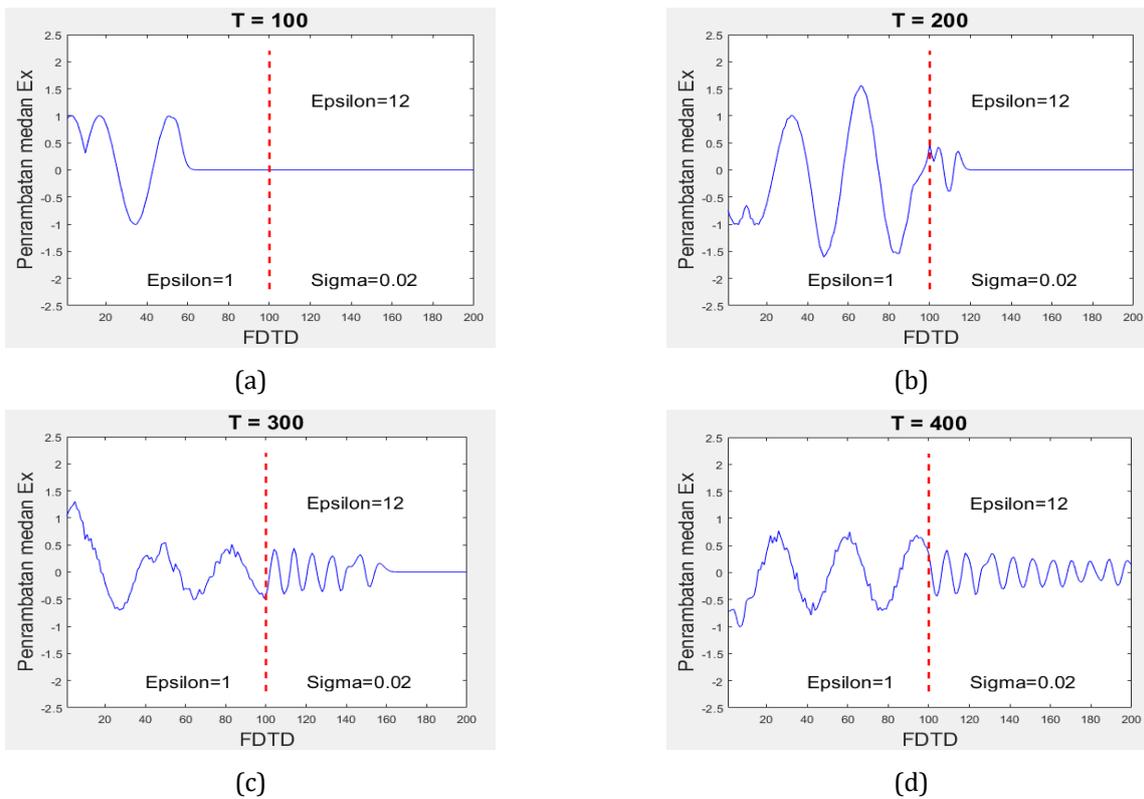


(c)

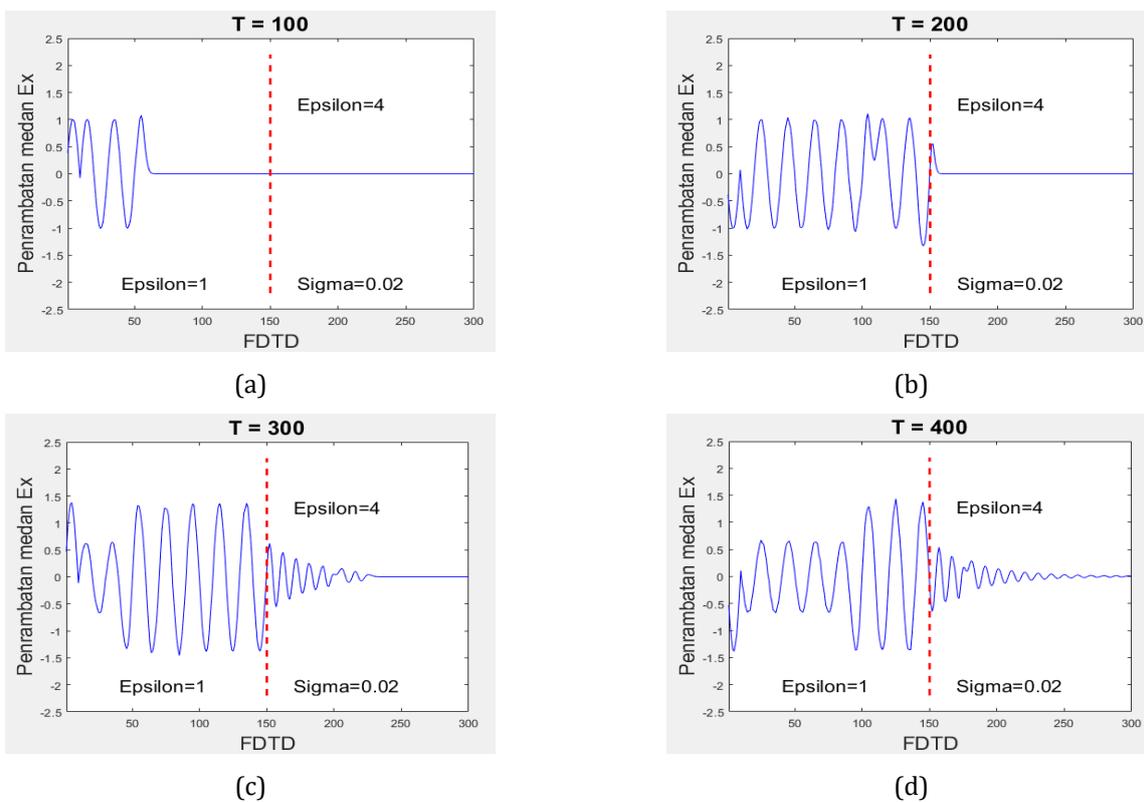


(d)

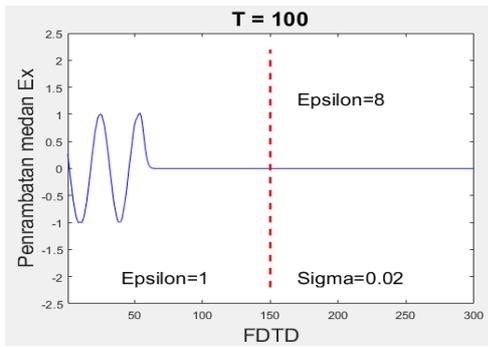
Gambar 1.2. Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 8$ ) dan jumlah kisi 300 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$ .



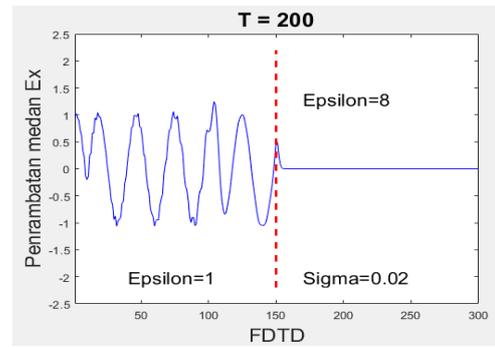
Gambar 1.3. Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 12$ ) dan jumlah kisi 400 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 4$



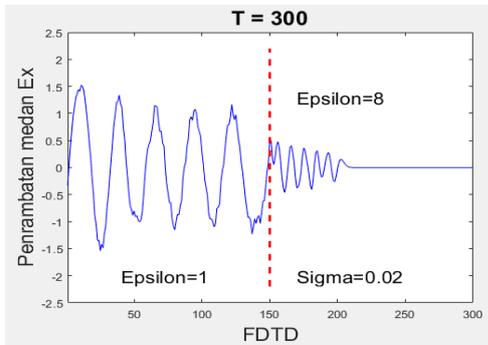
Gambar 2.1 Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 4$ ) dan jumlah kisi 300 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$ .



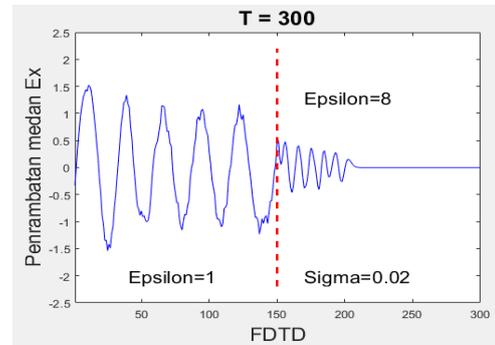
(a)



(b)

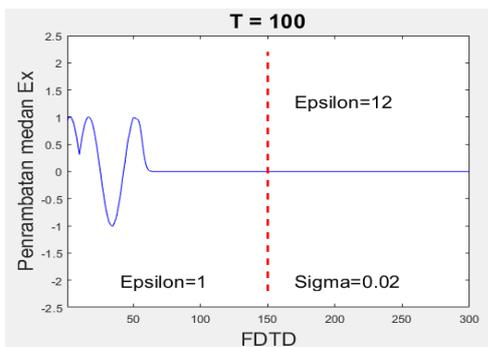


(c)

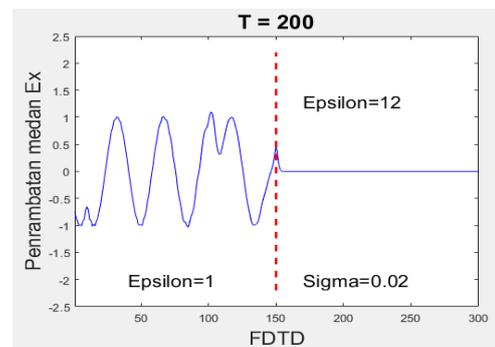


(d)

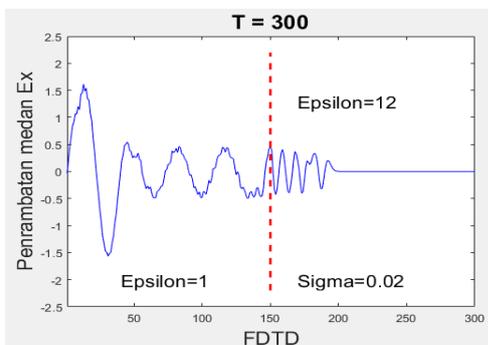
**Gambar 2.2** Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 8$ ) dan jumlah kisi 300 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$ .



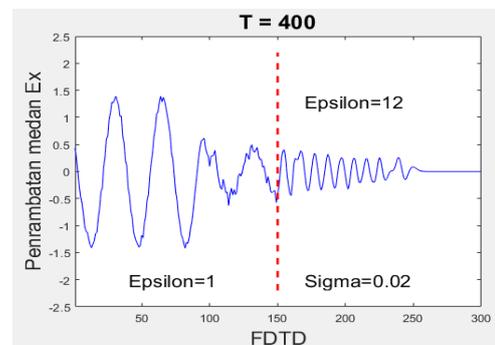
(a)



(b)

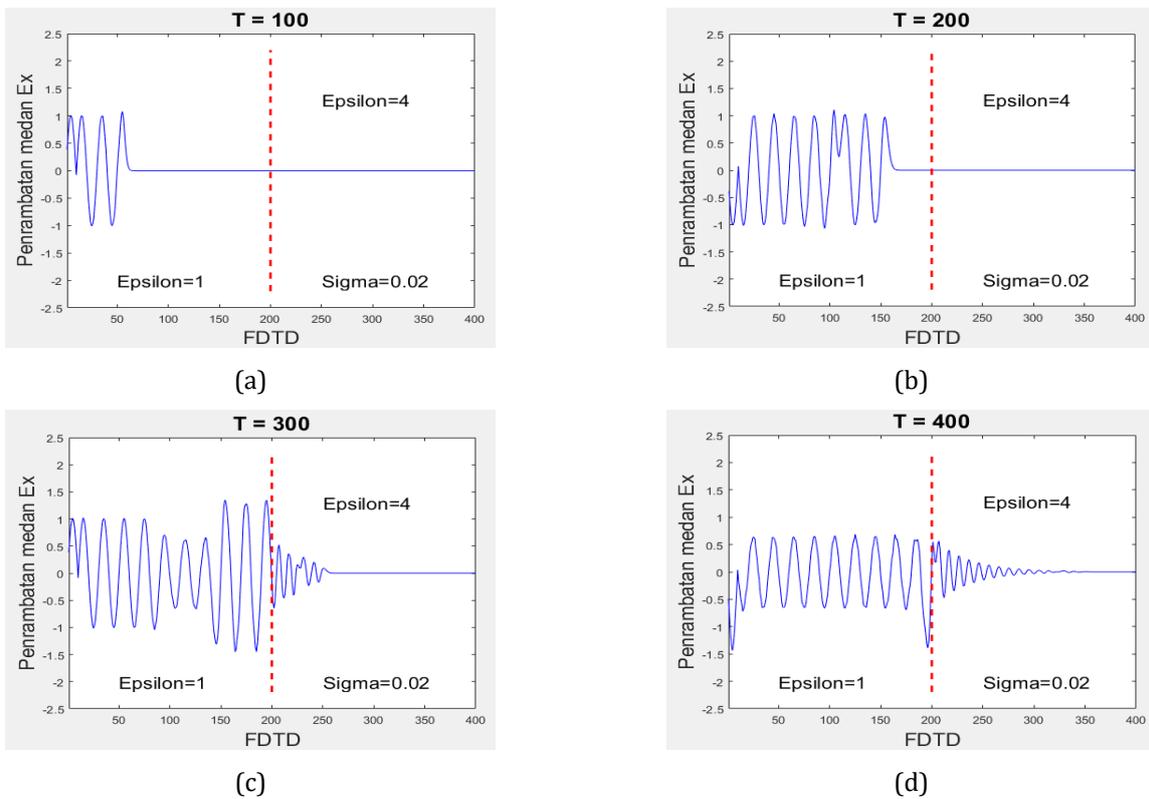


(c)

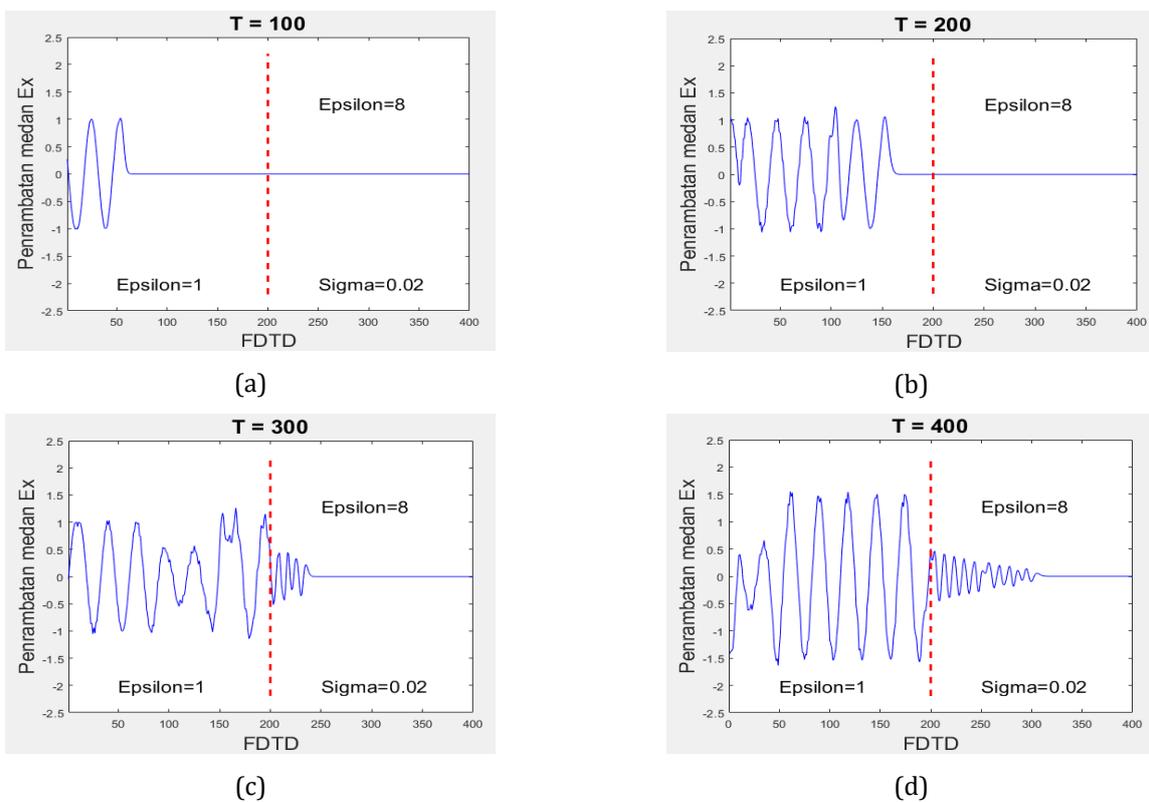


(d)

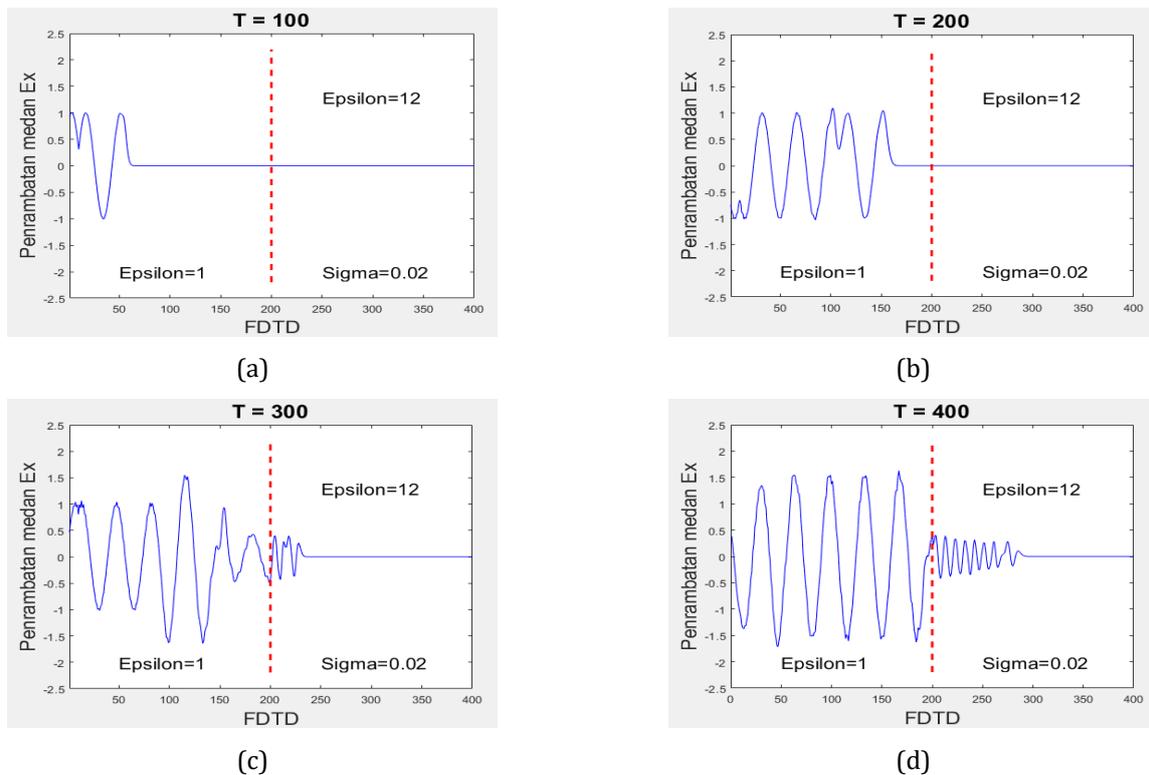
**Gambar 2.3** Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 12$ ) dan jumlah kisi 300 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$ .



Gambar 3.1 Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 4$ ) dan jumlah kisi 400 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$ .



Gambar 3.2 Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 8$ ) dan jumlah kisi 400 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$



**Gambar 3.3** Perambatan medan listrik ( $E_x$ ) pada media dielektrik dengan variasi konstanta dielektrik ( $\epsilon = 12$ ) dan jumlah kisi 400 terhadap variasi waktu  $T = 100$ ;  $T = 200$ ;  $T = 300$ ; dan  $T = 400$ .

waktunya. Pada Gambar (1.1)–(1.3) dan Gambar (2.1)–(2.3), dapat dilihat bahwasanya sumber gelombang elektromagnetik berasal di sisi kiri sistem dan merambat pada 2 medium yang berbeda. Dalam perambatannya, gelombang diabsorpsi oleh medium tersebut sebelum mencapai syarat batas kanan dan sebagian gelombang direfleksikan. Pada Gambar (1.1)–(1.3), Gambar (2.1)–(2.3) dan Gambar (3.1)–(3.3), sistem diberikan input 5 GHz dengan variasi konstanta dielektrik  $\epsilon = 4$ ,  $\epsilon = 8$  dan  $\epsilon = 12$  dan dilakukan perbandingan terhadap variasi jumlah kisi sistem yakni  $n = 200$ ,  $n = 300$ , dan  $n = 400$ . Hasil simulasi diplot pada setiap step waktu  $T = 100$ ,  $T = 200$ ,  $T = 300$ , dan  $T = 400$  dan ditampilkan pada Gambar (1.1)–(1.3).

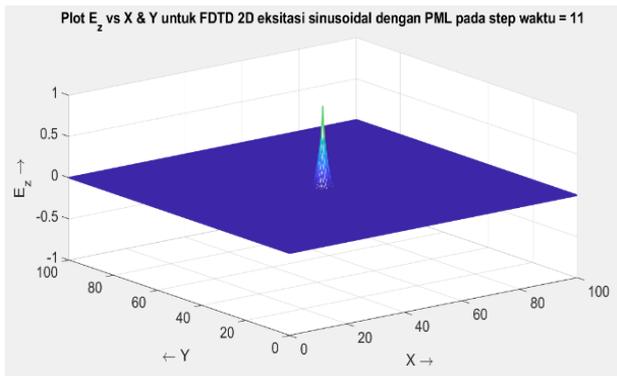
Berdasarkan Gambar (1.1)–(1.3), Gambar (2.1)–(2.3) dan Gambar (3.1)–(3.3), menunjukkan adanya peningkatan konstanta dielektrik yang mempengaruhi intensitas gelombang elektromagnetik yang merambat. Hubungan konstanta dielektrik berbanding lurus terhadap intensitas gelombang elektromagnetik. Sedangkan hubungan jumlah kisi sistem dalam penjalaran

gelombang elektromagnetik berbanding terbalik, yakni semakin sedikit jumlah sistem maka cepat gelombang menjalar dan mencapai kisi batas absorbernya (Sullivan, 2013).

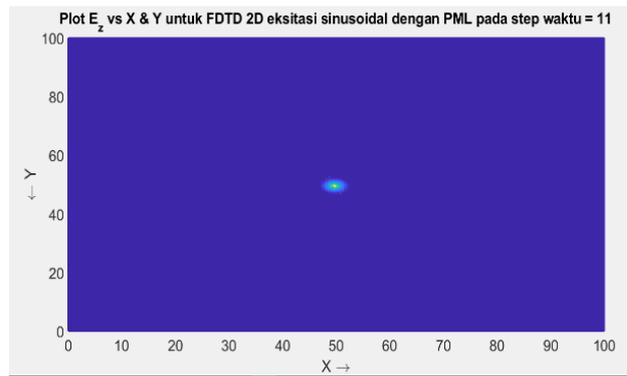
## 2. Medan Listrik ( $E_x$ ) dan Medan Magnet ( $H_y$ ) pada Sistem 2D

Dalam bagian ini, dibahas mengenai medan listrik ( $E$ ) yang terpolarisasi secara TM dengan simetri translasi dan kontinu terhadap bidang  $-z$ . Dari uraian penurunan formula persamaan Maxwell 2 dimensi untuk kasus ( $TM_z$ ), maka dapat digunakan Persamaan (15.c) untuk menggambarkan perambatan medan listriknya. Pada kasus ini, telah disimulasikan medan listrik ( $E_z$ ) dengan asumsi berada dalam ruang bebas 2 dimensi dan bahan absorpsi. Medan listrik tersebut disimulasikan dengan variasi dari nilai permitivitas ( $\epsilon_r$ ) dan jumlah kisi dari sistem 2 dimensi.

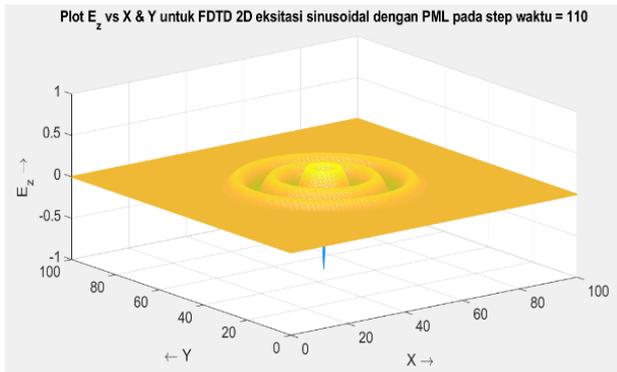
Dalam sistem fisisnya, untuk mencegah adanya pemantulan gelombang dari daerah yang hilang, maka perlu dibatasi dari kisi absorpsinya untuk gelombang yang keluar,



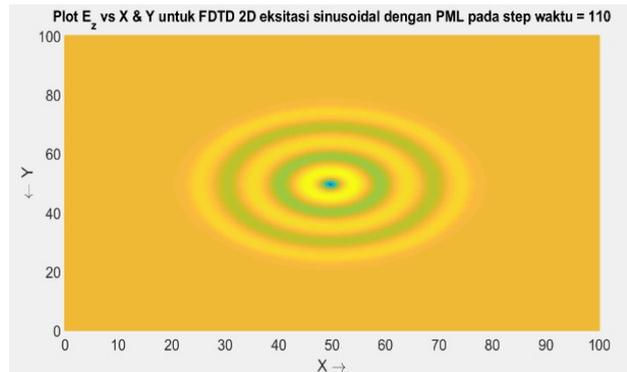
(a)



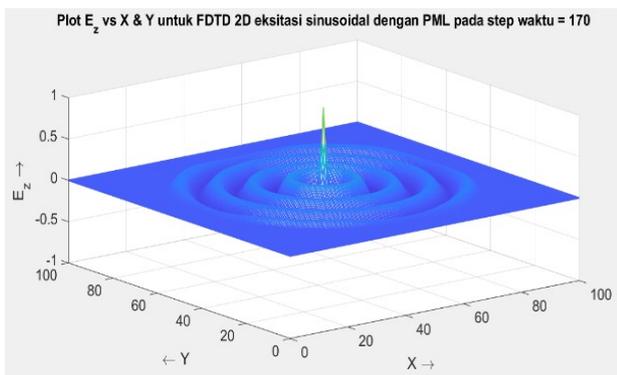
(b)



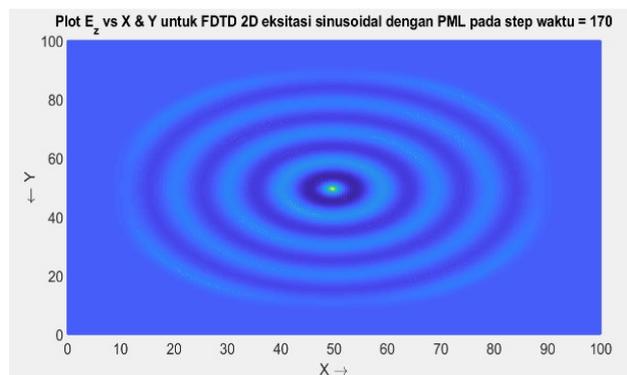
(c)



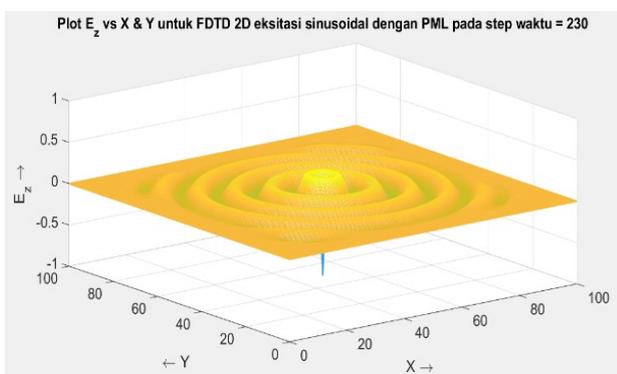
(d)



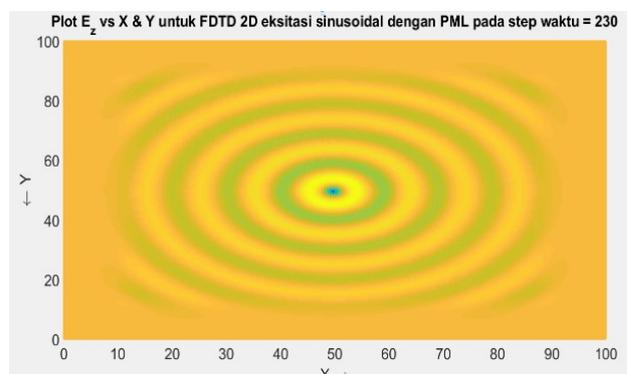
(e)



(f)

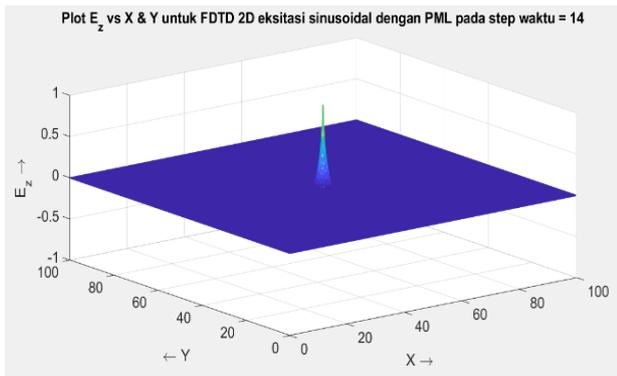


(g)

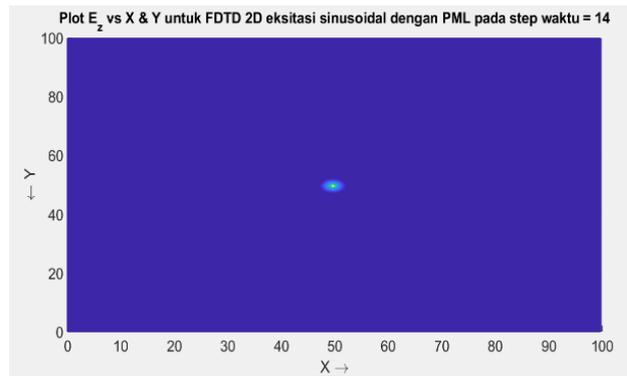


(h)

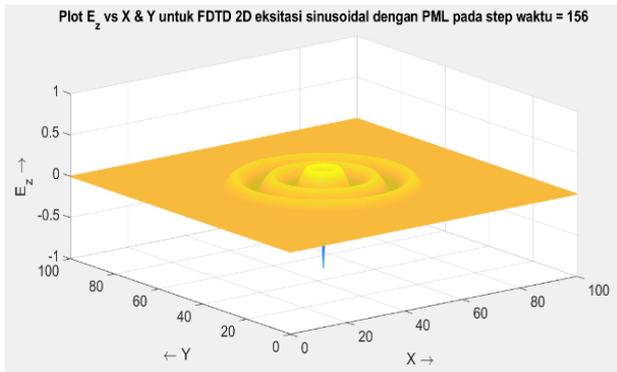
Gambar 4. Perambatan medan listrik ( $E$ ) dalam bidang  $-z$  terhadap axis  $-x$  dan axis  $-y$  pada media absorpsi dengan konstanta dielektrik ( $\epsilon = 4$ ) dan jumlah kisi 100 serta dengan variasi step waktu yang berbeda-beda.



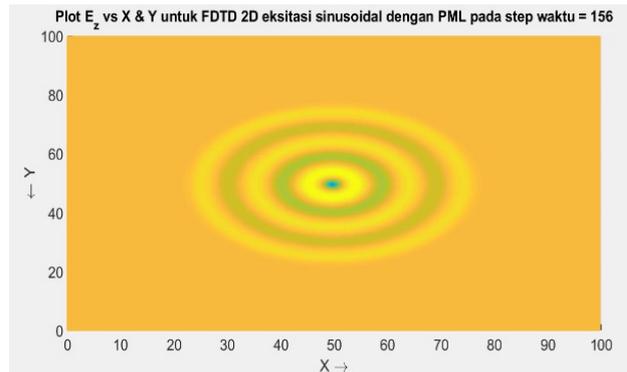
(a)



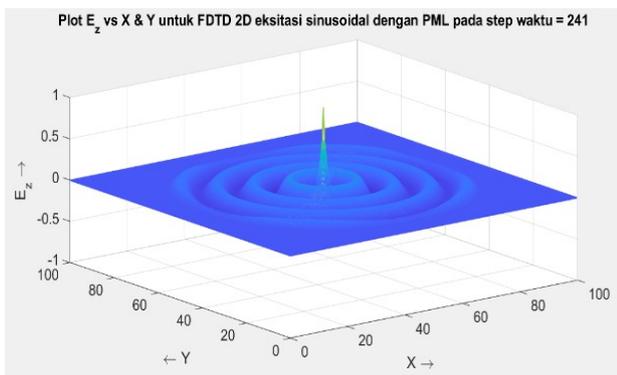
(b)



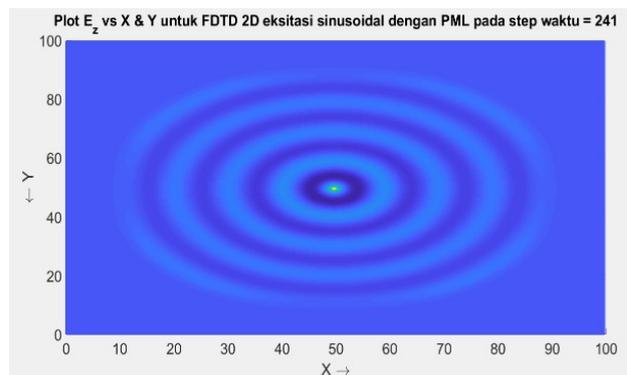
(c)



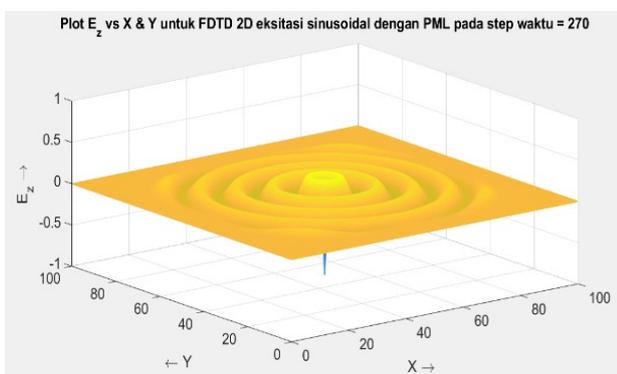
(d)



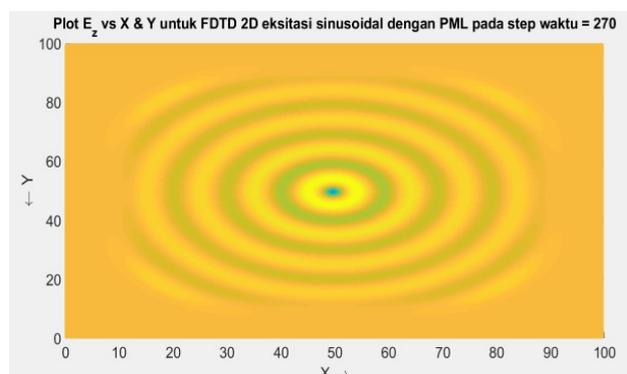
(e)



(f)

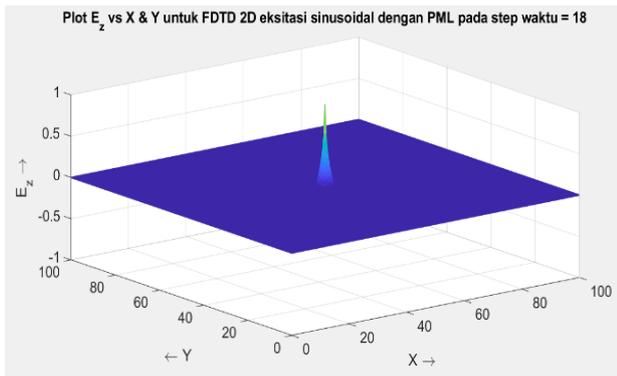


(g)

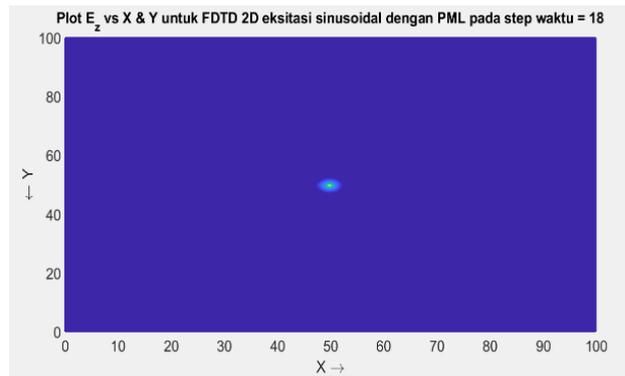


(h)

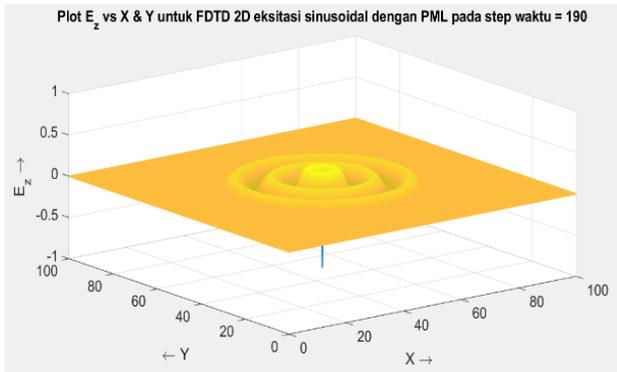
Gambar 5. Perambatan medan listrik ( $E$ ) dalam bidang- $z$  terhadap axis- $x$  dan axis- $y$  pada media absorpsi dengan konstanta dielektrik ( $\epsilon = 8$ ) dan jumlah kisi 100 serta dengan variasi step waktu yang berbeda-beda.



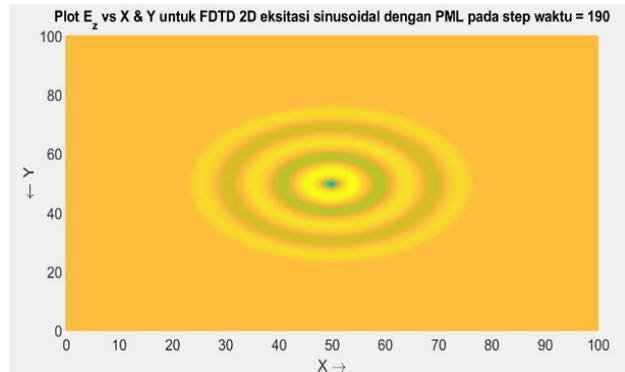
(a)



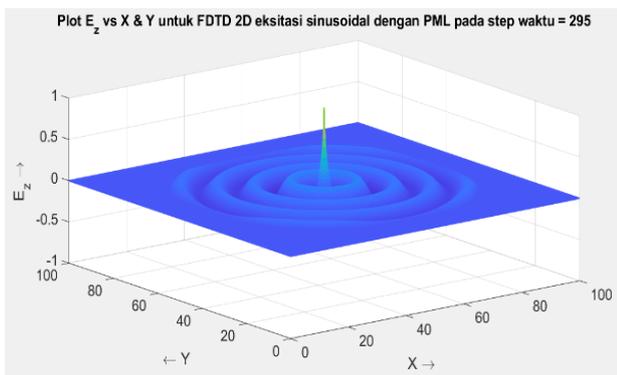
(b)



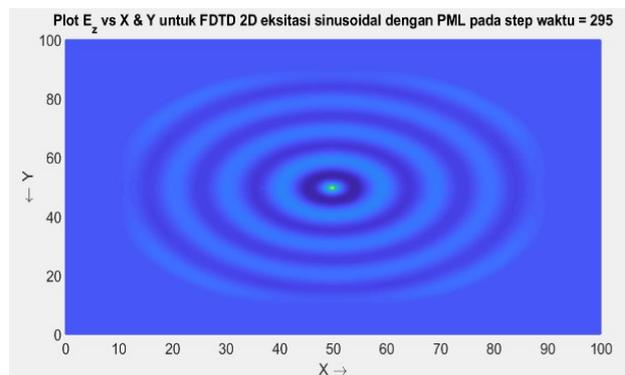
(c)



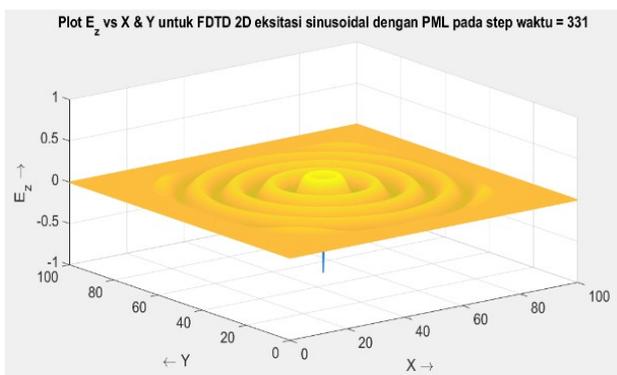
(d)



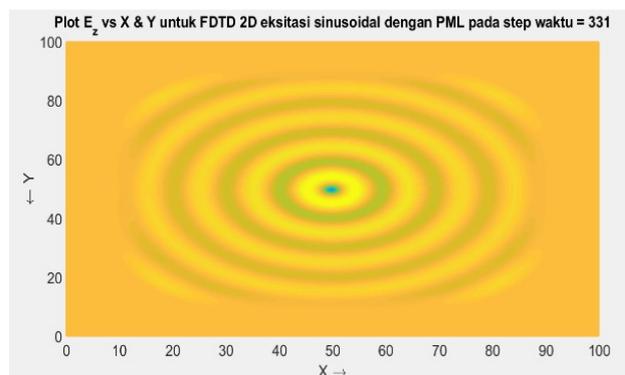
(e)



(f)

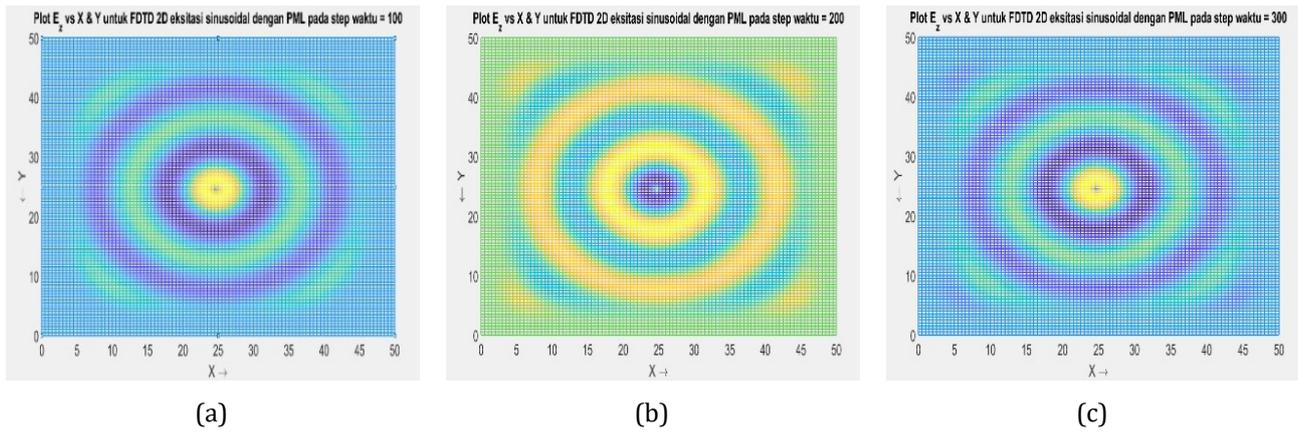


(g)

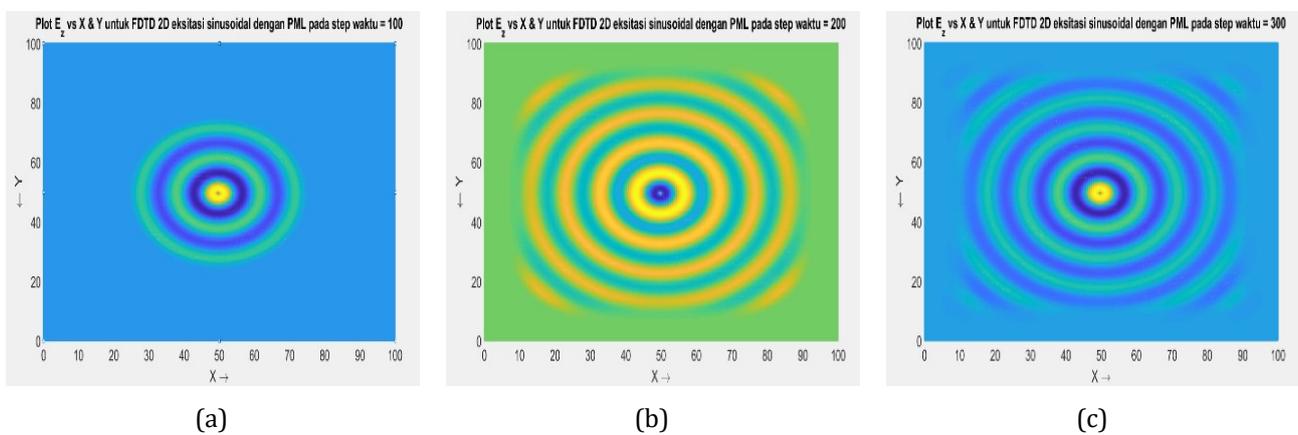


(h)

Gambar 6. Perambatan medan listrik ( $E$ ) dalam bidang  $-z$  terhadap axis  $-x$  dan axis  $-y$  pada media absorpsi dengan konstanta dielektrik ( $\epsilon = 12$ ) dan jumlah kisi 100 serta dengan variasi step waktu yang berbeda-beda.



**Gambar 7.** Perambatan medan listrik ( $E_z$ ) terhadap bidang  $-x$  dan bidang  $-y$  untuk media absorpsi dengan konstanta dielektrik ( $\epsilon = 4$ ) dan variasi kisi 50 serta pada variasi step waktu yang berbeda-beda.



**Gambar 8.** Perambatan medan listrik ( $E_z$ ) terhadap bidang  $-x$  dan bidang  $-y$  untuk media absorpsi dengan konstanta dielektrik ( $\epsilon = 4$ ) dan variasi kisi 100 serta pada variasi step waktu yang berbeda-beda

yakni sistem menggunakan lapisan yang sangat cocok atau *perfectly matched layer* (PML). Sistem dimodelkan dengan sumber Gaussian yang berawal pada titik tengah kisi sepanjang sumbu  $-x$  dan sumbu  $-y$ . Selain itu, sistem disimulasikan dengan memvariasikan ukuran kisi dan jumlah step untuk melihat pengaruhnya terhadap perubahan gelombang yang merambat. Hasil simulasi medan listrik pada media absorpsi di sepanjang sumbu  $-z$  dapat ditampilkan pada Gambar (4)–Gambar (6) dengan jumlah kisi tertentu. Hasil simulasi diplot dengan variasi konstanta dielektrik dari ruang bebas terhadap bahan dielektriknya. Sedangkan pada Gambar (7)–Gambar (8) merupakan hasil plot perambatan medan listrik dengan variasi jumlah kisi terhadap konstanta dielektrik yang tetap dari ruang bebas bahan dielektriknya.

Variasi medium rambat yang mewakili konstanta dielektrik media mempengaruhi perambatan gelombang di titik pusat. Semakin tinggi konstanta dielektrik suatu bahan material, maka membutuhkan waktu yang lebih lama dari awal gelombang terkesitasi sampai gelombang tersebut terabsorpsi di titik pusat dan mencapai syarat batas dari kisi absorpsinya seperti Gambar (4)–Gambar (6).

Selain itu, hal yang perlu diperhatikan bahwa medan listrik pada respons waktu awal kira-kira sama untuk semua konstanta dielektrik yang berbeda dengan jumlah lapisan sama. Namun, gelombang yang merambat akan bervariasi pada akhir step waktu untuk mencapai syarat kisi absorpsi. Hal ini menunjukkan bahwasanya medium akan lebih dispersif ketika konstanta dielektrik dari suatu material meningkat.

## KESIMPULAN

Formulasi FDTD telah menjelaskan dan mendeskripsikan dengan baik penjaran medan listrik dalam media absorpsi. Dalam simulasi 1 dimensi menunjukkan bahwasanya variasi konstanta dielektrik dari suatu material mempengaruhi intensitas gelombang yang merambat. Semakin besar konstanta dielektrik, maka semakin besar juga intensitas gelombang yang merambat dengan daya rambat yang lebih jauh. Selain itu, variasi dari jumlah kisi juga mempengaruhi penjaran gelombang dalam mencapai syarat batas dari kisi absorpsinya material tersebut.

Formulasi FDTD juga telah mendeskripsikan dengan baik penjaran medan listrik dalam media absorpsi untuk kasus 2 dimensi. Sistem menggunakan lapisan PML dengan sumber Gaussian di tengah dari kisi tersebut. Hasil simulasi menunjukkan variasi konstanta dielektrik dan ketebalan lapisan dari sistem 2 dimensi mempengaruhi waktu perambatan medan listrik dalam media absorpsi dalam mencapai syarat batas kisi absorpsinya. Hal tersebut menunjukkan bahwasanya medium akan lebih dispersif ketika konstanta dielektrik dari suatu material meningkat. Selain itu, sumber gelombang juga memiliki peran penting dalam proses absorpsi, transmisi dan refleksi dari suatu gelombang elektromagnetik dalam suatu sistem.

## DAFTAR PUSTAKA

- Akbarzadeh-Sharbat, A., & Giannacopoulos, D. D. (2015). A stable and efficient direct time integration of the vector wave equation in the finite-element time-domain method for dispersive media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 63(1), 314–321.
- Bia, P., Caratelli, D., Mescia, L., Cicchetti, R., Maione, G., & Prudeniano, F. (2015). A novel FDTD formulation based on fractional derivatives for dispersive Havriliak–Negami media. *Signal Processing*, 107, 312–318.
- Bilotti, F., & Sevgi, L. (2012). Metamaterials: Definitions, properties, applications, and fdfd-based modeling and simulation. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, 22, 422–438.
- Cai, J. Wang, Y., & Gong, Y. (2015). Numerical Analysis of AVF Methods for Three-Dimensional Time-Domain Maxwell's Equation. *Journ. of Scientific Computing*, 66(1), 141–176.
- Cho, J., Ha, S.-G., Park, Y. B., Kim, H., & Jung, K.-Y. (2014). On the numerical stability of finite-difference time domain for wave propagation in dispersive media using quadratic complex rational function. *Electromagnetics*, 34(8), 625–632.
- Hemmi, T., Costen, F., Garcia, S., Himeno, R., Yokota, H., & Mustafa, M. (2014). Efficient parallel LOD-FDTD method for debye-dispersive media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 62(3), 1330–1338.
- Huang, Z.-Y., Shi, L.-H., Zhou, Y.-H., & Chen, B. (2015). Associated Hermite FDTD applied in frequency dependent dispersive materials. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 25(2), 73–75.
- Ji, J., Jiang, J., Guan, Z., Liu, F., & Ma, Y. (2018). Research on scattering characteristics of metamaterials based on ADE-FDTD. *Optik*, 164, 402–406.
- Maxwell, J. C. (1986). On Faraday's line of force. *Transactions of Cambridge Philosophical Society*, 10, 27–83.
- Mur, G. (1981). Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 23(4), 377–382.
- Nguyen, D. D., & Zhao, S. (2014). High order FDTD methods for transverse magnetic modes with dispersive interfaces. *Applied Mathematics and Computation*, 226, 699–707.
- Sevgi, L. (2008). Guided Waves and Transverse Fields: Transverse to What?. *IEEE Antennas and Propagations Magazine*, 50(6), 221–225.

- Stallcup, I. (2018). *Finite Element and Finite Difference Methods for Maxwell's Equations in Metamaterials*. Oregon State University.
- Sullivan, D. M. (2013). *Electromagnetic Simulation Using FDTD Method*. IEEE Press.
- Talfove, A., & Brodwin, M. (1975). Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependant Maxwell's Equations. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 23(8), 623–630.
- Toroglu, G., & Sevgi, L. (2014). Finite-Difference Time-Domain (FDTD) MATLAB Codes for First- and Second-Order EM Differential Equations. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 56(2), 221–239.
- Wei, B., Zhang, S.-Q., Dong, Y. -, & Wang, F. (2009). A general FDTD algorithm handling thin dispersive layer. *Progress In Electromagnetics Research B*, 18, 243–257.
- Yee, K. S. (1966). Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equation in Isotropic Media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14(3), 302–307.
- Zhou, Y., Liang, H., & Cai, J. (2018). Efficient Schemes for Maxwell's Equations with PEC Boundary Condition. *International Journals for Light and Electron Optics*, 174, 339–346.