

ANALISIS GETARAN PADA PLAT KOMPOSIT BERLAPIS DENGAN *HIGHER ORDER SHEAR DEFORMATION THEORY* (*Vibration Analysis of Laminated Composite Plates Using Higher Order Shear Deformation Theory*)

Eva Arifi, Hendro Suseno, Bambang Dwi Argo
Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Brawijaya Malang
Jl. MT. Haryono 167, Malang 65145, Indonesia
E-mail : eva_arifi@yahoo.co.id

ABSTRAK

The application of laminated composite plate as a structural plate element has been increasingly fast because of their high strength and stiffness properties, light weight, and low unit cost. The application of laminated composite plate needs high accuracy and efficiency in vibration analysis of such structure. A dynamic response to time depended loads can caused damage of the structure.

There are three theories of plate have been developed. The first is Classical Plate Theory (CPT) which has a weakness by neglected transverse shear deformation effect. The second is First Order Shear Deformation Theory (FOSDT). This theory accounts for transverse shear deformation, but still need a shear correction factor. In order to overcome this problems, a higher order shear deformation theory was developed. This teory accounts for the transverse shear deformation with a parabolic variation of transverse shear strains throughout the thickness, and the zero transverse shear stress on the surfaces of the plates. There is no need to use shear correction factor. HOSDT models gives high accuracy for thin and thick plate, anisotropic and isotropic materials. The purpose of this research is to find the natural frequencies of laminated composite plate for varying thickness, fiber angle, lamina thickness, the number of lamination, and support conditions.

Analysis result shows that for lamination composite plate, the natural frequencies depend on length to thickness ratio (a/h) of the plate, fiber angle, lamina thickness, the number of lamination, and support conditions. The decrease of the natural frequencies compares to the increase of the length to thickness ratio (a/h). It is influenced the stiffness of the properties. The affect of support condition shows for hinged condition gives bigger natural frequency compares to simply supported laminated composite plate for the same angle fiber.

Key words : higher order shear deformation theory, laminated composite plate, vibration

PENDAHULUAN

Penggunaan plat komposit berlapis sebagai suatu elemen plat struktural pada saat ini telah meningkat dengan cepat, seperti pada pesawat terbang, mesin, dan konstruksi bangunan. Alasan penggunaan bahan ini adalah: a) mempunyai kekuatan dan kekakuan yang tinggi, b) beratnya relatif ringan, c) harganya relatif rendah. Umumnya bahan komposit ini terdiri dari serat yang berfungsi sebagai penguat dan matriks yang berperan sebagai perekat. Seiring dengan meningkatnya penggunaan plat komposit berlapis, maka akurasi dan efisiensinya terhadap analisis getaran pada suatu struktur sangat diperlukan. Hal ini disebabkan karena salah satu penyebab terjadinya kerusakan

struktur adalah melalui respon dinamis akibat beban yang merupakan fungsi waktu.

Terdapat tiga teori plat yang berkembang selama ini. Yang pertama adalah teori plat klasik atau *Classical Plate Theory* (CPT). Kelemahan dari teori ini adalah mengabaikan deformasi geser melintang, sehingga teori ini menghasilkan frekuensi alami yang lebih besar dari kenyataannya pada analisis getaran. Teori ini hanya dapat digunakan untuk plat yang tipis dengan bahan homogen isotropis. Pada kenyataannya, plat komposit berlapis mempunyai kekakuan geser (*tranverse shear stiffness*) yang rendah bila dibandingkan

dengan kekakuan bidangnya (*inplane stiffness*). Bahan komposit memiliki sifat kuat dan kaku pada arah seratnya, namun lemah pada arah matrik/melintangnya. Karena itu efek dari deformasi geser melintang (*transverse shear deformation*) harus diperhitungkan.

Teori kedua yang berkembang kemudian adalah *Constant Shear Deformation Theory* atau *First Order Shear Deformation Theory* (FOSDT). Teori ini telah memperhitungkan deformasi geser melintang, tetapi tidak memberikan regangan geser sama dengan nol pada permukaan plat, menghasilkan distribusi regangan geser yang konstan sepanjang tebal plat dan memerlukan suatu faktor koreksi geser. Teori ini hanya akurat untuk plat tebal.

Untuk mengatasi permasalahan diatas, kemudian dikembangkan *Higher Order Shear Deformation Theory* (HOSDT). Teori ini memperhitungkan deformasi geser melintang dengan distribusi parabolik dari regangan geser melintang sepanjang ketebalan plat serta memberikan tegangan geser melintang sama dengan nol pada permukaan plat sehingga teori HOSDT tidak membutuhkan faktor koreksi geser. Model plat ini mempunyai akurasi yang tinggi baik untuk plat tipis maupun plat tebal, dari bahan anisotropis, maupun isotropis. *Higher Order Shear Deformation Theory* ini kemudian menjadi dasar analisis plat komposit berlapis dengan *Higher Order Lamination Theory* (HOLT).

TUJUAN

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui besarnya frekuensi alami yang terjadi pada plat komposit berlapis pada variasi ketebalan, sudut ortotropi, tebal lapisan serta jumlah lapisan, serta kondisi tumpuan.

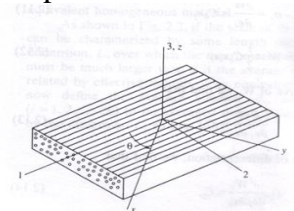
TINJAUAN PUSTAKA

Analisis Bahan Komposit Satu Lapis (Lamina)

Bahan komposit merupakan gabungan dari dua atau lebih material yang berbeda, yaitu logam, polimer, dan keramik yang bekerja sebagai suatu unit struktural makroskopis (Gibson, 1994). Umumnya bahan ini terdiri dari serat yang berfungsi sebagai penguat dan matriks yang berperan sebagai perekat. Bahan ini mempunyai kekuatan dan kekakuan yang tinggi namun memiliki berat yang relatif ringan, serta memiliki ketahanan yang lebih tinggi terhadap beban dan pengaruh lingkungan. Kelebihan ini menyebabkan bahan komposit merupakan material alternatif selain plastik dan logam (Vinson, 1987).

Bahan dasar dari struktur komposit berlapis adalah lamina. Sebuah lamina merupakan lapisan datar (atau lengkung pada cangkang) yang disusun oleh serat-serat unidireksional atau anyaman serat yang didukung oleh matrik sebagai pengikat.

Dalam menjelaskan mekanika bahan komposit satu lapis (lamina) perlu digunakan sistem koordinat orthogonal (1, 2, 3) yang mempunyai satu sumbu yang searah dengan arah serat, serta sistem koordinat Cartesian (x, y, z) seperti pada **Gambar 1**. Arah sumbu 1 merupakan arah serat, sedangkan sumbu 2 dan 3 adalah arah matriksnya. Sebuah bahan dengan sifat yang berbeda dalam 3 sumbu yang saling tegak lurus disebut material ortotropis.



Gambar 1. Lamina ortotropis dengan sistem koordinat 1-2-3 dan x-y-z. (Sumber : Gibson, 1994)

Gambar 2 menunjukkan sebuah elemen kecil dari bahan komposit dengan sembilan komponen tegangan. σ_{ij} (dimana $i,j = 1,2,3$). Bila ditinjau dari susunan seratnya, bahan komposit satu arah (lamina) termasuk bahan isotropis transversal, yaitu memiliki koefisien elastisitas yang sama pada sumbu lokal 2 dan 3.

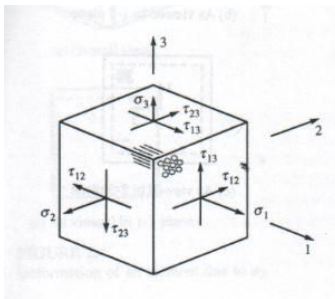
Hubungan tegangan dan regangan berdasarkan sumbu utama untuk material ortotropis yang diberikan oleh Hukum Hooke adalah :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Q_{ij} disebut sebagai kekakuan tereduksi dengan

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{44} = G_{23} \quad Q_{66} = G_{12}$$



Gambar 2. Tegangan yang bekerja pada elemen kecil bahan komposit (Sumber : Hyer, 1998)

Dengan menggunakan matrik Reuter:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

dan matrik transformasi :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 2 \cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & -2 \cos \theta \sin \theta \\ 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\cos \theta \sin \theta & \cos \theta \sin \theta & 0 & 0 & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

maka hubungan tegangan-regangan dapat ditulis sebagai :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

dengan $[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1}$

\bar{Q}_{ij} adalah komponen dari matriks kekakuan tereduksi lamina yang telah ditransformasi.

Analisis Lapisan (*Laminates*)

Sebuah lapisan plat komposit (*laminate*) adalah susunan dari beberapa lamina yang dilekatkan dan bekerja sebagai suatu elemen struktur secara integral. Lamina kuat dalam menahan tegangan searah serat, tetapi lemah dalam menahan tegangan tegak lurus serat, karena yang menahan tegangan hanya perekat/matriknya saja. Untuk mengatasi hal tersebut, lamina disusun berlapis dengan sudut ortotropi yang berbeda-beda pada tiap lapisan.

Teori Plat Berlapis Klasik (*Classical Laminated Theory*)

Teori plat pertama didasarkan pada hipotesis Kirchoff, yang menganggap bahwa garis normal berupa garis lurus dan tegak lurus bidang tengah sebelum dan sesudah deformasi. Teori ini disebut teori plat klasik atau *Classical Plate Theory* (CPT). Teori ini mengabaikan pengaruh geser transversal yang terjadi pada plat. Hipotesis Kirchoff ini juga dikembangkan pada plat berlapis yang dikenal dengan teori pelapisan klasik atau

Classical Lamination Theory (CLT). Teori ini hanya akurat untuk plat yang tipis.

Hubungan regangan-perpindahan untuk material elastis linier diberikan sebagai

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon^o_x \\ \varepsilon^o_y \\ \gamma^o_{yx} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

dimana regangan permukaan tengah dan kurvatur permukaan tengah dapat didefinisikan sebagai :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^o_x \\ \varepsilon^o_y \\ \gamma^o_{yx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} ; \quad \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Dengan menggunakan persamaan (6), maka hubungan tegangan-regangan untuk tiap layer/lapisan ke-k dapat ditulis sebagai

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon^o_x \\ \varepsilon^o_y \\ \gamma^o_{yx} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \right) \quad (7)$$

Resultan gaya-gaya dalam yang bekerja pada lapisan adalah sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz \quad (8)$$

Jika persamaan (8) disusun dalam bentuk matriks, maka :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^o_x \\ \varepsilon^o_y \\ \gamma^o_{yx} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

dengan :

$$A_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} dz = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_k - h_{k-1}) \quad i, j=1,2,6$$

$$B_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad i, j=1,2,6$$

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} z^3 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad i, j=1,2,6 \quad (10)$$

First Order Lamination Theory (FOLT)

Teori yang kedua adalah *First Order Lamination Theory* (FOLT) yang didasarkan pada *First Order Shear Deformation Theory* (FOSDT) yang dikemukakan oleh Reissner-Mindlin. Teori ini memperbaiki kelemahan teori sebelumnya karena juga memperhitungkan deformasi geser melintang, tetapi menghasilkan distribusi regangan yang konstan sepanjang ketebalan plat, sehingga masih memerlukan satu faktor koreksi geser.

Perpindahan u, v, dan w diberikan sebagai :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z \psi_x(x, y)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) + z \psi_y(x, y)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (11)$$

dimana ψ_x dan ψ_y merupakan rotasi. Hubungan regangan-perpindahan adalah sebagai berikut :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial \psi_x}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial \psi_{yx}}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \psi_y$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) \quad (12)$$

Sedangkan hubungan tegangan-regangan untuk plat komposit pada masing-masing lapis adalah :

$$(13) \quad \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k$$

Resultan gaya-gaya dalam untuk plat komposit berlapis diberikan sebagai:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}_k dz$$

(14)

Jika ditulis dalam bentuk matrik, maka resultan gaya-gaya dalam adalah :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^o \\ \kappa \\ \gamma_z^o \end{Bmatrix} \quad (15)$$

dengan :

$$A_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} dz = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_k - h_{k-1}) \quad i, j = 1, 2, 6$$

$$B_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad i, j = 1, 2, 6$$

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} z^3 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad i, j = 1, 2, 6$$

$$\bar{A}_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} dz = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_k - h_{k-1}) \quad i, j = 4, 5$$

(16)

Higher Order Lamination Theory (HOLT)

Model ketiga adalah *Higher Order Shear Deformation Theory* (HOSDT). Teori ini memberikan analisis yang lebih baik karena memperhitungkan deformasi geser melintang dan memberikan variasi parabolik dari regangan geser melintang sepanjang ketebalan plat, serta menganggap tegangan geser melintang pada permukaan plat sama dengan nol. Jadi Garis normal terdeformasi menjadi garis parabolik, tetapi tetap tegak lurus bidang permukaan plat, sehingga tidak memerlukan faktor koreksi geser.

Dalam analisa plat berlapis, model HOSDT ini selanjutnya disebut sebagai HOLT (*Higher Order Lamination Theory*).

Perpindahan model HOSDT dalam arah x, y, z adalah :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z \psi_x(x, y) + z^2 \zeta_x(x, y) + z^3 \phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z \psi_y(x, y) + z^2 \zeta_y(x, y) + z^3 \phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (17)$$

Sudut geser γ bidang xz dan yz :

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (18)$$

Dengan memberi harga regangan pada permukaan plat ($z = \pm h/2$) γ_{xz} dan γ_{yz} sama dengan nol, diperoleh variabel kinematis :

$$\phi_x = -\frac{4}{3h^2} \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right); \quad \phi_y = -\frac{4}{3h^2} \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

(19)

Sehingga diperoleh fungsi perpindahan baru, yaitu :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0 + z \left[\psi_x - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \right) \right] \\ v(x, y, z) &= v_0 + z \left[\psi_y - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \psi_y \right) \right] \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (20)$$

Komponen regangan dengan HOSDT adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_{ox}}{\partial x} + z \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{4z^3}{3h^2} \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_{oy}}{\partial y} + z \frac{\partial \psi_y}{\partial y} - \frac{4z^3}{3h^2} \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_{ox}}{\partial y} + \frac{\partial v_{oy}}{\partial x} \\
&\quad + z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) - \frac{8z^3}{3h^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
\gamma_{xz} &= \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
\gamma_{yz} &= \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
\end{aligned} \tag{21}$$

Hubungan tegangan-regangan untuk plat komposit pada masing-masing lapis adalah :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \tag{22}$$

Resultan gaya-gaya dalam untuk plat komposit berlapis model HOSDT diberikan sebagai :

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \\
\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz \\
\begin{Bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z^3 dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z^3 dz \\
\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^h \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}_k dz \\
\begin{Bmatrix} Q'_x \\ Q'_y \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} z^2 dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^h \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}_k z^2 dz
\end{aligned} \tag{23}$$

Jika regangan-regangan yang terjadi didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x} & \kappa_x &= \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\
\varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y} & \kappa_y &= \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\
\gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} & \kappa_{xy} &= \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \\
\kappa_x^* &= -\frac{4}{3h^2} \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\
\kappa_y^* &= -\frac{4}{3h^2} \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\
\kappa_{xy}^* &= -\frac{4}{3h^2} \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \\
\gamma_{yz}^0 &= \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} & \gamma_{yz}^* &= -\frac{4}{h^2} \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\
\gamma_{xz}^0 &= \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} & \gamma_{xz}^* &= -\frac{4}{h^2} \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{24}$$

maka resultan gaya-gaya dalam bila ditulis dalam bentuk matriks adalah :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ M' \\ Q \\ Q' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & E & 0 & 0 \\ B & D & F & 0 & 0 \\ E & F & H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A & D \\ 0 & 0 & 0 & D & F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa^0 \\ \kappa^* \\ \gamma^0 \\ \gamma^* \end{Bmatrix} \tag{25}$$

dengan

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) & i,j &= 1,2,4,5,6 \\
B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} z dz = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (h^2_k - h^2_{k-1}) & i,j &= 1,2,6 \\
D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} z^2 dz = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (h^3_k - h^3_{k-1}) & i,j &= 1,2,4,5,6 \\
E_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} z^3 dz = \frac{1}{4} \cdot \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (h^4_k - h^4_{k-1}) & i,j &= 1,2,6 \\
F_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} z^4 dz = \frac{1}{5} \cdot \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (h^5_k - h^5_{k-1}) & i,j &= 1,2,4,5,6
\end{aligned}$$

$$H_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} z^6 dz = \frac{1}{7} \cdot \sum_{k=1}^N (Q_{ij})_k (h^7_k - h^7_{k-1})$$

$$i, j = 1, 2, 6$$

A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} adalah matrik/ koefisien kekakuan ekstensional, kekakuan bending-ekstensional dan kekakuan bending. Sedangkan E_{ij} , F_{ij} , H_{ij} adalah koefisien kekakuan higher-order.

Nilai komponen gaya dalam pada persamaan (25) mengikuti persamaan kesetimbangan plat :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial M'_x}{\partial x} + \frac{\partial M'_{xy}}{\partial y} - Q'_x = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial M'_y}{\partial y} + \frac{\partial M'_{xy}}{\partial x} - Q'_y = 0$$

$$(32) \quad (2.51)$$

dengan p ialah fungsi beban.

Analisis Getaran Dengan HOSDT

Terdapat dua hal lain yang menyebabkan suatu struktur mengalami kerusakan, yaitu melalui respon dinamis akibat beban yang merupakan fungsi dari waktu dan adanya instabilitas elastis (tekuk). Setiap struktur, secara matematis mempunyai frekuensi alami dan bentuk ragam yang tidak terbatas. Jika sebuah struktur bergetar pada suatu frekuensi yang sesuai dengan frekuensi alami, maka struktur tersebut akan memberikan respon berupa amplitudo yang terus meningkat seiring dengan bertambahnya waktu, membutuhkan energi yang sangat sedikit, sampai pada suatu waktu struktur itu menjadi kelebihan tegangan dan

runtuh. Untuk menganalisis integritas struktur secara keseluruhan, frekuensi alami harus dihitung agar dapat dibandingkan dengan beban tergantung waktu yang bekerja pada struktur dimana frekuensinya berbeda dengan frekuensi alaminya. Sehingga struktur tersebut tidak akan mengalami lendutan yang berlebihan atau tegangan yang terlalu besar, dan dapat menghindari terjadinya resonansi dimana frekuensi yang disebabkan oleh beban tergantung waktu sama dengan frekuensi alami struktur.

Jika prinsip D'Alembert digunakan, maka fungsi p pada persamaan (28) menjadi

$$p(x, y, t) - \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} dz \quad (33)$$

dimana w dan p menjadi fungsi waktu dan ruang, ρ adalah densitas massa dari material, dan h adalah ketebalan plat. $p(x, y, t)$ merupakan gaya tergantung waktu yang menyebabkan respon dinamis dan dapat berupa getaran harmonis, tumbukan sesaat, dan lain-lain.

Untuk menyelidiki perilaku getaran alami, fungsi gaya $p(x, y, t)$ adalah sama dengan nol. Persamaan kesetimbangan resultan tegangan untuk getaran alami ditulis sebagai :

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dz \quad (34)$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dz \quad (35)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dz \quad (36)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} z dz \quad (37)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} z dz$$

(38)

$$\frac{\partial M'_x}{\partial x} + \frac{\partial M'_{xy}}{\partial y} - Q'_x = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right) dz$$

(39)

$$\frac{\partial M'_y}{\partial y} + \frac{\partial M'_{xy}}{\partial x} - Q'_y = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right) dz$$

(40)
dengan

$$\int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dz = \rho h \frac{\partial^2 u_o}{\partial t^2}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dz = \rho h \frac{\partial^2 v_o}{\partial t^2}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dz = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} z dz = \frac{\rho h^3}{60} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(4\psi_x - \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} z dz = \frac{\rho h^3}{60} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(4\psi_y - \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right) dz = \frac{\rho h^3}{315} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(17\psi_x - 4 \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right) dz = \frac{\rho h^3}{315} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(17\psi_y - 4 \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

(41)

METODE

Rancangan Penelitian

Analisa getaran pada plat komposit berlapis dilakukan dengan memberikan beberapa perlakuan yang bervariasi terhadap ketebalan (a/h), jumlah lapisan, sudut ortotropi serta variasi terhadap kondisi tumpuan. Analisis getaran untuk

menentukan nilai frekuensi alami plat komposit berlapis dilakukan dengan menggunakan Metode Lajur Hingga. Metode ini dipilih karena memberikan pengurangan jumlah derajat kebebasan yang signifikan bila dibandingkan dengan metode elemen hingga sehingga sangat efisien. Pada **Tabel 1** ditunjukkan rancangan penelitian analisis getaran pada plat berlapis

Tabel 1. Rancangan penelitian analisis getaran pada plat berlapis

Ketebalan a/h	jumlah lapisan	Perlakuan		
		Sudut ortotropi	kondisi tumpuan	
2	2	0/90	jepit-jepit sendi-sendi	
		45/45	jepit-jepit sendi-sendi	
	4	0/90/90/0	jepit-jepit sendi-sendi	
		45/45/45/45	jepit-jepit sendi-sendi	
		10	0/90	jepit-jepit sendi-sendi
			45/45	jepit-jepit sendi-sendi
4	0/90/90/0	jepit-jepit sendi-sendi		
	45/45/45/45	jepit-jepit sendi-sendi		
	20	0/90	jepit-jepit sendi-sendi	
		45/45	jepit-jepit sendi-sendi	
4		0/90/90/0	jepit-jepit sendi-sendi	
		45/45/45/45	jepit-jepit sendi-sendi	
100	2	0/90	jepit-jepit sendi-sendi	
		45/45	jepit-jepit sendi-sendi	
	4	0/90/90/0	jepit-jepit sendi-sendi	
		45/45/45/45	jepit-jepit sendi-sendi	

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis dilakukan pada plat komposit persegi dengan variasi ketebalan, jumlah lapisan, sudut ortotropi, dan kondisi tumpuan untuk mengetahui frekuensi alami dari plat komposit berlapis. **Gambar 3** menjelaskan grafik hubungan antara frekuensi alami dan perbandingan ketebalan a/h untuk semua kasus.

Dari **Gambar 3** menunjukkan bahwa untuk semua kasus plat komposit berlapis yang dianalisis, dengan ukuran panjang plat yang sama, semakin kecil ketebalan plat, maka besarnya frekuensi alami juga semakin kecil. Hal ini ditunjukkan dengan perbandingan a/h yang semakin besar menghasilkan frekuensi alami yang semakin kecil. Pengaruh besar kecilnya ketebalan plat terhadap frekuensi alami menunjukkan bahwa frekuensi alami dipengaruhi oleh kekakuan bahan. Semakin besar kekakuan plat, maka frekuensi alami yang diberikan juga semakin besar. Hal ini sesuai dengan Chopra, 1995, struktur yang lebih kaku namun mempunyai massa yang sama akan mempunyai frekuensi alami yang lebih besar dan periode alami yang lebih pendek.

Untuk plat komposit berlapis dengan tumpuan sendi-sendi dan jepit-jepit pada **Gambar 4** dan **Gambar 5**, nampak bahwa plat komposit 2 lapis memiliki frekuensi alami yang lebih kecil dibanding plat komposit yang terdiri dari 4 lapisan, baik pada tumpuan sendi-sendi maupun jepit-jepit, dan pada plat komposit dengan susunan *crossply* maupun *angleply*. Hal ini disebabkan bertambahnya kekakuan plat akibat semakin banyak jumlah lapisan yang digunakan pada ketebalan yang sama.

Untuk mengetahui pengaruh besar kecilnya sudut ortotropi terhadap frekuensi alami, maka dilakukan analisis pada plat komposit berlapis untuk sudut ortotropis 0° , 15° , 30° , 45° , dan 60° dengan kondisi tumpuan sendi-sendi.

Pada **Gambar 6** dapat dilihat bahwa semakin besar sudut ortotropi, maka frekuensinya juga akan semakin meningkat. Baik pada plat komposit 2 lapis dan 4 lapis, nampak terdapat peningkatan nilai frekuensi dengan semakin besarnya sudut ortotropi yang digunakan. Namun nilai frekuensi akan

menurun apabila sudut ortotropi melebihi 45° .

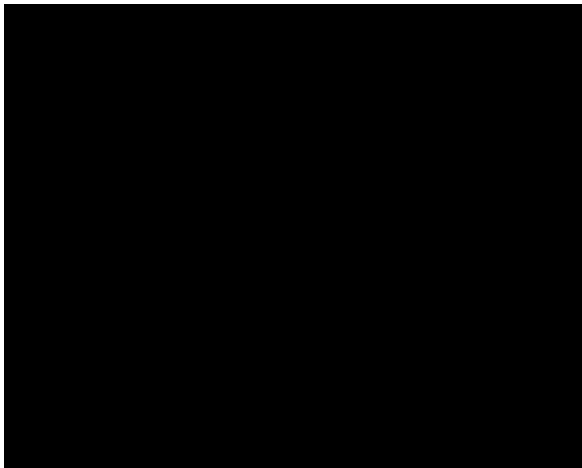
Hasil analisis pada plat komposit yang terdiri dari 2 lapis dan 4 lapis ditunjukkan oleh **Gambar 6** dan **Gambar 7**. Pada kedua gambar tersebut tampak bahwa baik pada plat komposit 2 lapis maupun 4 lapis dengan sudut ortotropi yang sama memberikan nilai frekuensi alami yang lebih besar untuk plat dengan tumpuan jepit-jepit dari plat dengan tumpuan sendi-sendi. Berdasarkan hal tersebut, dapat dijelaskan bahwa struktur dengan tumpuan jepit-jepit memberikan kekakuan struktur secara geometri yang lebih besar dari tumpuan sendi-sendi. Sehingga efek dari kekakuan geometri ini memberikan frekuensi alami yang lebih besar pada struktur dengan tumpuan jepit-jepit untuk jumlah lapis dan sudut ortotropi yang sama.



Gambar 3. Grafik hubungan frekuensi alami dan perbandingan a/h pada plat komposit berlapis untuk semua kasus



Gambar 4. Grafik hubungan frekuensi alami dan perbandingan a/h pada plat komposit berlapis untuk tumpuan sendi-sendi



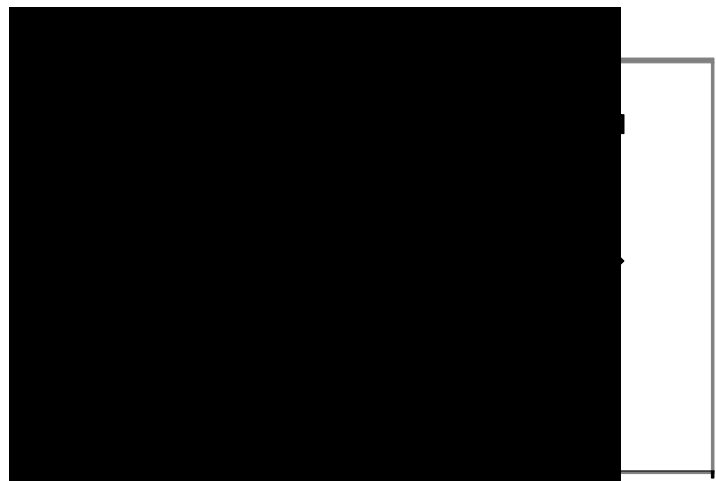
Gambar 5. Grafik hubungan frekuensi alami dan perbandingan a/h pada plat komposit berlapis untuk tumpuan jepit-jepit



Gambar 6. Grafik hubungan frekuensi nondimensional dan sudut ortotropi pada plat komposit berlapis



Gambar 7. Grafik hubungan frekuensi alami dan perbandingan a/h pada plat komposit berlapis untuk 2 lapis



Gambar 8. Grafik hubungan frekuensi alami dan perbandingan a/h pada plat komposit berlapis untuk 4 lapis

Perbandingan hasil HOSDT, FOSDT DAN CPT

Hasil analisis frekuensi alami yang menggunakan *higher order shear deformation theory* (HOSDT) dengan metode lajur hingga dibandingkan dengan hasil frekuensi alami HOSDT yang diperoleh secara analitis (Reddy dan Phan, 1985), FOSDT dan CPT (Akhras, 1985) untuk plat komposit berlapis dengan sudut ortotropi 0/90. Dalam perbandingan ini digunakan frekuensi fundamental nondimensional.

Dari **Tabel 2** dapat dilihat bahwa hasil getaran HOSDT dengan menggunakan metode lajur hingga memberikan nilai yang mendekati HOSDT hasil penyelesaian analitis (Reddy dan Phan, 1985), sedangkan CPT memberikan nilai frekuensi nondimensional yang mendekati nilai HOSDT yang diperoleh secara analitis untuk plat tipis, namun tidak akurat untuk plat tebal. Sebaliknya FOSDT (Akhras, 1995) memberikan nilai frekuensi non dimensional yang lebih akurat untuk plat tebal, tetapi menjauhi nilai frekuensi HOSDT yang diperoleh dengan menggunakan metode elemen hingga.

Tabel 2. Perbandingan frekuensi fundamental HOSDT, FOSDT, CPT

a/h	$\omega^* = \omega a^2 (\rho/E_s h^3)^{0,5}$			
	HOSDT (MLH)	HOSDT (analitis)	FOSDT	CPT
2	5,834	5,799	5,191	8,499
4	9,071	8,994	7,975	10,292
10	12,548	12,449	12,355	12,911
20	13,595	13,468	13,341	13,725
100	14,027	13,856	13,755	13,963

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil perhitungan dan pembahasan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Pada plat komposit berlapis, nilai frekuensi alami sangat tergantung pada perbandingan panjang dan tebal plat

- (a/h), jumlah lapisan, sudut ortotropi, serta kondisi tumpuan yang digunakan.
2. Frekuensi alami yang diperoleh akan semakin kecil sebanding dengan perbandingan a/h yang semakin besar.
3. Kondisi tumpuan jepit-jepit memberikan nilai frekuensi alami yang lebih besar dibandingkan dengan plat komposit berlapis dengan tumpuan sendi-sendi untuk sudut ortotropi yang sama.
4. Besarnya frekuensi alami juga ditentukan oleh sudut ortotropi yang digunakan. Semakin besar sudut ortotropi yang digunakan, maka nilai frekuensi yang diperoleh juga meningkat. Namun kecenderungan ini berlaku sebaliknya (menurun) apabila sudut ortotropi lebih besar dari 45°.
5. Pada plat komposit berlapis bujur sangkar, nilai frekuensi alami yang diperoleh akan lebih kecil apabila arah serat disusun bersilangan (*crossply*).
6. Dari hasil analisis diperoleh bahwa nilai frekuensi nondimensional yang diperoleh dari HOSDT hasil perhitungan menunjukkan nilai yang mendekati hasil HOSDT analitis (Reddy dan Phan, 1985). Sedangkan untuk CPT nilainya hanya akurat untuk plat tipis, dan FOSDT nilainya hanya akurat untuk plat tebal.

Saran

Berdasarkan hasil pembahasan, dapat disarankan hal-hal sebagai berikut:

1. Analisis getaran pada plat komposit berlapis yang menggunakan higher order shear deformation theory, selain terhadap getaran alaminya dapat juga dilakukan analisis respon plat komposit berlapis terhadap beban harmonik maupun beban beban impulsif atau beban dinamik lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Akhras, G., Cheung, M. S. dan Li, W. 1995. *Vibration and Stability Analyses of Thick Anisotropic Composite Plates by Finite*

- Strips Method. *Journal of Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 3, No 1 pp 49-60.
- Becker, E. B., Carey, G. F., dan Oden, J. T. 1985. Elemen-Elemen Hingga (Suatu Pengantar Finite Elemen) Jilid I. Penerbit Erlangga
- Bhirud, L. L. 1975. Matrix Operations on Computer. Oxford & IBH Publishing CO.
- Cheung, Y. K. 1976. Finite Strip Method in Structural Analysis. Pergamon Press.
- Gibson, R. F. 1994. Principles Of Composite Material Mechanics. McGraw-Hill, Inc.
- H. M., Jogiyanto. 1991. Teori dan Aplikasi Program Komputer Bahasa Fortran. Penerbit ANDI OFFSET, Yogyakarta.
- Hinton, E. dan Owen, D. R. J. 1981. An Introduction to Finite Element Computations. Pineridge Press Limited.
- Hyer, M. W. 1998. Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials. McGraw-Hill, Inc.
- Levinson, Mark. 1980. An Accurate, Simple Theory of The Statics and Dynamic of Elastic Plates. *Mechanics Research Communications*, Vol 7(6), pp 343-350, Pergamon Press Ltd.
- Loo, Y. C. and Cussens, A. R. 1978. The Finite Strip Method in Bridge Engineering. View Points Publications.
- Matthews, F. L. dan Rawling.. Composite Materials : Engineering and Science. Chapman and Hall Inc.
- Pao, Y. C. 1986. A First Course in Finite Element Analysis. Allyn and Bacon, Inc.
- Powell, Peter C. 1994. Engineering With fibre-Polymer Laminates. Chapman and Hall Inc.
- Rao, Singiresu S. 1999. The Finite Element Method in Engineering. Butterworth Heinemann.
- Rochman, Taufiq. 2002. Analisis Pelat Persegi Berlapis Model Levinson dari Bahan Komposit dengan Menggunakan Metode Elemen Hingga. Tesis. Tidak diterbitkan. Pascasarjana Universitas Brawijaya, Malang
- Vinson, J. R. dan Sierakowski, R. L. 1987. The Behavior of Structures Composed of Composite Materials. Kluwer Academic Publishers.
- Wang, W. dan Lin, K. 1994. A Higher-Order Shear Deformable Plate Strip Element for Free Vibrations of Laminated Plates. *Journal of Proc. Natl. Sci. Coun. ROC(A)*, Vol. 18, No. 3, pp 289-297.