

Penyelesaian Heterogenous Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows Menggunakan Algoritma Sequential Insertion

Marrica Ahmad¹, Annisa Kesya Garside^{2*}

^{1,2} Jurusan Teknik Industri Universitas Muhammadiyah Malang
Jln. Raya Tlogomas No. 246, Malang 65144

¹marrica14@gmail.com

^{2*} annisa_garside@yahoo.com (penulis korespondensi)

(Makalah: Diterima Desember 2021, direvisi Februari 2022, dipublikasikan Maret 2022)

Intisari— PT Sarwa Jaya Bersama merupakan distributor bihun jagung yang berlokasi di Surabaya. Dalam mendistribusikan produk tersebut, retail memiliki jam buka dan tutup dan kendaraan yang digunakan memiliki kapasitas yang berbeda-beda. Permasalahan rute yang dihadapi perusahaan adalah kendaraan kadang-kadang datang terlambat sehingga pengiriman harus dijadwalkan ulang. Selain itu pemilihan kendaraan yang tepat untuk mengunjungi retail akan mempengaruhi total biaya bahan bakar yang dikeluarkan. Untuk menyelesaikan permasalahan perusahaan, penelitian ini mengusulkan penentuan rute dengan menggunakan algoritma *sequential insertion*. Dengan menggunakan algoritma ini, terbentuk 3 rute dengan jarak tempuh yang lebih minimum dan kedatangan kendaraan berada pada jam buka dan tutup pada masing-masing retail. Penghematan biaya bahan bakar dengan rute usulan sebesar 45,31% atau sejumlah Rp 254.720.

Kata kunci— rute, distribusi, time windows, kendaraan heterogen, sequential insertion.

Abstract— PT Sarwa Jaya Bersama is a distributor of corn vermicelli located in Surabaya. In distributing these products, retailers have opening and closing hours and the vehicles used have different capacities. The route problem faced by the company is that vehicles sometimes arrive late so deliveries must be rescheduled. In addition, the selection of the right vehicle to visit the retail will affect the total fuel costs incurred. To solve the company's problems, this research proposes determining the route by using sequential insertion algorithm. By using this algorithm, 3 routes are formed with a minimum mileage and vehicle arrivals are at the opening and closing hours of each retail. The fuel cost savings with the proposed route is 45.31% or Rp 254,720.

Keywords— routing, distribution, time windows, heterogeneous fleet, sequential insertion.

I. PENDAHULUAN

Vehicle Routing Problem (VRP) didefinisikan sebagai pencarian solusi yang meliputi penentuan sejumlah rute, dimana masing-masing rute dilalui oleh satu kendaraan yang berawal dan berakhir di depot sehingga permintaan semua retail terpenuhi dan meminimalisasi biaya transportasi [1]. Salah satu varian dari VRP yaitu *Heterogeneous Fleet VRP* dimana kendaraan yang mengirim barang memiliki karakteristik yang berbeda seperti kapasitas angkut, kecepatan dan biaya [2]. Varian VRP yang lain adalah *VRP Time Windows* (VRPTW), merupakan salah satu generalisasi VRP klasik dimana pelayanan terhadap retail i dimulai pada jendela waktu tertentu $[a_i, b_i]$ [3]. Kendaraan dapat datang sebelum a_i dan menunggu hingga jam buka, namun kedatangan setelah b_i atau jam tutup tidak diijinkan. Metode heuristik dapat digunakan untuk mencari solusi terbaik VRP. VRPTW dapat diklasifikasikan ke dalam *VRP with hard time windows* yaitu retail hanya dapat dilayani selama *time windows* yang sudah ditentukan dan *VRP with soft time windows* yaitu retail dapat dilayani kapan saja namun akan mendapat pinalti jika diluar *time windows* [4]. Solusi VRP bisa diperoleh melalui dua cara yaitu

menggabungkan rute yang ada dengan kriteria penghematan (*saving criterion*) dan mencoba secara berurutan menyisipkan retail dalam rute kendaraan dengan menggunakan kriteria biaya penyisipan (*cost insertion*) [5]. Metode penyisipan yang dikenal salah satunya adalah algoritma *sequential insertion*, algoritma ini digunakan untuk membangun solusi yang layak dengan cara berulang kali mencoba menyisipkan retail yang belum masuk ke dalam rute manapun kedalam bagian sementara dari rute yang terbentuk saat ini [6]. Algoritma ini akan menghasilkan jumlah tur seminim mungkin dengan memanfaatkan kapasitas kendaraan semaksimal mungkin.

PT Sarwa Jaya Bersama merupakan distributor produk bihun jagung yang berlokasi di Surabaya. Dalam satu hari, rata-rata ada 30 retail yang harus dikunjungi dengan masing-masing memiliki jam buka dan tutup yang berbeda. Dalam penentuan rute pengiriman, perusahaan belum mempertimbangkan jam buka dan tutup tersebut, sehingga kedatangan kendaraan pada retail kadang-kadang terlambat sekitar 30 menit hingga 2 jam. Selanjutnya kendaraan harus kembali ke depot walaupun permintaan retail belum dikirimkan. Sebagai akibatnya retail harus menunggu jadwal pengiriman berikutnya dan perusahaan harus mengeluarkan tambahan biaya bahan bakar. Saat ini,

perusahaan memiliki 3 jenis kendaraan heterogen. Sehingga permasalahan dalam penentuan rute adalah memilih kendaraan yang paling tepat karena kapasitas kendaraan yang berbeda-beda. Penentuan rute kendaraan yang tepat akan dapat meminimasi jarak dan jumlah kendaraan[7]. Berdasarkan karakteristik distribusi perusahaan saat ini maka permasalahan yang dihadapi termasuk kedalam *Heterogenous Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows* (HFVRPTW).

Permasalahan rute kendaraan yang dihadapi perusahaan akan diselesaikan dengan menggunakan algoritma *sequential insertion*. Prinsip dasar dari algoritma ini adalah membentuk sejumlah rute, selanjutnya setiap retail akan disisipkan pada posisi tertentu pada salah satu rute yang memberikan kriteria terbaik [8]. Beberapa penelitian terdahulu telah menggunakan algoritma ini untuk menyelesaikan permasalahan rute diantaranya [9], [10], [11]. [10] telah mengembangkan model VRP dengan karakteristik rute majemuk, *multiple time windows*, *multiple products* dan *heterogeneous fleet*. Algoritma *sequential insertion* yang dikembangkan [10] akan digunakan dalam penelitian ini. Namun peneliti akan melakukan modifikasi algoritma agar bisa digunakan untuk pengiriman dengan satu produk.

II. METODOLOGI PENELITIAN

A. Formulasi Matematis

Indeks :

- $i : 0$ adalah depot
- $i : 1, 2, \dots, N$ adalah retail
- t : indeks tur, $t = 1, 2, 3, \dots, NT$
- r : indeks rute, $r = 1, 2, 3, \dots, NR_{[t]}$
- p : indeks produk, $p = 0, 1, \dots, NP$
- k : indeks posisi, $k = 1, 2, \dots, NL_{[t,r]}$
- z : indeks kendaraan

Parameter:

- N : jumlah retail
- NP : jumlah jenis produk
- $q_{L_{t,z,r,k},p}$: besarnya permintaan produk p pada lokasi dengan posisi k , rute r , tur t , dan kendaraan k (volume)
- W_s : waktu *setup* (satuan waktu)
- LT : kecepatan *loading* (jumlah produk/ satuan waktu)
- DT : kecepatan *discharging* (jumlah produk /satuan waktu)
- v_z : kecepatan kendaraan z (jarak per satuan waktu)
- $\tau_{[L_{t,z,r,k}], [L_{t,z,r,k+1}]}$: waktu perjalanan antara lokasi k ke lokasi $k + 1$, rute r , tur t , dan kendaraan k (satuan volume)
- a_i : waktu mulai dari *time window* untuk lokasi i

- b_i : waktu akhir dari *time window* untuk lokasi i
- H : horison perencanaan (satuan waktu)

Variabel

- NV : jumlah total kendaraan
- NT_z : jumlah tur kendaraan z
- $NR_{[t,z]}$: jumlah rute dalam tur t oleh kendaraan z
- $NL_{[t,z,r]}$: jumlah lokasi pada rute r dalam tur t oleh kendaraan z
- $L_{t,z,r,k}$: lokasi pada posisi k , rute r dalam tur t oleh kendaraan z
- $b_{L_{t,z,r,p}}$: besarnya muatan yang diantarkan didalam rute r dalam tur t oleh kendaraan z untuk produk p
- $y_{L_{t,z,r,k},p}$: proporsi pengiriman muatan produk p pada rute r , dalam tur t oleh kendaraan z , dan lokasi k
- $Jm_{L_{[t,z,r,k]}}$: saat keberangkatan pada posisi k di tur t oleh kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)
- Wp : waktu perjalanan (satuan waktu)
- $Jt_{L_{[t,z,r,k]}}$: saat tiba yang terjadi pada posisi k di tur t kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)
- $Wt_{L_{[t,z,r,k]}}$: waktu tunggu pada posisi k di tur t kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)
- WLT : waktu *loading* (satuan waktu)
- WDT : waktu *discharging* (satuan waktu)
- $Js_{L_{[t,z,r,NL_{[t,z,r]}]}}$: saat selesai pada posisi $NL_{[t,r]}$ di tur t kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)
- $CT_{[t,z]}$: waktu penyelesaian tur t oleh kendaraan z (satuan waktu)
- TCT : total waktu penyelesaian tur (satuan waktu)
- RCT : rentang waktu penyelesaian tur (satuan waktu)
- TCD : total ongkos distribusi

Fungsi tujuan majemuk dalam penelitian ini dilakukan dengan membentuk jumlah tertimbang (weight sum) TCT dan RCT, yaitu :

$$\text{Min } f(\theta) = \omega_{TCT} TCT(\theta) + \omega_{RCT} RCT(\theta) \quad (1)$$

Dimana θ merupakan set solusi, sedangkan bobot – bobot ω_{TCT} dan ω_{RCT} masing – masing menyatakan bobot untuk fungsi tujuan meminimumkan waktu total penyelesaian TCT dan meminimumkan rentang waktu total penyelesaian tur RCT. Fungsi ini diperlukan untuk mencari kombinasi tur dan rute terbaik yang dihasilkan dari algoritma dengan

mempertimbangkan keseimbangan kerja yang diwakili dengan variabel RCT dan TCT. Fungsi tujuan tersebut belum dapat mewakili keseluruhan biaya yang dihasilkan sistem sehingga diketahui adanya fungsi minimasi biaya yang akan membantu pengambilan keputusan untuk mendapatkan berapa biaya yang akan muncul akibat fungsi minimasi tertimbang sebelumnya, sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \min TCD = & \sum_{r=1}^{NR} \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} C_{SKZ} N_{TZ} + C_G N_R \\ & + \sum_{r=1}^{NR} \sum_{z=1}^Z C_{BB} V_z W_p \\ & + 3C_M H \\ & + 2 \sum_{r=1}^{NR} \sum_{i=0}^N q_i C_L N_R + C_R \end{aligned} \quad (2)$$

Permasalahan *Vehicle Routing Problem with Time Window* (VRPTW) ini terdiri dari beberapa retail dan depot tunggal yang disebut dengan *node*. Tiap retail memiliki permintaan untuk setiap produk yang diangkut dari depot. Lokasi depot dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$L_{t,z,r,1} = L_{t,z,r,NL[t,r]} = 0 \quad (3)$$

Untuk lokasi retail didefinisikan sebagai :

$$L_{t,z,r,k} = i \quad (4)$$

Sementara untuk muatan pada setiap rute untuk tiap produk harus lebih kecil atau sama dengan kapasitas kompartemen. Dalam pengiriman produk, muatan setiap kompartemen kendaraan yang melayani satu rute dalam tur tidak melebihi kapasitas kompartemen produk p

$$\begin{aligned} b_{L_{t,z,r,p}} \leq Q[p], \quad \forall t \in NT; \forall z \in Z; \forall r \in NR; p \\ = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

Jumlah muatan yang dibawa oleh kendaraan z dalam tur t , rute r dan produk p harus kurang dari atau sama dengan jumlah permintaan retail.

$$b_{L_{t,z,r,p}} \leq \sum_{k=2}^{NL[t,z,r]-1} q_{L_{t,z,r,k,p}} \quad (6)$$

Waktu penyelesaian suatu rute perjalanan dinyatakan dengan $CT_{[t,z]}$, mencakup waktu perjalanan, waktu *setup*, waktu *discharging* atau *loading*. Dimana waktu penyelesaian rute perjalanan tidak dapat lebih dari horizon perencanaan. Waktu perencanaan tur total (TCT) adalah jumlah dari waktu penyelesaian untuk seluruh tur.

Sementara untuk waktu perjalanan merupakan waktu yang dibutuhkan setiap kendaraan mulai dari keberangkatan dari depot ke retail pertama ataupun dari retail ke retail. Kecepatan tempuh kendaraan dan jarak antar lokasi akan menjadi penentu waktu perjalanan dimana:

$$W_p = \tau_{[L_{t,z,r,k}], [L_{t,z,r,k+1}]} \quad (7)$$

Waktu *loading* merupakan waktu yang dibutuhkan untuk memasukkan muatan ke kendaraan ketika berada di depot. Semakin banyak produk yang dimuat maka waktu *loading* yang dibutuhkan semakin lama.

$$WLT = \frac{b_{L_{t,z,r,p}}}{LT} \quad (8)$$

Waktu untuk membongkar muatan dari kendaraan atau yang biasa disebut dengan *unloading* yang dilakukan di tempat retail.

$$WDT = \frac{b_{L_{t,z,r,p}}}{DT} \quad (9)$$

Keberangkatan kendaraan menuju lokasi retail sama dengan saat selesai dari pelayanan di retail sebelumnya, dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$Jm_{L_{[t,z,r,k]}} = Js_{L_{[t,z,r,NL[t,z,r]]}} \quad (10)$$

Waktu tiba di retail merupakan penjumlahan dari jam keberangkatan dari kendaraan dengan waktu yang dibutuhkan kendaraan untuk mencapai retail.

$$Jt_{L_{[t,z,r,k]}} = Jm_{L_{[t,z,r,k]}} + W_p \quad (11)$$

Terdapat waktu tunggu apabila waktu kedatangan kendaraan pada suatu retail kurang dari waktu buka pelayanan atau kedatangan yang mendahului jam buka operasi, dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$Wt_{L_{[t,z,r,k]}} = \begin{cases} b_i - Jt_{L_{[t,z,r,k]}}, & b_i \geq Jt_{L_{[t,z,r,k]}} \\ 0, & b_i < Jt_{L_{[t,z,r,k]}} \end{cases} \quad (12)$$

Waktu penyelesaian tur merupakan penjumlahan dari waktu *setup*, waktu *loading*, waktu *discharging/unloading*, waktu perjalanan dan waktu tunggu.

$$\begin{aligned} CT_{[t]} &= W_S \sum_{r=1}^{NR[t,z]} \sum_{k=1}^{NL[t,z,r]-1} L_{t,z,r,k} \\ &+ (WDT \\ &+ WLT) \sum_{r=1}^{NR[t,z]} \sum_{i=1}^n b_{L_{t,z,r,p}} \\ &+ \sum_{r=1}^{NR[t,z]} \sum_{k=1}^{NL[t,z,r]-1} \tau_{[L_{t,z,r,k}], [L_{t,z,r,k+1}]} \\ &+ \sum_{k=1}^{NR[t,z,r]-1} Wt_{L_{[t,z,r,k]}} \end{aligned} \quad (13)$$

B. Algoritma

Tahapan dalam penyelesaian HFVRPTW pada masing-masing kendaraan dengan menggunakan Algoritma *Sequential Insertion* adalah sebagai berikut [10]:

a) Langkah 0

Melakukan inisiasi dimana $N = N, NT = 0, TCT = 0, Z = 1$

b) Langkah 1

Tetapkan: $t = 1; r = 1; NT_z = NT_z + 1$

$NR[tz] = 1; NL[t, z, r] = 2$

$L[t, z, r, 1] = [t, z, r, NL[t, z, r]] = 0$

$b[t, z, r, p] = 0, p$

$CT[t, z] = 0$

Lakukan pengecekan *demand*, jika *demand* sudah terpenuhi lanjutkan ke Langkah 9, jika tidak lanjutkan ke Langkah 2.

c) Langkah 2

Untuk $i \in N$, coba masukkan setiap i diantara $(k, k + 1)$ untuk $k = 1, \dots, NL[t, z, r] - 1$.

Tetapkan:

$$Jm_L[t, z, r, k] = 0; W_p = [L[t, z, r, k], [L[t, z, r, k + 1]]$$

$$Jt_L[t, z, r, k] = 0; Wt_L[t, z, r, k] = 0$$

$$W_{SL[t, z, r, k]} = \text{input parameter}$$

$$WLT = \frac{b_{L[t, z, r, p]}}{LT}; WDT = \frac{b_{L[t, z, r, p]}}{DT}$$

$$JS_{L[t, z, r, NL[t, z, r]]} = Jm_{L[t, z, r, k]} + W_p + Jt_{L[t, z, r, k]} + W_{S_L} + WLT + WDT$$

$$CT[t, z] = JS_{L[t, z, r, NL[t, z, r]]}$$

Jika $CT[t, z] < H$, lanjutkan ke langkah 8.

Jika $CT[t, z] > H$, tetapkan atau pilih i^* atau $L_{[t, z, r, NL[t, z, r]]}^*$ yang memberikan waktu penyelesaian tur terpendek. Kemudian dilanjutkan ke Langkah 3.

d) Langkah 3

Jika $q[i^*, p] \leq Qp$, untuk $\forall p$,
Kemudian tetapkan $N = n - \{i^*\}$

$$Qp = Qp - q[i^*, p], \forall p$$

$$b_{L[t, z, r, p]} = b_{L[t, z, r, p]} + q[i^*, p], \forall p$$

$$NL_{[t, z, r]} = NL_{[t, z, r]} + 1$$

$$L[t, z, r, 1] = L[t, z, r, NL[t, z, r, 1]] = 0$$

$L[t, z, r, NL[t, z, r]] = i^*$, maka permintaan $q[i^*, p]$ sudah terpenuhi semua

$$q[i^*, p] = 0$$

Jika $q[i^*, p] \geq Q[p]$ untuk $\forall p$ (split delivery)

maka $q[i^*, p]$ belum terpenuhi semua

$$q[i^*, p] = q[i^*, p] - Q[p]$$

Tetapkan $N = N$ yang baru, kemudian dilanjutkan ke langkah 4.

e) Langkah 4

Jika $N \neq \emptyset$, lanjutkan ke langkah 5. Jika sebaliknya maka lanjutkan ke langkah 9.

f) Langkah 5

Untuk $i \in N$, mencoba memasukkan i diantara $k, k + 1$ untuk $k = 1, \dots, NL_{[t, z, r]} - 1$

$$\text{Tetapkan : } Jm_{L[t, z, r, k]} = JS_{L[t, z, r, k-1]}$$

$$W_p = \tau_{[L[t, z, r, k], [L[t, z, r, k+1]]}$$

$$Wt_{L[t, z, r, k]} = \begin{cases} b_i - Jt_{L[t, z, r, k]}, & b_i \geq Jt_{L[t, z, r, k]} \\ 0, & b_i < Jt_{L[t, z, r, k]} \end{cases}$$

$$W_{S_L} = \text{input parameter}$$

$$WLT = \frac{b_{L[t, z, r, p]}}{LT}$$

$$WDT = \frac{b_{L[t, z, r, p]}}{DT}$$

$$JS_{L[t, z, r, NL[t, z, r]]} = Jm_{L[t, z, r, k]} + W_p + Jt_{L[t, z, r, k]} + Wt_{L[t, z, r, k]} + W_{S_L} + WLT + WDT$$

$$\text{Update } CT[t, z] = JS_{L[t, z, r, NL[t, z, r]]}$$

Jika $CT[t, z] < H$ dan $q[i^*, p] \leq Q[p]$, lanjutkan ke langkah 6.

Jika $CT[t, z] < H$ dan $q[i^*, p] \geq Q[p]$, lanjutkan ke langkah 7.

Jika $CT[t, z] > H$, lanjutkan ke langkah 8.

g) Langkah 6

Pilih i^* dan lakukan insersi pada posisi $k^*, k^* + 1$ yang memberikan waktu penyelesaian tur terpendek $CT[t, z]$.

Jika $q[i^*, p] \leq Q[p]$, untuk $\forall p$, kemudian tetapkan $N = N - \{i^*\}$.

$$NL_{[t, z, r, i]} = NL_{[t, z, r, i]} + 1$$

$$Qp = Qp - Q[i^*, p], \forall p$$

$$b_{L[t, z, r, p]} = b_{L[t, z, r, p]} + q[i^*, p], \forall p$$

$$L[t, z, r, k^*] = i^*$$

Maka permintaan $q[i^*, p]$ sudah terpenuhi semua

$$q[i^*, p] = 0$$

Jika $q[i^*, p] \geq Q[p]$ untuk p (split delivery)

maka $q[i^*, p]$ belum terpenuhi semua

$$q[i^*, p] = q[i^*, p] - Q[p]$$

Kemudian tetapkan $N = N$

Update posisi urutan $L[t, z, r, m]$ untuk $m = k^* + 1, \dots, NL_{[t, z, r]}$

$$\text{Update } CT[t, z] = JS_{L[t, z, r, NL[t, z, r]]}$$

Lanjutkan ke langkah 4.

h) Langkah 7

$$r = r + 1$$

$$NR[t, z] = NR[t, z] + 1$$

$$NL[t, z, r] = 2$$

$$L[t, z, r, 1] = L[t, z, r, NL[t, z, r]] = 0$$

$$b[t, z, r, p] = 0, \forall p$$

Lanjutkan ke langkah 1

i) Langkah 8

$$t = t + 1$$

$$r = 1$$

$$NT_z = NT_z + 1$$

$$NR[t, z] = 1$$

$$NL[t, z, r] = 2$$

$$L[t, z, r, 1] = L[t, z, r, NL[t, z, r]] = 0$$

$$b[t, z, r, p] = 0, \forall p$$

$$CT[t, z] = 0$$

Lanjutkan ke langkah 1

j) Langkah 9

Tetapkan :

$$NV = NT_z$$

$$TCT = \sum_{t=1}^{NT_z} CT_{[t, z]}$$

$$RCT = \text{Max} \{CT_{[t, z]}\} - \text{Min} \{CT_{[t, z]}\}$$

$$Z = z + 1$$

Jika $z \leq Z$ maka lanjutkan ke langkah 1

Jika $z > Z$ maka lanjut ke langkah 10

k) Langkah 10

Tetapkan

$$f(\theta)^*$$

$$TCD$$

Stop.

C. Pengumpulan Data

Data yang dikumpulkan meliputi jenis kendaraan, nama retail beserta alamatnya, rute distribusi awal yang didapat dari nota perusahaan, daftar permintaan retail, data waktu yang meliputi jam buka, jam tutup dan waktu pelayanan, matriks waktu tempuh yang didapat dari jarak depot ke semua retail dan jarak retail ke retail yang dikonversi menjadi satuan menit. Tabel I menunjukkan waktu tempuh dari depot ke beberapa retail dalam satuan menit.

TABEL 1
Matriks Waktu Tempuh ke Retailer dengan Kendaraan
Mitsubishi Colt L300

	D	B16	B26	B1	B17	B9	B10	B15	B7
D	0	14,0	18,5	26,3	11,9	33,8	29,6	22,4	30,8
B16	14,0	0	9,8	11,6	2,3	17,9	18,3	18,0	4,2
B26	18,5	9,8	0,0	13,8	15,6	18,6	21,8	4,4	15,8
B1	26,3	11,6	13,8	0,0	11,1	8,3	11,4	14,6	8,3
B17	11,9	2,3	15,6	11,1	0,0	17,4	17,9	18,2	22,1
B9	33,8	17,9	18,6	8,3	17,4	0,0	4,2	19,4	3,0
B10	29,6	18,3	21,8	11,4	17,9	4,2	0,0	22,5	6,9
B15	22,4	18,0	4,4	14,6	18,2	19,4	22,5	0,0	18,6
B7	30,8	4,2	15,8	8,3	22,1	3,0	6,9	18,6	0,0

Perusahaan memiliki 3 kendaraan yaitu Mitsubishi Colt L300 dengan kapasitas 300 ball, Mitsubishi Colt Diesel dengan kapasitas 500 ball, dan yang terakhir Hino Dutro dengan Kapasitas 600 ball.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Tahapan dalam penyelesaian menggunakan algoritma *sequential insertion* diberikan dengan contoh penentuan tur untuk kendaraan Mitsubishi Colt L300.

Iterasi 1

Langkah 1: Inisialisasi dimana kondisi $N=N$, $NT=0$, $TCT=0$
Menetapkan $t = 1$; $r = 1$; $k = 0$ (D)

Langkah 2: Pemilihan retail awal akan dipilih dengan menggunakan kriteria *longest travel time*. Dari matriks waktu tempuh maka retail pertama yang disisipkan adalah **B9**. Rute sementara : **D – B9 – D**

$$JmL_{(D,1,1)} = 0$$

$$Wp_{(D,B9)} = 33,8 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B9)} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B9)} = 0 + 33,8 = 33,8 \text{ menit}$$

$$Wt_{L(B9,1,1)} = 0 \text{ menit}$$

$$\text{Waktu pelayanan} = 20 \text{ menit}$$

$$JsL_{B9} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B9)} + Wt_L + \text{Waktu pelayanan}$$

$$JsL_{B9} = 0 + 33,8 + 0 + 20 = 53,8 \text{ menit}$$

$$CT_{(1,1)} = JsL_{B9} + Wp_{(B9,D)} = 53,8 + 33,8 = 87,6 \text{ menit}$$

Langkah 3: $q_{B9} = 15 \text{ ball} < Q = 300 \text{ ball}$

Permintaan dari retail **B9** dapat dipenuhi karena jumlahnya lebih kecil daripada kapasitas produk yang dimuat dalam kompartemen. Selanjutnya dilakukan *update* jumlah produk dalam kendaraan.

$$b = 300 - 15 = 285 \text{ ball}$$

Langkah 4: Dinyatakan bahwa **B9** *feasible* untuk disisipkan ke dalam rute dengan waktu penyelesaian kurang dari jam tutup dan permintaan dapat dipenuhi. Sehingga terbentuk rute sementara **D – B9 – D**.

Karena $N \neq \emptyset$, maka langkah pengerjaan dilanjutkan dengan memilih retail selanjutnya yang belum disisipkan.

Langkah 5: Retail yang akan disisipkan selanjutnya adalah yang memiliki waktu tempuh atau lokasi dengan jarak yang memberikan total waktu tempuh minimum. Dilihat dalam matriks waktu dan jarak maka **B7** akan disisipkan pada rute sementara yang telah terbentuk.

Mencari posisi sisipan terbaik: dengan cara mencari total waktu terkecil

$$1. \text{ D – B7 – B9 – D}$$

$$= \text{Jarak Depot ke B7} + \text{waktu pelayanan B7} + \text{Jarak B7 ke B9} + \text{Waktu Pelayanan B9} + \text{Jarak B9 ke Depot} = 30,8 + 35 + 3 + 20 + 33,8 = 122,6 \text{ menit}$$

$$2. \text{ D – B9 – B7 – D}$$

$$= \text{Jarak Depot ke B9} + \text{waktu pelayanan B9} + \text{Jarak B9 ke B7} + \text{Waktu Pelayanan B7} + \text{Jarak B7 ke Depot} = 33,8 + 20 + 3 + 35 + 30,8 = 122,6 \text{ menit}$$

Rute terpilih : **D – B7 – B9 – D**

$$JmL_{(D,1,1)} = 0$$

$$Wp_{(D,B7)} = 30,8 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B7)} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B7)} = 0 + 30,8 = 30,8$$

$$Wt_L = 0 \text{ menit}$$

$$\text{Waktu pelayanan} = 35 \text{ menit}$$

$$JsL_{B7} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B7)} + Wt_L + \text{Waktu pelayanan}$$

$$JsL_{B7} = 0 + 30,8 + 0 + 35 = 65,8 \text{ menit}$$

Langkah 6 : $q_{B7} = 80 \text{ ball} < Q = 300 \text{ ball}$

Permintaan dari retail **B7** dapat dipenuhi karena jumlahnya lebih kecil daripada kapasitas produk yang dimuat dalam kendaraan. Selanjutnya dilakukan *update* jumlah produk dalam kendaraan.

$$b = 300 - 80 = 220 \text{ ball}$$

Dari perhitungan kapasitas tersisa diketahui bahwa **B7** *feasible* sebagai retail berikutnya yang dapat dilayani.

$$JmL_{(B7,1,1)} = 65,8 \text{ menit}$$

$$Wp_{(B7,B9)} = 3 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B9)} = JmL_{(B7,1,1)} + Wp_{(B7,B9)} = 65,8 + 3 = 68,8 \text{ menit}$$

$$Wt_L = 0 \text{ menit}$$

$$\text{Waktu pelayanan} = 20 \text{ menit}$$

$$JsL_{B9} = JmL_{(B9,1,1)} + Wp_{(B7,B9)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$$

$$JsL_{B9} = 65,8 + 3 + 0 + 20 = 88,8 \text{ menit}$$

$$q_{B9} = 15 \text{ ball} < Q_g = 220 \text{ ball}$$

$$b_g = 220 - 15 = 205 \text{ ball}$$

Rute sementara yang terbentuk menghasilkan :

$$CT_{(1,1)} = JsL_{B9} + Wp_{(B9,D)} = 88,8 + 33,8 = 122,6 \text{ menit}$$

Sehingga rute sementara yang terbentuk adalah **D – B7 – B9 – D**. Setelah didapatkan rute tersebut kemudian kembali ke langkah 4 karena masih terdapat retail yang belum dijadwalkan.

Iterasi 2

Langkah 4: Karena $N \neq \emptyset$, maka langkah pengerjaan dilanjutkan dengan memilih retail selanjutnya yang belum disisipkan.

Langkah 5: Retail yang akan disisipkan selanjutnya adalah yang memiliki waktu tempuh atau lokasi dengan jarak yang memberikan total waktu tempuh minimum. Dilihat dalam matriks waktu dan jarak maka **B16** akan disisipkan pada rute sementara yang telah terbentuk. Mencari posisi sisipan terbaik: dengan cara mencari total waktu terkecil

$$1. \quad D - B16 - B7 - B9 - D = 150 \text{ menit}$$

$$2. \quad D - B7 - B16 - B9 - D = 181,7 \text{ menit}$$

$$3. \quad D - B7 - B9 - B16 - D = 160,7 \text{ menit}$$

Rute terpilih : **D – B16 – B7 – B9 – D**

$$JmL_{(D,1,1)} = 0$$

$$Wp_{(D,B16)} = 14 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B16)} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B7)} = 0 + 14 = 14 \text{ menit}$$

$$Wt_{L(B16,1,1)} = 0 \text{ menit Waktu pelayanan} = 40 \text{ menit}$$

$$JsL_{B16} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B16)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$$

$$JsL_{B16} = 0 + 14 + 0 + 40 = 54 \text{ menit}$$

$$\text{Langkah 6} \quad : q_{B16} = 100 \text{ ball} < Q = 300 \text{ ball}$$

Permintaan dari pelanggan **B16** dapat dipenuhi karena jumlahnya lebih kecil daripada kapasitas produk yang dimuat dalam kompartemen. Selanjutnya dilakukan *update* jumlah kapasitas dalam kendaraan.

$$b = 300 - 100 = 200 \text{ ball}$$

$$JmL_{(B16,1,1)} = 54 \text{ menit}$$

$$Wp_{(B16,B7)} = 4,2 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B7)} = JmL_{(B16,1,1)} + Wp_{(B16,B7)} = 54 + 4,2 = 58,2$$

$$Wt_L = 0$$

$$\text{Waktu pelayanan} = 35 \text{ menit}$$

$$JsL_{B7} = JmL_{(B16,1,1)} + Wp_{(B16,B7)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$$

$$JsL_{B7} = 54 + 4,2 + 0 + 35 = 93,2 \text{ menit}$$

$$q_{B7} = 80 \text{ ball} < Q = 200 \text{ ball}$$

$$b = 200 - 80 = 120 \text{ ball}$$

$$JmL_{(B7,1,1)} = 93,2 \text{ menit}$$

$$Wp_{(B7,B9)} = 3 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B9)} = JmL_{(B7,1,1)} + Wp_{(B7,B9)} = 93,2 + 3 = 96,2 \text{ menit}$$

$$Wt_L = 0$$

$$\text{Waktu pelayanan} = 20 \text{ menit}$$

$$JsL_{B9} = JmL_{(B7,1,1)} + Wp_{(B7,B9)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$$

$$JsL_{B9} = 93,2 + 3 + 0 + 20 = 116,2 \text{ menit}$$

$$q_{B9} = 15 \text{ ball} < Q = 120 \text{ ball}$$

$$b = 120 - 15 = 105 \text{ ball}$$

Rute sementara yang terbentuk menghasilkan :

$$CT_{(1,1)} = JsL_{B9} + Wp_{(B9,D)} = 116,2 + 33,8 = 150 \text{ menit}$$

Dari perhitungan kapasitas tersisa diketahui bahwa **B16** *feasible* sebagai pelanggan berikutnya yang dapat dilayani. Sehingga rute sementara yang terbentuk adalah **D – B16 – B7 – B9 – D**. Setelah didapatkan rute tersebut kemudian kembali ke langkah 4 karena masih terdapat pelanggan yang belum dijadwalkan.

Iterasi 3

Langkah 4: Karena $N \neq \emptyset$, maka langkah pengerjaan dilanjutkan dengan memilih retail selanjutnya yang belum disisipkan.

Langkah 5 : Pelanggan yang akan disisipkan selanjutnya adalah yang memiliki waktu tempuh atau lokasi dengan jarak terpendek. Dilihat dalam matriks waktu dan jarak maka **B17** akan disisipkan pada rute sementara yang telah terbentuk.

Mencari posisi sisipan terbaik: dengan cara mencari total waktu terkecil

$$1. \quad D - B17 - B16 - B7 - B9 - D = 160,2 \text{ menit}$$

$$2. \quad D - B16 - B17 - B7 - B9 - D = 180,2 \text{ menit}$$

$$3. \quad D - B16 - B7 - B17 - B9 - D = 196,5 \text{ menit}$$

$$4. \quad D - B16 - B7 - B9 - B17 - D = 155,5 \text{ menit}$$

Rute terpilih : **D – B16 – B7 - B9 – B17 – D**

$$JmL_{(D,1,1)} = 0$$

$$Wp_{(D,B16)} = 14 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B16)} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B16)} = 0 + 14 = 14 \text{ menit}$$

$$Wt_{L(B16,1,1)} = 0 \text{ menit}$$

$$\text{Waktu pelayanan} = 40 \text{ menit}$$

$$JsL_{B16} = JmL_{(D,1,1)} + Wp_{(D,B16)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$$

$$JsL_{B16} = 0 + 14 + 0 + 40 = 54 \text{ menit}$$

$$\text{Langkah 6} : q_{B16} = 100 \text{ ball} < Q = 300 \text{ ball}$$

Permintaan dari pelanggan **B16** dapat dipenuhi karena jumlahnya lebih kecil daripada kapasitas produk yang dimuat dalam kendaraan. Selanjutnya dilakukan *update* jumlah kapasitas dalam kendaraan.

$$b = 300 - 100 = 200 \text{ ball}$$

$$JmL_{(B16,1,1)} = 54$$

$$Wp_{(B16,B7)} = 4,2 \text{ menit}$$

$$JtL_{(B7)} = JmL_{(B16,1,1)} + Wp_{(B16,B7)} = 58,2 \text{ menit}$$

$$Wt_L = 0 \text{ menit}$$

$$\text{Waktu pelayanan} = 35 \text{ menit}$$

$$JsL_{B7} = JmL_{(B16,1,1)} + Wp_{(B16,B7)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$$

$$JsL_{B7} = 54 + 4,2 + 0 + 35 = 93,2 \text{ menit}$$

$$q_{B7} = 80 \text{ ball} < Q = 200 \text{ ball}$$

$$b = 200 - 80 = 120 \text{ ball}$$

$$JmL_{(B7,1,1)} = 93,2 \text{ menit}$$

$Wp_{(B7,B9)} = 3 \text{ menit}$
 $JtL_{(B9)} = JmL_{(B7,1,1)} + Wp_{(B7,B9)} = 93,2 + 3 = 96,2 \text{ menit}$
 $Wt_L = 0$
 Waktu pelayanan = 20 menit
 $JsL_{B9} = JmL_{(B7,1,1)} + Wp_{(B7,B9)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$
 $JsL_{B9} = 93,2 + 3 + 0 + 20 = 116,2 \text{ menit}$
 $q_{B9} = 15 \text{ ball} < Q = 120 \text{ ball}$
 $b = 120 - 15 = 105 \text{ ball}$
 $JmL_{(B9,1,1)} = 116,2 \text{ menit}$
 $Wp_{(B9,B17)} = 17,4 \text{ menit}$
 $JtL_{(B17)} = JmL_{(B9,1,1)} + Wp_{(B9,B17)} = 116,2 + 17,4$
 $\quad = 133,6 \text{ menit}$
 $Wt_L = 0$
 Waktu pelayanan = 10 menit
 $JsL_{B17} = JmL_{(B9,1,1)} + Wp_{(B9,B17)} + Wt_L + Wkt \text{ pelayanan}$
 $JsL_{B17} = 116,2 + 17,4 + 0 + 10 = 143,6 \text{ menit}$
 $q_{B17} = 5 \text{ ball} < Q = 105 \text{ ball}$
 $b = 105 - 5 = 100 \text{ ball}$
 Rute sementara yang terbentuk menghasilkan :
 $CT_{(1,1)} = JsL_{B17} + Wp_{(B17,D)} = 143,6 + 11,9$
 $\quad = 155,5 \text{ menit}$
 Dari perhitungan kapasitas tersisa diketahui bahwa **B17** *feasible* sebagai pelanggan berikutnya yang dapat dilayani.

Sehingga rute sementara yang terbentuk adalah **D - B16 - B7 - B9 - B17 - D**. Setelah didapatkan rute tersebut kemudian kembali ke langkah 4 karena masih terdapat pelanggan yang belum dijadwalkan.

Iterasi dilanjutkan sampai kapasitas kendaraan terpenuhi. Jika ada retail yang belum disisipkan maka dibentuk rute baru pada tur tersebut selama tidak melanggar *time windows*.

Tabel II menunjukkan hasil rute yang terbentuk dengan kendaraan Mitsubishi Colt L300. Terdapat 2 rute yang terbentuk D-B16-B7-B9-B1-B17-D dan D-B26-B15-D. Dari Tabel I, dapat kita lihat waktu kedatangan atau waktu tiba kendaraan pada masing-masing retail sudah berada diantara jam buka dan tutup. Dengan kata lain kendaraan tidak terlambat datang. Berdasarkan langkah-langkah yang sama maka dilakukan pembentukan tur dengan alternatif kendaraan berikutnya. Proses dilakukan sampai seluruh retail terjadwalkan dengan 3 alternatif kendaraan yang dimiliki. Dalam penelitian ini, peneliti juga mencoba pembentukan tur dan rute dengan mengkombinasikan 3 jenis kendaraan yang dimiliki perusahaan. Tabel III menunjukkan total biaya bahan bakar yang diperoleh pada 6 alternatif kombinasi kendaraan yang terbentuk.

TABEL II
TUR DENGAN ALTERNATIF KOMBINASI 1 DENGAN MENGGUNAKAN KENDARAAN MITSUBISHI COLT L300

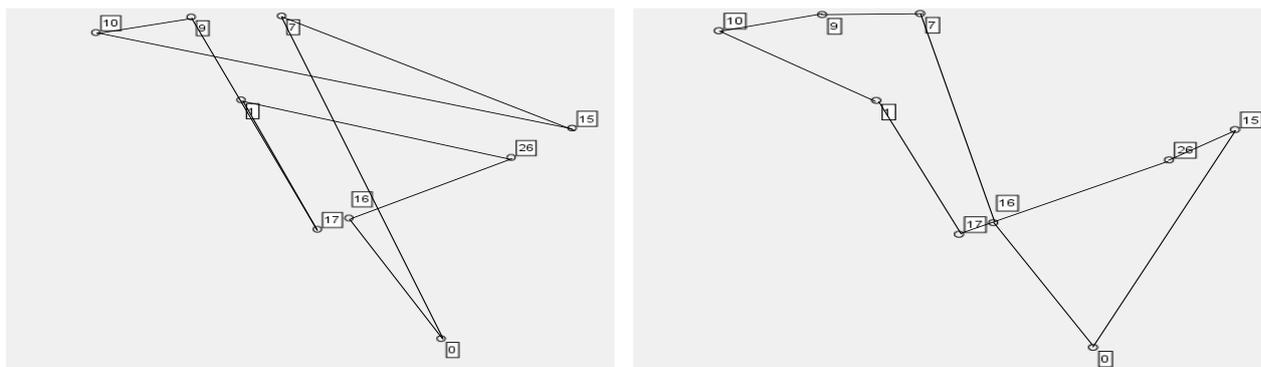
Urutan Retail	Time Windows		Waktu Berangkat	Waktu Tiba	Waktu Pelayanan (menit)	Permintaan	Sisa Muatan	
	Buka	Tutup						
D	B16	8:00	13:00	9:00	9:14	40	100	200
B16	B7	8:00	14:00	9:54	9:59	35	80	120
B7	B9	10:00	21:00	10:34	10:37	20	15	105
B9	B10	7:00	17:00	10:57	11:02	20	20	85
B10	B1	9:00	17:00	11:22	11:34	30	60	25
B1	B17	9:00	17:00	12:04	12:16	10	5	20
B17	D		16:00	12:26	12:38	30	0	20
D	B26	8:00	17:00	13:08	13:27	30	60	240
B26	B15	9:00	16:00	13:57	14:02	40	100	140
B15	D		16:00	14:42	15:05	0	0	140

TABEL III
TOTAL BIAYA BAHAN BAKAR PADA BERBAGAI ALTERNATIF KOMBINASI KENDARAAN

Tur	Rute	Kendaraan	Jarak Tempuh (meter)	Waktu Tempuh (meter)	Kebutuhan Bahan Bakar (liter)	Total Biaya Bahan Bakar (Rp)
1	1	Mitsubishi Colt L300				
	2	Mitsubishi Colt L300	69.900	360,1	8,74	82.133
2	1	Mitsubishi Colt Diesel	102.900	351,4	14,7	138.180
3	1	Hino Dutro	63.300	346,6	12,66	119.004
Total Biaya pada Alternatif Kombinasi 1			236.100	1058,1	36,10	339.317
1	1	Mitsubishi Colt L300				
	2	Mitsubishi Colt L300	69.900	360,1	8,74	82.133
2	1	Hino Dutro	102.400	389,8	20,48	192.512
3	1	Mitsubishi Colt Diesel	63.300	328,5	9,043	85.003
Total Biaya pada Alternatif Kombinasi 2			235.600	1078,1	38,26	359.647
1	1	Mitsubishi Colt Diesel	54.800	318,8	7,83	73.589
2	1	Mitsubishi Colt L300	101.600	337,55	12,7	119.380
3	1	Hino Dutro	63.300	346,6	12,66	119.004
Total Biaya pada Alternatif Kombinasi 3			219.700	1002,95	33,19	311.973
1	1	Mitsubishi Colt Diesel	54.800	318,8	7,83	73.589
2	1	Hino Dutro	102.400	389,8	20,48	192.512
3	1	Mitsubishi Colt L300				
	2	Mitsubishi Colt L300	101.900	344,95	12,7375	119.33
Total Biaya pada Alternatif Kombinasi 4			259.100	1053,55	41,05	385.833
1	1	Hino Dutro	54.800	334,6	10,96	103.024
2	1	Mitsubishi Colt L300	101.600	337,55	12,7	119.380
3	1	Mitsubishi Colt Diesel	633.00	328,5	9,043	85.003
Total Biaya pada Alternatif Kombinasi 5			219.700	1000,65	32,702	307.407
1	1	Hino Dutro	54.800	334,6	10,96	103.024
2	1	Mitsubishi Colt Diesel	102.900	351,4	14,7	138.180
3	1	Mitsubishi Colt L300				
	2	Mitsubishi Colt L300	101.900	344,95	12,7375	119.733
Total Biaya pada Alternatif Kombinasi 6			259.600	1030,95	38,3975	360.937

Dari Tabel III dapat dilihat kombinasi tur 1, 2 dan 3 jika menggunakan Hino Dutro, Mitsubishi Colt L300, dan Mitsubishi Colt Diesel menghasilkan total biaya paling kecil sebesar Rp. 307.407. Rute distribusi usulan menggunakan algoritma *sequential insertion* terbentuk 3 tur dengan masing-masing terdiri 1 rute. Rute pertama dimulai dengan retail pertama yang dikunjungi B15, kemudian B26-B16-B7-B9-

B10-B1-B17 dan kembali lagi ke depot. Pada rute kedua diperoleh urutan retail adalah B21-B28-B25-B29-B30-B27-B22-B20-B23- B24-B31-B19 dan kembali lagi ke depot. Rute ketiga dengan rute B18-B13-B8-B12-B6-B3-B4-B5-B14-B11-B2 dan kembali lagi ke depot. Gambar 1 (a) dan (b) menunjukkan rute awal dan rute usulan dengan menggunakan kendaraan Hino Dutro.



Gambar 1. (a) Rute awal perusahaan (b) rute usulan dengan kendaraan Hino Dutro

TABEL IV
TOTAL BIAYA KONSUMSI BAHAN BAKAR RUTE PERUSAHAAN

Tur	Rute	Kendaraan	Jumlah Jarak Tempuh (meter)	Waktu Tempuh (menit)	Kebutuhan Bahan Bakar (liter)	Total Biaya (Rp)
1	1	Hino Dutro	94.700	414,4	18,94	178.036
2	1	Mitsubishi Colt L300	195.000	477,55	24,38	229.125
3	1	Mitsubishi Colt Diesel	115.400	417,7	16,49	154.966
Total			405.100	1309,65	59,80	562.127

TABEL V
TOTAL BIAYA KONSUMSI BAHAN BAKAR RUTE USULAN

Tur	Rute	Kendaraan	Jumlah Jarak Tempuh (meter)	Waktu Tempuh (menit)	Kebutuhan Bahan Bakar (liter)	Total Biaya (Rp)
1	1	Hino Dutro	54.800	334,6	10,96	103.024
2	1	Mitsubishi Colt L300	101.600	337,55	12,7	119.380
3	1	Mitsubishi Colt Diesel	63.300	328,5	9,04	85.003
Total			219.700	1000,65	32,70	307.407

Dari gambar 1 (a) dapat dilihat B7 dikunjungi setelah B15. Namun karena sopir hanya mengunjungi retail tanpa memperhatikan jam buka dan jam tutupnya, maka kendaraan datang di B7 dengan kondisi retail sudah tutup. Dengan penerapan algoritma *sequential insertion* dimana kendala *time windows* tersebut telah dipertimbangkan. Pada gambar 1 (b) dapat dilihat B7 dikunjungi setelah B16 dikarenakan mengikuti aturan jam buka dan jam tutupnya. Hasilnya seperti ditunjukkan pada Tabel I dimana waktu tiba kendaraan tidak ada yang melanggar jam buka retail.

Tabel IV dan V menunjukkan rekapitulasi biaya konsumsi bahan bakar pada rute awal dan rute usulan. Rute usulan dengan menggunakan algoritma *sequential insertion* menghasilkan biaya dan jarak tempuh yang lebih minimum dibandingkan dengan rute awal. Penghematan biaya bahan bakar dengan rute usulan sebesar 45,31% atau sejumlah Rp 254.720 dalam satu hari. Besarnya penghematan biaya bahan bakar diperoleh karena rute usulan cukup berbeda dengan rute perusahaan. Dengan menggunakan algoritma

usulan, penentuan retail yang dikunjungi pertama kali adalah retail dengan jarak tempuh terjauh. Penentuan retail juga mempertimbangkan beberapa kendala yang diterapkan dalam sistem distribusi yaitu kendala kapasitas dan kendala *time windows*. Pemilihan retail berikutnya akan dilihat dari waktu tempuh tercepat terlebih dahulu kemudian akan dilihat apakah waktu sampai pada pelanggan tersebut masih dalam rentang *time windows* dan diperiksa permintaan apakah dapat dilayani.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, algoritma *sequential insertion* mampu diterapkan pada permasalahan real distribusi dengan mempertimbangkan batasan jam buka dan tutup retail dan ketersediaan kendaraan yang bervariasi kapasitasnya. Dari hasil perbandingan biaya bahan bakar, rute usulan mampu memberikan penghematan sebesar 45,31% atau sejumlah Rp. 254.720 dalam satu hari. Dengan melihat performansi dan kemudahan algoritma ini, maka

penelitian selanjutnya dapat menggunakan algoritma *sequential insertion* untuk menyelesaikan VRP jenis lainnya selain *Heterogenous Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows* (HFVRPTW).

REFERENSI

- [1] Paolo Toth & Daniele Vigo *et al.*, "Vehicle Routing," *Public Transp.*, vol. 4, no. 1–2, pp. 573–586, 2006, [Online]. Available: <http://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:22533/FULLTEXT01>.
- [2] E. Choi and D. W. Tcha, "A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem," *Comput. Oper. Res.*, vol. 34, no. 7, pp. 2080–2095, 2007, doi: 10.1016/j.cor.2005.08.002.
- [3] J. Sripriya, A. Ramalingam, and K. Rajeswari, "A hybrid Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows," *ICIIECS 2015 - 2015 IEEE Int. Conf. Innov. Information, Embed. Commun. Syst.*, no. January, 2015, doi: 10.1109/ICIIECS.2015.7193072.
- [4] K. H. Kang, B. K. Lee, Y. H. Lee, and Y. H. Lee, "A heuristic for the vehicle routing problem with due times," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 54, no. 3, pp. 421–431, 2008, doi: 10.1016/j.cie.2007.08.004.
- [5] G. Laporte, M. Gendreau, J. Y. Potvin, and F. Semet, "Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem," *Int. Trans. Oper. Res.*, vol. 7, no. 4–5, pp. 285–300, 2000, doi: 10.1111/j.1475-3995.2000.tb00200.x.
- [6] Y. Priyandari, "Algoritma Sequential Insertion untuk Memecahkan Vehicle Routing Problem dengan Multiple Trips, Time Window dan Simultaneous Pickup Delivery," *Performa*, vol. 7, no. 1, pp. 88–96, 2008.
- [7] A. F. Abdurrahman, A. Y. Ridwan, and B. Santosa, "Penyelesaian Vehicle Routing Problem (VRP) dalam Penugasan Kendaraan dan Penentuan Rute untuk Meminimasi Biaya Transportasi pada PT. XYZ dengan Menggunakan Algoritma Genetika," *J. Tek. Ind.*, vol. 9, no. 1, pp. 16–24, 2019.
- [8] A. Poot, G. Kant, and A. P. M. Wagelmans, "A savings based method for real-life vehicle routing problems," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 53, no. 1, pp. 57–68, 2002, doi: 10.1057/palgrave/jors/2601252.
- [9] C. Abadi, S. Susanty, and H. Adiando, "Penentuan Rute Kendaraan Distribusi Produk Roti Menggunakan Metode Nearest Neighbor dan Metode Sequential Insertion," *J. Online Inst. Teknol. Nas. Januari*, vol. 01, no. 03, pp. 2338–5081, 2014.
- [10] D. B. Paillin and E. Wattimena, "Penerapan algoritma sequential insertion dalam pendistribusian BBM di Kawasan Timur Indonesia (Studi kasus pada PT. Pertamina Upms VIII Terminal Transit Wayame-Ambon)," *Arika*, vol. 9, no. 1, pp. 53–62, 2015.
- [11] A. Arvianto, A. H. Setiawan, and S. Saptadi, "Model Vehicle Routing Problem dengan Karakteristik Rute Majemuk, Multiple Time Windows, Multiple Products dan Heterogeneous Fleet untuk Depot Tunggal," *J. Tek. Ind.*, vol. 16, no. 2, pp. 85–96, 2014, doi: 10.9744/jti.16.2.83-94.