

Estimasi Model Geoid Tanpa Koreksi Aditif Menggunakan Metode Modifikasi Kuadrat Terkecil Untuk Pulau Sumatera

Quinoza Guvil^{1*} dan Febio Zola Guvil²

¹Program Studi Teknik Geodesi, Institut Teknologi Padang

²Program Studi Teknik Sipil, Universitas Andalas

Email: quinozaguvil@gmail.com

Dikirim: 22 Mei 2021

Direvisi: 13 Juni 2021

Diterima: 10 Juli 2021

ABSTRAK

Geoid merupakan referensi tinggi di Indonesia sesuai amanat Peraturan Kepala BIG (Perka BIG) nomor 15 Tahun 2013 tentang Sistem Referensi Geospasial Indonesia (SRGI). Pemodelan geoid memberikan informasi penting dalam penentuan tinggi ortometrik dengan menggunakan teknologi *Global Navigation Satellite System* (GNSS). Penentuan model geoid yang tepat adalah salah satu tujuan utama penelitian ini. Ada beberapa pendekatan dalam penentuan model geoid. Dalam penelitian ini, pendekatan kuadrat terkecil dievaluasi dalam penentuan estimasi model geoid gravimetri untuk Pulau Sumatera. Himpunan parameter: $M = L = 180$, $\Psi_0 = 3.0$ dan $\sigma_{\Delta g} = 5.0$ mGal ditentukan untuk memberikan nilai optimal untuk penentuan model geoid Pulau Sumatera yang sesuai dengan menggunakan pendekatan kuadrat terkecil. Nilai yang diperoleh dari model geoid gravimetri yang diestimasi dengan membandingkan nilai yang diketahui pada *benchmark* (BM) yang sudah ditentukan. Estimasi perhitungan model geoid gravimetri dengan metode *Root Mean Square Error* tanpa koreksi aditif adalah $\pm 32,1$ cm. Secara umum, pendekatan tersebut memiliki akurasi dan potensi tinggi dalam menentukan model geoid yang tepat untuk Pulau Sumatera.

Kata Kunci: geoid, model geopotensial global, pulau sumatera

1. PENDAHULUAN

Pulau Sumatra merupakan salah satu pulau di Indonesia yang saat ini sedang marak dalam membangun infrastruktur. Pembangunan infrastruktur membutuhkan datum vertikal yang akurat. Datum vertikal yang digunakan di Indonesia adalah geoid (BIG, 2013). Penentuan ketinggian geoid akurat merupakan salah satu tujuan utama para ahli geodesi geologi, khususnya ahli geodesi. Ketinggian geoid yang akurat adalah hal yang sangat penting untuk memperoleh nilai ketinggian ortometrik di permukaan bumi, yaitu dari pengamatan *Global Positioning System* (GPS). Saat ini model geoid teliti di Indonesia hanya berada pada Pulau Sulawesi, Kalimantan, dan Papua karena pada pulau tersebut telah dilakukan pengukuran gaya berat menggunakan *airborne gravity*. Untuk wilayah Sumatra belum dilakukan pengukuran gaya berat yang rapat sehingga model geoid yang tersedia hanyalah model geopotensial global (MGG).

Saat ini, di Indonesia, penentuan model geoid resolusi tinggi dan akurat merupakan prioritas utama di antara komunitas penelitian geodetik. Akurasi yang diinginkan adalah 1cm untuk topografi datar dan sedang; sedangkan tingkat 1 desimeter (10 cm) digunakan untuk daerah pegunungan. Pada penelitian ini digunakan skema komputasi pendekatan kuadrat terkecil yang dikenal sebagai *Least Square Modification of Stokes's* formula untuk penentuan model geoid dengan dan tanpa koreksi aditif (LSMS). Skema yang diusulkan ini menggunakan pendekatan kuadrat terkecil berdasarkan kernel Stokes yang dimodifikasi (Sjöberg, 1991) di mana koreksi aditif seperti: topografi, kontinuitas ke bawah, atmosfer, dan koreksi ellipsoid dipisahkan.

Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk menghitung model geoid akurat dengan menggunakan pendekatan modifikasi metode kuadrat terkecil dengan koreksi aditif. Pada penelitian ini mencakup aspek komputasi dalam memperkirakan model geoid untuk Pulau Sumatera. Yang dilakukan melalui kombinasi koefisien model geopotensial dan anomali gravitasi permukaan dengan menggunakan rumus modifikasi kuadrat terkecil dari rumus Stokes atau yang lebih dikenal *Least Square Modification of Stokes* (LSMS) tanpa adanya koreksi aditif.

2. METODOLOGI

2.1 Modifikasi Kuadrat Terkecil Dari Rumus Stokes

Pendekatan Stokes memerlukan data tinggi ortometrik untuk mereduksi gayaberat dari permukaan bumi ke geoid (HofmannWellenhof & Moritz, 2005). Dasar-dasar rumus Stokes mengasumsikan bahwa potensi pengganggu bersifat harmonis dan terjadi di luar geoid. Tidak ada massa di luar geoid, dan semua massa yang ada harus dihilangkan. Asumsi massa di luar geoid diperlukan saat menangani masalah yang berkaitan dengan geodesi fisik sebagai masalah nilai batas (Hofmann Wellenhof & Moritz, 2005). Penggunaan modifikasi kuadrat terkecil dari rumus Stokes diusulkan oleh Sjöberg (1984). Tujuan utama dalam skema komputasi ini adalah untuk meminimalkan kesalahan kuadrat rata-rata global yang diharapkan. Anomali gaya berat permukaan dan Model Geopotensial Global (GGM) kemudian digunakan dalam penentuan estimasi ketinggian geoid. Oleh karena itu, koreksi terkait perkiraan ketinggian geoid secara terpisah seperti yang ditunjukkan pada persamaan 1:

$$N = \tilde{N} + \delta N_{comb}^{Topo} + \delta N_{dw} + \delta N_{tot}^{atm} + \delta N_{tot}^{ell} \tag{1}$$

Di mana N adalah ketinggian geoid, \tilde{N} adalah estimasi geoid dari kombinasi gravitasi anomali permukaan dan GGM, δN_{comb}^{Topo} adalah koreksi gabungan topografi, δN_{dw} adalah kontinuitas ke bawah, δN_{tot}^{atm} adalah kombinasi koreksi atmosfer, dan δN_{tot}^{ell} adalah koreksi ellipsoidal untuk pendekatan bola dari geoid dalam rumus Stokes. Estimasi ketinggian geoid (\tilde{N}) dapat dihitung menggunakan persamaan 2 (Sjöberg, 2003),

$$\tilde{N} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\tau_0} S_L(\psi) \Delta g^0 d\tau - \frac{R}{2\gamma} \sum_{n=2}^M (Q_n^L + S_n) \Delta g_n^{GGM} \tag{2}$$

Di mana R adalah rata-rata jari-jari Bumi, γ adalah gravitasi normal pada elipsoid, Δg^0 adalah gravitasi anomali permukaan, Q_n^L adalah koefisien Molodensky, S_n adalah parameter yang telah dimodifikasi, M adalah derajat maksimum GGM, Δg_n^{GGM} adalah derajat harmonik Laplace yang diturunkan dari GGM (Heiskanen & Moritz, 1980) yang merupakan fungsi Stokes yang dimodifikasi kebatas modifikasi L seperti yang dihitung menggunakan Persamaan 3:

$$S_L(\psi) = S(\psi) - \sum_{n=2}^L \frac{2n+1}{2} S_n P_n \cos \psi \tag{3}$$

Di mana $S_L(\psi)$ merupakan fungsi Stokes asli, ψ adalah jarak bola untuk titik komputasi (ϕ, λ, τ_0) adalah elemen permukaan dan $\cos \psi$ merupakan polinomial Legendre. Parameter modifikasi kuadrat terkecil (LSM) dihitung dengan menggunakan persamaan sistem linier (Sjöberg, 2003). Sedangkan E_{nk} adalah koefisien Paul yaitu persamaan 4 (Sjöberg, 1984).

$$E_{nk} = E_{nk}(\psi_0) = \frac{2n+1}{2} \int_{\psi_0}^{\pi} P_n(\cos \psi) P_k(\cos \psi) \sin \psi d\psi \tag{4}$$

Modifikasi parameter kuadrat terkecil (LSM) dihitung dengan menggunakan persamaan linier persamaan 5 (Sjöberg, 2003).

$$\sum_{r=2}^L a_{kr} S_r = h_k, \quad k = 2, 3, \dots, L \tag{5}$$

di mana

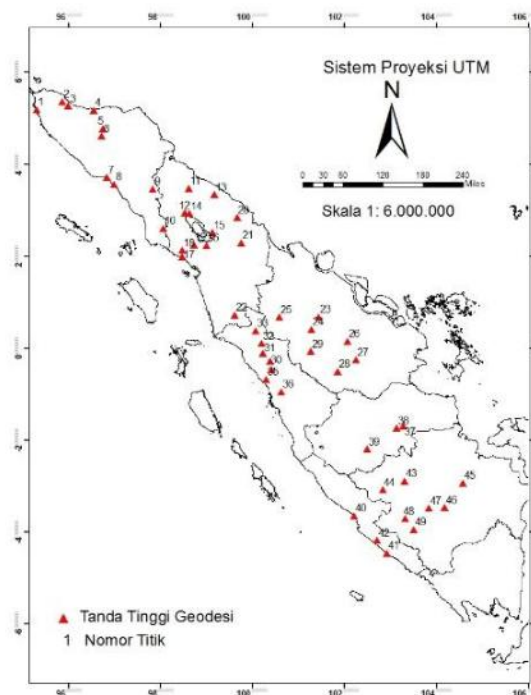
$$E_{nk} = \frac{2n+1}{2} E_{nk}(\psi_0) \tag{6}$$

Parameter yang dimodifikasi bervariasi tergantung pada kualitas pengamatan gravitasi tanah, radius integrasi yang dipilih (ψ_0), dan karakteristik Model Geopotensial Global. Sistem persamaan pada persamaan 5 akan melibatkan inversi dari matriks $A = [a_{kr}]$, sedangkan matriks tersebut akan menjadi matriks yang tidak terhingga dengan ukuran L, sehingga tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan metode standar. Investigasi yang dilakukan oleh Ellmann (2004) dan Ågren (2004) menunjukkan bahwa *Singular Value Decomposition* (SVD) merupakan teknik yang efektif dan efisien untuk mengatasi masalah ini. Selain itu, Ågren (2004) menekankan bahwa pemotongan SVD yang tepat akan menghasilkan efek yang tidak signifikan terhadap parameter yang dimodifikasi.

Berdasarkan Persamaan 2, penduga geoid kemudian dihitung berdasarkan kombinasi anomali gayaberat model geopotensial tanah dan global. Tahap pertama Persamaan 2 menghitung nilai menggunakan permukaan kasar dari anomali gayaberat sedangkan tahap kedua dihitung menggunakan Model Geopotensial Global. Sedangkan untuk perhitungan penduga geoid, mensubstitusi GGM serta parameter modifikasinya sangatlah penting. Berdasarkan pendekatan LSMS, varian sinyal dan derajat kesalahan untuk kedua dataset perlu diestimasi. Varians derajat sinyal dari GGM dihasilkan menggunakan model Tscherning & Rapp (1974). Sedangkan untuk varian derajat kesalahan GGM diperkirakan menggunakan standar error koefisien GGM (Rapp & Pavlis, 1990).

2.2 Data Anomali Gaya Berat

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data koordinat geodetik dan tinggi orthometrik 49 titik tanda tinggi diperoleh dari BIG (Gambar 1). Untuk menyusun anomali gaya berat permukaan dalam bentuk grid, digunakan kombinasi RCR dengan strategi validasi silang. Tinggi Jaring Kontrol Vertikal Nasional (JKVN) dari pengukuran sipat datar digunakan sebagai data tinggi orthometrik untuk mendapatkan hasil pengukuran dalam sistem tinggi orthometrik, dengan ketelitian tinggi sekitar ± 3 mm. Datum tinggi yang digunakan adalah Rata-rata dari muka air laut rata-rata di stasiun pasut pelabuhan Malahayati, Sibolga, Teluk bayur - Padang, Bengkulu, Panjang – Lampung.



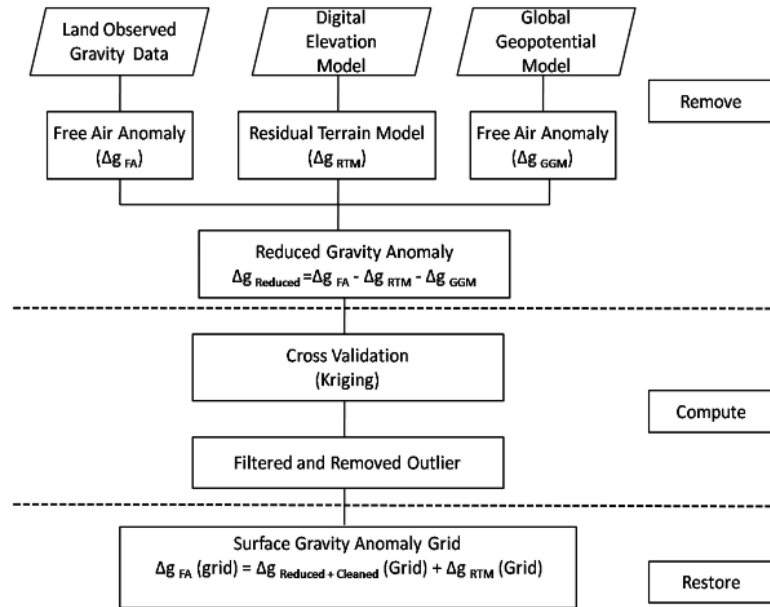
Gambar 1. Sebaran TTG yang Digunakan

2.3 Tahapan Penelitian

Proses pengolahan data pada penelitian ini yaitu mereduksi gravitasi anomali pada permukaan tanah dengan menghilangkan efek panjang gelombang dari Global Geopotential Model (GGM) yang memiliki derajat dan keteraturan maksimum (Amos & Featherstone, 2003). Selanjutnya, hapus efek topografi. Dalam penelitian ini digunakan teknik RTM (Forsberg, 1984) dengan memanfaatkan pemrograman TC dalam GRAVSOF (Forsberg & Tscherning, 2008). Identifikasi kesalahan besar dengan menggunakan pendekatan validasi silang. Dalam studi ini, sisa yang lebih besar dari 20 mGal yang dinyatakan sebagai pencilan kemudian dihilangkan. Dalam penelitian ini, sejumlah 16 dari 49 titik tanda tinggi dikeluarkan.

Data gravitasi anomali permukaan yang telah direduksi dan dibersihkan kemudian di grid dengan menggunakan teknik interpolasi spasial (*Kriging*). Kembalikan efek topografi ke gravitasi anomali permukaan yang dibersihkan dan direduksi dalam bentuk grid form. Resolusi untuk model geoid Pulau Sumatera yang dipilih adalah busur $1' \times 1'$ menit. Perlu diperhatikan bahwa, untuk wilayah studi, anomali

gaya berat permukaan bervariasi dari -32.896 hingga 115.936 mGal dengan nilai rata-rata dan deviasi standar masing-masing 21.489 dan 16.744 mGal. Diagram alir penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 2 berikut:



Gambar 2. Tahapan Penelitian

Dalam proses komputasi untuk mengestimasi model geoid dengan menggunakan pendekatan modifikasi kuadrat terkecil dari pendekatan Stokes, model geopotensial global dipilih yang paling sesuai. Proses penentuan model terbaik geopotensial global yang cocok untuk Pulau Sumatera dilakukan dengan membandingkan gravitasi anomali permukaan yang dihitung dari anomali gravitasi yang diamati dan yang diturunkan dari model geopotensial global. Selanjutnya, perbandingan ketinggian geoid yang diperoleh dari model geopotensial dan model wilayah yang ada digunakan untuk menentukan GGM yang sesuai. Model geopotensial terbaru dari solusi gabungan (yaitu EGM2008, GGM03 dan Eigen6C)

3. HASIL DAN DISKUSI

3.1 Model Elevasi Digital (*Digital Elevation Model*)

Model Elevasi Digital atau *Digital Elevation Model* (DEM) merepresentasikan ketinggian permukaan bumi secara digital. Biasanya, model ini direpresentasikan dalam bentuk grid (misal 5 x 5 meter). DEM adalah sumber utama sinyal medan gravitasi frekuensi tinggi (Forsberg, 1984). DEM yang digunakan dalam penelitian ini adalah gabungan dari *Digital Terrain Elevation Data* (DTED) 3 arc s dan rata-rata 30 s dari *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM). Data DTED dihasilkan dengan menggunakan teknik fotogrametri sedangkan data SRTM didasarkan pada sistem radar yang dimodifikasi di atas *Space Shuttle Endeavour*. Data DTED hanya digunakan di daerah pegunungan dengan ketinggian di atas 200 meter. DEM gabungan ini dimaksudkan untuk digunakan untuk interpolasi anomali udara bebas.

3.2 Model Komputasi Gravimetrik Geoid

Penjelasan tentang algoritma matematika dan prosedur untuk menghitung ketinggian geoid menggunakan modifikasi Kuadrat Terkecil dari rumus Stokes disebutkan dalam Bagian 2. Dalam pendekatan kuadrat terkecil, parameter koefisien modifikasi yang terdiri dari S_n dan b_n ditentukan secara akurat (Sjöberg, 2003). Dalam penelitian ini, metode kuadrat terkecil yang dimodifikasi digunakan dalam penentuan parameter koefisien. Dalam pendekatan kuadrat terkecil, kesalahan pemotongan dalam GGM dan kesalahan dalam data gravitasi akan dicocokkan satu sama lain. Selain itu, titik komputasi batas integrasi dibatasi hingga beberapa derajat. Pemilihan batas atas (M) dari GGM dan batas atas fungsi Stokes (L)

merupakan bagian krusial dan vital dalam prosedur pemodelan geoid guna meningkatkan efisiensi komputasi. Potensi kesalahan koefisien GGM juga akan meningkat sesuai dengan kenaikan derajat M.

Selain itu, varians derajat kesalahan dari data gravitasi yang diamati juga memiliki peran penting dalam perhitungan model geoid menggunakan pendekatan kuadrat terkecil. Penelitian yang dilakukan oleh Ågren & Sjöberg (2004), menemukan bahwa model jarak timbal balik menghasilkan hasil yang lebih dapat diandalkan, dan dapat digunakan dalam penentuan varians derajat kesalahan dari data gravitasi pengamatan. Berdasarkan penelitian tersebut, model jarak juga akan digunakan dalam penentuan varians derajat kesalahan pada data gravitasi tanah yang diamati. Tabel 1 merupakan data penentuan modifikasi koefisien parameter dalam penelitian ini.

Tabel 1. Penentuan Modifikasi Koefisien Parameter

M=L	Batas Integrasi (Derajat)	Panjang Korelasi (Deg)	Kesalahan Terestrial (mGal)
30			
60	0.1	0.05	0.40
120	0.5	0.10	1.00
150	1.0	0.20	5.00
180	2.0	0.30	10.00
maks	3.0	0.40	20.00

Sumber: Hasil pengolahan data, 2021

Dalam penelitian ini, untuk perhitungan estimasi model geoid, terdapat beberapa kondisi yang diberlakukan untuk menentukan parameter koefisien modifikasi. Awalnya salah satu parameter kondisi input diganti sedangkan parameter kondisi yang tersisa diperbaiki. Kemudian, parameter kondisi kedua akan diganti dan proses diulangi. Parameter koefisien modifikasi yang optimal akan ditentukan dengan membandingkan hasil perhitungan Model Geoid Gravimetri dengan data pengamatan GPS yang telah diketahui yang digunakan dalam penelitian ini.

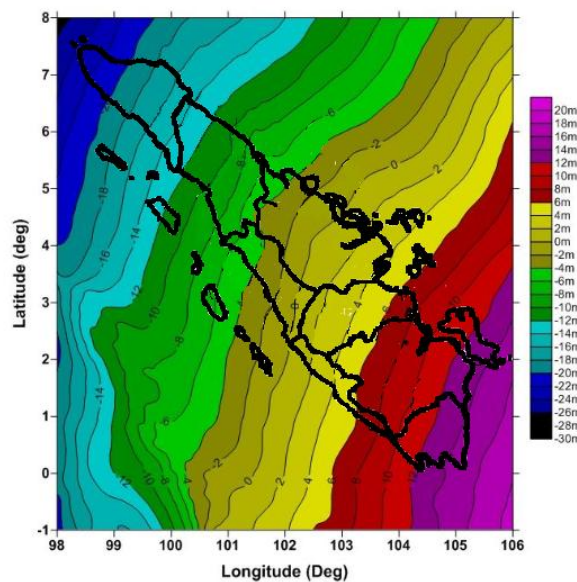
Tabel 2. Analisis statistik pada model geoid gravimetrik dihitung dengan menggunakan parameter dari kondisi yang berbeda

Langkah	Parameter	Data Parameter Dari Kondisi Yang Berbeda					
		30	60	120	150	180	max
1	M=L						
	Spherical Cap			3.0			
	Panjang Korelasi			0.1			
	Kesalahan Terestrial			0.4			
	Min	0.650	0.476	0.266	0.131	0.121	0.114
	Max	2.672	2.211	1.380	0.999	0.939	0.939
	Rata-rata	1.434	1.158	0.592	0.354	0.338	0.337
	RMSE	1.514	1.271	0.639	0.398	0.378	0.368
2	Spherical Cap		0.1	0.5	1.0	2.0	3.0
							180
	Panjang Korelasi						0.1
	Kesalahan Terestrial						0.4
	Min		0.383	0.341	0.377	0.347	0.121
	Max		0.982	1.336	1.446	1.291	0.939
	Rata-rata		0.632	0.563	0.656	0.517	0.338
	RMSE		0.650	0.594	0.696	0.546	0.368
3	Panjang Korelasi		0.05	0.10	0.20	0.30	0.40
	Spherical Cap						3.0
	M=L						180
	Kesalahan Terestrial						0.4
	Min		0.125	0.132	0.121	0.142	0.116
	Max		0.979	0.948	0.947	0.878	0.882
	Rata-rata		0.106	0.100	0.096	0.094	0.092
	RMSE		0.381	0.368	0.362	0.357	0.356
4	Kesalahan Terestrial		0.40	1.00	5.00	10.00	20.00
	Spherical Cap						3.0
	Panjang Korelasi						0.4

M=L		180			
Min	0.882	0.754	0.689	0.709	0.755
Max	0.116	0.042	-0.028	-0.001	-0.050
Rata-rata	0.330	0.305	0.291	0.289	0.285
RMSE	0.356	0.330	0.321	0.324	0.335

Sumber: Hasil pengolahan data, 2021

Tabel 2 menunjukkan analisis statistik dari estimasi model geoid gravimetri yang dihitung berdasarkan parameter kondisi yang berbeda. Estimasi model geoid yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan nilai *benchmark* (BM) yang diketahui. Oleh karena itu, pemilihan nilai parameter kondisi optimum selanjutnya dapat diidentifikasi seperti pada Tabel 2. Berdasarkan Tabel 2, parameter kombinasi optimum adalah $M = L = 180$, $\psi_0 = 3,0^\circ$, $\psi = 0,4^\circ$ dan $\tau_{\Delta g} = 5,0$ mGal (standar deviasi terendah). Estimasi Model Geoid Tanpa Koreksi Aditif gravimetri kemudian dibangkitkan menggunakan pendekatan kuadrat terkecil berdasarkan parameter kondisi optimum tanpa adanya koreksi aditif seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Estimasi Model Geoid Pulau Sumatera Berdasarkan Kondisi Optimum Tanpa Koreksi Aditif
Sumber: Pengolahan data, 2021

4. KESIMPULAN

Penelitian ini mendapatkan hasil estimasi model geoid gravimetri Pulau Sumatera dengan menggunakan metode pendekatan kuadrat terkecil tanpa koreksi aditif. Estimasi model geoid yang di Pulau Sumatera dihitung berdasarkan modifikasi koefisien yang telah ditentukan sebelumnya. Model geoid yang diestimasi ini merupakan langkah awal untuk mendapatkan model geoid yang lebih akurati untuk Pulau Sumatera. Penerapan koreksi aditif akan meningkatkan akurasi dan presisi model geoid gravimetri di masa mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

Abdalla, A., & Fairhead, D. (2011). A new gravimetric geoid modeling for Sudan using the KTH method. *Journal of African Earth Sciences*, 60(4), 213–221. doi:10.1016/j.jafrearsci.2011.02.012

Abdalla, A., & Tenzder, R. (2011). The evaluation of the New Zealand’s geoid model by using the KTH method. *Geodesy and Cartography*, 37(1), 5–14. doi:10.3846/13921541.2011.558326

Abidin, H. Z. (2000). *Penentuan Posisi Dengan GPS dan Aplikasinya* (3 ed.). Jakarta: P.T. Pradnya Paramita,.

Abidin, H. Z. (2001). *Geodesi Satelit*. Jakarta: P.T.Pradnya Paramita.

- Ågrren, J., & Sjöberg, L. E. (2004). Comparison Of Some Methods For Modifying Stokes' formula In The Goce Era. In *Proc. 2nd International GOCE user workshop "GOCE, The Geoid model and Oceanography."* Frascati, Italy: ESA-ESRIN.
- Ågren, Jonsas. (2004). *Regional Geoid Determination Methods for Era of Satellite Gravimetry Synthetic Earth Gravity Models -(Numerical Investigations Using Synthetic Earth Gravity Models)*. Royal Institute of Technology (KTH).
- Ellmann, A. (2004). *The geoid for the Baaltic countries determined by the least squares modification of Stokes' formula. Technology. Royal Institute of Technology (KTH), Department of Infrastructure.*
- Forsberg, R. (1984). A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling. Scientific Report No.5 The Ohio State University, 129.
- Prijatna, K. (2010). Pengembangan Model Pengkombinasian Data Gayaberat dengan Model Geopotensial Global untuk Penentuan Geoid Regional Wilayah Indonesia. Disertasi. Institut Teknologi Bandung.
- Ries, J., Bettadpur, S., Eanes, R., Kang, Z., Ko, U., McCullough, C., Tapley, B. (2010). *The Combined Gravity Model GGM05C*. <http://dx.doi.org/10.5880/icgem.2016.002>.
- Sistem Referensi Geospasial Indonesia. (2013). Perka BIG No 15 Tahun 2013 *Tentang Sistem Referensi Geospasial Indonesia*. Badan Informasi Geospasial.
- Undang-Undang Republik Indonesia No 4. (2011). Nomor 4 Tahun 2011 *Tentang Informasi Geospasial*. Sekretariat Negara Republik Indonesia.