Jurnal Epsilon
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.15 No.2 (Desember 2021) Hal. 116-123
Terakreditasi SINTA 4, SK 158/E/KPT/2021

INTERIOR IDEAL FUZZY SEMIRING

Saman Abdurrahman

Program Studi Matematika Fakultas MIPA, Universitas Lambung Mangkurat
Jl. A Yani Km 36, Banjarbaru 70714, Kalimantan Selatan
Email: saman@ulm.ac.id

ABSTRACT

Semiring is one of the ring extensions, the inverse axiom in the first operation. One of the topics on the semiring is the ideal interior. This study introduces the concept of the ideal interior semiring and the ideal interior fuzzy semiring. Further, it examined the properties of the ideal fuzzy semiring interior and the nature of the existence of the ideal interior semiring if the ideal fuzzy interior is given.

Keywords *: semiring, interior ideal, fuzzy interior ideal*

ABSTRAK

Semiring adalah salah satu perluasan dari ring, yaitu menghilangkan aksioma invers pada operasi pertama. Salah satu topik pada semiring adalah interior ideal. Pada penelitian ini, perkenalkan konsep dari interior ideal semiring, dan interior ideal *fuzzy* semiring. Lebih lanjut, dikaji sifat – sifat dari interior ideal *fuzzy* semiring, dan sifat eksistensi interior ideal semiring jika interior ideal *fuzzy* diberikan.

Kata kunci: semiring, interior ideal, interior ideal *fuzzy*

1. LATARBELAKANG

Semiring merupakan salah satu perluasan dari ring, dengan menghilangkan sifat invers untuk operasi pertama. Seiring dengan perkembangan zaman, penelitian pada struktur semakin berkembang, tidak hanya pada struktur semiring sendiri juga dengan mengkombinasikan dengan konsep lain, salah satunya dengan himpunan *fuzzy* yang diperkenalkan oleh (Zadeh, 1965).

Ide awal penelitian semiring fuzzy, dipelopori oleh (Rosenfeld, 1971), yang memadukan konsep struktur grup dan himpunan *fuzzy*, sehingga melahirkan konsep grup *fuzzy*. Dari penelitian ini, banyak memunculkan ide penelitian bagi peneliti lainnya, yaitu melakukan hal yang sama dengan Rosenfeld, yaitu mengkombinasikan himpunan *fuzzy* dengan struktur aljabar lainnya, diantaranya dengan struktur semiring. Beberapa peneliti yang mengkaji struktur semiring *fuzzy* adalah (Abdurrahman, 2020a, 2020b; Ahsan et al., 2012b; Mandal, 2014).

Pada penelitian ini, akan dikaji struktur interior ideal *fuzzy* dari semiring. Pendefinisian interior ideal *fuzzy* dari semiring diinduksi dari penelitian (Kuroki, 1982; Mandal, 2014). Sifat – sifat yang dikaji diinduksi dari penelitian semiring fuzzy yang terlampir pada referensi, sehingga analog dengan penelitian sebelumnya.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Berikut diberikan konsep semiring dan subset *fuzzy* yang akan digunakan pada pembahasan. Ahsan, Esik, Golan, dan Nasehpour (Ahsan et al., 2012a; Ésik, 2008; Golan, 1999; Nasehpour, 2020) menyatakan bahwa suatu himpunan tidak kosong $\mathcal{S}$ disebut semiring, jika pada $\mathcal{S}$ didefinisikan dua operasi biner penjumlahan $'+'$ dan perkalian $'\cdot'$ sedemikian sehingga

(1) $(\mathcal{S}, +)$ adalah semigrup komutatif;

(2) $(\mathcal{S}, \cdot)$ adalah semigrup (tidak harus komutatif);

(3) untuk setiap $a, b, d \in \mathcal{S}$,

$$a \cdot (b + d) = a \cdot b + a \cdot d \text{ dan } (a + b) \cdot d = a \cdot d + b \cdot d.$$

Elemen identitas pada semiring $(\mathcal{S}, +, \cdot)$ adalah $1_{\mathcal{S}}$, dan elemen nol pada semiring $(\mathcal{S}, +, \cdot)$ adalah $0_{\mathcal{S}}$ sedemikian sehingga

$$1_{\mathcal{S}} \cdot s = s \cdot 1_{\mathcal{S}} = s, 0_{\mathcal{S}} + s = s + 0_{\mathcal{S}} = s, \text{ dan } 0_{\mathcal{S}} \cdot s = s \cdot 0_{\mathcal{S}} = 0_{\mathcal{S}}$$

untuk setiap $s \in \mathcal{S}$. Semiring $(\mathcal{S}, +, \cdot)$ adalah kumutatif jika $a \cdot c = c \cdot a$ untuk setiap $a, c \in \mathcal{S}$. Selanjutnya, semiring $\mathcal{S}$ yang dimaksud adalah semiring yang memuat $0_{\mathcal{S}}$.

Menurut Ahsan dan Mandal (Ahsan et al., 2012a; Mandal, 2014), suatu subset tidak kosong $\mathcal{B}$ merupakan ideal dari semiring $\mathcal{S}$, jika untuk setiap $a, c \in \mathcal{B}$ dan $s \in \mathcal{S}$, memenuhi kondisi:

(1) $a + c \in \mathcal{B}$;

(2) $a \cdot s \in \mathcal{B}$;

(3) $s \cdot a \in \mathcal{B}$.

Kondisi (1), dan (2) dipenuhi, $\mathcal{B}$ disebut ideal kanan dari $\mathcal{S}$, dan $\mathcal{B}$ disebut ideal kiri dari $\mathcal{S}$ jika dipenuhi kondisi (1), dan (3).

Berikut disajikan definisi interior ideal semiring yang diinduksi dari Kuroki dan Mandal (Kuroki, 1982; Mandal, 2014). Suatu himpunan tidak kosong $\mathcal{B}$ dari semiring semiring $\mathcal{S}$ merupakan interior ideal dari $\mathcal{S}$ jika dan hanya jika

(1) $a + c \in \mathcal{B}$ untuk setiap $a, c \in \mathcal{B}$;

(2) $\mathcal{B}\mathcal{B} \subseteq \mathcal{B}$; dan

(3) $\mathcal{S}\mathcal{B}\mathcal{S} \subseteq \mathcal{B}$.

Kondisi $\mathcal{B}$ adalah ideal dari semiring $\mathcal{S}$, mengakibatkan $(\mathcal{B}, +)$ dan $(\mathcal{B}, \cdot)$ adalah grupoid. Juga, kondisi $\mathcal{B}$ adalah ideal kiri dan kanan dari $\mathcal{S}$, mengakibatkan terpenuhi kondisi $\mathcal{S}\mathcal{B}\mathcal{S} \subseteq \mathcal{B}$. Oleh karena itu, setiap ideal $\mathcal{B}$ dari semiring $\mathcal{S}$ adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$. Tetapi, kebalikannya belum tentu berlaku.

Selanjutnya diberikan konsep subset *fuzzy*, ideal fuzzy, dan interior ideal fuzzy dari semiring $\mathcal{S}$. Menurut (Jezewski et al., 2017; N. Mordeson et al., 2005), suatu subset *fuzzy* ξ dari himpunan tidak kosong $\mathcal{S}$ adalah suatu fungsi $\xi: \mathcal{S} \longrightarrow [0,1]$.

Image dari ξ dinotasikan dengan $\xi(\mathcal{S})$ atau $Im\ \xi$, himpunan semua subset *fuzzy* dari $\mathcal{S}$ dinotasikan dengan $\mathcal{F}(\mathcal{S})$, dan Himpunan level subset dari ξ, dinotasikan dengan $\xi_t \stackrel{\text{def}}{=} \{s \in \mathcal{S} \mid \xi(s) \geq t\}$ dan $t \in [0,1]$, merupakan himpunan bagian dari $\mathcal{S}$.
Definisi 2.1. (Ahsan et al., 2012b; Mandal, 2014) *Subset fuzzy ξ dari semiring $\mathcal{S}$ disebut ideal fuzzy dari $\mathcal{S}$ jika dan hanya jika untuk setiap $a, c, s \in \mathcal{S}$, dipenuhi kondisi:*

(1) $\xi(a + c) \geq \xi(a) \wedge \xi(c)$*;*
(2) $\xi(a \cdot s) \geq \xi(a)$*;*
(3) $\xi(s \cdot a) \geq \xi(a)$.

Untuk kondisi (1) dan (2) dipenuhi, ξ disebut ideal kanan *fuzzy* dari $\mathcal{S}$, dan kondisi (1) dan (3) dipenuhi, ξ disebut ideal kiri *fuzzy* dari $\mathcal{S}$.

Definisi 2.2. (Mandal, 2014) *Subset fuzzy ξ dari semiring $\mathcal{S}$ disebut interior ideal fuzzy dari $\mathcal{S}$ jika dan hanya jika untuk setiap $a, c, s \in \mathcal{S}$, dipenuhi kondisi:*

(1) $\xi(a + c) \geq \xi(a) \wedge \xi(c)$*;*
(2) $\xi(a \cdot c) \geq \xi(a) \wedge \xi(c)$*;*
(3) $\xi(a \cdot s \cdot c) \geq \xi(s)$.

3. METODE PENELITIAN

Untuk menyelidiki sifat – sifat yang dimiliki interior ideal *fuzzy* semiring, kami menginduksi sifat – sifat interior ideal fuzzy semiring dari penelitian (Abdurrahman, 2018, 2020a; Ahsan et al., 2012b; Jian-ming & Xue-ling, 2008; Kuroki, 1982; Mandal, 2014; Sung et al., 1995). Dari sifat – sifat yang terbentuk, kami selidiki kesohihan sifat tersebut, seperti yang kami sajikan pada bagian hasil dan pembahasan berikut ini.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini, disajikan pembuktian kesohihan dari sifat-sifat interior ideal *fuzzy* semiring. Di awal pembahasan, disajikan sifat keanggotaan dari elemen $0_{\mathcal{S}}$ di $\mathcal{S}$.
Teorema 4.1 *Jika ξ adalah interior ideal fuzzy dari semiring $\mathcal{S}$ maka $\xi(0_{\mathcal{S}}) \geq \xi(s)$ untuk setiap $s \in \mathcal{S}$.*

Bukti:

Mengingat $0_{\mathcal{S}} \in \mathcal{S}$, berarti untuk setiap $s \in \mathcal{S}$, dipenuhi kondisi:

$$0_{\mathcal{S}} = 0_{\mathcal{S}} \cdot s = (0_{\mathcal{S}} \cdot s) \cdot 0_{\mathcal{S}} = 0_{\mathcal{S}} \cdot s \cdot 0_{\mathcal{S}}.$$

Karena ξ *a*dalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$ dan $0_{\mathcal{S}} = 0_{\mathcal{S}} \cdot s \cdot 0_{\mathcal{S}}$, diperoleh:

$$\xi(0_{\mathcal{S}}) = \xi(0_{\mathcal{S}} \cdot s \cdot 0_{\mathcal{S}}) \geq \xi(s).$$

Jadi, $\xi(0_{\mathcal{S}}) \geq \xi(s)$ untuk setiap $s \in \mathcal{S}$. ■

Dari sifat yang disajikan pada Teorema 4.1, dibentuk himpunan bagian dari semiring $\mathcal{S}$, dengan karakter nilai keanggotan setiap elemennya sama dengan nilai keanggotaan elemen $0_{\mathcal{S}}$ sedemikian sehingga himpunan tersebut adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$.

Teorema 4.2 *Jika ξ adalah interior ideal fuzzy dari semiring $\mathcal{S}$ maka*

$$\mathcal{S}_{\xi} \overset{\text{def}}{=} \{s \in \mathcal{S} \mid \xi(s) = \xi(0_{\mathcal{S}})\}$$

adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$.

Bukti:

Berdasarkan definisi $\mathcal{S}_{\xi}$, diperoleh $\mathcal{S}_{\xi} \subseteq \mathcal{S}$. Mengingat $0_{\mathcal{S}} \in \mathcal{S}$ dan $\xi(0_{\mathcal{S}}) = \xi(0_{\mathcal{S}})$, berdasarkan definisi keanggotaan $\mathcal{S}_{\xi}$, didapatkan $0_{\mathcal{S}} \in \mathcal{S}_{\xi}$, yaitu: $\mathcal{S}_{\xi} \neq \emptyset$. Selanjutnya, diambil sebarang $a, c \in \mathcal{S}_{\xi}$ dan $s \in \mathcal{S}$. Berarti, $\xi(a) = \xi(0_{\mathcal{S}})$ dan $\xi(c) = \xi(0_{\mathcal{S}})$. Mengingat ξ adalah interior ideal fuzzy dari $\mathcal{S}$, diperoleh:

(1) $\xi(a + c) \geq \xi(a) \wedge \xi(c) = \xi(0_{\mathcal{S}}) \wedge \xi(0_{\mathcal{S}}) = \xi(0_{\mathcal{S}})$.
(2) $\xi(a \cdot c) \geq \xi(a) \wedge \xi(c) = \xi(0_{\mathcal{S}}) \wedge \xi(0_{\mathcal{S}}) = \xi(0_{\mathcal{S}})$.
(3) $\xi(s \cdot a \cdot s) \geq \xi(a) = \xi(0_{\mathcal{S}})$.

Akibatnya,

$$a + c \in \mathcal{S}_{\xi},\ a \cdot c \in \mathcal{S}_{\xi},\ \text{dan } s \cdot a \cdot s \in \mathcal{S}_{\xi}.$$

Jadi, $\mathcal{S}_{\xi}$ adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$. ■

Setiap semiring $\mathcal{S}$ mempunyai interior ideal, minimal $\mathcal{S}$ dan $\{0_{\mathcal{S}}\}$. Kondisi ini, jika dikaitkan dengan Teorema 4.2, akan selalu dipenuhi himpunan $\mathcal{S}_{\xi} \overset{\text{def}}{=} \{s \in \mathcal{S} \mid \xi(s) = \xi(0_{\mathcal{S}})\}$ sama dengan suatu interior ideal dari $\mathcal{S}$.

Teorema 4.3 *Diberikan subset $\mathcal{B} (\neq \emptyset)$ dari semiring $\mathcal{S}$ dan $\xi_{\mathcal{B}} \in \mathcal{F}(\mathcal{S})$ sedemikian sehingga*

$$\xi_{\mathcal{B}}(a) \overset{\text{def}}{=} \begin{cases} p, & a \in \mathcal{B} \\ q, & a \notin \mathcal{B} \end{cases}$$

untuk setiap $a \in \mathcal{S}$ dan $q < p$, maka $\xi_{\mathcal{B}}$ adalah interior ideal fuzzy dari $\mathcal{S}$ jika dan hanya jika $\mathcal{B}$ adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$ dan $\mathcal{S}_{\xi_{\mathcal{B}}} = \mathcal{B}$.

Bukti:

($\Rightarrow$) Mengingat $\xi_{\mathcal{B}}$ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$, berdasarkan Teorema 4.1 dipenuhi kondisi: $\xi_{\mathcal{B}}(0_{\mathcal{S}}) \geq \xi_{\mathcal{B}}(s)$ untuk setiap $s \in \mathcal{S}$. Karena, $Im\ \xi_{\mathcal{B}} = \{p, q\}$ dan $p > q$, mengakibatkan

$$\xi_{\mathcal{B}}(0_{\mathcal{S}}) = p.$$

Oleh karena itu,

$$\mathcal{S}_{\xi_{\mathcal{B}}} = \{s \in \mathcal{S} \mid \xi_{\mathcal{B}}(s) = \xi_{\mathcal{B}}(0_{\mathcal{S}})\} = \{s \in \mathcal{S} \mid \xi_{\mathcal{B}}(s) = p\} = \{s \in \mathcal{S} \mid s \in \mathcal{B}\} = \mathcal{B}.$$

Akibatnya, berdasarkan Teorema 4.2 diperoleh $\mathcal{B}$ adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$.

($\Leftarrow$) Misalkan $\mathcal{B}$ adalah interior ideal dari semiring $\mathcal{S}$ dan $\xi_{\mathcal{B}} \in \mathcal{F}(\mathcal{S})$. Untuk membuktikan $\xi_{\mathcal{B}}$ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$, tanpa mengurangi keumuman, akan diselidiki beberapa kemungkinan, untuk sebarang $a, c, s \in \mathcal{S}$, yaitu:

(1) Jika $a, c \notin \mathcal{B}$, maka $\xi_{\mathcal{B}}(a) = q$ dan $\xi_{\mathcal{B}}(c) = q$ sedemikian sehingga
$$\xi_{\mathcal{B}}(a + c) \geq q = q \wedge q = \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c)$$
dan
$$\xi_{\mathcal{B}}(a \cdot c) \geq q = q \wedge q = \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c).$$
(2) Jika $a \in \mathcal{B}$ dan $c \notin \mathcal{B}$, maka $\xi_{\mathcal{B}}(a) = p$ dan $\xi_{\mathcal{B}}(c) = q$ sedemikian sehingga
$$\xi_{\mathcal{B}}(a + c) \geq q = p \wedge q = \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c)$$
dan
$$\xi_{\mathcal{B}}(a \cdot c) \geq q = p \wedge q = \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c).$$
(3) Jika $a, c \in \mathcal{B}$, maka $\xi_{\mathcal{B}}(a) = p$, $\xi_{\mathcal{B}}(c) = p$, dan $\xi_{\mathcal{B}}(a + c) = p$ sedemikian sehingga
$$\xi_{\mathcal{B}}(a + c) = p = p \wedge p = \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c)$$
dan
$$\xi_{\mathcal{B}}(a \cdot c) = p = p \wedge p = \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c).$$
(4) Jika $s \notin \mathcal{B}$, maka $\xi_{\mathcal{B}}(s) = q$ sedemikian sehingga
$$\xi_{\mathcal{B}}(a \cdot s \cdot c) \geq q = \xi_{\mathcal{B}}(s).$$
(5) Jika $s \in \mathcal{B}$, maka $a \cdot s \cdot c \in \mathcal{B}$ dan $\xi_{\mathcal{B}}(s) = p$ sedemikian sehingga
$$\xi_{\mathcal{B}}(a \cdot s \cdot c) = p = \xi_{\mathcal{B}}(s).$$

Berdasarkan hasil Analisa di atas, untuk setiap $a, c, s \in \mathcal{S}$, diperoleh:

$$\xi_{\mathcal{B}}(a + c) \geq \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c), \; \xi_{\mathcal{B}}(a \cdot c) \geq \xi_{\mathcal{B}}(a) \wedge \xi_{\mathcal{B}}(c)$$

dan

$$\xi_{\mathcal{B}}(a \cdot s \cdot c) \geq \xi_{\mathcal{B}}(s).$$

Jadi, $\xi_{\mathcal{B}}$ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$. ■

Karena $p, q \in [0,1]$ dan $p > q$, dapat dipilih nilai $p = 1$ dan $q = 0$ sedemikian sehingga $\xi_{\mathcal{B}}$ adalah fungsi karakteristik dari $\mathcal{B}$. Dari fakta ini, dapat dibentuk sifat berikut ini.

Teorema 4.4 *Subset tidak kosong $\mathcal{B}$ dari semiring $\mathcal{S}$ adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$ jika dan hanya jika fungsi karakteristik dari $\mathcal{B}$ adalah interior ideal fuzzy dari $\mathcal{S}$.*

Bukti:

Bukti sejalan dengan Teorema 4.3. ■

Analog dengan Teorema 4.3, kondisi $\mathcal{B}(\neq \emptyset)$ adalah himpunan bagian dari semiring $\mathcal{S}$, memungkinkan dapat dibentuk suatu level subset dari ξ yang berkaitan dengan $\mathcal{B}$, seperti yang disajikan pada Teorema berikut ini.

Teorema 4.5 *Jika $\mathcal{B}$ adalah interior ideal dari semiring $\mathcal{S}$, maka terdapat interior ideal fuzzy ξ dari $\mathcal{S}$ sedemikian sehingga $\xi_p = \mathcal{B}$, untuk setiap $p \in (0,1)$.*

Bukti:

Misalkan $\mathcal{B}$ adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$ dan $\xi \in \mathcal{F}(\mathcal{S})$ sedemikian sehingga

$$\xi(a) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} p, & a \in \mathcal{B} \\ 0, & a \notin \mathcal{B} \end{cases}$$

untuk setiap $a \in \mathcal{S}$ dengan p adalah tetap di $(0,1)$. Oleh karena itu, berdasarkan Teorema 4.3, ξ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$. Selanjutnya,

$\xi_p = \{s \in \mathcal{S} \mid \xi(s) = p\} = \{s \in \mathcal{S} \mid s \in \mathcal{B}\} = \mathcal{B}$. ■

Berikut disajikan teorema yang menjamin eksistensi level subset dari ξ selalu interior ideal dari semiring $\mathcal{S}$.

Teorema 4.6 *Diberikan semiring $\mathcal{S}$ dan $\xi \in \mathcal{F}(\mathcal{S})$. Level subset ξ_p adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$, untuk setiap $p \in Im\ \xi$ jika dan hanya jika ξ adalah interior ideal fuzzy dari $\mathcal{S}$.*

Bukti:

($\Rightarrow$) Misalkan level subset ξ_p adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$, untuk setiap $p \in Im\ \xi$. Akan dibuktikan ξ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$.

Diambil sebarang $a, d, s \in \mathcal{S}$, berarti terdapat $p, q \in Im\ \xi$ sedemikian sehingga $\xi(a) = p$ dan $\xi(d) = q$. Misalkan $r = p \wedge q$, berarti $\xi(a) \geq r$ dan $\xi(d) \geq r$, yang mengakibatkan $a \in \xi_r$ dan $d \in \xi_r$. Mengingat, ξ_p adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$ untuk setiap $p \in Im\ \xi$, diperoleh:

$$a + d \in \xi_r,\ a \cdot d \in \xi_r, \text{ dan } s \cdot d \cdot a \in \xi_r.$$

Oleh karena itu,

(1) $\xi(a + d) \geq r = p \wedge q = \xi(a) \wedge \xi(d)$;
(2) $\xi(a \cdot d) \geq r = p \wedge q = \xi(a) \wedge \xi(d)$;
(3) $\xi(s \cdot d \cdot a) \geq r = \xi(d)$;

Jadi, ξ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$.

($\Leftarrow$) Misalkan ξ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$. Akan dibuktikan level subset ξ_p adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$, untuk setiap $p \in Im\ \xi$.

Diambil sebarang $a, c \in \xi_p$ dan $s, r \in \mathcal{S}$. Karena $\xi_p \subseteq \mathcal{S}$ dan ξ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$, diperoleh:

(1) $\xi(a + c) \geq \xi(a) \wedge \xi(c) \geq p \Leftrightarrow a + c \in \xi_p$;
(2) $\xi(a \cdot c) \geq \xi(a) \wedge \xi(c) \geq p \Leftrightarrow a \cdot c \in \xi_p$; dan
(3) $\xi(s \cdot a \cdot r) \geq \xi(a) \geq p \Leftrightarrow s \cdot a \cdot r \in \xi_p$.

Jadi, ξ_p adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$. ■

5. KESIMPULAN

Sifat penting yang dihasilkan pada tulisan ini adalah sifat yang menghubungkan antara interor ideal dan interior ideal fuzzy, yaitu: subset *fuzzy* ξ dari semiring $\mathcal{S}$ adalah interior ideal *fuzzy* dari $\mathcal{S}$ jika dan hanya jika level subset dari ξ, $\xi_p(\neq \emptyset)$, adalah interior ideal dari $\mathcal{S}$, untuk setiap $p \in Im\ \xi$.

REFERENSI

Abdurrahman, S. (2018). Interior Subgrup Fuzzy. *Jurnal Fourier*, *7*(1), 13–21. https://doi.org/10.14421/fourier.2018.71.13-21

Abdurrahman, S. (2020a). Karakteristik subsemiring fuzzy. *Jurnal Fourier*, *9*(1), 19–23. https://doi.org/10.14421/fourier.2020.91.19-23

Abdurrahman, S. (2020b). ω – fuzzy subsemiring.pdf. *Jurnal Matematika, Sains, Dan Teknologi, 21*(1), 1–10. https://doi.org/https://doi.org/10.33830/jmst.v21i1.673.2020

Ahsan, J., Mordeson, J. N., & Shabir, M. (2012a). Fundamental Concepts. In *Fuzzy Semirings with Applications to Automata Theory* (pp. 3–13). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-27641-5_1

Ahsan, J., Mordeson, J. N., & Shabir, M. (2012b). Fuzzy Ideals of Semirings. In *Fuzzy Semirings with Applications to Automata Theory* (pp. 15–29). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-27641-5_2

Ésik, Z. (2008). Iteration Semirings. In M. Ito & M. Toyama (Eds.), *Developments in Language Theory* (pp. 1–20). Springer Berlin Heidelberg.

Golan, J. S. (1999). Hemirings and Semirings: Definitions and Examples. In *Semirings and their Applications* (pp. 1–18). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-015-9333-5_1

Jezewski, M., Czabanski, R., & Leski, J. (2017). Introduction to Fuzzy Sets. In P. Prokopowicz, J. Czerniak, D. Mikołajewski, Ł. Apiecionek, & D. Ślęzak (Eds.), *Theory and Applications of Ordered Fuzzy Numbers: A Tribute to Professor Witold Kosiński* (pp. 3–22). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-59614-3_1

Jian-ming, Z., & Xue-ling, M. A. (2008). On Fuzzy Interior Ideals in Semigroups. *Journal of Mathematical Research & Exposition*, *28*(1), 103–110. https://doi.org/10.3770/j.issn

Kuroki, N. (1982). Fuzzy Semiprime Ideals in Semigroup. *Fuzzy Sets and Systems*, *8*(1), 71–79. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0165-0114(82)90031-8

Mandal, D. (2014). Fuzzy Ideals and Fuzzy Interior Ideals in Ordered Semirings. *Fuzzy Inf. Eng*, *6*, 101–114. http://jmre.dlut.edu.cn

N. Mordeson, J., R. Bhutani, K., & Rosenfeld, A. (2005). *Fuzzy Subsets and Fuzzy Subgroups*. *39*, 1–39. https://doi.org/10.1007/10936443_1

Nasehpour, P. (2020). Some remarks on semirings and their ideals. *Asian-European Journal of Mathematics*, *13*(1), 1–14. https://doi.org/10.1142/S1793557120500023

Rosenfeld, A. (1971). Fuzzy groups. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *35*(3), 512–517. https://doi.org/10.1016/0022-247X(71)90199-5

Sung, M. H., Young, B. J., & Meng, J. (1995). Fuzzy interior ideals in semigroups 1995.pdf. *Indian J. Pure Appl. Math*, *26*(9), 859–863.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, *8*(3), 338–353. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X