



APLIKASI *EVOLUTIONARY DISCRETE FIREFLY ALGORITHM* DALAM PENYELESAIAN *TRAVELLING SALESMAN PROBLEM*

¹Nil Cahya, ²Oni Soesanto, ³Pardi Affandi

^{1,2,3} *Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lambung Mangkurat
Jln. A. Yani Km. 36 Banjarbaru, Kalimantan Selatan
email: nilacahya97@gmail.com*

ABSTRAK

Proses distribusi barang pada suatu industri memerlukan bentuk efisiensi dalam pemilihan jalur terpendek yang akan dilalui seorang *salesman*. Secara matematis, pemilihan jalur terpendek merupakan suatu permasalahan optimasi yang disebut *Travelling Salesman Problem* (TSP). Terdapat banyak metode yang dapat diterapkan untuk menemukan solusi dari TSP, salah satunya *Evolutionary Discrete Firefly Algorithm* (EDFA) yang merupakan metode metaheuristik terbaru yang ditemukan oleh Jati dan Suyanto (2011) sebagai perkembangan dari *Firefly Algorithm* (FA) yang hanya didesain untuk permasalahan kontinu. Penelitian ini bertujuan untuk menjelaskan penerapan EDFA dalam penyelesaian TSP. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data kasus TSP berupa koordinat titik kota yang diambil dari database TSP *Library* (TSPLIB) dengan 7 jenis kasus berbeda yaitu Ulysses16, Ulysses22, Eil51, Berlin52, St70, Rat99, dan Gr202. Kasus-kasus tersebut diselesaikan dengan menerapkan EDFA untuk menemukan solusi optimalnya melalui beberapa langkah yang terdapat dalam algoritma ini. Penyelesaian kasus TSP melalui EDFA juga dilakukan menggunakan bantuan program simulasi untuk mempermudah perhitungan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa EDFA sebagai perkembangan FA telah berhasil diterapkan untuk kasus TSP yang memiliki solusi dalam ruang diskrit. Simulasi program EDFA yang diterapkan pada kasus-kasus tersebut memberikan solusi lebih baik pada beberapa kasus dengan hasil jarak optimal yang lebih pendek dibandingkan jarak optimal yang telah ditemukan sebelumnya.

Kata Kunci: *TSP, EDFA, firefly, solusi optimal.*

1. PENDAHULUAN

Suatu industri memerlukan beberapa bentuk efisiensi dalam pelaksanaan kegiatannya seperti dalam proses pendistribusian barang. Salah satu faktor yang mempengaruhi biaya distribusi adalah pemilihan jalur terpendek yang akan dilalui oleh *salesman*. Jalur yang dilalui untuk proses pendistribusian barang di dalam ilmu matematika dapat direpresentasikan sebagai sebuah graf. Kota yang dilalui seorang *salesman* dipandang sebagai sebuah *vertex* (titik) dan jarak antar kota tersebut dipandang sebagai *edge* (sisi). Jika *salesman* tersebut akan melalui tiap kota tepat satu kali dan kembali ke kota asal, maka jalur tersebut disebut sebagai sirkuit Hamilton [5]. Pemilihan jalur terpendek merupakan proses minimasi

sirkuit Hamilton dari suatu graf yang dikenal sebagai *Travelling Salesman Problem* (TSP). Tujuan dari TSP adalah untuk menemukan jalur perjalanan yang didapat dari permutasi urutan kota dengan total jarak minimum [1].

TSP memiliki banyak metode penyelesaian di antaranya yaitu metode eksak dan metode aproksimasi. Metode eksak mendapatkan solusi optimal dan dapat menjamin keoptimalannya namun hanya dapat diterapkan pada beberapa contoh kasus kecil dari permasalahan sulit seperti TSP dengan lima sampai sepuluh rute saja, sedangkan metode aproksimasi diantaranya metaheuristik memungkinkan untuk mengatasi masalah yang lebih kompleks, misalnya solusi untuk TSP dengan ribuan titik kota [7]. Terdapat banyak peneliti telah menyelesaikan permasalahan optimasi berkaitan dengan TSP yang diselesaikan dengan beberapa algoritma. Beberapa di antaranya seperti, *Genetic Algorithm* (GA) oleh Sumarta (2015), *Ant Colony Optimization* (ACO) oleh Bharad dan Sureja (2012) serta *Firefly Algorithm* (FA) oleh Kumbhara dan Pandey (2013). Dalam penelitian oleh Kumbhara dan Pandey (2013) didapatkan kesimpulan bahwa FA memberikan hasil yang lebih bagus dibandingkan ACO, *Simulated Annealing* (SA), dan GA.

Firefly Algorithm (FA) merupakan salah satu metode metaheuristik untuk pemecahan persoalan optimasi yang ditemukan oleh Yang Xin-She pada tahun 2008 dengan inspirasi dari pergerakan kunang-kunang [8]. FA pada dasarnya didesain untuk menyelesaikan permasalahan optimasi kontinu, akan tetapi juga dapat didiskritkan untuk permasalahan diskrit seperti TSP. Jati dan Suyanto (2011) mengadopsi FA untuk penyelesaian TSP dalam representasi permutasi yang memiliki solusi optimal dalam ruang pencarian diskrit. Oleh karena itu, FA dikembangkan menjadi *Evolutionary Discrete Firefly Algorithm* (EDFA) dengan mengubah beberapa skema di dalamnya. Skema jarak euclid antar *firefly* dievolusi menjadi jarak diskrit dan skema pergerakan dilakukan dengan sistem mutasi inversi. Penerapan EDFA dalam penyelesaian TSP memberikan hasil yang lebih baik untuk beberapa kasus TSP standar dibandingkan solusi optimal sebelumnya.

Permasalahan yang diselesaikan tersebut menunjukkan bahwa FA maupun EDFA dianggap lebih mengungguli beberapa algoritma lain berdasarkan tingkat akurasi. Oleh karena itu, dalam penelitian ini penulis mengkaji dan memperkenalkan penerapan EDFA untuk permasalahan diskrit TSP yang menggunakan skema jarak diskrit dan skema pergerakan yang berbeda dibandingkan FA.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Travelling Salesman Problem*

Travelling Salesman Problem (TSP) merupakan salah satu permasalahan optimasi kombinatorial. TSP memiliki tujuan untuk mendapatkan jalur perjalanan dari seorang *salesman* mulai dari lokasi awal, mengunjungi kumpulan kota

tertentu dan kembali ke lokasi awal sehingga total jarak yang dilalui adalah minimum dan setiap kota dikunjungi tepat satu kali, kecuali kota pertama [5].

Definisi 2.1.1 [1]

Misalkan $G = (V, E)$ sebuah graf dan F merupakan himpunan semua sirkuit Hamilton dalam G . Untuk setiap sisi $e \in E$, biaya (bobot) c_e ditentukan. Travelling Salesman Problem adalah untuk menemukan jalur (sirkuit Hamilton) dalam G sedemikian sehingga total bobot dari sisi-sisi dalam jalur tersebut adalah seminimum mungkin.

Definisi 2.1.2 [1]

Misalkan P_n adalah koleksi semua permutasi dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, n\}$. TSP adalah menemukan sebuah $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$ dalam P_n sedemikian sehingga $c_{\pi(n)\pi(1)} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{\pi(i)\pi(i+1)}$ diminimasi. Dalam kasus ini $(\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$ memberikan urutan kota mana yang dikunjungi, mulai dari kota $\pi(1)$.

2.2 Firefly Algorithm

Firefly Algorithm atau Algoritma Kunang-Kunang adalah salah satu metaheuristik terbaru yang pertama kali dikembangkan oleh Xin-She Yang pada tahun 2008 di Cambridge University. *Firefly Algorithm* adalah algoritma yang terinspirasi dari cara berkedip kunang-kunang, dan memiliki tiga aturan ideal yang telah dijelaskan oleh Xin-She Yang [8] sebagai berikut.

1. Semua kunang-kunang adalah unisex sehingga suatu kunang-kunang akan tertarik pada kunang-kunang yang lain tanpa memperhatikan jenis kelaminnya.
2. Ketertarikan antar kunang-kunang sebanding dengan tingkat kecerahan kunang-kunang tersebut. Dimana ketertarikan ini akan berkurang jika jarak antar kunang-kunang bertambah. Antar dua kunang-kunang yang saling berkedip, kunang-kunang yang kurang terang (redup) akan bergerak menuju kunang-kunang yang lebih terang. Jika tidak ada yang lebih terang dibandingkan dengan yang lain, maka kunang-kunang akan bergerak secara acak.
3. Kecerahan pada kunang-kunang ditentukan oleh fungsi tujuan dari masalah yang diberikan.

Berdasarkan tiga aturan ideal tersebut, langkah-langkah dasar dari *Firefly Algorithm* dapat dirangkum dalam *pseudo code* berikut.

Fungsi objektif $f(x)$, $x = (x_1, \dots, x_d)^T$.

Bangkitkan populasi awal dari n firefly $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$.

Intensitas cahaya I_i pada x_i ditentukan dengan $1/f(x_i)$.

Definisikan penyerapan cahaya γ .

While ($t < MaxIteration$),

for $i = 1:n$ (semua n firefly)

for $j = 1:n$

if ($I_i < I_j$)

Gerakkan *firefly* i menuju *firefly* j .
end if
 Ubah ketertarikan dengan jarak r melalui $e^{-\gamma r^2}$
 Evaluasi populasi baru dan perbarui intensitas cahaya
end for j
end for i
 Urutkan *firefly* dan temukan *global best* sementara.
end while
 Tampilkan hasil dan visualisasi.

Adapun parameter-parameter kunci dalam *Firefly Algorithm* yaitu:

1. Intensitas Cahaya dan Ketertarikan

Dalam bentuk sederhana, intensitas cahaya $I(r)$ berubah-ubah menurut hukum kuadrat terbalik $I(r) = I_s/r^2$ dimana I_s adalah intensitas pada sumber. Pada medium yang diberikan dengan koefisien penyerapan cahaya γ , intensitas cahaya berubah bergantung dengan jarak r . Yaitu $I = I_0 e^{-\gamma r}$, dimana I_0 adalah intensitas cahaya mula-mula. Untuk menghindari kejanggalan $r = 0$ pada pernyataan I_s/r^2 , akibat gabungan dari hukum kuadrat terbalik dan penyerapan dapat didekati menggunakan bentuk Gaussian pada persamaan (1).

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2} \quad \dots (1)$$

Karena ketertarikan *firefly* sebanding dengan intensitas cahaya dilihat dari *firefly* yang berdekatan, dapat didefinisikan ketertarikan suatu *firefly* seperti pada persamaan (2).

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad \dots (2)$$

dengan β_0 adalah ketertarikan pada $r = 0$.

2. Jarak dan Pergerakan

Jarak antara dua kunang-kunang i dan j pada posisi x_i dan x_j merupakan jarak Euclid seperti pada persamaan (3).

$$r_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_i^k - x_j^k)^2} \quad \dots (3)$$

dengan x_i^k adalah komponen ke- k dari x_i pada *firefly* i dan d total dimensi dari masalah. Pergerakan dari seekor *firefly* i yang tertarik pada *firefly* lain yang lebih menarik (lebih cerah) yaitu *firefly* j serta *firefly* i yang bergerak secara acak ditentukan dengan persamaan (4).

$$x_i' = \begin{cases} x_i + \beta_0 e^{-\gamma r_{i,j}^2} (x_j - x_i) + \alpha \left(\text{rand} - \frac{1}{2} \right), & \text{untuk } i \text{ menuju } j \\ x_i + \alpha \left(\text{rand} - \frac{1}{2} \right) \dots (5), & \text{untuk } i \text{ bergerak acak} \end{cases} \quad \dots (4)$$

dengan x_i' adalah posisi baru *firefly* i dan x_i adalah posisi sekarang dari *firefly* i . Syarat kedua pada pergerakan menuju *firefly* lebih cerah disebabkan oleh keterkarikan sedangkan α merupakan parameter pengacakan dan rand merupakan sebuah pembangkit bilangan acak yang didistribusikan secara uniform pada $[0,1]$. Pada kebanyakan kasus dalam penerapannya, nilai yang diambil adalah $\beta_0 = 1$ dan $\alpha \in [0,1]$.

3. METODE PENELITIAN

3.1 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa koordinat titik kota dalam permasalahan TSP yang diunduh dari TSPLIB yang merupakan database dari sampel kasus-kasus TSP berbagai sumber. Permasalahan TSP memberikan sejumlah kota dengan masing-masing koordinat. Bilangan yang tercantum dalam nama permasalahan TSP menyatakan jumlah kota yang diberikan. Permasalahan TSP yang akan dijadikan data dalam penelitian ini yaitu Ulysses16, Ulysses22, Eil51, Berlin52, St70, Rat99 dan Gr202. Selanjutnya dilakukan pengidentifikasian data dan merepresentasikan data ke dalam graf.

3.2 Prosedur Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini untuk menyelesaikan TSP dengan menerapkan EDFA adalah:

1. Menginisialisasi parameter EDFA
2. Membangkitkan populasi awal sebanyak p *firefly*
3. Menentukan *firefly* terbaik,
4. Menentukan ketertarikan dari setiap *firefly* i kepada *firefly* j , kemudian melakukan pergerakan
5. Memilih p *firefly* terbaik untuk dijadikan populasi pada iterasi selanjutnya.
6. Mengulangi langkah 3) sampai 5) hingga batas iterasi terpenuhi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Evolutionary Discrete Firefly Algorithm (EDFA) untuk Penyelesaian Travelling Salesman Problem (TSP)

EDFA merupakan perkembangan dari FA dasar untuk menyelesaikan permasalahan optimasi yang memiliki solusi dalam ruang diskrit seperti TSP. Terdapat dua perubahan skema dari FA dasar yang diadaptasi EDFA yaitu untuk menggambarkan jarak diskrit antara dua *firefly* serta skema *movement* pada *firefly* dalam representasi permutasi. Adapun parameter yang mempengaruhi EDFA dalam penyelesaian TSP adalah intensitas cahaya, ketertarikan, serta koefisien penyerapan cahaya.

4.1.1. Intensitas Cahaya dan Ketertarikan

Dalam FA dasar, diasumsikan bahwa ketertarikan suatu *firefly* ditentukan oleh kecerahan (intensitas cahaya) yang bergantung pada fungsi objektifnya. Untuk permasalahan minimasi seperti TSP, kecerahan I dari *firefly* x berbanding terbalik dengan fungsi tujuannya, dengan kata lain $I(x)$ sebanding dengan $1/f(x)$. Fungsi tujuan dari kasus TSP untuk *firefly* $x = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ adalah

$$\text{Min } f(x) = c_{x(n),x(1)} + \sum_{k=1}^{n-1} c_{x(k),x(k+1)} \quad \dots (9)$$

dengan n adalah total kota yang dikunjungi, $c_{i,j}$ adalah jarak antar kota i dan j , serta $x(k)$ adalah kota urutan ke k untuk $k = 1, 2, \dots, n - 1$.

Ketertarikan β bersifat relatif karena bergantung pada penilaian dan pandangan dari *firefly* lainnya sehingga nilainya akan bervariasi karena dipengaruhi jarak $r_{i,j}$ antara *firefly* i dan *firefly* j . Selain itu, intensitas cahaya akan berkurang seiring dengan bertambahnya jarak dari sumber serta mengalami penyerapan dalam media yang dilaluinya sehingga ketertarikan β juga

dipengaruhi oleh tingkat penyerapan cahaya tersebut. Dalam bentuk yang sederhana, intensitas cahaya $I(r_{i,j})$ berubah-ubah menurut hukum kuadrat terbalik

$$I(r_{i,j}) = \frac{I_s}{r_{i,j}^2} \quad \dots (10)$$

dengan I_s adalah intensitas pada sumber. Untuk menghindari kejanggalan pada saat $r_{i,j} = 0$ pada pernyataan $\frac{I_s}{r_{i,j}^2}$, maka hukum kuadrat terbalik dikombinasikan dengan penyerapan sehingga dapat dilakukan pendekatan dengan

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dr_{i,j}^2} &= -\gamma I \\ \int \frac{dI}{I} &= \int (-\gamma dr_{i,j}^2) \\ \ln I &= -\gamma r_{i,j}^2 + k \\ I &= e^{-\gamma r_{i,j}^2 + k} \\ I &= Ke^{-\gamma r_{i,j}^2}. \end{aligned}$$

Untuk $r_{i,j} = 0$, diperoleh

$$I(0) = I_0 = K$$

sehingga

$$I(r_{i,j}) = I_0 e^{-\gamma r_{i,j}^2}. \quad \dots (12)$$

Karena ketertarikan suatu *firefly* sebanding dengan intensitas cahaya yang dilihat oleh *firefly* yang berdekatan, maka ketertarikan β suatu *firefly* dapat didefinisikan sebagai

$$\beta(r_{i,j}) = \beta_0 e^{-\gamma r_{i,j}^2} \quad \dots (13)$$

dengan β_0 adalah ketertarikan pada $r_{i,j} = 0$.

Dalam EDFA, skema perhitungan ketertarikan β tersebut diadopsi sepenuhnya dalam penyelesaian TSP. $\beta(r_{i,j})$ adalah ketertarikan dari suatu *firefly* saat dilihat pada jarak $r_{i,j}$, β_0 adalah kecerahan dari *firefly* yang lebih cerah. Untuk setiap *firefly* i dan *firefly* j lain yang lebih cerah, pertama dilakukan perhitungan jarak $r_{i,j}$ antar *firefly* tersebut menggunakan persamaan (6). Jika ketertarikan dari *firefly* j tersebut lebih besar dari kecerahan *firefly* i , maka *firefly* i akan bergerak menuju *firefly* j , sebaliknya maka *firefly* i akan bergerak secara random.

4. 1. 2. Penyerapan Cahaya

Koefisien penyerapan cahaya (*light absorption*) γ menggambarkan variasi dari nilai ketertarikan suatu *firefly*. nilai tersebut sangat penting untuk menentukan kecepatan konvergensi dan bagaimana tingkah laku *firefly*. Dalam teori, $\gamma \in [0, \infty)$, namun dalam kenyataannya nilai γ ditentukan dengan karakteristik dari permasalahan dari kasus yang dioptimalkan.

Dalam kondisi saat $\gamma \rightarrow 0$, ketertarikan akan menjadi konstan dan $\beta(r_{i,j}) = \beta_0$. Sehingga pada kasus ini, ketertarikan tersebut tidak akan berkurang saat dipandang oleh *firefly* yang lain. Jika $\gamma \rightarrow \infty$, maka nilai dari ketertarikan akan menuju nol saat dipandang *firefly* lain. Hal ini ekuivalen dengan kondisi saat *firefly* terbang secara acak di wilayah yang sangat berkabut. Tidak ada *firefly* yang dapat dilihat, dan setiap *firefly* menjelajah dengan cara yang benar-benar acak. Dengan demikian, hal ini sesuai dengan metode pencarian yang benar-benar acak.

Koefisien penyerapan γ menentukan seberapa besar intensitas cahaya merubah ketertarikan dari suatu *firefly* pada jarak tertentu. Dalam EDFA, γ berada pada interval $[0.01, 0.15]$ sedemikian sehingga ketertarikan dari suatu *firefly* yang dilihat oleh *firefly* lain akan mengikuti kurva yang dibentuk $e^{-\gamma r_{i,j}^2}$. Hubungan antara koefisien penyerapan γ dan jarak $r_{i,j}$ dilihat dari interval $r_{i,j} \in [1, 10]$ yang mempengaruhi nilai $e^{-\gamma r_{i,j}^2}$. Jika $r_{i,j}$ sangat besar (lebih dari 10) maka nilai dari $e^{-\gamma r_{i,j}^2}$ akan mendekati nol, dan ketertarikan juga akan mendekati nol saat dilihat dari *firefly* lain sehingga *firefly* akan selalu bergerak secara acak.

4.2 Prosedur *Evolutionary Discrete Firefly Algorithm* (EDFA) untuk Penyelesaian *Travelling Salesman Problem* (TSP)

1. Inisialisasi Parameter dan Input Data

Parameter-parameter EDFA yang akan digunakan antara lain banyaknya *firefly* (p), koefisien penyerapan cahaya (γ), banyaknya pergerakan (m), dan maksimum iterasi yang diinginkan (*MaxIterasi*). Pada penelitian ini banyaknya populasi *firefly* (p) bervariasi, koefisien penyerapan cahaya (γ) = 0.15, dan banyaknya pergerakan (m) bervariasi. Selanjutnya adalah memasukkan data berupa koordinat titik setiap kota dalam koordinat kartesius dengan asumsi bahwa kota sebagai simpul pada graf dan jarak antar kota sebagai sisi pada graf.

2. Membangkitkan Populasi Awal *Firefly*

Pembangkitan elemen *firefly* dilakukan dengan cara membangkitkan secara random permutasi bilangan $(1, 2, \dots, n)$ dengan n adalah banyak kota.

3. Menghitung Fungsi Tujuan (Evaluasi *Firefly*)

Fungsi tujuan dalam permasalahan TSP adalah total jarak tempuh yang dilalui pada jalur yang diberikan elemen *firefly*. Perhitungan fungsi tujuan setiap *firefly* dilakukan menggunakan persamaan (9).

4. Menentukan Intensitas Cahaya *Firefly*

Fungsi tujuan dalam permasalahan TSP adalah total jarak tempuh yang dilalui pada jalur yang diberikan elemen *firefly*. Perhitungan fungsi tujuan setiap *firefly* dilakukan menggunakan persamaan (9).

5. Membandingkan *Firefly* dan Menentukan *Firefly* Terbaik

Pada tahap ini nilai intensitas cahaya setiap *firefly* akan dibandingkan untuk memperoleh *firefly* terbaik. Jika intensitas cahaya *firefly* rendah, maka akan dilakukan *movement* menuju *firefly* dengan intensitas cahaya lebih besar. Sedangkan untuk *firefly* terbaik akan dilakukan *movement* secara random.

6. Melakukan *Movement* Setiap *Firefly*

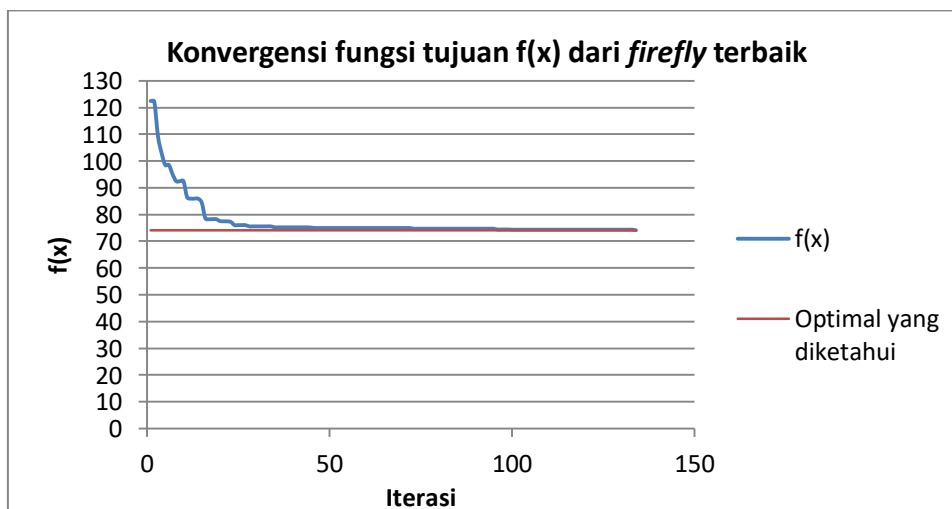
Prosedur *movement* pada langkah ini dilakukan menggunakan konsep Mutasi Inversi. Pertama, menghitung jarak antar *firefly* menggunakan persamaan (6). Selanjutnya menghitung ketertarikan antar *firefly* i dan *firefly* j yang lain dengan persamaan (13). Setelah mendapatkan *firefly* j yang paling menarik (ketertarikan paling besar) maka akan dilakukan *movement* dari *firefly* i menuju *firefly* j menggunakan persamaan (8)

4.3 Penyelesaian Contoh Kasus *Travelling Salesman Problem* Menggunakan Program EDFA

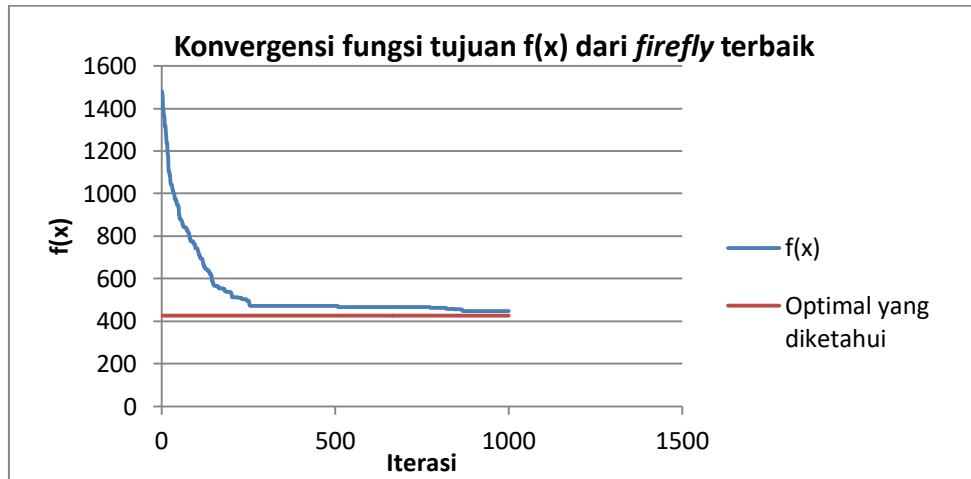
Penerapan program EDFA pada kasus TSP dilakukan menggunakan parameter-parameter terbaik yang diperoleh dari ujicoba beberapa kombinasi parameter dalam program. Ujicoba ini dilakukan pada kasus Ulysses16 menggunakan parameter banyak populasi (p) bervariasi, parameter banyak pergerakan (m) bervariasi serta koefisien penyerapan cahaya (γ) = 0.15. Program EDFA kemudian dijalankan 10 kali untuk mencapai salah satu dari dua kriteria terminasi yaitu menemukan hasil optimal yang telah diketahui atau mencapai iterasi maksimum ($MaxIterasi$) = 100000.

Hasil ujicoba menunjukkan parameter banyak populasi (p) mempengaruhi waktu komputasi secara kritis dimana populasi yang besar tidak dapat menjamin bahwa EDFA akan mencapai solusi terbaik lebih cepat. Banyak populasi (p) terbaik dengan pencapaian optimal terbanyak dan waktu tercepat adalah 15. Hasil ujicoba juga menunjukkan bahwa banyak pergerakan (m) tidak menjamin secara kritis waktu komputasi yang diperlukan untuk mencapai hasil optimal terbaik. Sehingga banyak pergerakan (m) dengan rata-rata waktu paling cepat yang digunakan sebagai parameter dalam penerapan program pada semua kasus adalah 9. Selanjutnya dengan menggunakan parameter-parameter terbaik yaitu $p = 15$, $m = 9$ serta $\gamma = 0.15$, program EDFA diterapkan pada beberapa jenis kasus dengan jumlah data yang berbeda-beda diantaranya Ulysses16, Ulysses22, Eil51, Berli52, St70, Rat99 dan Gr202. Hasil penerapan EDFA pada kasus-kasus tersebut pada Tabel 10 menunjukkan solusi optimal yang ditemukan oleh EDFA serta solusi yang telah ditemukan sebelumnya berdasarkan data solusi optimal pada TSPLIB.

Simulasi program juga menunjukkan performansi EDFA terhadap penyelesaian kasus TSP dilihat dari konvergensi. Konvergensi dari fungsi tujuan *firefly* terbaik pada kasus Ulysses16 dan Eil51 berturut-turut melalui simulasi program dengan iterasi maksimum 1000 ditunjukkan pada Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. Grafik fungsi tujuan dari *firefly* terbaik pada kasus Ulysses16



Gambar 2. Grafik fungsi tujuan dari *firefly* terbaik pada kasus Eil51

Berdasarkan grafik tersebut, ditunjukkan bahwa solusi dari setiap iterasi konvergen menuju solusi optimal yang diketahui sebelumnya (garis merah). Pada kasus Ulysses16 *firefly* terbaik dapat mencapai solusi sedangkan untuk kasus Eil51 *firefly* tidak dapat mencapai solusi optimal sehingga program berjalan hingga iterasi maksimum. Iterasi terakhir yang dicapai EDFA untuk setiap kasus TSP yang diselesaikan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil penerapan program EDFA pada 7 kasus TSP

Nama kasus	Iterasi terakhir	Solusi yang diperoleh	Solusi yang telah diketahui
Ulysses16	134	73.9876	74.109
Ulysses22	128	75.3097	75.665
Eil51	1000	440.7806	426
Berlin52	1000	7740.9	7542
St70	1000	698.8559	675
Rat99	1000	1287.6	1211
Gr202	6304	538.5306	549.998

Tabel 1 menunjukkan program EDFA berhenti pada iterasi terakhir yang berbeda-beda pada setiap kasus. Pada kasus Ulysses16 dan Ulysses22 yang memiliki iterasi maksimum 1000 berturut-turut berhenti pada iterasi ke-134 dan iterasi ke-128 dengan solusi yang lebih baik yaitu 73.9876 dan 75.3097. Pada kasus Eil51, Berlin52, St70 dan Rat99, program EDFA berjalan hingga iterasi maksimum 1000 dan solusi yang diperoleh tidak lebih baik daripada solusi yang telah diketahui sebelumnya. Pada kasus Gr202 dengan iterasi maksimum 10000, program EDFA berhenti pada iterasi ke-6304 dengan solusi yang lebih baik yaitu 538.5306.

Hasil simulasi program EDFA pada semua kasus TSP hingga solusi optimal diperoleh memiliki iterasi terakhir yang berbeda-beda. Hal ini disebabkan setiap

kasus memiliki jumlah data kota yang berbeda sehingga jika jumlah kota semakin banyak maka ruang solusi akan semakin besar. Namun semakin kecil data kota tidak dapat menjamin EDFA akan berhenti pada iterasi yang lebih cepat dibandingkan kasus dengan data kota yang lebih besar, hal ini disebabkan populasi awal *firefly* yang dibangkitkan secara random dan skema pergerakan yang dilakukan *firefly* tidak dapat menjamin solusi baru yang lebih baik untuk dibangkitkan menjadi populasi awal yang baru.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa EDFA sebagai perkembangan FA telah berhasil diterapkan untuk kasus TSP yang memiliki solusi dalam ruang diskrit dengan dua perubahan skema yaitu pada perumusan jarak antar *firefly* dan skema pergerakan menggunakan Mutasi Inversi. Simulasi program EDFA diterapkan pada beberapa kasus TSP dari TSPLIB menggunakan parameter-parameter terbaik yang diperoleh dari hasil ujicoba pada kasus Ulysses16, yaitu $p = 15$, $m = 9$, dan $\gamma = 0.15$. Hasil simulasi penerapan EDFA ini memberikan solusi optimal yang sangat baik pada beberapa kasus dengan hasil jarak optimal yang lebih pendek dibandingkan jarak optimal yang telah ditemukan sebelumnya yaitu Ulysses16= 73.9876 , Ulysses22=75.3097, dan Gr202= 538.5306 .

REFERENSI

- [1] Gutin, G., Punnen, A. P. 2002. *The Travelling Salesman Problem and Its Variations*. Kluwer Academic Publisher, New York.
- [2] Jati, G. K., Suyanto. 2011. Evolutionary Discrete Firefly Algorithm for Travelling Salesman Problem. *ICAIS 2011, LNAI. 6943*: 393–403.
- [3] Jati, G. K. dkk. 2013. Discrete Firefly Algorithm for Traveling Salesman Problem: A New Movement Scheme. *Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation*. Elsevier Inc, London.
- [4] Kumbhara, S. N., Pandey, G. M. 2013. Solving Travelling Salesman Problem using Firefly Algorithm. *International Journal for Research in Science & Advanced Technologies, Issues 2. 2*: 053-057.
- [5] Ratnasari, R. 2016. *Penerapan Firefly Algorithm dan Ant Colony Optimization pada Travelling Salesman Problem*. Skripsi. Universitas Jember, Jember.
- [6] Samana, E. dkk. 2015. Aplikasi Simulated Annealing untuk Menyelesaikan Travelling Salesman Problem. *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster), No. 1. 03*: 25-32.
- [7] Talbi, E. G. 2009. *Metaheuristic: From Design to Implementation*. Luniver Press, Frome.
- [8] Yang, X. S. 2010. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms, 2nd Edition*. Luniver Press, Frome.