Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

MODEL OLIGOPOLI DENGAN FUNGSI HARGA DAN BIAYA YANG LINIER

[*1]Muhammad Afief Balya, [2]Yuni Yulida, [3]Aprida Siska Lestia

*[*1]Alumni Program Studi Matematika, Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat*
[2]Program Studi Matematika, Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat
[3]Program Studi Statistika, Fakultas MIPAUniversitas Lambung Mangkurat
Jl. A. Yani Km. 36 Banjarbaru, Kalimantan Selatan
[*]Email: afiefbalya574@gmail.com

ABSTRAK

Pasar merupakan tulang punggung perekonomian masyarakat, baik masyarakat dikalangan kelas bawah maupun kelas atas. Salah satu jenis pasar yaitu pasar oligopoli. Oligopoli menggambarkan suatu pasar dimana penawaran satu jenis barang dikuasai oleh beberapa perusahaan. Pada teori oligopoli terdapat beberapa model, salah satunya model Cournot. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menjelaskan terbentuknya model Cournot oligopoli dengan fungsi harga dan biaya yang linier, menentukan *best response* dari model Cournot oligopoli, menjelaskan terbentuknya model proses penyesuaian dinamis dengan fungsi harga dan biaya yang linier, serta menganalisa kestabilan proses penyesuaian dinamis dengan fungsi harga dan biaya yang linier. Pada penelitian ini digunakan fungsi penerimaan dan fungsi biaya yang diselisihkan untuk membentuk model Cournot oligopoli berupa fungsi keuntungan dan diturunkan satu kali untuk mencari titik kritis yang merupakan *best response*. Selanjutnya, proses penyesuaian dinamis muncul dengan menggunakan skema penyesuaian Cournot serta analisis kestabilan dengan menggunakan determinan matriks khusus dan polinomial karakteristik. Hasil dari penelitian ini didapatkan model Cournot oligopoli berupa fungsi keuntungan, terdapat tiga *best response* yang salah satunya menjadi titik ekuilibrium, muncul proses penyesuaian dinamis, dan titik ekuilibrium stabil asimtotik lokal.

Kata Kunci: *Cournot oligopoli*, *best response*, proses penyesuaian, kestabilan.

1. PENDAHULUAN

Pasar merupakan tulang punggung perekonomian masyarakat, baik masyarakat dikalangan kelas bawah maupun kelas atas. Salah satu jenis pasar yaitu pasar oligopoli. Pada teori oligopoli terdapat berbagai model, salah satunya model Cournot. Model Cournot klasik juga dikenal sebagai model oligopoli produk tunggal tanpa diferensiasi produk. Asumsi utama dari model ini adalah jika perusahaan telah menentukan kuantitas produk, maka perusahaan tersebut tidak akan mengubahnya. Atas dasar inilah perusahaan pesaingnya juga akan menentukan kuantitas produknya [2]. Pada model Cournot membahas *best response* dan analisis titik ekuilibrium dari *best response* itu sendiri, dimana *best response* terkait pada fungsi keuntungan perusahaan. *Best response* diperoleh dari fungsi keuntungan perusahaan dimana diasumsikan fungsi harga dan biayanya linier [1]. Oleh karena itu, model yang akan dibahas pada artikel ini merujuk pada penelitian Zhao – Szidarovszky (2008) yang mebahas model oligopoli n – perusahaan dengan biaya penyesuaian produksi dimana *best response* dan analisis titik ekuilibrium ditentukan [6].

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Keseimbangan Pasar Satu Macam Produk

Interaksi fungsi permintaan $Q_{dx} = a - bP_x$ dan fungsi penawaran $Q_{sx} = \alpha + \beta P_x$ sering disebut keseimbangan pasar satu macam produk. Karena baik fungsi permintaan maupun fungsi penawaran hanya mempunyai satu variabel bebas.

Keseimbangan pasar ini akan menciptakan harga dan kuantitas keseimbangan di pasar. Syarat untuk mencapai keseimbangan pasar ini adalah kuantitas produk yang diminta oleh konsumen harus sama dengan kuantitas produk yang ditawarkan oleh produsen ($Q_{dx} = Q_{sx}$). Keseimbangan pasar secara aljabar dapat diperoleh dengan mengerjakan sistem persamaan linier antara fungsi permintaan dan fungsi penawaran secara simultan. Sedangkan secara geometri ditunjukkan oleh perpotongan antara kurva permintaan dan kurva penawaran [3].

2.2 Fungsi Utilitas

Utilitas didefinisikan sebagai tingkat kepuasan tertentu yang diperoleh seorang konsumen dari mengkonsumsi sejumlah barang – barang tertentu. Jika $q_1, q_2, \cdots, q_n$ menunjukkan barang – barang yang dikonsumsi oleh konsumen, maka fungsi utilitas dapat dituliskan sebagai berikut: $U(q_1, q_2, \cdots, q_n)$.

Konsumen melakukan konsumsi untuk mendapatkan utilitas. Jika konsumen merasa puas dengan suatu produk maka akan ada kecenderungan untuk mengkonsumsi lebih banyak. Asumsi ini dapat diartikan bahwa marginal utilitas dari konsumsi adalah positif, yaitu menambahkan konsumsi akan meningkatkan utilitas. Asumsi lain adalah bahwa marginal utilitas dari konsumsi sifatnya menurun, yaitu peningkatan utilitas untuk konsumsi yang sama akan semakin lebih kecil dari sebelumnya [3].

2.3 Fungsi Surplus Konsumen

Dalam ekonomi, surplus dibagi menjadi dua, yaitu surplus produsen dan surplus konsumen. Surplus konsumen adalah kepuasan tambahan yang diperoleh oleh konsumen dari pembayaran harga suatu produk yang lebih rendah dari harga dimana konsumen bersedia untuk membayarnya. Dengan kata lain, surplus konsumen adalah selisih antara harga maksimum dimana konsumen bersedia untuk membayarnya dengan harga sebenarnya yang harus dibayar. Secara matematis, fungsi surplus konsumen dapat ditulis sebagai berikut:

$$S_x = B_x - P_x . q_x \quad ...(1)$$

dimana: S_x = surplus konsumen untuk produk x
B_x = harga dimana konsumen bersedia untuk membayar untuk produk x
P_x = harga produk x
q_x = kuantitas produk x yang dikonsumsi oleh konsumen

2.4 Fungsi Biaya

Semua biaya yang dikeluarkan oleh produsen atau perusahaan untuk menghasilkan barang atau jasa disebut biaya total. Biaya total menurut penggunaan input terdiri dari Biaya Tetap Total *(Total Fixed Cost)* dan Biaya Variabel Total *(Total Variabel Cost).* Biaya Tetap Total adalah biaya yang tidak berubah – ubah nilainya, walau berapapun jumlah barang yang diproduksi,

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

sedangkan Biaya Variabel Total adalah biaya yang berubah – ubah jika jumlah yang diproduksi berubah. Secara matematis rumus biaya total dapat ditulis menjadi:

$$TC = TFC + TVC \qquad ...(2)$$

dimana: TC = Biaya Total *(Total Cost)*
TFC = Biaya Tetap Total *(Total Fixed Cost)*
TVC = Biaya Variabel Total *(Total Variabel Cost)*

2.5 Fungsi Penerimaan

Penerimaan hasil penjualan merupakan fungsi dari jumlah produk yang terjual. Penerimaan total (*total revenue*) adalah hasil kali jumlah produk yang terjual dengan harga jual per unit. Penerimaan umumnya bersifat linier, karena tidak ada alasan mengapa penerimaan menurun bila produksi meningkat, kecuali bila harga jual menurun karena produksi meningkat. Secara matematis, penerimaan total dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$TR = P^*.Q^* \qquad ...(3)$$

dimana: TR = penerimaan total
P^* = harga jual produksi
Q^* = kuantitas produk yang terjual

2.6 Titik Kritis

Diberikan teorema turunan sebagai berikut :

Teorema 2.1 [5]
Misalkan f didefinisikan pada interval I yang memuat titik c. Jika $f(c)$ adalah nilai esktrim, maka c haruslah berupa suatu titik kritis; dengan kata lain, c adalah salah satu dari

(i) *titik ujung dari I,*
(ii) *titik stasioner dari f; yakni titik dimana $f'(c) = 0$, atau*
(iii) *titik singular dari f; yakni titik dimana $f'(c)$ tidak ada.*

2.7 Sistem Persamaan Diferensial Linier Nonhomogen

Bentuk sistem persamaan diferensial linier nonhomogen dengan waktu diskrit sebagai berikut :

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \cdots + a_{1n}x_n(t) + b_1 \\ x_2(t+1) &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \cdots + a_{2n}x_n(t) + b_2 \\ &\vdots \\ x_n(t+1) &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \cdots + a_{nn}x_n(t) + b_n \end{aligned} \qquad ...(4)$$

dengan koefisien a_{ij}, $(i = 1,2,\dots,n; j = 1,2,\dots,n)$, merupakan konstanta riil.

Persamaan (4) dapat ditulis menjadi:

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b} \qquad ...(5)$$

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

dengan $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$, dan $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$

2.8 Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium $\overline{\boldsymbol{x}}$ dari persamaan (5) harus memenuhi persamaan berikut :

$$\overline{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\overline{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{b} \qquad ...(6)$$

2.9 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Diberikan definisi nilai eigen dan vektor eigen sebagai berikut :

Definisi 2.2 [4]

Suatu skalar λ disebut nilai eigen dari matriks $\boldsymbol{A}$ berukuran $n \times n$ jika terdapat vektor $\boldsymbol{x}$ tak nol sedemikian sehingga

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \lambda \boldsymbol{x} \qquad ...(7)$$

dimana vektor $\boldsymbol{x}$ yang sesuai dikatakan sebagai vektor eigen dari matriks $\boldsymbol{A}$.

Untuk nilai λ yang diberikan, persamaan (7) ekuivalen dengan persamaan linier homogen sebagai berikut:

$$(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{x} = 0 \qquad ...(8)$$

dengan $\boldsymbol{I}$ matriks identitas.

Persamaan (8) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika

$$det(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I}) = 0 \qquad ...(9)$$

Persamaan ini disebut dengan persamaan karakteristik dari $\boldsymbol{A}$.

Kemudian diberikan teorema sebagai berikut :

Teorema 2.3 [4]

Setiap matriks $\boldsymbol{A}$ berukuran $n \times n$ setidaknya memiliki satu nilai eigen dan vektor eigen tak nol yang sesuai.

2.10 Determinan Matriks Khusus

Determinan matriks khusus digunakan untuk mempermudah dalam memperoleh nilai eigen. Bentuk determinan matriks khusus sebagai berikut:

Misalkan diberikan matriks

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & \cdots & b_1 \\ b_2 & a_2 & \cdots & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_N & b_N & \cdots & a_N \end{bmatrix} \qquad ...(10)$$

Kemudian diberikan persamaan karakteristik dari matriks $\boldsymbol{C}$ sebagai berikut:

$$det(\boldsymbol{C} - \lambda \boldsymbol{I}) = det \begin{bmatrix} a_1 - \lambda & b_1 & \cdots & b_1 \\ b_2 & a_2 - \lambda & \cdots & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_N & b_N & \cdots & a_N - \lambda \end{bmatrix}$$

Atau dapat dinyatakan:

$$det(\boldsymbol{C} - \lambda \boldsymbol{I}) = \prod_{k=1}^{N} (a_k - b_k - \lambda).\left[1 + \sum_{k=1}^{N} \frac{b_k}{a_k - b_k - \lambda}\right] \qquad ...(11)$$

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

2.11 Analisis Kestabilan

Analisis kestabilan titik ekuilibrium pada sistem dapat dilakukan melalui teorema sebagai berikut :

Teorema 2.4 [4]

Syarat perlu dan cukup agar titik ekuilibrium dari sistem (5) menjadi stabil asimtotik adalah nilai – nilai eigen dari $\boldsymbol{A}$ *semuanya memiliki nilai mutlak kurang dari satu. Jika terdapat satu nilai eigen yang memiliki nilai mutlak lebih dari satu, maka titik ekuilibrium tidak stabil.*

3. METODOLOGI

Metode yang digunakan bersifat literatur, dengan prosedur penelitian sebagai berikut:

1. Menjelaskan terbentuknya model cournot oligopoli dengan fungsi harga dan biaya yang linier.
2. Menentukan best respons dari model cournot oligopoli.
3. Menjelaskan terbentuknya model proses penyesuaian dinamis dengan fungsi harga dan biaya yang linier.
4. Menganalisa kestabilan proses penyesuaian dinamis dengan fungsi harga dan biaya yang linier.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Cournot Klasik Oligopoli

Diberikan suatu industri terdiri atas N buah perusahaan yang memproduksi produk yang homogen. Selanjutnya, asumsi-asumsi yang digunakan untuk model Cournot klasik oligopoli sebagai berikut:

1. x_k menyatakan kuantitas produk dari perusahaan k; $(k = 1,2, \dots, N)$,
2. $p = f(\sum_{k=1}^{N} x_k)$ menyatakan fungsi harga yang bergantung pada kuantitas produk total dari industri,
3. fungsi utilitas berupa $U(q) = aq - \frac{1}{2}bq^2; (a, b > 0)$,
4. fungsi surplus konsumen berupa $S(q) = aq - \frac{1}{2}bq^2 - pq; (a, b > 0)$,
5. $Q = \sum_{k=1}^{N} x_k$ menyatakan total kuantitas produk yang ditawarkan/disediakan oleh N buah perusahaan dalam industri,
6. $Q_k = \sum_{l \neq k} x_l$ menyatakan total kuantitas produk dari perusahaan pesaing (lain) dalam industri yang sama. Sehingga dapat dinyatakan bahwa $Q = x_k + Q_k$,
7. $C_k(x_k, Q_k)$ menyatakan biaya perusahaan k yang bergantung pada kuantitas produknya sendiri dan juga bergantung pada total kuantitas produk dari perusahaan pesaing dalam industri yang sama.

Untuk mencapai $S(q)$ yang maksimum, maka akan ditentukan q yang memaksimumkan $S(q)$ yaitu diperoleh

$$q = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}p \qquad \text{...(12)}$$

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

Persamaan (12) menunjukkan permintaan konsumen secara individu pada harga p. Jika terdapat n konsumen yang heterogen, maka persamaan (12) menjadi $q_i = \frac{a_i}{b_i} - \frac{1}{b_i}p$. Sehingga permintaan total untuk n konsumen menjadi

$$D = \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{b_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{b_i} p \qquad ...(13)$$

Kemudian jika asumsi (5) dan persamaan (13) sama maka menghasilkan fungsi harga berupa

$$p = f(Q) = A - BQ \qquad ...(14)$$

Berdasarkan asumsi (6) dan (7) dapat diperoleh fungsi keuntungan secara umum berupa

$$\varphi_k(x_1, x_2, \dots, x_N) = x_k f(x_k + Q_k) - C_k(x_k, Q_k) \qquad ...(15)$$

Dari persamaan (15) dapat dibentuk *Best response* yang dinyatakan sebagai berikut

$$R_k(Q_k) = \{x_k | x_k = \arg\max_{0 \le x_k \le L_k} \{x_k f(x_k + Q_k) - C_k(x_k, Q_k)\}\} \qquad ...(16)$$

dengan L_k adalah batas kapasitas produk dari perusahaan k.

4.2 Model Cournot Klasik Oligopoli Dengan Fungsi Harga dan Biaya yang Linier

Adapun asumsi yang digunakan pada model ini sebagai berikut

1. fungsi harga memiliki dua kemungkinan nilai yaitu
$p = f(Q) = \begin{cases} 0 \\ A - BQ \end{cases} f(Q) = 0$ saat $Q \ge \frac{A}{B}$ dan $f(Q) = A - BQ$ saat $Q < \frac{A}{B}$,
2. fugsi biaya berupa $C_k(x_k, Q_k) = d_k + c_k x_k;\ 1 \le k \le N$.

Berdasarkan asumsi (1) dan (2), maka fungsi keuntungan dapat diperoleh sebagai berikut

$$\varphi_k = \begin{cases} x_k(A - BQ_k - Bx_k) - (d_k + c_k x_k) & \text{jika } Q_k + x_k < \frac{A}{B} \\ -(d_k + c_k x_k) & \text{jika } Q_k + x_k > \frac{A}{B} \end{cases} \qquad ...(17)$$

Untuk memaksimumkan fungsi keuntungan pada persamaan (17), digunakan turunan pertama terhadap x_k menjadi

$$\frac{d\varphi_k}{dx_k} = \begin{cases} A - BQ_k - 2Bx_k - c_k & \text{jika } Q_k + x_k < \frac{A}{B} \\ -c_k & \text{jika } Q_k + x_k > \frac{A}{B} \end{cases} \qquad ...(18)$$

Selanjutnya, *best response* dapat diperoleh dengan menggunakan Teorema 2.1 sebagai berikut

$$R_k(Q_k) = \begin{cases} 0, & \text{jika } Q_k \ge \frac{A - c_k}{B} \\ L_k, & \text{jika } Q_k \le \frac{A - c_k - 2BL_k}{B} \\ -\frac{1}{2}Q_k + \frac{A - c_k}{2B}, & \text{lainnya} \end{cases} \qquad ...(19)$$

4.3 Proses Penyesuaian Dinamis

Sistem dinamis terbentuk karena adanya hubungan saling mempengaruhi antara perusahaan satu dengan perusahaan yang lain dalam hal penentuan kuantitas produk yang diproduksi. Dengan kata lain, perubahan kuantitas produk dari satu perusahaan akan diikuti perubahan kuantitas produk oleh perusahaan

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

lain. Oleh karena itu, tidak akan ada perusahaan yang terus – menerus berada pada kondisi ekuilibrium dan dari sini lah, proses dinamis muncul. Model dari hasil proses dinamis bergantung pada skala waktu dan cara perusahaan dalam menyesuaikan perubahan kuantitas produk.

Adapun asumsi yang digunakan dalam proses penyesuaian dinamis sebagai berikut

1. $x_k(t+1) = R_k\left(Q_k^E(t+1)\right)$, dimana $x_k(t+1)$ menyatakan kuantitas produk dari perusahaan k untuk periode waktu $t+1$ dan $Q_k^E(t+1)$ menyatakan total kuantitas produk dari perusahaan lain dalam industri yang sama yang diharapkan oleh perusahaan$-k$ untuk periode waktu $t+1$,
2. $Q_k^E(t+1) = \sum_{l \neq k} x_l(t)$, dimana $\sum_{l \neq k} x_l(t)$ menyatakan total kuantitas produk dari perusahaan lain dalam industri yang sama untuk periode waktu t,
3. terdapat a_k yang menyatakan laju penyesuaian perusahaan k.

Dengan menggunakan asumsi (3), asumsi (2) dapat berubah menjadi

$$Q_k^E(t+1) = Q_k^E(t) + a_k\left(\sum_{l \neq k} x_l(t) - Q_k^E(t)\right) \qquad ...(20)$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (20), maka asumsi (1) berubah menjadi

$$x_k(t+1) = R_k(a_k \sum_{l \neq k} x_l(t) + (1-a_k)Q_k^E(t))$$
$$\Leftrightarrow x_k(t+1) = a_k R_k\left(\sum_{l \neq k} x_l(t)\right) + (1-a_k)R_k\left(Q_k^E(t)\right) \qquad ...(21)$$

Berdasarkan asumsi (1), karena $x_k(t+1) = R_k\left(Q_k^E(t+1)\right)$ maka berlaku pula $x_k(t) = R_k\left(Q_k^E(t)\right)$. Sehingga persamaan (21) dapat ditulis kembali menjadi

$$x_k(t+1) = a_k R_k\left(\sum_{l \neq k} x_l(t)\right) + (1-a_k)x_k(t) \qquad ...(22)$$

dengan $a_k \in (0,1]$.

4.4 Proses Penyesuaian Dinamis Dengan Fungsi Harga dan Biaya yang Linier

Pada *best response* yang sudah diperoleh, maka yang akan diselidiki dan digunakan pada proses penyesuaian dinamis yaitu $R_k(Q_k) = -\frac{1}{2}Q_k + \frac{A-c_k}{2B}$ yang juga merupakan titik ekuilibrium. Karena $Q_k = \sum_{l \neq k} x_l(t)$, maka $R_k(Q_k) = -\frac{1}{2}Q_k + \frac{A-c_k}{2B}$ dapat disubstitusikan ke persamaan (22) menjadi

$$x_k(t+1) = a_k\left(-\frac{1}{2}\sum_{l \neq k} x_l(t) + \frac{A-c_k}{2B}\right) + (1-a_k)x_k(t) \qquad ...(23)$$

Dari persamaan (23) dengan $k = 1,2,\dots,N$, maka berdasarkan persamaan (5) dapat dibentuk

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \\ \vdots \\ x_N(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a_1 & -\frac{a_1}{2} & \cdots & -\frac{a_1}{2} \\ -\frac{a_2}{2} & 1-a_2 & \cdots & -\frac{a_2}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{a_N}{2} & -\frac{a_N}{2} & \cdots & 1-a_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1\left(\frac{A-c_1}{2B}\right) \\ a_2\left(\frac{A-c_2}{2B}\right) \\ \vdots \\ a_N\left(\frac{A-c_N}{2B}\right) \end{bmatrix} \qquad ...(24)$$

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

4.5 Analisa Kestabilan

Jika diberikan matriks sebagai berikut

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1-a_1 & r_1a_1 & \cdots & r_1a_1 \\ r_2a_2 & 1-a_2 & \cdots & r_2a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_Na_N & r_Na_N & \cdots & 1-a_N \end{bmatrix} \quad \text{...(25)}$$

Dengan menggunakan persamaan (11), maka dapat diperoleh determinan matriks diatas yang berupa polinomial karakteristik sebagai berikut

$$\prod_{k=1}^{N}(1-a_k(1+r_k)-\lambda).\left[1+\sum_{k=1}^{N}\frac{r_ka_k}{1-a_k(1+r_k)-\lambda}\right]=0 \quad \text{...(26)}$$

Karena diasumsikan bahwa $-1 < r_k \leq 0$ dan $a_k > 0$ untuk semua k dan setiap perusahaan memiliki nilai – nilai berbeda dan memenuhi $a_1(1+r_1) > a_2(1+r_2) > \cdots > a_s(1+r_s)$. Jika nilai $a_{s+1}(1+r_{s+1}), a_{s+2}(1+r_{s+2}), \dots, a_N(1+r_N)$ memiliki nilai yang sama dengan nilai diantara $a_1(1+r_1), a_2(1+r_2), \dots, a_s(1+r_s)$ maka nilai $a_1(1+r_1), a_2(1+r_2), \dots, a_s(1+r_s)$ akan berulang $m_1, m_2, \dots, m_s$ kali. Selanjutnya, r_ka_k dapat diubah menjadi θ_j, dimana θ_j menyatakan jumlahan yang sama dan sesuai dengan jumlahan r_ka_k. Sehingga persamaan (26) dapat ditulis kembali menjadi

$$\left[\prod_{j=1}^{s}\left(1-a_j(1+r_j)-\lambda\right)^{m_j}\right].\left[1+\sum_{j=1}^{s}\frac{\theta_j}{1-a_j(1+r_j)-\lambda}\right]=0 \quad \text{...(27)}$$

$$\left[\prod_{j=1}^{s}\left(1-a_j(1+r_j)-\lambda\right)^{m_j}\right]=0 \text{ atau } \left[1+\sum_{j=1}^{s}\frac{\theta_j}{1-a_j(1+r_j)-\lambda}\right]=0$$

a. Untuk $\left[\prod_{j=1}^{s}\left(1-a_j(1+r_j)-\lambda\right)^{m_j}\right]=0$

Dengan menggunakan Teorema 2.4, maka diperoleh nilai eigen $1-a_j(1+r_j)$ dapat dikatakan stabil asimtotik jika dan hanya jika $a_j(1+r_j) < 2$. Dengan kata lain, dapat ditulis kembali $a_k(1+r_k) < 2$. Karena $R_k'(Q_k) = r_k$ maka didapat $r_k = -\frac{1}{2}$ untuk semua k. Oleh karena itu, diperoleh $a_k < 4$.

b. Untuk $\left[1+\sum_{j=1}^{s}\frac{\theta_j}{1-a_j(1+r_j)-\lambda}\right]=0$

Andai $\lambda = -1$ dengan $\theta_j \leq 0$ maka berakibat $\sum_{j=1}^{s}\frac{\theta_j}{2-a_j(1+r_j)} > -1$. Dengan kata lain, dapat ditulis kembali $\sum_{k=1}^{N}\frac{r_ka_k}{2-a_k(1+r_k)} > -1$. Karena $R_k'(Q_k) = r_k$ maka didapat $r_k = -\frac{1}{2}$ untuk semua k. Oleh karena itu, diperoleh $\sum_{k=1}^{N}\frac{a_k}{4-a_k} < 1$. Andai setiap perusahaan memilih laju penyesuaian yang sama yaitu $a_k \equiv a$ diperoleh $a < \frac{4}{N+1}$. Jika $a \in (0,1]$, maka kondisi ini akan berlaku untuk $N = 2$. Jika $a = 1$, maka kondisi ini tidak akan berlaku untuk $N \geq 3$. Akan tetapi, titik ekuilibrium stabil dengan memilih nilai a yang sangat kecil.

5. KESIMPULAN

Dari model cournot dengan fungsi harga dan biaya yang linier, diperoleh model penyesuaian dinamis yaitu $x_k(t+1) = a_k\left(-\frac{1}{2}\sum_{l\neq k}x_l(t) + \frac{A-c_k}{2B}\right) + (1-a_k)x_k(t)$. Dari model ini, titik ekuilibrium stabil asimtotik lokal pada proses

Jurnal Matematika Murni dan Terapan "εpsilon"
http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon
p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660
Vol.14 No.1 (Juni 2020) Hal. 53-61

penyesuaian dengan harga dan biaya yang linier dengan syarat $a_k < 4$ dan $\sum_{k=1}^{N} \frac{a_k}{4-a_k} < 1$. Jika setiap perusahaan memilih skema penyesuaian dengan laju penyesuaian yang sama yaitu $a_k \equiv a$, maka $\sum_{k=1}^{N} \frac{a_k}{4-a_k} < 1$ dapat ditulis $a < \frac{4}{N+1}$ dengan syarat nilai a cukup kecil untuk $N \geq 3$.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bischi, G.I dkk. 2010. *Nonlinear Oligopolies: Stability and Bifurcations*. Spinger-Verlag. Berlin Heidelberg, Germany.
[2] Indriastuti. 2007. *Pasar Oligopoli.* Sinar Grafika. Jakarta, Indonesia.
[3] Kalangi, Josep Bintang. 2011. *Matematika Ekonomi dan Bisnis*. Salemba Empat. Jakarta, Indonesia.
[4] Luenberger, Davis G. 1979. *Introduction to Dynamics Systems*. Stanford University. USA.
[5] Purcell, Varberg, Rigdon. 2010. *Kalkulus Edisi Kesembilan Jilid 1*. Erlangga. Ciracas, Indonesia.
[6] Zao, J & Szidarovszky, F. 2008. *N – firm Oligopolies with Production Adjusment Cost: Best responses and Equilibrium*. J Econ Behav Organiz. 2008, no 68, 87-99.