

MODEL MATEMATIKA SENSOR MIKROKANTILEVER BERBASIS SISTEM PEGAS

Ratno Nuryadi

Pusat Teknologi Material, Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi, Jl. M.H. Thamrin No. 8
Jakarta, 10340, Indonesia, email : ratnon@gmail.com

ABSTRACT

Microcantilever has attracted interest for researchers as sensor in the field of chemistry, physics, biology and environment. Varieties of both theoretical and experimental studies have been conducted to explore the potential and to increase the sensor performance. In the theoretical studies, various models and simulations have been done to explain the microcantilever sensing phenomenon. This paper presents a mathematical model based on a spring system to explain the process of molecules sensing by using microcantilever. As a result, the resonant frequency shift due to detection of molecules on the surface mikrokantilever can be seen and this indicates that this model can be used to explain the sensing process in the microcantilever-based sensors.

Keywords : Microcantilever, sensor, spring system, simulation.

ABSTRAK

Mikrokantilever telah menjadi perhatian menarik bagi para peneliti untuk diaplikasikan sebagai sensor pada bidang kimia, fisika, biologi dan lingkungan. Berbagai studi baik teori maupun eksperimen pun telah dilakukan untuk menggali potensi dan meningkatkan performanya. Termasuk di dalamnya, model dan simulasi telah diusulkan untuk menerangkan fenomena sensing. Pada makalah ini akan dipaparkan model matematika berbasis sistem pegas untuk menerangkan proses sensing molekul dengan menggunakan mikrokantilever. Hasilnya, pergeseran frekuensi resonansi dari vibrasi mikrokantilever karena terdeteksinya molekul pada permukaan mikrokantilever dapat terlihat dan hal ini mengindikasikan bahwa model ini dapat dipakai untuk menerangkan proses sensing pada sensor berbasis mikrokantilever.

Kata Kunci : Mikrokantilever, sensor, sistem pegas, simulasi.

PENDAHULUAN

Sensor fisika, sensor biologi dan sensor kimia telah menjadi perhatian besar bagi para peneliti untuk aplikasi di berbagai bidang seperti kimia, fisika, biologi dan lingkungan. Perkembangan aplikasi sensor pada bidang-bidang tersebut membutuhkan sensor dengan sensitifitas tinggi, memiliki respon cepat dan real time.

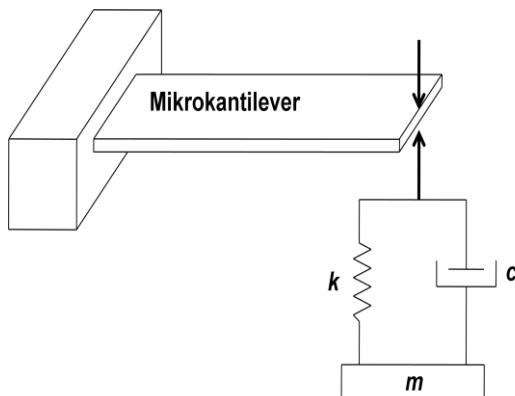
Setelah diperkenalkannya mikrokantilever sebagai paradigma baru pada teknologi sensor di tahun 90an, aplikasi mikrokantilever sensor pada bidang kimia [1-3], fisika [4-6], biologi [7-9] dan biomedis [10-12] marak digali. Untuk deteksi obyek kimia dan biologi, lapisan reseptor umumnya ditempatkan pada permukaan mikrokantilever untuk

mengikat target molekul kimia, DNA, molekul protein, atau bakteri. Pengikatan target spesies oleh reseptor itu terdeteksi dengan memonitor terjadinya defleksi ujung mikrokantilever atau pergeseran frekuensi resonansi dari vibrasi mikrokantilever.

Untuk memonitor pergerakan ujung mikrokantilever (defleksi) ada dua pendekatan yang umum digunakan, yaitu metode statis dan metode dinamis [13, 14]. Pada metode statis, defleksi ujung mikrokantilever yang disebabkan karena adanya beban yang menempel pada permukaan mikrokantilever diukur secara langsung. Sedangkan pada metode dinamis, tidak secara langsung dilakukan pengukuran defleksi mikrokantilever, tetapi dengan mengukur pergeseran frekuensi resonansi dari vibrasi mikrokantilever [15, 16].

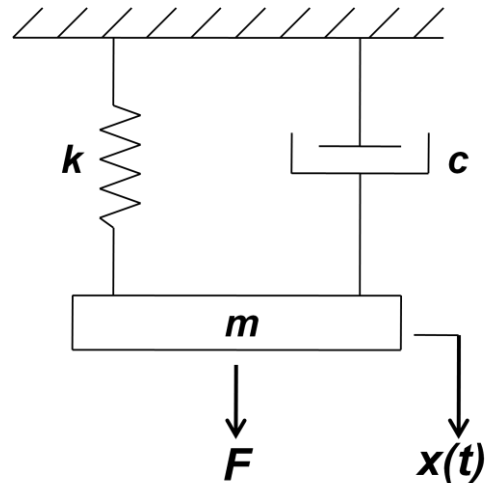
Berbagai model selama ini telah digali untuk menerangkan fenomena sensor defleksi mikrokantilever pada metode dinamis. Grup riset saya juga telah melakukan disain, simulasi dan analisis untuk mendalami sensor mikrokantilever ini [17-21]. Pada makalah ini akan dipaparkan model sensing pergerakan mikrokantilever berbasis sistem pegas. Dengan metode ini didapatkan hasil bahwa proses sensing mikrokantilever dapat diterangkan secara kualitatif.

Gambar 1 menunjukkan ilustrasi mikrokantilever dan model pergerakannya berupa massa m yang digantungkan dengan pegas dan peredam [22]. Pada model ini, pegas dan peredam tersusun secara parallel. Pegas mempunyai konstanta pegas k , dan peredam memiliki koefisien peredaman (damping constant) c . Pergerakan mikrokantilever selanjutnya bisa dibuat dalam bentuk model seperti terlihat pada Gambar 2.



Gambar 1. Ilustrasi mikrokantilever dan model pergerakannya

Pada model ini, diasumsikan bahwa massa m bergerak secara vertical. Karena itu, pergerakan dari sistem mekanik pegas tersebut dapat ditentukan berdasarkan hukum Newton kedua, yaitu



Gambar 2.

Model pergerakan mikrokantilever dalam sistem pegas.

$$\text{Massa} \times \text{Percepatan} = m\ddot{x} = \text{Total Gaya} \quad (1)$$

Di sini, total gaya merupakan gabungan dari semua gaya yang mengenai bodi, sedangkan $\ddot{x} = d^2x/dt^2$. $x(t)$ adalah pergeseran dari bodi dalam fungsi waktu t . Didefinisikan bahwa pergerakan ke arah bawah bernilai positif, dan pergerakan ke arah atas bernilai negatif.

Pada Gambar 2, gaya yang mengenai bodi ada 2 jenis, yaitu gaya pegas $F_1 = -kx$ dan gaya peredam $F_2 = -c\dot{x}$. Catatan bahwa $\dot{x} = dx/dt$. Dengan demikian total gaya menjadi $F = F_1 + F_2$,

$$F = F_1 + F_2 = -kx - c\dot{x} \quad (2)$$

Karena itu, berdasarkan persamaan hukum Newton kedua pada persamaan (1) dan persamaan (2), dapat diformulasikan persamaan gerak pegas sebagai berikut,

$$m\ddot{x} = -kx - c\dot{x},$$

yang kemudian dapat ditulis,

$$m\ddot{x} + kx + c\dot{x} = 0. \quad (3)$$

Persamaan (3) di atas selanjutnya dapat ditulis menjadi,

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\text{atau } [D^2 + \frac{c}{m} D + \frac{k}{m}]x = 0 \quad (4)$$

di mana $D=d/dt$ and $D^2 = d^2/dt^2$.

Persamaan (4) di atas kemudian dapat ditulis menjadi,

$$D^2 + \frac{c}{m} D + \frac{k}{m} = 0, \quad (5)$$

yang memiliki solusi sebagai berikut,

$$D_{1,2} = -\left(\frac{c}{2m}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (6)$$

METODOLOGI

Metode penelitian berdasarkan pada Gambar 2, yang mana m merupakan massa mikrokantilever. Tertangkapnya target obyek molekul di permukaan mikrokantilever akan menyebabkan pertambahan massa Δm sehingga massa mikrokantilever menjadi $(m+\Delta m)$. Pengaruh Δm terhadap frekuensi resonansi dari vibrasi mikrokantilever dapat disimulasikan dengan MATLAB. Untuk tujuan ini, persamaan (3) perlu diubah dalam bentuk transformasi Laplace. Di sini, input problema vibrasi didefinisikan sebagai I , dan output problema vibrasi sebagai pergeseran X . Maka dari persamaan (3) dapat didefinisikan,

$$I = m\ddot{x} + kx + c\dot{x} \quad (7)$$

Persamaan (7) diatas selanjutnya dapat diubah ke dalam bentuk transformasi Laplace sehingga menjadi,

$$I(s) = ms^2X(s) + csX(s) + kX(s) \quad (8)$$

Perbandingan antara $X(s)$ dan $I(s)$ selanjutnya didefinisikan sebagai fungsi transformasi $G(s)$, dimana

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} \quad (9)$$

Dari sini diperoleh,

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (10)$$

Persamaan (10) merupakan bentuk ketika tidak ada obyek molekul yang menempel di permukaan mikrokantilever. Sedangkan kondisi ketika mikrokantilever melakukan sensing, dengan kata lain obyek molekul dengan massa Δm menempel pada permukaan mikrokantilever, maka persamaan (10) menjadi,

$$G(s) = \frac{I(s)}{X(s)} = \frac{1}{(m+\Delta m)s^2 + cs + k}. \quad (11)$$

HASIL SIMULASI DAN PEMBAHASAN

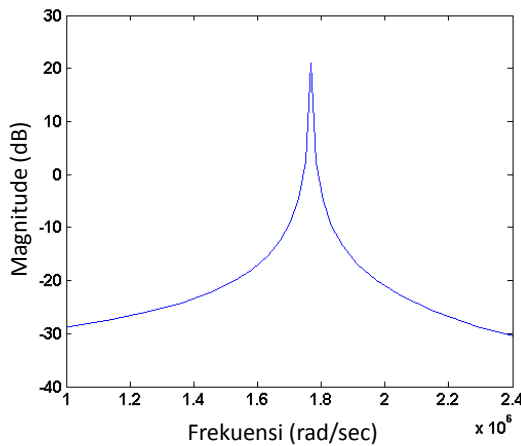
Berdasarkan persamaan (10) dan (11), hubungan antara frekuensi dan amplitude dapat disimulasikan dengan menggunakan MATLAB. Pada simulasi ini dilakukan asumsi sebagai berikut,

1. Massa satu molekul gas sebesar 0.1 pg dengan massa mikrokantilever sebesar 12.815 pg. Konstanta pegas k sebesar 40 N/m dan konstanta peredaman c sebesar 5×10^{-8} Pa s.
2. Ada 10 molekul yang tertempel pada permukaan mikrokantilever.
3. Perubahan konstanta damping sangat kecil sehingga diabaikan.

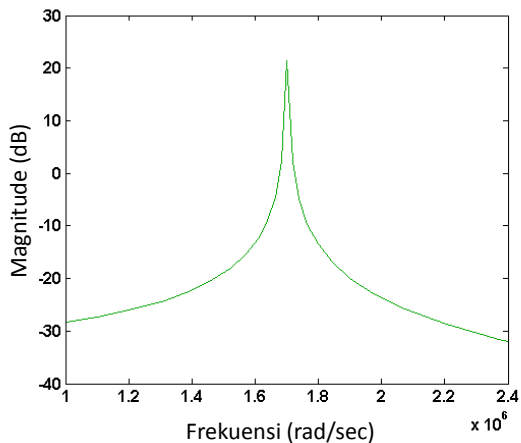
Gambar 3 menunjukkan hasil simulasi relasi antara frekuensi dan amplitude. Terlihat bahwa frekuensi resonansi terdeteksi pada frekuensi sekitar 1.76×10^6 rad/sec. Hasil ini didapat dari persamaan (10), yaitu ketika tidak ada molekul yang menempel pada permukaan mikrokantilever. Hasil pada Gambar 3 ini diperoleh dari perintah MATLAB sebagai berikut,

```
>>G1=tf(1,[12.815e-12,5e-8,40]);
```

```
>>bode (G1)
```



Gambar 3. Hasil simulasi relasi antara frekuensi dan magnitude berdasarkan persamaan (10). Tidak ada molekul yang menempel pada permukaan mikrokantilever.



Gambar 4. Hasil simulasi relasi antara frekuensi dan magnitude berdasarkan persamaan (11). Molekul menempel pada permukaan mikrokantilever.

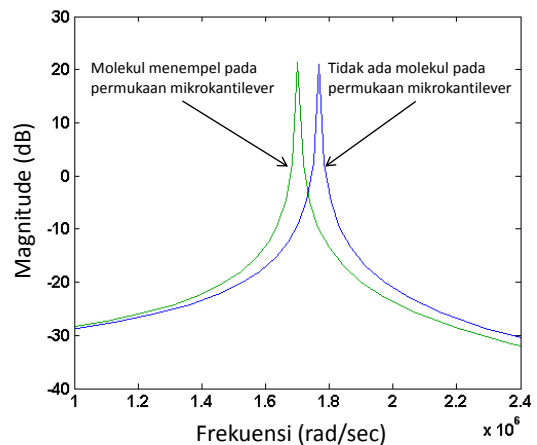
Ketika target 10 molekul tertempel pada permukaan kantilever (persamaan (11)), hasil simulasi hubungan antara frekuensi dan amplitude sebagaimana terlihat pada Gambar (4). Karena satu molekul diasumsikan memiliki massa 0.1 pg, maka massa 10 molekul sebesar 1 pg. Jadi $m+\Delta m = 13.815$ pg. Hasil pada Gambar 4 ini diperoleh dari perintah MATLAB sebagai berikut,

```
>>G2=tf(1,[13.815e-12,5e-8,40]);
```

```
>>bode (G2)
```

Sekilas tidak ada perbedaan antara grafik pada Gambar 3 dan Gambar 4. Tetapi, ketika kedua hasil tersebut dibandingkan dan diplot dalam satu grafik, hasilnya dapat terlihat pada Gambar 5. Hasil pada Gambar 5 ini diperoleh dari perintah MATLAB sebagai berikut,

```
>>G1=tf(1,[12.815e-12,5e-8,40]);
>>G2=tf(1,[13.815e-12,5e-8,40]);
>>bode (G1)
>>hold on
>> bode (G2)
```



Gambar 5. Perbandingan hasil simulasi antara kondisi mikrokantilever dengan molekul berada pada permukaannya dan kondisi tanpa molekul berada pada permukaannya.

Pada Gambar 5 ini terlihat dengan jelas bahwa frekuensi resonansi bergeser ke arah frekuensi lebih rendah (ke arah kiri) ketika target 10 molekul tertempel pada permukaan mikrokantilever. Hasil ini sesuai dengan hipotesa dan hasil eksperimen yang telah dilakukan oleh grup riset lain [23]. Karena itu, model yang dibahas di sini dapat digunakan untuk memahami dan menerangkan proses sensing pada sensor mikrokantilever.

KESIMPULAN.

Pada makalah ini telah dilakukan pemodelan matematika untuk menerangkan fenomena sensor pada mikrokantilever berbasis sistem pegas. Model yang dibahas adalah beban dengan massa m yang digantung melalui pegas dengan konstanta pegas k dan peredam dengan konstanta peredaman c . Didapatkan hasil bahwa hasil simulasi dapat menerangkan hasil eksperimen secara kualitatif, sehingga model ini dapat dipakai untuk analisa sensor mikrokantilever.

UCAPAN TERIMA KASIH.

Terima kasih disampaikan kepada RISTEK atas dana riset insentif 2011 dan kepada Sdr. Reyhan Adiel dan Sdri. Lia Aprilia atas diskusi yang dalam pada riset ini.

DAFTAR ACUAN.

- [1] R. Bashir, J. Z. Hilt, O. Elibol et al., 2002, Micromechanical cantilever as an ultrasensitive pH microsensor, *Applied Physics Letters*, Vol. 81, No. 16, pp. 3091-3093.
- [2] F. Lochon, L. Fadel, I. Dufour et al., 2006, Silicon made resonant microcantilever Dependence of the chemical sensing performances on the sensitive coating thickness, *Materials Science and Engineering: C*, Vol. 26, No. 2-3, pp. 348-353.
- [3] Y. Yang, H. F. Ji, and T. Thundat, 2003, Nerve Agents Detection Using a Cu^{2+} /L-Cysteine Bilayer-Coated Microcantilever, *Journal of the American Chemical Society*, Vol. 125, No. 5, pp. 1 124-1 125.
- [4] W. Y. Shih, X. Li, H. Gu et al., 2001, Simultaneous liquid viscosity and density determination with piezoelectric unimorph cantilevers, *Journal of Applied Physics*, Vol. 89, No. 2, pp. 1497-1505.
- [5] A. Markidou, W. Y. Shih, and W.-H. Shih, 2005, Soft-materials elastic and shear moduli measurement using piezoelectric cantilevers, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 76, No. 6, pp. 064302-7.
- [6] R. Berger, C. Gerber, J. K. Gimzewski et al., 1996, Thermal analysis using a micromechanical calorimeter, *Applied Physics Letters*, Vol. 69, No. 1, pp. 40-42.
- [7] J. W. Yi, W. Y. Shih, R. Mutharasan et al., 2003, In situ cell detection using piezoelectric lead zirconate titanate stainless steel cantilevers, *Journal of Applied Physics*, Vol. 93, No. 1, pp. 619-625.
- [8] Y. Arntz, J. D. Seelig, H. P. Lang et al., 2003, Label-free protein assay based on a nanomechanical cantilever array, *Nanotechnology*, Vol. 14, No. 1, pp. 86-90.
- [9] D. R. Baselt, G U. Lee, and R. J. Colton, 1996, Biosensor based on force microscope technology, *Journal of Vacuum Science and Technology B*, Vol. 14, pp. 789-793.
- [10] K. Y. Gfeller, N. Nugaeva, and M. Hegner, 2005, Rapid Biosensor for Detection of Antibiotic-Selective Growth of *Escherichia coli*, *Applied and Environmental Microbiology*, Vol. 71, No. 5, pp. 2626-2631.
- [11] B. Ilic, Y. Yang, K. Aubin et al., 2005, Enumeration of DNA Molecules Bound to a Nanomechanical Oscillator, *Nano Letters*, Vol. 5, No. 5, pp. 925-929.
- [12] Y. Lam, N. I. Abu-Lail, M. S. Alam et al., 2006, Using microcantilever deflection to detect HIV-I envelope glycoprotein gpl20, *Nanomedicine: Nanotechnology, Biology and Medicine*, Vol. 2, No. 4, pp. 222-229.
- [13] Nardo Ramírez Frómeta, 2006, Cantilever Biosensors, *Bioteecnología Aplicada*, Vol. 23, pp. 320-323.
- [14] NV. Larvik, MJ. Sepaniak and PG. Datskos, 2004, Cantilever

- transducers as a platform for chemical and biological sensors, *Rev. Sci. Instrum.*, 75, pp. 2229-2250.
- [15] H. Sone, A. Ikeuchi, T. Izumi, H. Haruki and S. Hosaka, 2006, Femtogram Mass Biosensor Using Self-Sensing Canti-lever for Allergy Check, *Japanese J. Appl. Phys.* vol. 45 No 3B, 2301-2304.
- [16] B. Hie, H. G. Craighead, S. Krylov et al., 2004, Attogram detection using nano-electromechanical oscillators, *Journal of Applied Physics*, Vol. 95, No. 7, pp. 3694-3703.
- [17] Ratno Nuryadi, 2011, Simulasi Deteksi Mikrokantilever Sensor Berbasis Persamaan Euler-Bernoulli, Seminar Nasional Teknik Elektro (SNTE) 2011, Jakarta, 8 September 2011.
- [18] Himma Firdaus, Ratno Nuryadi, Djoko Hartanto, 2011, Efek Pelapisan Emas Pada Sensitivitas Biosensor Berbasis Microcantilever, Seminar Nasional Fisika 2011, Puspiptek, 12-13 Juli 2011.
- [19] Ratno Nuryadi, 2011, Study on Application of Piezoresistive Microcantilever for Biosensor, *Proceedings of International Conference on X-ray Microscopy and Smart Materials (ICXSM 2011)*, Solo, 13 June 2011.
- [20] Ratno Nuryadi, 2011, Modeling of Microcantilever-based Biosensor Dynamic Property for Microorganism Detection, *The Internatinal Conference on Numerical Analysis & Optimization (IceMath2011)*, Yogyakarta, 6-8 June 2011.
- [21] Ratno Nuryadi, 2011, Perubahan Frekuensi Resonansi karena Penumbuhan Lapisan Tipis Emas pada Permukaan Mikro Kantilever, Seminar Nasional & Workshop Kimia Terapan Indonesia 2011, Puspiptek, 24 Mei 2011.
- [22] Yaba Lagod, 2009, Bachelor Thesis, Simulation of a Spring Mass Damper System Using Matlab, University of Lagos, Nigeria.
- [23] L. Johnson, A.K. Gupta, A. Ghafoor, D. Akin, R. Bashir, 2006, Characterization of vaccinia virus particles using microscale silicon cantilever resonators and atomic force microscopy, *Sensors and Actuators B : Chemical*, 115:189–197.

