

OPTIMALISASI PENJADWALAN PROYEK PEMBANGUNAN DRAINASE DENGAN FUZZY CRITICAL PATH METHOD (STUDI KASUS: TEMPAT PEMAKAMAN UMUM (TPU) PUNGGOLAKA, KOTA KENDARI)

Pramesti Dwi Cahyani Arifudin¹⁾, Asrul Sani¹⁾, Arman¹⁾

¹⁾Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari, Indonesia
Email: pramestiarifudin@gmail.com

ABSTRAK

Kota Kendari khususnya kawasan TPU Punggolaka menjadi area publik sebagai tempat pemakaman jenazah warga Kota Kendari dan daerah sekitarnya. Permasalahan TPU Punggolaka pada saat musim hujan terjadi banjir akibat buruknya sistem drainase pada wilayah tersebut. Tujuan penelitian ini adalah untuk memodelkan jaringan proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka, Kota Kendari dan menentukan lintasan kritis pada jaringan proyek pembangunan drainase dengan *Fuzzy Critical Path Method* (FCPM). Dengan menggunakan FCPM, jaringan kerja pada penjadwalan proyek pembangunan drainase tersebut menghasilkan suatu lintasan kritis. Penelitian ini dilakukan dengan menghitung *earliest time*, *latest time* dan *slack time* menggunakan bilangan *fuzzy trapesium*. Setelah itu, dilakukan defuzzifikasi terhadap nilai *slack time* menggunakan metode centroid. Penelitian ini juga menggunakan program komputasi menggunakan Bahasa pemrograman Python. Hasil dari penelitian ini, perhitungan nilai *earliest time* dengan perhitungan maju FCPM dihasilkan total waktu penyelesaian proyek, yaitu (61, 69, 79, 88) hari, dengan perkiraan durasi optimum selesainya pekerjaan adalah 69 sampai 79 hari. Perhitungan nilai *latest time* dengan perhitungan mundur FCPM dihasilkan total waktu paling lambat dimulainya pekerjaan proyek, yaitu (-12, 4, 23, 39) hari, dengan perkiraan durasi optimum dimulainya pekerjaan adalah 4 sampai 23 hari. Dari lintasan kritis, diperoleh jumlah durasi maksimum untuk mengerjakan proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka Kota Kendari yaitu 75 hari. Hasil perhitungan maju FCPM, durasi maksimum dan pemrograman Python yang dihasilkan menunjukkan suatu kesamaan jumlah waktu dengan pelaksanaan proyek.

Kata Kunci: Critical Path Method (CPM), *Fuzzy Critical Path Method* (FCPM), Python, Penjadwalan, Drainase

ABSTRACT

Kendari City especially TPU Punggolaka area, has become a public area as a burial place for the remains of residents of Kendari City and the surrounding area. The problem of TPU Punggolaka during the rainy season is flooding due to the poor drainage system in the area. The purposes of this study were to model the project network of the construction drainage of TPU Punggolaka, Kota Kendari, and determine the critical path of the project network of the construction drainage with *Fuzzy Critical Path Method* (FCPM). By using FCPM, the project network on the scheduling of construction drainage projects yields a critical trajectory. This research was conducted to determine the earliest time, latest time, and slack time with Trapezium *Fuzzy Number*. Then, do the defuzzification using the centroid method to the slack time number. This research also used computing programs using Python Programming Language. The results of this study, the calculation of the earliest time value with the forward pass of the FCPM resulted in the total project completion time, is (61, 69, 79, 88) days, with estimated optimum duration for the completion of the work is 69 to 79 days. The calculation of the latest time value with the FCPM backward pass results in a total time of the latest time to start project work, which is (-12, 4, 23, 39) days, with estimated optimum duration to start project work is 4 to 23 days. From the critical path, the maximum duration for working on the drainage construction project of Punggolaka TPU Kendari City is 75 days. The results of the forward pass of FCPM, maximum duration and the resulting Python programming show an equal amount of time with project execution.

Keyword: Critical Path Method (CPM), *Fuzzy Critical Path Method* (FCPM), Python, Scheduling, Drainage.

1. Pendahuluan

Pertumbuhan penduduk dan peningkatan kepadatan penduduk yang pesat menimbulkan tekanan terhadap ruang dan lingkungan untuk kebutuhan perumahan, kawasan industri/jasa dan

fasilitas pendukungnya, sehingga berakibat berubahnya lahan terbuka dan atau lahan basah menjadi lahan terbangun. Perkembangan kawasan terbangun yang sangat pesat cenderung tidak sesuai tata ruang dan konsep pembangunan yang berkelanjutan, hal tersebut secara tidak langsung

berdampak pada rendahnya kemampuan drainase perkotaan dan kapasitas sarana serta prasarana pengendali banjir (sungai, kolam tampungan) untuk mengeringkan kawasan terbangun.

Kota Kendari khususnya kawasan TPU Punggolaka menjadi area publik sebagai tempat pemakaman jenazah warga Kota Kendari dan daerah sekitarnya. Permasalahan TPU Punggolaka pada saat musim hujan terjadi banjir akibat buruknya sistem drainase pada wilayah tersebut. Pada saat musim hujan selalu terjadi banjir yang menggenangi kawasan TPU Punggolaka sehingga berakibat terganggunya aktivitas pelayanan pemakaman karena tenggelamnya bangunan kantor UPTD Pemakaman, menimbulkan kerugian ekonomi berupa tergenangnya ratusan makam, terjadi longsor pada area makam dan juga menimbulkan masalah kesehatan.

Memperhatikan kondisi tersebut dan menyadari pentingnya penanganan drainase di kawasan tersebut, Dinas Perumahan Kawasan Permukiman dan Pertanahan Kota Kendari yang bertanggung jawab dalam kawasan TPU Punggolaka berencana membangun drainase guna mengalirkan genangan air pada saat musim hujan. Pembangunan drainase tersebut dimulai dari tahapan perencanaan DED yang hasilnya digunakan dalam pembangunan konstruksi drainase sebagai bagian dari penanggulangan banjir.

Sehubungan dengan hal tersebut di atas, Pemerintah Kota Kendari telah mengalokasikan dana APBD tahun anggaran 2020, yang tertuang dalam DPA Dinas Perumahan, Kawasan Permukiman dan Pertanahan Kota Kendari untuk menyusun perencanaan pembangunan drainase TPU Punggolaka.

Proyek adalah kumpulan aktivitas yang saling berhubungan yang memiliki titik awal dan titik akhir berupa hasil. Penjadwalan dan perencanaan adalah bagian penting dari keberhasilan suatu proyek. Pembangunan suatu proyek pada umumnya memiliki batas waktu (*deadline*) yang artinya proyek harus diselesaikan sesuai tepat waktu dengan sumber daya dan tenaga kerja yang tersedia. Namun, kenyataannya banyak proyek yang tidak selalu berjalan sesuai dengan penjadwalan yang ada, karena kurangnya pertimbangan mengenai faktor-faktor yang dapat menghambat proyek. Dengan adanya kendala seperti ini, maka dibutuhkan analisis mengenai penjadwalan suatu proyek (Prasetyo, 2019).

Dalam manajemen proyek ada beberapa metode yang biasa digunakan seperti, Gantt Chart, Diagram Method (PDM), Program Evaluation Review Technique (PERT), Graphical Evaluation Review Technique (GERT) dan sebagainya. Critical Path Method (CPM) adalah teknik yang biasanya digunakan untuk merencanakan dan mengkoordinasikan proyek-proyek skala besar.

Critical Path Method (CPM) merupakan metode yang nantinya akan menghasilkan lintasan kritis. Lintasan kritis adalah lintasan yang memiliki aktivitas kegiatan dengan total durasi paling lama dibandingkan lintasan yang lain (Ihwanudin, 2017).

Dalam proyek skala besar, ada beberapa hal yang dapat membuat prosedur kerja menjadi tidak pasti. Critical Path Method (CPM) bertujuan untuk menentukan kegiatan kritis melalui lintasan kritis yang akan dihasilkannya. Menurut (Anshori, 2016) CPM dapat bekerja secara efisien ketika durasi aktivitas dalam sebuah proyek diketahui secara pasti. Namun dalam praktiknya, CPM ini biasanya sulit untuk dipenuhi karena dalam jaringan kerja selalu ada durasi aktivitas yang dapat berubah kapan akan dimulainya.

Oleh karena itu, untuk mengatasi perubahan aktivitas dalam sebuah proyek digunakanlah metode lintasan kritis *fuzzy* atau *Fuzzy Critical Path Method* (FCPM). FCPM merupakan metode untuk mengidentifikasi lintasan kritis pada jaringan proyek dengan durasi aktivitas menggunakan bilangan *fuzzy* atau interval *fuzzy* (Anshori, 2016).

Maka dari itu, penelitian ini bertujuan untuk memodelkan jaringan proyek pembangunan drainase dan menentukan lintasan kritis pada jaringan proyek pembangunan drainase TPU (Tempat Pemakaman Umum) Punggolaka, Kota Kendari dengan *Fuzzy Critical Path Method*.

2. Kajian Pustaka

2.1 Proyek dan Manajemen Proyek

Proyek adalah suatu kegiatan sementara yang memiliki tujuan dan sasaran yang jelas, berlangsung dalam jangka waktu terbatas, dengan alokasi sumber daya tertentu.

Manajemen proyek adalah perencanaan, penjadwalan dan pengendalian kegiatan proyek untuk memenuhi tujuan proyek. Manajemen proyek adalah sekumpulan prinsip, metode, alat dan teknik untuk manajemening efektif dari pekerjaan yang berorientasi pada tujuan dalam konteks lingkungan organisasi yang spesifik dan unik (Sitanggang dkk., 2019).

2.2 Tahapan Proyek

Tahapan proyek terdiri dari 3 tahap yaitu, tahap awal, tahap menengah dan tahap akhir. Tahap awal dimulai dari pembentukan ide, lingkup pekerjaan, tim manajemen proyek. Tahap menengah terdiri dari kegiatan perencanaan, acuan dasar, progres kegiatan dan hasil. Sementara tahap akhir melingkupi persetujuan dan penyerahterimaan proyek sebagai hasil akhir produk kepada pemilik atau penyandang dana (Widiasanti & Lenggogeni, 2013).

2.3 Metode Penjadwalan Proyek

Melaksanakan suatu proyek adalah proses mengubah masukan (*input*) yang berupa kegiatan dan sumber daya menjadi keluaran (*output*) seperti yang sudah ditentukan. Banyak terjadi keterlambatan dalam pelaksanaan, pembiayaan yang melampaui batas anggaran dan masalah lainnya yang timbul dalam pelaksanaan proyek. Oleh karena itu, tim proyek harus dapat menyiapkan perencanaan input secara cukup terperinci sehingga seluruh kegiatan proyek dapat dijadwalkan, dianggarkan, dimonitor dan dikendalikan dengan baik.

Metode jaringan kerja merupakan cara grafis untuk menggambarkan kegiatan-kegiatan dan kejadian yang diperlukan untuk mencapai tujuan proyek. Jaringan menunjukkan susunan logis antarkegiatan, hubungan timbal balik antara pembiayaan dan waktu penyelesaian proyek dan berguna dalam merencanakan urutan kegiatan yang saling tergantung dihubungkan dengan waktu penyelesaian proyek yang diperlukan. Jaringan kerja ini nantinya akan sangat membantu dalam penentuan kegiatan-kegiatan kritis serta akibat keterlambatan dari suatu kegiatan terhadap waktu penyelesaian keseluruhan proyek (Widiasanti & Lenggogeni, 2013).

2.4 Critical Path Method (CPM)

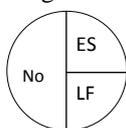
Metode jalur kritis mengacu pada mengidentifikasi kemacetan dalam proses produksi dan kemudian membangun *timeline* produksi melaluinya, menggunakan total durasi dari aktivitas-aktivitas yang akan memakan waktu terlalu lama untuk diselesaikan sebagai skala waktu dasar. Manajemen jalur kritis adalah metodologi untuk mengelola jalur waktu tersebut secara efisien, dengan memanipulasi manajemen waktu dari keterkaitan durasi aktivitas dan penyelesaian darurat.

CPM biasanya bekerja paling baik dalam produksi garis lurus, skala waktu dalam bisnis di mana garis waktu dapat diperkirakan dengan jumlah yang cukup pasti (Hutchings, 2003). Dalam CPM dikenal adanya jalur kritis, yaitu jalur yang memiliki rangkaian komponen-komponen kegiatan dengan jumlah waktu paling lama untuk menyelesaikan suatu proyek. Menurut (Syarifuddin, 2011) waktu untuk melaksanakan kegiatan dianggap sudah pasti dan untuk menentukan jalur kritis perlu dibuat diagram *network* dengan menggunakan simbol sebagai berikut:

- a. Anak panah (\rightarrow)

Simbol anak panah ini menggambarkan kegiatan. Setiap kegiatan dalam *network* selalu terletak di antara dua peristiwa.

- b. Lingkaran



Lingkaran ini melambangkan peristiwa (*event*) yang terbagi dalam 3 bidang yang di sebelah kiri disebut nomor peristiwa, sebelah kanan atas disebut *Earliest Start* (saat paling cepat) untuk melaksanakan kegiatan dan di sebelah kanan bawah disebut *Latest Finish* (saat paling lambat) untuk melaksanakan kegiatan.

- c. Anak panah putus-putus (\dashrightarrow)

Melambangkan kegiatan semu (*dummy activity*). Dalam diagram *network* kegiatan semu boleh ada dan boleh tidak, kegiatan semu dimunculkan untuk menghindari di antara dua peristiwa terdapat lebih dari satu kegiatan.

2.4.1 Membuat Diagram Network

Suatu diagram yang baik harus dikembangkan dengan memperhitungkan diantara aktivitas, diagram harus didasarkan pada aktivitas yang lengkap, telah diperiksa dan setuju.

Adapun cara untuk membuat diagram *network* adalah sebagai berikut:

1. Suatu kegiatan hanya digambarkan dengan satu anak panah saja, artinya suatu kegiatan hanya digambarkan dengan anak panah.
2. Kegiatan yang berbeda harus mempunyai simpul awal dan atau simpul akhir yang berbeda.
3. Diagram harus menunjukkan kegiatan-kegiatan yang harus dilaksanakan terlebih dahulu sebelum kegiatan lainnya, kegiatan yang dapat dilaksanakan secara bersama-sama dan kegiatan yang didahului oleh kegiatan lainnya.
4. Untuk membuat diagram secara benar, biasanya diperlukan kegiatan dammi (*dummy activity*) yang memerlukan waktu kerja nol. Dalam diagram kegiatan *dummy* biasanya dianggarkan dalam bentuk anak panah yang terputus-putus.
5. Kegiatan *dummy* ini dapat dibuat untuk dua hal yaitu:
 - a. Untuk menghindari dua atau lebih kegiatan yang mempunyai simpul awal atau akhir yang sama
 - b. Untuk dua atau lebih kegiatan yang mempunyai kegiatan pendahulu yang sama, namun ada juga kegiatan pendahulu yang lain.

2.4.2 Cara Perhitungan

Untuk memudahkan perhitungan durasi digunakan notasi-notasi sebagai berikut:

- TE : saat tercepat terjadinya kegiatan
 TL : saat paling lambat terjadinya kegiatan
 ES : saat tercepat dimulainya kegiatan
 EF : saat tercepat diselesaikannya kegiatan
 LS : saat paling lambat dimulainya kegiatan
 LF : saat paling lambat diselesaikannya kegiatan
 t : durasi yang diperlukan suatu kegiatan
 TF : total *float*

1. Perhitungan Maju

Ada tiga langkah yang dilakukan pada perhitungan maju, yaitu sebagai berikut:

- 1) Saat tercepat terjadinya *initial event* ditentukan pada hari ke-nol sehingga untuk *initial event* berlaku $TE = 0$ (asumsi ini tidak benar untuk proyek yang berhubungan dengan proyek-proyek lain).

- 2) Kalau *initial event* terjadi pada hari yang ke-nol, maka:

$$ES_{i,j} = TE_{i,j} = 0 \quad (1)$$

$$EF_{i,j} = ES_{i,j} + t_{i,j} \quad (2)$$

$$EF_{i,j} = TE_{i,j} + t_{i,j} \quad (3)$$

Keterangan:

$ES_{i,j}$ = Saat tercepat dimulainya kegiatan pada aktivitas i, j

$TE_{i,j}$ = Saat tercepat terjadinya kegiatan pada aktivitas i, j

$EF_{i,j}$ = Saat tercepat diselesaikannya kegiatan pada aktivitas i, j

$t_{i,j}$ = Durasi yang diperlukan suatu kegiatan pada aktivitas i, j

- 3) *Event* yang menggabungkan beberapa aktivitas.

Sebuah *event* hanya dapat terjadi jika aktivitas-aktivitas yang mendahuluinya telah diselesaikan. Maka saat paling cepat terjadinya sebuah *event* sama dengan nilai terbesar dari saat tercepat untuk menyelesaikan aktivitas yang berakhir pada *event* tersebut, maka:

$$TE_j = \max_i(ES_{1,j}, ES_{2,j}, \dots, ES_{n,j}) \quad (4)$$

Keterangan:

TE_j = Saat tercepat terjadinya kegiatan pada aktivitas $j, j = 1, 2, \dots, n$.

$EF_{i,j}$ = Saat tercepat diselesaikannya kegiatan setiap aktivitas i pada $j, i = 1, 2, \dots, n$.

2. Perhitungan mundur

Perhitungan mundur juga terdapat tiga langkah yaitu sebagai berikut:

- 1) Saat paling lambat untuk memulai suatu aktivitas sama dengan saat paling lambat untuk menyelesaikan aktivitas itu dikurangi dengan durasi aktivitas tersebut.

- 2) Pada terminal *event* berlaku $TL = TE$, maka:

$$LS = LF - t \quad (5)$$

$$LF_{i,j} = TL \text{ dan } TL = TE, \text{ maka}$$

$$LS_{i,j} = TL_j - t_{i,j} \quad (6)$$

Keterangan:

$LF_{i,j}$ = Saat paling lambat diselesaikannya kegiatan pada aktivitas i, j

$LS_{i,j}$ = Saat paling lambat dimulainya kegiatan pada aktivitas i, j

TL_j = Saat paling lambat terjadinya kegiatan pada aktivitas j

$t_{i,j}$ = Durasi yang diperlukan suatu kegiatan pada aktivitas i, j

- 3) *Event* yang mengeluarkan beberapa aktivitas.

Setiap aktivitas hanya dimulai apabila *event* yang mendahuluinya telah terjadi. Oleh karena itu, saat paling lambat terjadinya sebuah *event* sama dengan nilai terkecil dari saat paling lambat untuk memulai aktivitas yang berpangkal pada *event* tersebut, maka:

$$TL_i = \min_i(LS_{i,1}, LS_{i,2}, \dots, LS_{i,n}) \quad (7)$$

Keterangan:

TL_i = Saat paling lambat terjadinya kegiatan pada aktivitas i

$LS_{i,j}$ = Saat paling lambat dimulainya kegiatan pada aktivitas $i, j, j = 1, 2, \dots, n$.

3. Perhitungan Kelonggaran Waktu (*Float/Slack*)

Setelah perhitungan maju dan mundur selesai dilakukan, maka akan dilakukan perhitungan kelonggaran waktu dari aktivitas (i, j) yang terdiri atas *total float* atau *free float*.

Total float dihitung dengan cara mencari selisih antara saat paling lambat dimulainya aktivitas dengan saat paling cepat diselesaikannya aktivitas ($LS - ES$), atau dapat juga dengan mencari selisih antara saat paling lambat diselesaikannya aktivitas dengan saat paling cepat diselesaikannya aktivitas ($LF - EF$).

Jika akan menggunakan persamaan $TF = LS - ES$, maka *total float* aktivitas (i, j) adalah:

$$TF_i = LS_{i,j} - ES_{i,j} \quad (8)$$

Dari perhitungan mundur diketahui bahwa ($LS_{i,j} = (TL_j) - t_{i,j}$), sedangkan dari perhitungan maju ($ES_i = (TE_i)$), maka:

$$TF_{i,j} = TL_j - t_{i,j} - TE_i \quad (9)$$

(Dimiyati & Dimiyati, 2020).

2.5 Logika Fuzzy

Logika *fuzzy* adalah metodologi sistem kontrol pemecahan masalah, yang cocok untuk diimplementasikan pada sistem, mulai dari sistem yang sederhana, sistem kecil, *embedded system*, jaringan PC, *multichannel* atau *workstation* berbasis akuisisi data dan sistem kontrol.

Pada teori himpunan *fuzzy*, peranan derajat keanggotaan sebagai penentu keberadaan elemen dalam suatu himpunan sangatlah penting. Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data kedalam nilai keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi keanggotaan yang bisa digunakan diantaranya : (1) Grafik keanggotaan kurva linier, (2) Grafik keanggotaan kurva segitiga, (3) Grafik keanggotaan kurva trapesium, (4) Grafik keanggotaan kurva bentuk bahu, (5) Grafik keanggotaan kurva-S dan (6) Grafik keanggotaan bentuk lonceng (Wibowo, 2015).

2.6 Himpunan Fuzzy

Pada himpunan klasik, keberadaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A hanya memiliki dua kemungkinan, yaitu x menjadi anggota A atau x tidak menjadi anggota A . Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A biasa disebut dengan nilai keanggotaan, biasa ditulis dengan $\mu_A(x)$. Misalkan X adalah himpunan biasa yang disebut semesta, yang elemen keanggotaannya dilambangkan dengan x . Keanggotaan dalam himpunan bagian A terhadap X seringkali dilihat sebagai fungsi karakteristik, μ_A dari X menuju $\{0,1\}$ dengan

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

$\{0,1\}$ disebut nilai himpunan. Fungsi tersebut pada himpunan *fuzzy* diperluas sehingga nilai yang dipasangkan pada unsur-unsur dalam semesta pembicaraan tidak hanya 0 dan 1, tetapi keseluruhan nilai dalam interval $[0,1]$ yang menyatakan derajat keanggotaan suatu unsur pada himpunan yang didefinisikan dengan fungsi keanggotaan ini disebut himpunan *fuzzy*.

Andaikan X adalah himpunan semesta yang mana elemennya dinotasikan sebagai x , maka himpunan *fuzzy* A dinotasikan \tilde{A} yang dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut.

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$$

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ adalah sebuah nilai yang berada di antara 0 dan 1 yang menggambarkan nilai keanggotaan x dalam himpunan \tilde{A} . Jadi,

$$\mu_{\tilde{A}}: X \rightarrow [0,1]$$

Nilai fungsi $\mu_{\tilde{A}}(x)$ menyatakan derajat keanggotaan unsur $x \in X$ dalam himpunan *fuzzy* \tilde{A} . Nilai fungsi $\mu_{\tilde{A}}(x)$ sama dengan 1 menyatakan keanggotaan penuh, dan nilai fungsi sama dengan 0 menyatakan sama sekali bukan anggota himpunan *fuzzy* tersebut. Secara simbolik dapat ditulis dengan

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

(Dubois & Prade, 1980).

2.7 Bilangan Fuzzy

Definisi 2.1. Misalkan A adalah himpunan *fuzzy* pada bilangan riil (\mathbb{R}). A disebut bilangan *fuzzy* jika memenuhi syarat-syarat berikut:

- A merupakan himpunan *fuzzy* normal
- A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in (0,1]$, dan
- $S(A)$, atau A_{0+} , merupakan himpunan terbatas (Klir & Yuan, 1995).

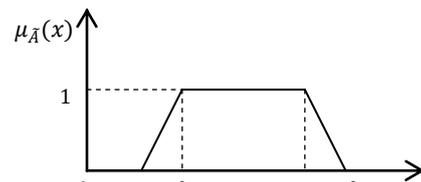
Syarat bahwa A_α merupakan interval tertutup untuk semua $\alpha \in (0,1]$ sama dengan syarat bahwa A merupakan himpunan konvek. Bilangan *fuzzy* sebagai himpunan *fuzzy* normal dan konvek, dan setiap α - *cut* merupakan interval tertutup. Jadi, bilangan *Fuzzy* adalah himpunan konvek, normal dan merupakan interval tertutup (Chen & Pham, 2001).

2.7.1 Bilangan Fuzzy Trapesium

Definisi 2.2. Suatu bilangan *fuzzy* yang derajat keanggotaannya adalah

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{(d-x)}{(d-c)}, & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases}$$

disebut dengan bilangan *fuzzy* trapesium $\tilde{A} = (a, b, c, d)$.



Gambar 2.1 Bilangan Fuzzy Trapesium

(Shankar dkk, 2010).

2.7.2 Operasi pada Bilangan Fuzzy Trapesium

1. Operasi Penjumlahan (Extended Addition)

Misal \tilde{A} dan \tilde{B} adalah dua bilangan *fuzzy* dengan $\tilde{A} = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ dan $\tilde{B} = (k_1, k_2, k_3, k_4)$, maka:

$$\begin{aligned} \tilde{A} \oplus \tilde{B} &= (c_1, c_2, c_3, c_4) \oplus (k_1, k_2, k_3, k_4) \\ &= (c_1 + k_1, c_2 + k_2, c_3 + k_3, c_4 + k_4) \end{aligned} \quad (10)$$

2. Operasi Pengurangan (Extended Subtraction)

Misal \tilde{A} dan \tilde{B} adalah dua bilangan *fuzzy* dengan $\tilde{A} = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ dan $\tilde{B} = (k_1, k_2, k_3, k_4)$, maka:

$$\begin{aligned} \tilde{A} \ominus \tilde{B} &= (c_1, c_2, c_3, c_4) \ominus (k_1, k_2, k_3, k_4) \\ &= (c_1 - k_1, c_2 - k_2, c_3 - k_3, c_4 - k_4) \end{aligned} \quad (11)$$

(N. R. Shankar dkk, 2011).

2.7.3 Defuzzifikasi Bilangan Fuzzy Trapesium

Defuzzifikasi merupakan langkah terakhir dalam suatu sistem logika *fuzzy* dengan tujuannya mengkonversi setiap hasil dari perhitungan yang diekspresikan dalam bentuk himpunan *fuzzy* ke suatu bilangan riil. Ada banyak metode untuk defuzzifikasi seperti Metode Centroid, Metode Mean of Interval, Metode Removal Area, Metode Bisector of Area, Metode Magnitude (Sutikno & Waspada, 2012).

Teorema 2.1 Misalkan $A = (a, b, c, d)$ adalah bilangan *fuzzy* trapesium, maka:

$$\text{Centroid}(\tilde{A}) = \frac{(c^2 + d^2 + cd) - (a^2 + b^2 + ab)}{3[(c+d) - (b+a)]}$$

Bukti

Dari Definisi 2.2., metode *centroid* dapat dituliskan:

$$\text{Centroid}(\tilde{A}) = \frac{\int_a^{b-x} x dx + \int_b^c 1x dx + \int_c^d \frac{d-x}{d-c} x dx}{\int_a^{b-x} dx + \int_b^c 1 dx + \int_c^d \frac{d-x}{d-c} dx} \quad (12)$$

maka,

$$\text{Centroid}(\tilde{A}) = \frac{(c^2 + d^2 + cd) - (a^2 + b^2 + ab)}{3[(c+d) - (b+a)]} \quad (13)$$

(N. Shankar dkk, 2010).

2.8 Fuzzy Critical Path Method (FCPM)

FCPM sama halnya dengan perhitungan CPM biasa, yaitu melakukan perhitungan waktu mulai tercepat (*earliest time*) dan perhitungan waktu selesai terlama (*latest time*) pada masing-masing aktivitas untuk menentukan lintasan kritis dari sebuah jaringan proyek fuzzy. Perhitungan waktu mulai tercepat (*earliest time*) menggunakan perhitungan maju dan perhitungan waktu selesai terlama (*latest time*) menggunakan perhitungan mundur.

1. Perhitungan Maju FCPM

Perhitungan maju FCPM adalah perhitungan yang dimulai dari *node start* dan bergerak ke *node end*.

Tahap Inisialisasi Tentukan waktu fuzzy paling awal terjadinya aktivitas (\widetilde{TE}_j). Maka waktu fuzzy awal mulai ($\widetilde{ES}_{i,j}$) dari aktivitas (i, j) adalah

$$(\widetilde{ES}_{i,j}) = (\widetilde{TE}_j) \quad (14)$$

Tahap Utama

1) Menghitung waktu fuzzy selesai ($\widetilde{EF}_{i,j}$) dari aktivitas (i, j) menggunakan rumus berikut:

$$\widetilde{EF}_{i,j} = \widetilde{ES}_{i,j} \oplus \widetilde{t}_{i,j} \quad (15)$$

2) Dengan $\widetilde{EF}_{i,j} = \widetilde{TE}_{i,j}$, maka diperoleh:

$$\widetilde{EF}_{i,j} = \widetilde{TE}_{i,j} \oplus \widetilde{t}_{i,j} \quad (16)$$

3) Sebuah kejadian j hanya dapat dilakukan jika aktivitas-aktivitas yang mendahuluinya telah diselesaikan, maka \widetilde{TE}_j sama dengan nilai terbesar dari waktu fuzzy awal selesainya aktivitas yang berakhir pada kejadian tersebut.

$$\widetilde{TE}_j = \max(\widetilde{EF}_{i_1,j}, \widetilde{EF}_{i_2,j}, \dots, \widetilde{EF}_{i_n,j}) \quad (17)$$

2. Perhitungan Mundur FCPM

Perhitungan mundur FCPM adalah perhitungan yang dimulai dari *node end* dan bergerak ke *node start*.

Tahap Inisialisasi Pada perhitungan mundur berlaku waktu fuzzy paling akhir (\widetilde{TL}) sama dengan waktu fuzzy paling awal terjadinya aktivitas (\widetilde{TE}) dari perhitungan maju.

$$\widetilde{TE} = \widetilde{TL} \quad (18)$$

Tahap Utama

1) Menghitung waktu fuzzy akhir mulai ($\widetilde{LS}_{i,j}$) sebagai berikut:

$$\widetilde{LS}_{i,j} = \widetilde{LF}_{i,j} \ominus \widetilde{t}_{i,j} \quad (19)$$

2) Dengan $\widetilde{LF}_{i,j} = \widetilde{TL}_i$, maka diperoleh:

$$\widetilde{LS}_{i,j} = \widetilde{TL}_i \ominus \widetilde{t}_{i,j} \quad (20)$$

3) Setiap aktivitas hanya dimulai apabila *event* yang mendahuluinya telah terjadi. Oleh karena itu, waktu paling akhir terjadinya sebuah *event* sama dengan nilai terkecil dari waktu fuzzy akhir untuk memulai aktivitas yang berpangkal pada *event* tersebut.

$$\widetilde{TL}_i = \min(\widetilde{LS}_{i,j_1}, \widetilde{LS}_{i,j_2}, \dots, \widetilde{LS}_{i,j_n}) \quad (21)$$

3. Perhitungan Kelonggaran Waktu (*float/slack*)

Setelah perhitungan maju dan mundur telah selesai dilakukan dan diperoleh nilai \widetilde{TE} dan \widetilde{TL} untuk semua *node*, maka akan dilakukan perhitungan kelonggaran waktu (*slack time*) masing-masing aktivitas (i, j).

Tahap Inisialisasi Pada perhitungan mundur diketahui bahwa $\widetilde{LS}_{i,j} = \widetilde{TL}_i \ominus \widetilde{t}_{i,j}$ dan dari perhitungan maju diketahui bahwa $\widetilde{EF}_{i,j} = \widetilde{TE}_{i,j} \oplus \widetilde{t}_{i,j}$.

Tahap Utama Menghitung *slack time* menggunakan persamaan berikut

$$\widetilde{TF}_{i,j} = \widetilde{TL}_j \ominus \widetilde{t}_{i,j} \ominus \widetilde{TE}_i \quad (22)$$

(Jayagowri & Geetharamani, 2014).

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Model Penjadwalan Proyek Pembangunan Drainase TPU Punggolaka, Kota Kendari

Jaringan kerja diturunkan dari logika ketergantungan berdasarkan sifat aktivitas. Oleh karena itu, harus diperhatikan aktivitas mana yang dimulai lebih dulu (*predecessor*/pendahulu), aktivitas yang mengikuti (*successor*), dan aktivitas mana yang dapat dilakukan secara bersamaan atau paralel untuk menghemat waktu. Selain itu, hubungan antar aktivitas memiliki ketergantungan yang disebabkan oleh sifat aktivitas tersebut, dikarenakan aktivitas tersebut tidak dapat dimulai tanpa adanya input berupa hasil dari aktivitas sebelumnya.

Berikut adalah rincian aktivitas dan durasi fuzzy yang diperlukan untuk menyelesaikan proyek pembangunan Drainase TPU Punggolaka:

Tabel 3.1 Aktivitas Pekerjaan Proyek Pembangunan Drainase TPU Punggolaka, Kota Kendari

No	Simbol	Aktivitas	Pendahulu	Durasi	Fuzzifikasi Durasi
1	A	Pekerjaan persiapan	-	14	(12, 13, 14, 15)
2	B	Pekerjaan tanah	A	10	(5, 7, 8, 10)
3	C	Pekerjaan beton	B	30	(28, 30, 35, 36)
4	D	Pekerjaan batu	B, C	20	(15, 16, 17, 20)
5	E	Penyelesaian	D	1	(1, 3, 5, 7)

Sumber data: CV. Anugerah Sembilan Dua, 2020

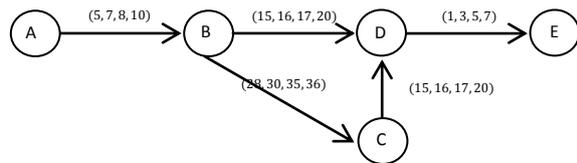
Keterangan:

Nilai bilangan fuzzy trapesium (12, 13, 14, 15) menyatakan bahwa perkiraan durasi optimum selesainya pekerjaan adalah 13 sampai 14 hari, dengan durasi tercepat membutuhkan waktu 12 hari dan durasi terlama membutuhkan waktu 15 hari.

Aktivitas A tidak bergantung pada kegiatan apapun. Aktivitas A merupakan pendahulu aktivitas B, artinya aktivitas B dapat dimulai apabila aktivitas A telah selesai. Aktivitas B merupakan pendahulu aktivitas C dan D. Aktivitas C juga merupakan pendahulu aktivitas D, sehingga aktivitas D memiliki dua pendahulu yaitu aktivitas B dan C. Aktivitas E tidak menjadi pendahulu aktivitas manapun.

Berdasarkan Tabel 3.1 dan penjelasan di atas, dapat dimodelkan jaringan kerja proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka, Kota

Kendari menggunakan *Fuzzy Critical Path Method* (FCPM) sebagai berikut:



Gambar 3.1 Model Jaringan Kerja Proyek Pembangunan Drainase TPU Punggolaka, Kota Kendari

Jaringan kerja $P(A, B)$, dengan A adalah himpunan titik dan B adalah himpunan garis. P adalah graf asiklik dengan bobot garisnya menggunakan bilangan *fuzzy* trapesium. Titik menunjukkan kejadian dan garis menunjukkan aktivitas dari dua kejadian yang saling terhubung

Fuzzy Critical Path Method (FCPM) sama halnya dengan *Critical Path Method* (CPM) yaitu menghitung waktu terpanjang atau memaksimumkan waktu melalui model lintasan kritis dengan persamaan berikut:

$$\text{Max Time} = \sum(\text{durasi kegiatan pada lintasan kritis}) \quad (23)$$

3.2 Menyelesaikan Perhitungan FCPM Penjadwalan Proyek Pembangunan Drainase TPU Punggolaka, Kota Kendari

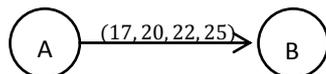
3.2.1 Perhitungan Nilai *Earliest Time* untuk Setiap Aktivitas *Fuzzy*

Perhitungan nilai *earliest time* digunakan perhitungan maju FCPM. Waktu *fuzzy* paling awal terjadinya aktivitas A (\widetilde{TE}_A) adalah (12, 13, 14, 15), maka saat paling cepat dimulainya aktivitas $A - B$ (\widetilde{ES}_{A-B}) adalah (12, 13, 14, 15), sehingga (\widetilde{EF}_{A-B}) dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widetilde{ES}_{A-B} &= \widetilde{TE}_A \\ \widetilde{EF}_{A-B} &= \widetilde{ES}_{A-B} \oplus \check{t}_{A-B} \\ &= \widetilde{TE}_A \oplus \check{t}_{A-B} \\ &= (12, 13, 14, 15) \oplus (5, 7, 8, 10) \\ &= (17, 20, 22, 25) \end{aligned}$$

Karena titik A merupakan satu-satunya aktivitas yang menuju titik B , maka

$$\begin{aligned} \widetilde{TE}_B &= \widetilde{EF}_{A-B} \\ &= (17, 20, 22, 25) \end{aligned}$$



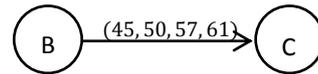
Gambar 3.2 Aktivitas $A - B$

Aktivitas $B - C$

$$\begin{aligned} \widetilde{ES}_{B-C} &= \widetilde{TE}_B \\ \widetilde{EF}_{B-C} &= \widetilde{ES}_{B-C} \oplus \check{t}_{B-C} \\ &= \widetilde{TE}_B \oplus \check{t}_{B-C} \\ &= (17, 20, 22, 25) \oplus (28, 30, 35, 36) \\ &= (45, 50, 57, 61) \end{aligned}$$

Karena titik B merupakan satu-satunya aktivitas yang menuju titik C , maka

$$\begin{aligned} \widetilde{TE}_C &= \widetilde{EF}_{B-C} \\ &= (45, 50, 57, 61) \end{aligned}$$



Gambar 3.3 Aktivitas $B - C$

Aktivitas $B - D$

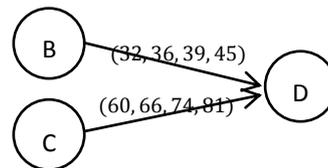
$$\begin{aligned} \widetilde{ES}_{B-D} &= \widetilde{TE}_B \\ \widetilde{EF}_{B-D} &= \widetilde{ES}_{B-D} \oplus \check{t}_{B-D} \\ &= \widetilde{TE}_B \oplus \check{t}_{B-D} \\ &= (17, 20, 22, 25) \oplus (15, 16, 17, 20) \\ &= (32, 36, 39, 45) \end{aligned}$$

Aktivitas $C - D$

$$\begin{aligned} \widetilde{ES}_{C-D} &= \widetilde{TE}_C \\ \widetilde{EF}_{C-D} &= \widetilde{ES}_{C-D} \oplus \check{t}_{C-D} \\ &= \widetilde{TE}_C \oplus \check{t}_{C-D} \\ &= (45, 50, 57, 61) \oplus (15, 16, 17, 20) \\ &= (60, 66, 74, 81) \end{aligned}$$

Karena memiliki lebih dari satu titik aktivitas yang menuju aktivitas D yaitu titik B dan C , maka \widetilde{TE}_D sama dengan nilai terbesar dari waktu *fuzzy* awal selesainya aktivitas yang berakhir pada aktivitas D , sehingga

$$\begin{aligned} \widetilde{TE}_D &= \max(\widetilde{EF}_{B-D}, \widetilde{EF}_{C-D}) \\ &= \max((32, 36, 39, 45), (60, 66, 74, 81)) \\ &= (60, 66, 74, 81) \end{aligned}$$



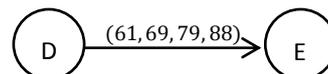
Gambar 3.4 Aktivitas-aktivitas yang Menuju Titik D

Aktivitas $D - E$

$$\begin{aligned} \widetilde{ES}_{D-E} &= \widetilde{TE}_D \\ \widetilde{EF}_{D-E} &= \widetilde{ES}_{D-E} \oplus \check{t}_{D-E} \\ &= \widetilde{TE}_D \oplus \check{t}_{D-E} \\ &= (60, 66, 74, 81) \oplus (1, 3, 5, 7) \\ &= (61, 69, 79, 88) \end{aligned}$$

Karena titik D merupakan satu-satunya aktivitas yang menuju titik E , maka

$$\begin{aligned} \widetilde{TE}_E &= \widetilde{EF}_{D-E} \\ &= (61, 69, 79, 88) \end{aligned}$$



Gambar 3.5 Aktivitas $D - E$

Untuk memudahkan pemahaman, informasi atau hasil perhitungan dirangkum ke dalam Tabel 3.2. berikut

Tabel 3.2 Hasil Perhitungan *Earliest Time*

Aktivitas	Predecessor	Durasi <i>Fuzzy</i>	<i>Earliest time</i>
A	-	(12, 13, 14, 15)	(12, 13, 14, 15)

B	A	(5, 7, 8, 10)	(17, 20, 22, 25)
C	B	(28, 30, 35, 36)	(45, 50, 57, 61)
D	B, C	(15, 16, 17, 20)	(60, 66, 74, 81)
E	D	(1, 3, 5, 7)	(61, 69, 79, 88)

Perhitungan nilai *earliest time* dengan perhitungan maju FCPM dihasilkan total waktu penyelesaian proyek, yaitu (61, 69, 79, 88) hari. Total waktu tersebut menyatakan perkiraan durasi optimum selesainya pekerjaan adalah 69 sampai 79 hari.

Total waktu tersebut digunakan sebagai acuan untuk melakukan perhitungan nilai *latest time* dengan perhitungan alur mundur.

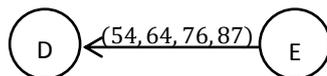
3.2.2 Perhitungan Nilai Latest Time untuk Setiap Aktivitas Fuzzy

Pada perhitungan nilai *latest time* berlaku perhitungan mundur berlaku di *terminal event* $\widetilde{T}E = \widetilde{T}L$, dari perhitungan *earliest time* diperoleh $\widetilde{T}E_E = (61, 69, 79, 88)$, sehingga $\widetilde{T}L_E = (61, 69, 79, 88)$.

$$\begin{aligned} \text{Aktivitas D - E} \\ \widetilde{L}S_{D-E} &= \widetilde{L}F_{D-E} \ominus \check{t}_{D-E} \\ \widetilde{T}L_E &= \widetilde{L}F_{D-E}, \text{ sehingga} \\ \widetilde{L}S_{D-E} &= \widetilde{T}L_E \ominus \check{t}_{D-E} \\ &= (61, 69, 79, 88) \ominus (1, 3, 5, 7) \\ &= (54, 64, 76, 87) \end{aligned}$$

Karena titik E merupakan satu-satunya yang berpangkal pada titik D, maka

$$\begin{aligned} \widetilde{T}L_D &= \widetilde{L}S_{D-E} \\ &= (54, 64, 76, 87) \end{aligned}$$

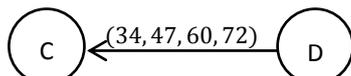


Gambar 3.6 Aktivitas E - D

$$\begin{aligned} \text{Aktivitas C - D} \\ \widetilde{L}S_{C-D} &= \widetilde{L}F_{C-D} \ominus \check{t}_{C-D} \\ \widetilde{T}L_D &= \widetilde{L}F_{C-D}, \text{ sehingga} \\ \widetilde{L}S_{C-D} &= \widetilde{T}L_D \ominus \check{t}_{C-D} \\ &= (54, 64, 76, 87) \ominus (15, 16, 17, 20) \\ &= (34, 47, 60, 72) \end{aligned}$$

Karena titik D merupakan satu-satunya yang berpangkal pada titik C, maka

$$\begin{aligned} \widetilde{T}L_C &= \widetilde{L}S_{C-D} \\ &= (34, 47, 60, 72) \end{aligned}$$



Gambar 3.7 Aktivitas D - C

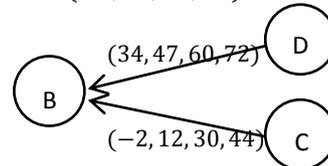
$$\begin{aligned} \text{Aktivitas B - D} \\ \widetilde{L}S_{B-D} &= \widetilde{L}F_{B-D} \ominus \check{t}_{B-D} \\ \widetilde{T}L_D &= \widetilde{L}F_{B-D}, \text{ sehingga} \\ \widetilde{L}S_{B-D} &= \widetilde{T}L_D \ominus \check{t}_{B-D} \\ &= (54, 64, 76, 87) \ominus (15, 16, 17, 20) \\ &= (34, 47, 60, 72) \end{aligned}$$

Aktivitas B - C

$$\begin{aligned} \widetilde{L}S_{B-C} &= \widetilde{L}F_{B-C} \ominus \check{t}_{B-C} \\ \widetilde{T}L_C &= \widetilde{L}F_{B-C}, \text{ sehingga} \\ \widetilde{L}S_{B-C} &= \widetilde{T}L_C \ominus \check{t}_{B-C} \\ &= (34, 47, 60, 72) \ominus (28, 30, 35, 36) \\ &= (-2, 12, 30, 44) \end{aligned}$$

Untuk mengisi $\widetilde{T}L$ dari titik B, maka digunakan nilai terkecil dari $\widetilde{L}S$ pada titik-titik yang berpangkal pada titik B, sehingga

$$\begin{aligned} \widetilde{T}L_B &= \min(\widetilde{L}S_{B-D}, \widetilde{L}S_{B-C}) \\ &= \min((34, 47, 60, 72), (-2, 12, 30, 44)) \\ &= (-2, 12, 30, 44) \end{aligned}$$



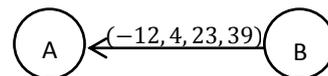
Gambar 3.8 Aktivitas-aktivitas yang Berpangkal pada Titik B

Aktivitas A - B

$$\begin{aligned} \widetilde{L}S_{A-B} &= \widetilde{L}F_{A-B} \ominus \check{t}_{A-B} \\ \widetilde{T}L_B &= \widetilde{L}F_{A-B}, \text{ sehingga} \\ \widetilde{L}S_{A-B} &= \widetilde{T}L_B \ominus \check{t}_{A-B} \\ &= (-2, 12, 30, 44) \ominus (5, 7, 8, 10) \\ &= (-12, 4, 23, 39) \end{aligned}$$

Karena titik B merupakan satu-satunya yang berpangkal pada titik A, maka

$$\begin{aligned} \widetilde{T}L_A &= \widetilde{L}S_{A-B} \\ &= (-12, 4, 23, 39) \end{aligned}$$



Gambar 3.9. Aktivitas B - A

Untuk memudahkan pemahaman, informasi atau hasil perhitungan dirangkum ke dalam Tabel 3.3. berikut

Tabel 3.3 Hasil Perhitungan *Latest Time*

Aktivitas	Successors	Durasi Fuzzy	Latest Time
A	B	(12, 13, 14, 15)	(-12, 4, 23, 39)
B	D, C	(5, 7, 8, 10)	(-2, 12, 30, 44)
C	D	(28, 30, 35, 36)	(34, 47, 60, 72)
D	E	(15, 16, 17, 20)	(54, 64, 76, 87)
E	-	(1, 3, 5, 7)	(61, 69, 79, 88)

Perhitungan nilai *latest time* dengan perhitungan mundur FCPM dihasilkan total waktu paling lambat dimulainya pekerjaan proyek, yaitu (-12, 4, 23, 39) hari. Total waktu tersebut menyatakan perkiraan durasi optimum dimulainya pekerjaan adalah 4 sampai 23 hari.

3.2.3 Perhitungan Nilai Slack Time untuk Setiap Aktivitas Fuzzy

Setelah diselesaikannya perhitungan *earliest time* dan *latest time*, selanjutnya akan dilakukan perhitungan kelonggaran waktu atau disebut dengan

slack time dari kegiatan (i, j) . Slacktime (\widetilde{TF}_{ij}) dihitung dengan menggunakan rumus berikut:

$$\widetilde{TF}_{ij} = \widetilde{TL}_j \ominus t_{ij} \ominus \widetilde{TE}_i$$

Aktivitas A – B

$$\begin{aligned}\widetilde{TF}_{A-B} &= \widetilde{TL}_B \ominus \tilde{t}_{A-B} \ominus \widetilde{TE}_A \\ &= (-2, 13, 30, 44) \ominus (5, 7, 8, 10) \\ &\ominus (-12, 4, 23, 39)\end{aligned}$$

$$\widetilde{TF}_{A-B} = (-27, -10, 10, 27)$$

Aktivitas B – C

$$\begin{aligned}\widetilde{TF}_{B-C} &= \widetilde{TL}_C \ominus \tilde{t}_{B-C} \ominus \widetilde{TE}_B \\ &= (34, 47, 60, 72) \ominus (28, 30, 35, 36) \\ &\ominus (17, 20, 22, 25)\end{aligned}$$

$$\widetilde{TF}_{B-C} = (-27, -10, 10, 27)$$

Aktivitas B – D

$$\begin{aligned}\widetilde{TF}_{B-D} &= \widetilde{TL}_D \ominus \tilde{t}_{B-D} \ominus \widetilde{TE}_B \\ &= (54, 64, 76, 87) \ominus (15, 16, 17, 20) \\ &\ominus (17, 20, 22, 25)\end{aligned}$$

$$\widetilde{TF}_{B-D} = (9, 25, 40, 55)$$

Aktivitas C – D

$$\begin{aligned}\widetilde{TF}_{C-D} &= \widetilde{TL}_D \ominus \tilde{t}_{C-D} \ominus \widetilde{TE}_C \\ &= (54, 64, 76, 87) \ominus (15, 16, 17, 20) \\ &\ominus (45, 50, 57, 61)\end{aligned}$$

$$\widetilde{TF}_{C-D} = (-27, -10, 10, 27)$$

Aktivitas D – E

$$\begin{aligned}\widetilde{TF}_{D-E} &= \widetilde{TL}_E \ominus \tilde{t}_{D-E} \ominus \widetilde{TE}_D \\ &= (61, 69, 79, 88) \ominus (1, 3, 5, 7) \\ &\ominus (60, 66, 74, 81)\end{aligned}$$

$$\widetilde{TF}_{D-E} = (-27, -10, 10, 27)$$

Untuk memudahkan pemahaman, informasi atau hasil perhitungan dirangkum ke dalam Tabel 3.4. berikut

Tabel 3.4 Hasil Perhitungan Slack Time

Aktivitas	Durasi Fuzzy	Slack time
A – B	(5, 7, 8, 10)	(-27, -10, 10, 27)
B – C	(28, 30, 35, 36)	(-27, -10, 10, 27)
B – D	(15, 16, 17, 20)	(9, 25, 40, 55)
C – D	(15, 16, 17, 20)	(-27, -10, 10, 27)
D – E	(1, 3, 5, 7)	(-27, -10, 10, 27)

3.2.4 Defuzzifikasi Slack Time

Setelah dihitung slack time pada setiap aktivitas fuzzy, dilakukan defuzzifikasi menggunakan Persamaan (2.15)

Aktivitas A – B

$$\begin{aligned}\tilde{A}_{A-B} &= \frac{(10^2 + 27^2 + (10)(27)) - ((-27)^2 + (-10)^2 + (-27)(-10))}{3((10 + 27) - (-10 - 27))} \\ &= \frac{(100 + 729 + 270) - (729 + 100 + 270)}{3(37 - (-37))} \\ &= \frac{100 + 729 + 270 - 729 - 100 - 270}{3(74)} \\ &= \frac{0}{222} \\ &= 0\end{aligned}$$

Aktivitas B – C

$$\begin{aligned}\tilde{A}_{B-C} &= \frac{(10^2 + 27^2 + (10)(27)) - ((-27)^2 + (-10)^2 + (-27)(-10))}{3((10 + 27) - (-10 - 27))} \\ &= \frac{(100 + 729 + 270) - (729 + 100 + 270)}{3(37 - (-37))} \\ &= \frac{100 + 729 + 270 - 729 - 100 - 270}{3(74)} \\ &= \frac{0}{222} \\ &= 0\end{aligned}$$

Aktivitas B – D

$$\begin{aligned}\tilde{A}_{B-D} &= \frac{(40^2 + 55^2 + (40)(55)) - (9^2 + 25^2 + (9)(25))}{3((40 + 55) - (9 + 25))} \\ &= \frac{(1.600 + 3.025 + 2.200) - (81 + 625 + 225)}{3(95 - 34)} \\ &= \frac{6.825 - 931}{3(61)} \\ &= \frac{5.894}{183} \\ &= 32,20\end{aligned}$$

Aktivitas C – D

$$\begin{aligned}\tilde{A}_{C-D} &= \frac{(10^2 + 27^2 + (10)(27)) - ((-27)^2 + (-10)^2 + (-27)(-10))}{3((10 + 27) - (-10 - 27))} \\ &= \frac{(100 + 729 + 270) - (729 + 100 + 270)}{3(37 - (-37))} \\ &= \frac{100 + 729 + 270 - 729 - 100 - 270}{3(74)} \\ &= \frac{0}{222} \\ &= 0\end{aligned}$$

Aktivitas D – E

$$\begin{aligned}\tilde{A}_{D-E} &= \frac{(10^2 + 27^2 + (10)(27)) - ((-27)^2 + (-10)^2 + (-27)(-10))}{3((10 + 27) - (-10 - 27))} \\ &= \frac{(100 + 729 + 270) - (729 + 100 + 270)}{3(37 - (-37))} \\ &= \frac{100 + 729 + 270 - 729 - 100 - 270}{3(74)} \\ &= \frac{0}{222} \\ &= 0\end{aligned}$$

Beberapa aktivitas tersebut merupakan contoh proses defuzzifikasi pada nilai fuzzy slack time. Untuk hasil perhitungan aktivitas yang lain dengan cara yang sama dapat ditunjukkan pada Tabel 3.5 berikut. Hasil perhitungan berikut digunakan untuk menentukan lintasan kritis.

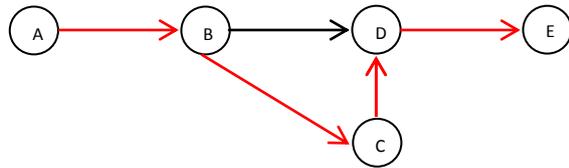
Tabel 3.5 Hasil Defuzzifikasi dan Aktivitas Kritis pada Jaringan Proyek Pembangunan Drainase TPU Punggolaka Kota Kendari

Aktivitas	Slack Time	Defuzzifikasi (\tilde{A})	Aktivitas Kritis
A – B	(-27, -10, 10, 27)	0	Ya
B – C	(-27, -10, 10, 27)	0	Ya
B – D	(9, 25, 40, 55)	32,20	Tidak
C – D	(-27, -10, 10, 27)	0	Ya
D – E	(-27, -10, 10, 27)	0	Ya

Dari Tabel 3.5 tersebut dapat diketahui bahwa aktivitas-aktivitas jaringan proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka Kota Kendari yang hasil defuzzifikasinya sama dengan nol disebut aktivitas kritis. Maka, aktivitas kritis pada Tabel 3.5 diantaranya adalah A – B, B – C, C – D dan D – E.

3.2.5 Lintasan Kritis

Aktivitas-aktivitas kritis pada Tabel 3.5 yang saling terhubung merupakan lintasan kritis. Pada jaringan proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka Kota Kendari diperoleh suatu lintasan kritis yang ditunjukkan pada Gambar 3.10 berikut.



Gambar 3.10 Lintasan Kritis pada Jaringan Proyek Pembangunan Drainase TPU Punggolaka Kota Kendari

Perhitungan nilai *earliest time* dengan perhitungan maju FCPM dihasilkan total waktu penyelesaian proyek, yaitu (61, 69, 79, 88) hari. Total waktu tersebut menyatakan perkiraan durasi optimum selesainya pekerjaan adalah 69 sampai 79 hari. Jika total waktu tersebut didefuzzifikasikan menggunakan Persamaan 12, waktu optimum penyelesaian proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka Kota Kendari yaitu 75 hari.

Dari Gambar 3.10 dapat dilihat bahwa lintasan kritis yang dihasilkan perhitungan menggunakan FCPM adalah A – B – C – D – E. Dari lintasan kritis tersebut dapat dihitung jumlah durasi maksimum untuk mengerjakan proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka Kota Kendari menggunakan Persamaan 23 sebagai berikut:

$$\text{Maximum Time} = 14 + 10 + 30 + 20 + 1 = 75$$

Hasil perhitungan maju FCPM dan durasi maksimum yang dihasilkan menunjukkan suatu kesamaan jumlah waktu dengan pelaksanaan proyek seperti yang tertera pada Lampiran 4 yaitu 75 hari waktu kalender.

3.3 Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk melihat bagaimana mendapatkan jalur kritis dari penjadwalan proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka Kota Kendari dengan menggunakan program Python.

Algoritma Python untuk penjadwalan proyek pembangunan drainase dengan FCPM:

1. Input

Masukkan file data ods yang memuat data-data berikut:

DESCR: "TASKA, TASKB, TASKC, TASKD, TASKE"

CODE: "A, B, C, D, E"

PREDECESSORS: "- , A, B, BC, D"

DAYS: "12;13;14;15, 5;7;8;10, 28;30;35;36, 15;16;17;20, 1;3;5;7"

2. Proses

1) Menghitung nilai *Earliest time* TE menggunakan perhitungan maju

- 2) Menghitung nilai *Latest time* TL menggunakan perhitungan mundur
- 3) Menghitung nilai *Slack time* TF
- 4) Mendefuzzifikasi nilai *Slack time*
- 5) Mencari aktivitas kritis

3. Output

Hasil *output* dari program Python dapat dilihat pada Lampiran 3. Hasil tersebut menunjukkan pada perhitungan maju untuk aktivitas A tidak memiliki *predecessors* (pendahulu) dengan waktu *fuzzy*(12, 13, 14, 15) memiliki *earliest time* (12, 13, 14, 15). Aktivitas B didahului dengan aktivitas A dengan waktu *fuzzy*(5, 7, 8, 10), sehingga *earliest time* yang diperoleh adalah (17, 20, 22, 25). Aktivitas C yang didahului dengan aktivitas B dengan waktu *fuzzy*(28, 30, 35, 36) sehingga *earliest time* yang diperoleh adalah (45, 50, 57, 61). Aktivitas D yang didahului aktivitas B dan C dengan waktu *fuzzy*(15, 16, 17, 20) sehingga menghasilkan *earliest time* (60, 66, 74, 81). Aktivitas E didahului dengan aktivitas D dengan waktu *fuzzy*(1, 3, 5, 7) sehingga *earliest time* yang diperoleh adalah (61, 69, 79, 88).

Pada perhitungan mundur untuk aktivitas E tidak memiliki *successor* sehingga *latest time* yang dihasilkan adalah (61, 69, 79, 88). Aktivitas D memiliki *successor* yaitu aktivitas E, sehingga *latest time* yang dihasilkan adalah (54, 64, 76, 87). Aktivitas C memiliki *successor* yaitu aktivitas D, sehingga *latest time* yang dihasilkan adalah (34, 47, 60, 72). Aktivitas B memiliki dua *successor* yaitu aktivitas D dan C, sehingga *latest time* yang dihasilkan adalah (-2, 12, 30, 44). Aktivitas A memiliki *successor* yaitu aktivitas B, sehingga *latest time* yang dihasilkan adalah (-12, 4, 23, 39).

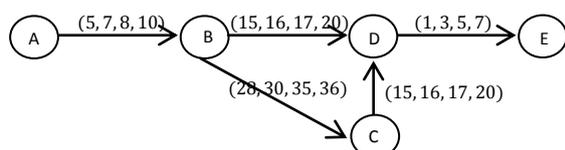
Pada perhitungan *slack time* aktivitas A – B , B – C , C – D , D – E memiliki nilai yang sama yaitu (-27, -10, 10, 27) sedangkan aktivitas B – D memiliki nilai *slack time* (9, 25, 40, 55). Setelah perhitungan *slack time*, dilakukan defuzzifikasi terhadap nilai *slack time*. Hasil dari defuzzifikasi nilai *slack time* dapat menghasilkan aktivitas kritis. Untuk aktivitas yang nilai defuzzifikasinya sama dengan nol menunjukkan aktivitas tersebut adalah aktivitas kritis.

Hasil perhitungan simulasi numerik menunjukkan kesamaan pada perhitungan analitik. Sehingga, lintasan kritis yang diperoleh pun sama yaitu A – B – C – D – E.

4. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

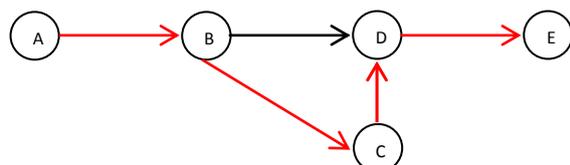
1. Model jaringan proyek pembangunan drainase TPU (Tempat Pemakaman Umum) Punggolaka, Kota Kendari dengan *Fuzzy Critical Path Method* adalah sebagai berikut:



Fuzzy Critical Path Method (FCPM) menghitung waktu terpanjang atau memaksimalkan waktu melalui model lintasan kritis dengan persamaan berikut:

$$\text{Max Time} = \sum(\text{durasi kegiatan pada lintasan kritis})$$

2. Lintasan kritis yang dihasilkan mulai dari perhitungan *earliest time*, *latest time*, *slack time* dan defuzzifikasi *slack time* yaitu: A – B – C – D – E



Total waktu penyelesaian proyek yang dihitung menggunakan perhitungan maju FCPM menyatakan perkiraan durasi optimum selesainya pekerjaan adalah 69 sampai 79 hari dengan nilai defuzzifikasi yaitu 75 hari.

Pekerjaan yang berada di lintasan kritis diantaranya: Pekerjaan persiapan, Pekerjaan tanah, Pekerjaan beton, Pekerjaan batu dan Penyelesaian.

Dari lintasan kritis tersebut dapat dihitung jumlah durasi maksimum untuk mengerjakan proyek pembangunan drainase TPU Punggolaka Kota Kendari yaitu sebagai berikut:

$$\text{Max Time} = 14 + 10 + 30 + 20 + 1 = 75 \text{ hari.}$$

Hasil perhitungan maju FCPM dan durasi maksimum yang dihasilkan menunjukkan suatu kesamaan jumlah waktu dengan pelaksanaan proyek.

Ucapan Terimakasih. Penulis mengucapkan rasa terimakasih yang setulus-tulusnya kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penulisan makalah ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Chen, G., & Pham, T. T. (2001). *Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Control Systems*. CRC Press LLC.
- Dimiyati, T. T., & Dimiyati, A. (2020). *Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan* (H. Suryana (ed.)). Sinar Baru Algesindo.
- Dubois, D., & Prade, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. Academic Press, INC.
- Hutchings, J. F. (2003). Project Scheduling Handbook. In *Project Scheduling Handbook*. <https://doi.org/10.1201/9780203912928>
- Jayagowri, P., & Geetharamani, G. (2014). A critical path problem using intuitionistic trapezoidal

fuzzy number. *Applied Mathematical Sciences*, 8(49–52), 2555–2562.

<https://doi.org/10.12988/ams.2014.43149>

Klir, G. J., & Yuan, B. (1995). Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications. In *Mean Field Simulation for Monte Carlo Integration*.

<https://doi.org/10.1201/b14924-7>

Shankar, N. R., Sireesha, V., Sireesha, S., & Madhuri, K. U. (2011). Measuring risk element criticality in a fuzzy project network using trapezoidal fuzzy number method. *Applied Mathematical Sciences*, 5(9–12), 529–539.

Shankar, N., Sireesha, V., & Rao, P. (2010). An analytical method for finding critical path in a fuzzy project network. *International Journal of ...*, 5(20), 953–962. <http://m-hikari.com/ijcms-2010/17-20-2010/ravishankarIJCMS17-20-2010.pdf>

Sitanggang, N., Simarmata, J., & Luthan, P. L. A. L. (2019). *Pengantar Konsep Manajemen Proyek untuk Teknik*.

Sutikno, & Waspada, I. (2012). Perbandingan Metode Defuzzifikasi Sistem Kendali Logika Fuzzy Model Mamdani Pada Motor Dc. *Jurnal Masyarakat Informatika*, 2(3), 27–38.

<https://doi.org/10.14710/jmasif.2.3.27-38>

Syaifuddin, D. (2011). *RISSET OPERASI (Aplikasi Quantitative Analysis for Management)* (pp. 1–174).

Wibowo, S. (2015). Penerapan Logika Fuzzy Dalam Penjadwalan Waktu Kuliah. *Jurnal Informatika UPGRI*, 1, 59–77.

Widiasanti, I., & Lenggogeni. (2013). *Manajemen Konstruksi*.

Diterima pada tanggal 21 Januari 2022.

Terbit online pada tanggal 21 April 2022.