

Pendekatan Algoritma Untuk Mencari Eksentrisitas Suatu *Tree* dengan *Depth First Search*

NugrohoArif Sudibyo¹, Tri Atmojo Kusmayadi²

¹Program Studi Teknik Informatika STMIK Duta Bangsa Surakarta

²Jurusan Matematika Fakultas MIPA UNS Surakarta

¹nugroho_arifs@stmikdb.ac.id, ²tri.atmojo.kusmayadi@gmail.com

ABSTRAK

Suatu graf dapat didefinisikan sebagai suatu himpunan vertex-vertex (titik-titik) dengan beberapa di antaranya dihubungkan oleh edge (garis). Jarak dari vertex u dapat didefinisikan sebagai panjang path (lintasan) terpendek dari vertex u ke vertex lain dalam G . Eksentrisitas dari vertex u adalah jarak maksimum dari vertex u ke vertex lain dalam G . Dalam makalah ini akan diselidiki algoritma untuk menentukan eksentrisitas suatu tree menggunakan depth first search.

Kata kunci: eksentrisitas, *tree*, *depth first search*

PENDAHULUAN

Lahirnya teori graf diawali pada masalah Jembatan Konigsberg (1736) yang terletak di sungai Pregel Kaliningrad, Russia, yang dipecahkan oleh Leonhard Euler. Teori graf telah sukses dalam pemecahan masalah dan berkembang cepat dalam cabang matematika. Hal ini direfleksikan dengan banyaknya buku dan hasil-hasil penelitian yang dipublikasikan, sebagai contoh pada pelabelan graf sudah lebih dari dua ribu makalah sudah diterbitkan (Gallian, 2016). Alasan utama untuk pertumbuhan yang cepat ini adalah karena aplikasinya yang luas dalam masalah yang timbul di bidang sains, teknik, sains komputer, bisnis moderen dan lain-lain.

Struktur yang sederhana dari suatu graf, yaitu kumpulan titik-titik yang disebut *vertex* yang dihubungkan oleh garis yang disebut *edge*, membuat graf menjadi alat yang sangat berguna dalam pemodelan matematika. Graf dapat didefinisikan sebagai suatu

himpunan *vertex-vertex* dengan beberapa di antaranya dihubungkan oleh *edge*. Seperti yang telah diketahui, banyak sistem yang bisa digambarkan sebagai graf dimana obyek dapat dipandang sebagai *vertex* dan hubungan di antara objek dinyatakan dengan *edge*.

Sebagai contoh, topologi dari jaringan interkoneksi dapat juga dimodelkan dengan suatu teori graf, baik berarah atau yang tidak berarah, tergantung pada aplikasi tertentu (Kamalesh dan Srivatsa, 2008). Terdapat beberapa karakteristik dasar dari suatu jaringan seperti jumlah *vertex*, jumlah koneksi pada setiap jumlah *vertex*, total koneksi, *vertex clustering*, dan sebagainya. Salah satunya yang banyak dikaji adalah jarak antara *vertex* dalam jaringan. Sifat tersebut meliputi eksentrisitas dari *vertex*, radius pada jaringan dan diameter pada jaringan. Untuk pembicaraan yang lebih lengkap tentang terapan teori graf dapat diacu makalah yang ditulis oleh Caccetta dan Vijayan (1987), Caccetta (1989) dan Caccetta (1993).

Konsep dari eksentrisitas merupakan salah satu konsep fundamental didalam teori graf. Selain itu, eksentrisitas dapat menentukan digraf eksentrik dari suatu kelas graf tertentu (Gimbert, *et. al*, 2006) dan barisan dari graf terhubung (Ferrero dan Harary, 2009). Pada makalah ini akan ditentukan desain dari algoritma untuk menentukan eksentrisitas dari suatu *tree*. *Tree* adalah suatu graf yang *connected* dengan tidak ada suatu *cycles*. Pada suatu *tree* yang tidak berarah, suatu *leaf* adalah *vertex* yang mempunyai *degree* satu. Terdapat beberapa pengertian dasar dari suatu *tree* yaitu (1) setiap *tree* dengan paling tidak satu *edge* mempunyai paling tidak dua *leaves*. (2) Jika *degree* minimum dari suatu graf paling tidak dua, maka graf tersebut pasti memuat suatu *cycle*. (3) Setiap *tree* dengan n *vertex* pasti mempunyai $n-1$ *edges*.

EKSENTRISITAS PADA SUATU *TREE*

Pengertian dan notasi yang berkaitan dalam makalah ini diambil Baidari, *et. al* (2012). Dalam makalah ini G adalah suatu graf dengan himpunan *vertex* $V(G)$ dan himpunan *edge* $E(G)$ yang berhingga. Jarak dari *vertex* u dapat didefinisikan sebagai panjang *path* (lintasan) terpendek dari *vertex* u ke *vertex* lain dalam G .

Eksentrisitas suatu *vertex* pada suatu graf G adalah jarak dari *vertex* v ke *vertex* terjauh dari v dinotasikan sebagai $ecc(v) = \max_{x \in V(G)} \{d(v, x)\}$. Suatu *central vertex* dari suatu graf adalah suatu *vertex* dengan eksentrisitas yang paling minimum. Berikut adalah hasil-hasil penelitian sebelumnya mengenai eksentrisitas suatu *vertex* pada *tree*.

Lema 1. Misalkan T adalah suatu *tree* dengan paling tidak memuat tiga *vertex*, maka berlaku

- a. Jika v adalah suatu *leaf* dari T dan w adalah suatu *neighbor*, maka $ecc(v) = ecc(w) + 1$.
- b. Jika v adalah suatu *central vertex* dari T , maka berlaku $deg(v) \geq 2$.

Lema 2. Misalkan v dan w adalah suatu dua *vertex* dari *tree* T dengan w adalah yang paling jauh jaraknya dari v ($ecc(v) = d(u, v)$) maka w adalah suatu *leaf*.

Lema 3. Misalkan T adalah suatu *tree* dengan paling tidak memuat tiga *vertex*, dan misalkan T^* merupakan suatu *subtree* dari T yang diperoleh dengan menghapus semua *leaves*. Jika v adalah *vertex* dari T^* , maka $ecc_T(v) = ecc_{T^*}(v) + 1$.

ALGORITMA UNTUK Mencari Eksentrisitas

Dalam teori graf, untuk mencari suatu *tree* dapat digunakan algoritma *Depth-First Search* (DFS) dan *Breadth-First Search* (BFS) (Priadi, 2015). Algoritma tersebut adalah algoritma pencarian buta yang digunakan dalam kecerdasan buatan (Kandaga dan Hapendi, 2008). Pada tahun 1970an, algoritma DFS diperkenalkan pertama kali oleh Tarjan dan Hopcroft. Salah satu masalah yang paling mendasar pada teori graf adalah masalah pencarian. Misalnya diberikan graf G dan sebuah *vertex* v di G , apakah terdapat suatu *path* (lintasan) yang menghubungkan *vertex* v dan *vertex* lain dalam G yang dimulai dari *vertex* v ? Salah satu algoritma yang paling sederhana untuk menyelesaikan masalah tersebut adalah algoritma DFS. Dalam makalah ini akan dibahas algoritma untuk mencari eksentrisitas

dengan menggunakan DFS mengacu pada hasil penelitian Baidari, *et. al* (2012).

Input: n – banyaknya *vertex*

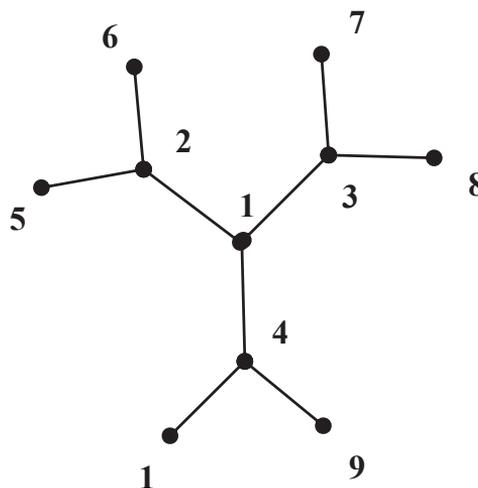
Bobot [50][50] – matrix adjacency

Output: Eksentrisitas

Langkah-langkah:

1. Masukkan semua *vertex* kemudian buatlah matrix adjacency
2. Tentukan nilai dari $D[i][j]=cost[i][j]$
3. Carilah jarak terpendek dari setiap *vertex*
4. Tentukan eksentrisitas setiap *vertex*

Misalkan diberikan graf *tree* T disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Graf *tree* T .

Dari algoritma tersebut diperoleh eksentrisitas dari setiap *vertex* pada *tree* tersebut adalah $ecc(1) = 2$, $ecc(2) = 3$, $ecc(3) = 3$, $ecc(4) = 3$, $ecc(5) = 4$, $ecc(6) = 4$, $ecc(7) = 4$, $ecc(8) = 4$, $ecc(9) = 4$ dan $ecc(10) = 4$.

DAFTAR PUSTAKA

- Baidari, I., Roogi, R. and Shinde, S. Algorithmic Approach to Eccentricities, Diameters and Radii of Graphs using DFS, *International Journal of Computer Applications*, Volume 54, No. 18, pp 1-4
- Caccetta, L. and Vijayan, K. 1987. Applications of graph theory. *ARS Combinatoria*, 23(B) pp 21-77
- Caccetta, L. 1989. Graph theory in network design and analysis. in Kulli, V.R. (ed.). *Recent Studies in Graph Theory*, Vishwa International Publications, India, pp 26-63
- Caccetta, L. 1993. *Graph theory modeling and applications*, in M. McAleer and A. Jakeman, eds. International Congress on Modeling and Simulation', *Uniprint*, University of Western Australia, Perth, pp 1265-1270
- Ferrero, D. and F. Harary, 2009. On eccentricity sequences of connected graphs, *AKCE J. Graphs. Combin*, Volume 6, No. 3, pp 401-408
- Gallian, J. A. 2016. Dynamic Survey of Graph Labeling, *The Electronic Journal of Combinatorics*, #19, pp.1-384
- Gimbert, J., N. Lopez, M. Miller and J. Ryan, 2006. *Characterization of Eccentric Digraphs*, *Discrete Mathematics*, 306:210-219
- Kamalesh V.N. and S. K. Srivatsa, 2008. On the Assignment of Node Number in a Computer Communication Network, *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2008*, San Francisco, USA :1-4

Kandaga, T. dan A. Hapendi, 2008. Evaluasi dan Usaha Optimalisasi Algoritma *Depth First Search* dan *Breadth First Search* dengan Penerapan pada Aplikasi *Rat Race* dan *Web Peta*, *Jurnal Informatika*, Vol. 4, No.1, hal 39 – 47

Pribadi, O., 2015, Maze Generator Dengan Menggunakan Algoritma *Depth-First-Search*, *Jurnal TIMES*, Vol. 4, No 1, hal 1-5