

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA Afif Humam	1 – 8
KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	9 – 14
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF Maria Vianney Any Herawati	15 – 20
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	21 – 26
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV Eddy Djauhari	27 – 32
KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$ Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	33 – 40
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	41 – 50
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$ Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	51 – 60

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	61 – 66
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	67 – 76
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA Firdaus Ubaidillah	77 – 82
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	83 – 90
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE Herry Pribawanto Suryawan	91 – 98
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	99 – 106
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	107 – 114
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA Mochammad Idris	115 – 124
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	125 – 134

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU	135 – 142
Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$	585 - 590
Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	
KOMBINATORIK	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR	143 – 148
Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN	149 – 154
Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN	155 – 160
Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n	161 – 164
Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	
PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n	165 – 170
Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n	171-176
Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	
PENDIDIKAN MATEMATIKA	
LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS	177 – 182
Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS	183 – 188
Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT	189 – 194
Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD	195 – 206
Silvia	
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM	207 – 214
N. R. Mumtaz, M. Asikin	
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS	215 – 222
Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR	223-228
Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF	229 – 236
Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti	
ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy	
PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo	
PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun	
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria	
PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski	
PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U	
OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi	
MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	

MATEMATIKA TERAPAN

MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya	
ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M	
TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADA KURVA LINEAR C_L TERHADAP α	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P	
IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	

STATISTIKA

PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA	341 - 350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin	
ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR	351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
ANALISIS KLAS TER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)	397 – 404
Wahidaturrahmi	
PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENGELOMPOKKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K-MEANS	443 – 450
Samir Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri ni	
KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	

PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR

Kevin Akbar*, Kiki Ariyanti Sugeng

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia,
Indonesia

*e-mail: kevin.akbar@sci.ui.ac.id

Abstrak. Graf G mempunyai pelabelan graceful jika semua simpul dapat dilabeli oleh anggota himpunan $\{0, 1, \dots, m-1, m\}$ yang menghasilkan fungsi simpul injektif dan semua busur dapat dilabeli oleh anggota himpunan $\{1, 2, \dots, m-1, m\}$, dimana anggota himpunan label busur merupakan nilai mutlak dari selisih label kedua simpul ujung setiap busur, yang menghasilkan fungsi busur bijektif untuk setiap $m \in \mathbf{Z}^+$. Dalam penelitian ini, dicari konstruksi pelabelan graceful untuk graf siput dan graf ubur-ubur. Perbedaan dari graf siput dan graf ubur-ubur terletak pada subgraf buku dan pendant, dimana graf siput memiliki 1 subgraf buku yang diamalgamasi busur dengan C_4 , kemudian 2 pendant dihubungkan di salah satu simpul ujung dari busur yang diamalgamasi. Graf ubur-ubur hampir serupa dengan graf siput hanya banyak pendants-nya adalah $2m$ yang dihubungkan dengan kedua simpul ujung busur yang diamalgamasi, masing-masing m pendant.

Kata kunci: pelabelan graceful, graf graceful, graf siput, graf ubur-ubur

1 LATAR BELAKANG

Pada tahun 1963 di Smolenice, pelabelan graf mulai dikembangkan saat diselenggarakannya konferensi yang disebut *Symposium on the Theory of Graph and Its Applications*. Dalam konferensi ini, Ringel dan Kotzig memperkenalkan dugaan (*conjecture*) yaitu semua graf pohon adalah graceful (*Graceful Tree Conjecture*) [2]. Kemudian, Rosa [1, 6] memperkenalkan 4 pelabelan simpul umum yaitu α -valuation, β -valuation, σ -valuation, dan ρ -valuation. Pada tahun 1972 [2, 4], salah satu dari empat pelabelan simpul yaitu β -valuation diperkenalkan oleh Golomb sebagai pelabelan graceful.

Misalkan f adalah valuation dari graf G dengan m busur, maka f disebut β -valuation jika simpul diberi label dengan elemen $\{0, 1, 2, \dots, m\}$ dan label busur yang terinduksi adalah $1, 2, \dots, m$ [1, 6]. Graf G mempunyai pelabelan graceful jika semua simpul dapat dilabeli oleh anggota himpunan $\{0, 1, \dots, m-1, m\}$, yang menghasilkan fungsi simpul injektif dan semua busur dapat dilabeli oleh anggota himpunan $\{1, 2, \dots, m-1, m\}$, dimana anggota himpunan label busur merupakan nilai mutlak dari selisih label kedua simpul ujung setiap busur menghasilkan fungsi busur bijektif untuk setiap $m \in \mathbf{Z}^+$ [2].

Karena penelitian graf graceful sangat menarik dan belum semua graf terbukti mempunyai pelabelan graceful, pada penelitian ini akan dicari konstruksi pelabelan graceful untuk graf siput dan graf ubur-ubur. Penelitian ini terinspirasi dari graf obor T_n [3, 5] dimana hasil konstruksinya adalah graf obor dengan $n \geq 3$ adalah graf graceful.

2 TUJUAN PENELITIAN

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Mengkonstruksi pelabelan graceful pada graf siput.
2. Mengkonstruksi pelabelan graceful pada graf ubur-ubur.

3 METODOLOGI

Metodologi yang digunakan untuk penelitian ini adalah studi literatur mengenai teori graf, fungsi, pelabelan, dan pelabelan graceful.

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Lema yang digunakan untuk paper ini menyatakan untuk himpunan A dan B yang berhingga dimana jika f surjektif maka f bijektif.

Lema 1: Jika $f: A \rightarrow B$ adalah fungsi dari A ke B dimana A dan B himpunan hingga yang dinotasikan dengan $|A| = |B| < \infty$ dan f surjektif, maka f bijektif [7].

Bukti. Misalkan $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, maka $R(f) = \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)\}$. Karena f surjektif, maka $|R(f)| = |B| = |A| = n$. Sehingga anggota $R(f) = \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)\}$ harus berbeda semua, yaitu jika $x_i \neq x_j$ maka $f(x_i) \neq f(x_j)$. Ini berarti f injektif. Karena f injektif dan surjektif, maka f bijektif. ■

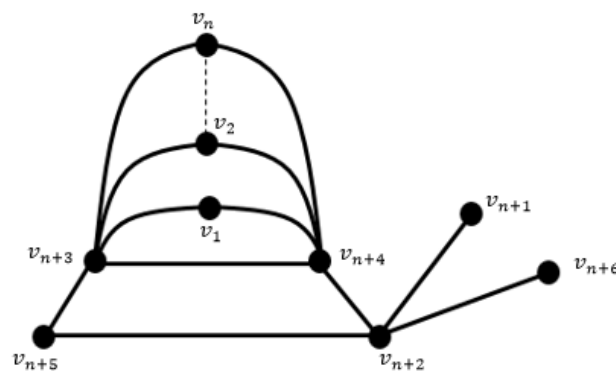
Notasi: $D(f)$ untuk domain, $R(f)$ untuk range.

4.1 Graf Siput

Graf siput Sl_n (dinotasikan dari *snail* yang berarti siput) merupakan graf hasil konstruksi dari subgraf buku segitiga B_n yang busur bersamanya diamalgamasi sisi dengan C_4 , kemudian ditambahkan dua *pendant* yang dihubungkan di salah satu simpul ujung dari busur yang diamalgamasi. Perhatikan graf siput Sl_n , dimana n merupakan banyaknya pola cangkang untuk siput. Graf ini mempunyai $n + 6$ simpul dan $2n + 6$ busur. Himpunan simpul dan busur untuk graf siput Sl_n adalah

- $V(Sl_n) = \{v_i | 1 \leq i \leq n + 6\}$ dan
- $E(Sl_n) = E(Sl_n) = \{v_i v_{n+3} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_i v_{n+4} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_{n+2} v_{n+4}, v_{n+3} v_{n+4}, v_{n+2} v_{n+5}, v_{n+3} v_{n+5}, v_{n+1} v_{n+2}, v_{n+6} v_{n+2}\}$.

Sebagai ilustrasi, perhatikan Gambar 1 yang menjelaskan graf siput dengan penamaan simpul-simpulnya.



Gambar 1. Graf Siput Sl_n

Teorema 2: Graf siput Sl_n dengan $n \geq 1$ adalah graf graceful.

Bukti. Misalkan $V(Sl_n) = \{v_1, v_2, \dots, v_{n+6}\}$ adalah himpunan simpul dari graf siput.

Definisikan $f: V(Sl_n) \rightarrow \{0, 1, \dots, n+6\}$ sebagai

$$f(v_i) = \begin{cases} 2i + 3; & i = 1, 2, \dots, n, n + 1, \\ i - (n + 2); & i = n + 2, n + 3, n + 4, \\ 2i - 6; & i = n + 5, n + 6, \end{cases}$$

untuk setiap $n \geq 1$. Akan dibuktikan f adalah fungsi injektif dengan membagi kasus. Pertama dilihat nilai fungsi untuk masing-masing kelas himpunan dari indeksnya.

- Kasus 1: $i \in \{1, 2, \dots, n, n + 1\}$. Dari nilai fungsi $f(v_i) = 2i + 3$ terlihat bahwa nilai $f(v_i)$ berbeda untuk nilai i yang berbeda.
- Kasus 2: $i \in \{n + 2, n + 3, n + 4\}$. Dari nilai fungsi $f(v_i) = i - (n + 2)$ terlihat bahwa nilai $f(v_i)$ berbeda untuk nilai i yang berbeda.
- Kasus 3: $i \in \{n + 5, n + 6\}$. Dari nilai fungsi $f(v_i) = 2i - 6$ terlihat bahwa nilai $f(v_i)$ berbeda untuk nilai i yang berbeda.

Berikutnya akan dibandingkan label simpul untuk kelas indeks yang berbeda.

- Kasus 4: $i \in \{1, 2, \dots, n, n + 1\}$ dan $j \in \{n + 2, n + 3, n + 4\}$. Karena himpunan $\{f(v_i) | i \in \{1, 2, \dots, n, n + 1\}\} = \{5, 7, \dots, 2n + 3, 2n + 5\}$ dan $\{f(v_j) | j \in \{n + 2, n + 3, n + 4\}\} = \{0, 1, 2\}$ adalah himpunan saling lepas, maka $f(v_i) \neq f(v_j)$ untuk $v_i \neq v_j$.
- Kasus 5: $i \in \{1, 2, \dots, n, n + 1\}$ dan $j \in \{n + 5, n + 6\}$. Karena himpunan $\{f(v_i) | i \in \{1, 2, \dots, n, n + 1\}\} = \{5, 7, \dots, 2n + 3, 2n + 5\}$ dan $\{f(v_j) | j \in \{n + 5, n + 6\}\} = \{2n + 4, 2n + 6\}$ adalah himpunan saling lepas, maka $f(v_i) \neq f(v_j)$ untuk $v_i \neq v_j$.
- Kasus 6: $i \in \{n + 2, n + 3, n + 4\}$ dan $j \in \{n + 5, n + 6\}$. Karena himpunan $\{f(v_i) | i \in \{n + 2, n + 3, n + 4\}\} = \{0, 1, 2\}$ dan $\{f(v_j) | j \in \{n + 5, n + 6\}\} = \{2n + 4, 2n + 6\}$ adalah himpunan saling lepas, maka $f(v_i) \neq f(v_j)$ untuk $v_i \neq v_j$.

Dari semua kasus dapat disimpulkan bahwa semua simpul mempunyai label yang berbeda.

Jadi, f adalah fungsi injektif dari himpunan $V(Sl_n)$ ke $\{0, 1, \dots, n + 6\}$.

Definisikan $f^*: E(Sl_n) \rightarrow \{1, 2, \dots, 2n + 6\}$ sebagai $f^*(xy) = |f(x) - f(y)|$ untuk $xy \in E(Sl_n)$. Akan dibuktikan f^* adalah fungsi bijektif.

Akan dibuktikan bahwa f^* adalah fungsi surjektif dari $E(Sl_n)$ ke $\{1, 2, \dots, 2n + 6\}$.

Perhatikan bahwa:

- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = n + 3\}$, $f^*(v_i v_j) = 2i + 2$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = n + 4\}$, $f^*(v_i v_j) = 2i + 1$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = n + 2 \wedge j = n + 4\}$, $f^*(v_i v_j) = 2$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = n + 3 \wedge j = n + 4\}$, $f^*(v_i v_j) = 1$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = n + 2 \wedge j = n + 5\}$, $f^*(v_i v_j) = 2n + 4$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = n + 3 \wedge j = n + 5\}$, $f^*(v_i v_j) = 2n + 3$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = n + 1 \wedge j = n + 2\}$, $f^*(v_i v_j) = 2n + 5$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = n + 2 \wedge j = n + 6\}$, $f^*(v_i v_j) = 2n + 6$

Sehingga range dari f^* adalah

$$\begin{aligned}
 f^*(E(Sl_n)) &= f^*\{v_i v_j | i = n + 3 \wedge j = n + 4\} \cup f^*\{v_i v_j | i = n + 2 \wedge j = n + 4\} \\
 &\cup f^*\{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = n + 4\} \cup f^*\{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = n + 3\} \\
 &\cup f^*\{v_i v_j | i = n + 3 \wedge j = n + 5\} \cup f^*\{v_i v_j | i = n + 2 \wedge j = n + 5\} \\
 &\cup f^*\{v_i v_j | i = n + 1 \wedge j = n + 2\} \cup f^*\{v_i v_j | i = n + 2 \wedge j = n + 6\} \\
 &= \{1, 2, 3, \dots, 2n + 6\} = \{1, 2, 3, \dots, |E(Sl_n)|\}.
 \end{aligned}$$

Jadi, f^* adalah fungsi surjektif dari $E(Sl_n)$ ke $\{1, 2, 3, \dots, |E(Sl_n)|\}$.

Karena $|D(f^*)| = |R(f^*)|$ dan f^* adalah fungsi surjektif, maka menurut Lema 1, fungsi f^* adalah fungsi bijektif dari $E(Sl_{m,n})$ ke $\{1, 2, 3, \dots, m + 2n + 6\}$.

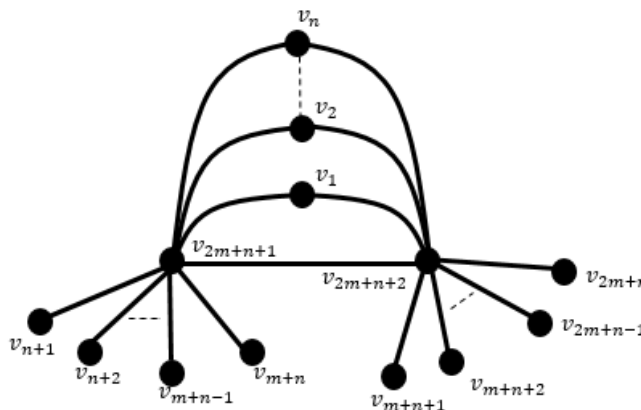
Karena $f: V(Sl_n) \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, |E(Sl_n)|\}$ adalah fungsi injektif sedemikian sehingga f menginduksi $f^*(uv) = |f(u) - f(v)|$ dimana $f^*: E(Sl_{m,n}) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, |E(Sl_{m,n})|\}$ adalah fungsi bijektif, maka graf siput $Sl_{m,n}$ adalah graf graceful. ■

4.2 Graf Ubur-Ubur

Graf ubur-ubur $J_{m,n}$ (dinotasikan dari *jellyfish* yang berarti ubur-ubur) merupakan graf hasil konstruksi dari subgraf buku segitiga B_n yang diamal gamasi busur dengan C_4 , kemudian ditambahkan $2m$ pendant yang terhubung dengan 2 simpul di subgraf buku B_m . Perhatikan graf ubur-ubur $J_{m,n}$, dimana m merupakan banyaknya tentakel di sisi kiri dan kanan ubur-ubur dan n merupakan banyaknya pola lapisan medusa untuk ubur-ubur. Graf ini mempunyai $2m + n + 2$ simpul dan $2m + 2n + 1$ busur. Himpunan simpul dan busur untuk graf ubur-ubur $J_{m,n}$ adalah

- $V(J_{m,n}) = \{v_i | 1 \leq i \leq 2m + n + 2\}$ dan
- $E(J_{m,n}) = \{v_i v_{2m+n+1} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_i v_{2m+n+2} | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v_{n+i} v_{2m+n+1} | 1 \leq i \leq m\} \cup \{v_{m+n+i} v_{2m+n+2} | 1 \leq i \leq m\} \cup \{v_{2m+n+1} v_{2m+n+2}\}$.

Sebagai ilustrasi perhatikan Gambar 2 yang menjelaskan graf ubur-ubur dengan penamaan simpul-simpulnya.



Gambar 2. Graf Ubur-Ubur

Teorema 3: Graf ubur-ubur $J_{m,n}$ dengan $m \geq 1$ dan $n \geq 1$ adalah graf graceful.

Bukti. Misalkan $V(J_{m,n}) = \{v_1, v_2, \dots, v_{2m+n+2}\}$ adalah himpunan simpul dari graf ubur-ubur. Definisikan $f: V(J_{m,n}) \rightarrow \{0, 1, \dots, 2m + 2n + 1\}$ sebagai

$$f(v_i) = \begin{cases} 2i - 2; & i = 1, 2, \dots, n, \\ i + n - 2; & i = n + 1, n + 2, \dots, m + n - 1, m + n, \\ i + n - 1; & i = m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n + 2, \end{cases}$$

untuk setiap $m \geq 1, n \geq 1$.

Akan dibuktikan f adalah fungsi injektif dengan membagi menjadi beberapa kasus. Pertama dilihat nilai fungsi untuk masing-masing kelas himpunan dari indeks simpulnya.

- Kasus 1: $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Dari nilai fungsi $f(v_i) = 2i - 2$ terlihat bahwa nilai $f(v_i)$ berbeda untuk nilai i yang berbeda.
- Kasus 2: $i \in \{n + 1, n + 2, \dots, m + n\}$. Dari nilai fungsi $f(v_i) = i + n - 2$ terlihat bahwa nilai $f(v_i)$ berbeda untuk nilai i yang berbeda.
- Kasus 3: $i \in \{m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n + 2\}$. Dari nilai fungsi $f(v_i) = i + n - 1$ terlihat bahwa nilai $f(v_i)$ berbeda untuk nilai i yang berbeda.

Berikutnya akan dibandingkan label simpul untuk kelas indeks yang berbeda.

- Kasus 4: $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ dan $j \in \{n + 1, n + 2, \dots, m + n\}$. Karena himpunan $\{f(v_i) | i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{0, 2, \dots, 2n - 2\}$ dan $\{f(v_j) | j \in \{n + 1, n + 2, \dots, m + n\}\} = \{2n - 1, 2n, \dots, m + 2n - 2\}$ adalah himpunan saling lepas, maka $f(v_i) \neq f(v_j)$ untuk $v_i \neq v_j$.
- Kasus 5: $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ dan $j \in \{m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n + 2\}$. Karena himpunan $\{f(v_i) | i \in \{1, 2, \dots, n\}\} = \{0, 2, \dots, 2n - 2\}$ dan $\{f(v_j) | j \in \{m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n + 2\}\} = \{m + 2n, m + 2n + 1, \dots, 2m + 2n + 1\}$ adalah himpunan saling lepas karena $2n - 2 < m + 2n$. Jadi $f(v_i) \neq f(v_j)$ untuk $v_i \neq v_j$.
- Kasus 6: $i \in \{n + 1, n + 2, \dots, m + n\}$ dan $j \in \{m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n + 2\}$. Karena himpunan $\{f(v_i) | i \in \{n + 1, n + 2, \dots, m + n\}\} = \{2n - 1, 2n, \dots, m + 2n - 2\}$ dan $\{f(v_j) | j \in \{m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n + 2\}\} = \{m + 2n, m + 2n + 1, \dots, 2m + 2n + 1\}$ adalah himpunan saling lepas, maka $f(v_i) \neq f(v_j)$ untuk $v_i \neq v_j$.

Dari semua kasus didapat bahwa f adalah fungsi injektif dari himpunan $V(J_{m,n})$ ke $\{0, 1, \dots, 2m + 2n + 1\}$.

Definisikan $f^*: E(J_{m,n}) \rightarrow \{1, 2, \dots, 2n + 2m + 1\}$ sebagai $f^*(xy) = |f(x) - f(y)|$ untuk $xy \in E(J_{m,n})$. Akan dibuktikan bahwa f^* adalah fungsi bijektif.

Akan dibuktikan bahwa f^* adalah fungsi surjektif dari $E(J_{m,n})$ ke $\{1, 2, \dots, 2m + 2n + 1\}$.

Perhatikan bahwa:

- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = 2m + n + 1\}$, $f^*(v_i v_j) = 2m + 2n - 2i + 2$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = 2m + n + 2\}$, $f^*(v_i v_j) = 2m + 2n - 2i + 3$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = n + 1, n + 2, \dots, m + n \wedge j = 2m + n + 1\}$, $f^*(v_i v_j) = 2m + n - i + 2$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n \wedge j = 2m + n + 2\}$, $f^*(v_i v_j) = 2m + n - i + 2$
- Untuk $v_i v_j \in \{v_i v_j | i = 2m + n + 1 \wedge j = 2m + n + 2\}$, $f^*(v_i v_j) = 1$

Sehingga *range* dari f^* adalah

$$\begin{aligned}
 f^*(E(J_{m,n})) &= f^*\{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = 2m + n + 1\} \\
 &\cup f^*\{v_i v_j | i = 1, 2, \dots, n \wedge j = 2m + n + 2\} \\
 &\cup f^*\{v_i v_j | i = n + 1, n + 2, \dots, m + n \wedge j = 2m + n + 1\} \\
 &\cup f^*\{v_i v_j | i = m + n + 1, m + n + 2, \dots, 2m + n \wedge j = 2m + n + 2\} \\
 &\cup f^*\{v_i v_j | i = 2m + n + 1 \wedge j = 2m + n + 2\} \\
 &= \{1, 2, 3, \dots, 2m + 2n + 1\} = \{1, 2, 3, \dots, |E(J_{m,n})|\}.
 \end{aligned}$$

Jadi, f^* adalah fungsi surjektif dari $E(J_{m,n})$ ke $\{1, 2, 3, \dots, 2m + 2n + 1\}$.

Karena $|D(f^*)| = |R(f^*)|$ dan f^* adalah fungsi surjektif, maka menurut Lema 1 fungsi f^* adalah fungsi bijektif dari $E(J_{m,n})$ ke $\{1, 2, 3, \dots, 2m + 2n + 1\}$.

Karena $f: V(J_{m,n}) \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, |E(J_{m,n})|\}$ adalah fungsi injektif sedemikian sehingga f menginduksi $f^*(uv) = |f(u) - f(v)|$ dimana $f^*: E(J_{m,n}) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, |E(J_{m,n})|\}$ adalah fungsi bijektif, maka graf ubur-ubur $J_{m,n}$ adalah graf graceful. ■

5 KESIMPULAN

Pada penelitian ini telah dibahas pelabelan graceful pada graf siput dan graf ubur-ubur. Pada Teorema 2 telah dibuktikan bahwa graf siput adalah graf graceful, sedangkan pada Teorema 3 telah dibuktikan bahwa graf ubur-ubur adalah graf graceful. Pembuktian dilakukan dengan mengkonstruksi fungsi pelabelan graceful pada masing-masing graf.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Arumugam and J. Bagga, "Graceful labeling algorithm and complexity—a survey," *Indones. Math. Soc.*, Special Edition, 1–9 (2011).
- [2] G. Chartrand, C. Egan, and P. Zhang, *How to Label a Graph*, Springer, New York (2019).
- [3] J. A. Gallian, "A Dynamic Survey of Graph Labelling," *Elect. J. Combin.*, 1–553 (2020).
- [4] S. W. Golomb, *How to Number a Graph*, Academic Press, New York, 23–37 (1972).
- [5] J. M. Manulang and K. A. Sugeng, "Graceful labeling on torch graph," *Indon. J. Combin.*, 2(1), 14–19 (2018).
- [6] A. Rosa, *On certain valuation of the vertices of a graph (Theory of Graph)* Gordon and Breach, New York, 349–355 (1967).
- [7] K. H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications (8th ed.)*, McGraw-Hill, New York (2019).

ISSN 2829-3770



9

772829

377007