Analisis Model *Autoregressive Integrated Moving Average* Data Deret Waktu Dengan Metode Momen Sebagai Estimasi Parameter

Santi Deviana[1], Nusyirwan[1,*], Dorrah Azis[1], dan Pandri Ferdias[1]

[1]Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Lampung
Jl. Prof. Dr. Ir. Sumantri Brojonegoro No 1, Gedong Meneng, Bandar Lampung, Lampung

***Email korespondensi:** nusyir1010@gmail.com

Abstrak

Analisis deret waktu adalah suatu analisis data yang mempelajari hubungan antar waktu. *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) merupakan jenis metode peramalan untuk data deret waktu berpola musiman maupun tidak musiman. Metode momen merupakan metode pendugaan parameter dengan menyamakan momen populasi dengan momen sampel. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan persamaan dari suatu data deret waktu dengan metode ARIMA serta menggunakan metode momen untuk menduga parameter. Analisis data dengan metode ARIMA terdiri dari beberapa tahap, yaitu identifikasi model, uji signifikansi parameter, uji kesesuaian model, serta estimasi parameter dengan metode momen. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model ARIMA terbaik untuk digunakan yaitu model ARIMA(1,2,0). Dengan menggunakan metode momen untuk menduga parameter, didapat persamaan data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) yaitu $Y_t = 1.542314Y_{t-1} - 0.084628Y_{t-2} - 0.457686Y_{t-3} + e_t$.

Kata kunci : ADW, Estimasi, ARIMA, Metode Momen

Abstract

Time series analysis is a data analysis that studies the relationship between times. Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) is a type of forecasting method for time series data with seasonal and non-seasonal patterns. The moment method is a method of estimating parameters by equating the moment of population with the sample moment. The purpose of this study is to determine the equation of a time series data using the ARIMA method and to use the moment method to estimate parameters. Data analysis using the ARIMA method consists of several stages, namely identification of the model, testing the significance of the parameters, testing the suitability of the model, and estimating the parameters using the moment method. The results showed that the best ARIMA model to use is the ARIMA model (1,2,0). By using the moment method to estimate parameters, the data equation for the Composite Stock Price Index (IHSG) is obtained, namely $Y_t = 1.542314Y_{t-1} - 0.084628Y_{t-2} - 0.457686Y_{t-3} + e_t$.

Keywords: ADW, Estimation, ARIMA, Moment Method

1. Pendahuluan

Analisis deret waktu (ADW) adalah analisis yang mempelajari tentang hubungan antar waktu yang satu dengan waktu yang lainnya. Ada berbagai metode yang bisa digunakan dalam analisis deret waktu, salah satunya yang sering digunakan yaitu metode *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Ada beberapa langkah yang harus dilakukan dalam menetukan model ARIMA, salah satunya yaitu estimasi parameter. Estimasi parameter merupakan pendugaan karakteristik populasi dengan menggunakan karakteristik sampel. Metode estimasi parameter model untuk ARIMA antara lain metode momen, metode kuadrat terkecil (*least-square*), dan metode kemungkinan maksimum (*maximum likelihood*).

Metode *maximum likelihood* digunakan untuk menduga parameter ARIMA [1]. Kemudian metode *least-square* digunakan untuk menduga parameter model ARIMA [2]. Oleh karena itu pada penelitian ini penulis tertarik untuk menganalisis model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) pada data deret waktu menggunakan metode estimasi parameter momen. Tujuan penelitian ini adalah menentukan persamaan dari suatu data deret waktu dengan metode ARIMA serta menggunakan metode momen untuk menduga parameternya.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Analisis Deret Waktu

Analisis deret waktu adalah analisis yang mempelajari tentang hubungan antar waktu yang satu dengan waktu yang lainnya. Tujuan dalam analisis deret waktu adalah untuk menemukan cara yang tepat atau suatu model yang tepat untuk mengekspresikan hubungan waktu yang terstruktur antara beberapa data atau peristiwa untuk kemudian dapat dilakukan evaluasi dari hubungan tersebut atau dilakukan peramalan dari satu atau lebih data [3].

2.2 Pola Data

Pola data merupakan bentuk dari suatu kumpulan data. Dalam menentukan atau memilih metode untuk menganalisis data yang tepat yaitu dengan melihat jenis pola dari data. Ada empat pola data yang sering dijumpai dalam analisis deret waktu [4]:

a. Pola Horizontal
Pola data horizontal terjadi apabila fluktuasi data berada disekitar nilai konstan atau nilai rata-ratanya.
b. Pola Musiman
Pola musiman terjadi apabila nilai data dipengaruhi oleh suatu faktor musiman.
c. Pola Siklis
Pola data siklis terjadi apabila data dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka waktu yang panjang.
d. Pola *Trend*
Pola *trend* terjadi apabila ada kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang pada data.

2.3 Stasioneritas

Stasioner berarti bahwa suatu data tidak mengalami perubahan yang drastis dalam selang waktu tertentu. Data dikatakan stasioner apabila fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung dengan waktu dan variasi dari fluktuasi tersebut [4].

a. Stasioner dalam rata-rata
Data deret waktu dikatakan stasioner dalam rata-rata apabila fluktuasi pada data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan (*horizontal*), tidak tergantung pada waktu dan ragam dari fluktuasi tersebut. Apabila data tidak stasioner dalam rata-rata maka dapat dilakukan *differencing* atau pembedaan, yaitu nilai data asli diganti dengan selisih. Dalam proses *differencing* notasi yang sering digunakan yaitu operator langkah mundur (*backward shift)* yang disimbolkan dengan B [5]. Berikut bentuk dari persamaan *backward shift*:

$$BY_t = Y_{t-1} \tag{1}$$

Bentuk umum untuk *differencing* sebanyak d kali yaitu sebagai berikut:

$$(1-B)^{\mathrm{d}}Y_t = e_t \tag{2}$$

Dimana:
Y_t : Data periode ke-t
Y_{t-1} : Data periode ke $t-1$
B : $backward\ shift$ (operator langkah mundur)
e_t : kesalahan (*error*)

b. Stasioner dalam ragam
Suatu data deret waktu dikatakan stasioner dalam ragam yaitu apabila fluktuasi datanya tetap atau konstan. Data deret waktu yang stasioner terhadap ragam apabila nilai *rounded value* data adalah 1. Apabila suatu data deret waktu tidak stasioner dalam ragam maka perlu dilakukan transformasi data dengan metode *Box-Cox* sampai data tersebut stasioner dalam ragam [6].
Transformasi *Box-Cox* adalah suatu transformasi data pangkat tunggal λ. Transformasi *Box-Cox* dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$T(Y_t) = \frac{{Y_t}^{\lambda}-1}{\lambda} \tag{3}$$

Dimana $T(Y_t)$ merupakan fungsi transformasi dari data Y pada waktu ke-t dan λ (*rounded value*) menyatakan nilai parameter transformasi.

c. Uji Akar Unit *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Uji akar unit (*unit root test*) merupakan suatu uji yang digunakan untuk melihat kestasioneran suatu data. Dalam statistika dan ekonometrika, metode uji stasioneritas akar unit yang sering digunakan yaitu uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji ini mengindikasikan keberadaan suatu akar unit sebagai hipotesis nol. Menurut [7], hipotesis yang digunakan dalam uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) yaitu sebagai berikut.

1) $H_0 : \rho = 0$ (Terdapat *unit root* dalam data maka data tidak stasioner)
2) $H_1 : \rho \neq 0$ (Tidak terdapat *unit root* dalam data maka data stasioner)

2.4 Fungsi Autokorelasi (ACF)

Fungsi autokorelasi merupakan suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi antara pengamatan data pada waktu ke$-t$ dengan pengamatan data pada waktu-waktu yang sebelumnya. Menurut Wei [6], dalam suatu proses stasioneritas data deret waktu diperoleh suatu nilai rata-rata data dan variansi data yang konstan, dan nilai kovarian data yang fungsinya hanya pada selisih waktu $(|t-(t-k)|)$. Oleh karena itu, hasil tersebut dapat disebut sebagai fungsi kovariansi antara data Y_t dan Y_{t+k} yaitu sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{var\ (Y_t)}\sqrt{var\ (Y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{4}$$

Dimana

Y_t = Data pada periode ke-t
ρ_k = Fungsi Autokorelasi (ACF)
Var(Y_t) = Variansi dari data Y_t
$Cov(Y_t, Y_{t+k})$ = kovariansi antara data Y_t dan Y_{t+k}

2.5 Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Sama halnya dengan fungsi autokorelasi, dalam fungsi autokorelasi parsial (PACF) juga menghitung korelasi antar data deret waktu. Perbedaannya dengan ACF adalah apabila ACF mencari korelasi antara Y_t dan Y_{t+k} $(k = lag)$, sedangkan PACF yaitu menghitung korelasi antara Y_t dan Y_{t+k} $(k = lag)$ namun sebelumnya menghilangkan data yang ada di antara Y_t dan Y_{t+k} terlebih dahulu, yaitu data yang dihilangkan adalah data Y_{t+1} sampai dengan Y_{t+k-1} [8].

2.6 *White Noise*

Menurut Wei [6], sebuah proses $\{\alpha_t\}$ disebut proses *white-noise* jika merupakan urutan variabel acak yang tidak berkorelasi dari suatu distribusi tetap dengan mean konstan $E(\alpha_t) = \mu_\alpha = 0$, variansi konstan $Var(\alpha t) = \sigma_\alpha^2$ dan $\gamma_k = cov(a_1, a_{1+k}) = 0$ untuk semua $k \neq 0$. Oleh karena itu, proses white noise stasioner dengan fungsi autokovariansi, autokorelasi, dan autokorelasi parsial.

Dalam menguji asumsi *white-noise* dalam data dapat dilakukan dengan menggunakan uji Ljung Box. Uji ini dilakukan untuk melihat apakah ada autokorelasi residual antar lag. Pada analisis deret waktu dengan ARIMA, berikut ini hipotesis yang digunakan:

1) H_0: $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = 0$ (autokorelasi residual ARIMA(p,d,q) tidak signifikan)
2) H_1: $\rho_i \neq 0, i = 1,2,3, \dots, k$ (autokorelasi residual ARIMA(p,d,q) signifikan)

2.7 Metode *Autorgressive Integrated Moving Average (ARIMA)*

a. Model *Autoregressive* (AR)

Model *Autoregressive* (*AR*) adalah model analisis deret waktu yang menggambarkan bahwa variabel *dependent* dipengaruhi oleh variabel *dependent* itu sendiri pada periode sebelumnya.

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \tag{5}$$

dimana:

Y_t = data pada periode ke-t, dimana $t = 1,2, \dots, n$
$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_p$ = nilai lampau data yang bersangkutan
ϕ_0 = kostanta rata-rata

$\phi_1, \phi_2 \ldots \phi_p$ = parameter koefisien *autoregressive*
e_t = kesalahan (galat)

b. Model *Moving Average* (MA)
Moving Average (*MA*) merupakan nilai data deret waktu pada waktu *t* yang dipengaruhi oleh unsur kesalahan pada periode sekarang dan unsur kesalahan terbobot pada masa lalu.

$$Y_t = \theta_0 + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \cdots - \theta_q e_{t-q} \quad (6)$$

dimana:
Y_t = data pada periode ke-t
e_t = kesalahan (galat) pada periode ke-t
θ_0 = kostanta
$\theta_1, \theta_2, \ldots \theta_q$ = parameter koefisien *Moving Average*

c. Model *Autoregressive-Moving Average* (ARMA)
Model *Autoregressive-Moving Average* (ARMA) merupakan gabungan dari model *moving average* dan *autoregressive.*

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-1} \ldots + \theta_q e_{t-q} \quad (7)$$

dimana:
Y_t = data pada periode ke- t
$Y_{t-1}, \ldots, Y_{t-p}$ = nilai lampau *series* yang bersangkutan
$e_{t-1}, \ldots, e_{t-q}$ = kesalahan (*error*)
e_t = kesalahan peramalan
ϕ_0 = kostanta
$\phi_1, \phi_2 \ldots \phi_p$ = parameter koefisien *autoregressive*
$\theta_1, \theta_2, \ldots \theta_q$ = parameter koefisien *Moving Average*

d. Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)
Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) melibatkan suatu proses AR, proses pembedaan(I) dan MA. Dapat dikatakan bahwa data nonstationeritas yang ditambahkan pada campuran dari proses ARMA, maka didapat model ARIMA (p,d,q).

$$\phi_p (B) (1-B)^d Y_t = c + \theta_q (B) e_t \quad (8)$$

dimana:
c = Konstanta
e_t = galat pada paeriode ke- t
$(1 - B)^d$ = proses pembedaan orde ke-d
$\phi_p (B)$ = $(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p)$ yaitu operator langkah mundur untuk AR
$\theta_q (B)$ = $(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)$ yaitu operator langkah mundur untuk MA

2.8 Analisis Deret Waktu *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Analisis model ARIMA terdiri dari 4 langkah dasar yaitu:

a. Identifikasi Model
Dalam menganalisis data dengan ARIMA, langkah awalnya adalah menentukan model yang akan digunakan untuk peramalan. Proses identifikasi model dalam ARIMA dibagi menjadi dua tahap, yang pertama stasionetitas data dan selanjutnya identifikasi data dengan ACF dan PACF.

b. Uji Signifikansi Parameter
Setelah didapat beberapa model ARIMA(p,d,q) dugaan, selanjutnya yaitu dilakukan uji signifikansi parameter. Uji ini dilakukan untuk melihat apakah parameter dugaan yang didapat signifikan terhadap model.

c. Uji Kesesuaian Model
Uji kesesuaian model dilakukan untuk membuktikan bahwa model tersebut baik digunakan. Uji kesesuaian model sendiri dilakukan untuk melihat apakah model ARIMA sudah memenuhi asumsi *white-noise* atau belum.

d. Estimasi Parameter dengan Metode Momen
Pendugaan parameter suatu model dilakukan untuk mendapatkan nilai dari setiap parameter sehingga didapatkan persamaan peramalan ARIMA pada data deret waktu. Metode untuk menduga parameter model

ARIMA salah satunya yaitu metode momen. Metode ini didasarkan pada persamaan momen contoh dan momen teoritis, kemudian memecahkan persamaan-persamaan tersebut untuk mendapatkan penduga bagi parameter model.
Metode momen dalam estimasi parameter model ARIMA dikenal juga sebagai estimasi *Yule-Walker*. Untuk memperoleh pendugaan parameter model ARIMA yaitu dengan menyelesaikan system persamaan *Yule-Walker* sebagai berikut.

$$\begin{gathered}\rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \cdots + \phi_p\rho_{p-1} \\ \rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_p\rho_{p-2} \\ \vdots \\ \rho_p = \phi_1\rho_{p-1} + \phi_2\rho_{p-2} + \cdots + \phi_p\end{gathered} \tag{9}$$

Dimana:
ρ_p = nilai sampel ACF pada periode ke-p
ϕ_p = parameter pada periode ke-p

Untuk menyelesaikan persamaan *Yule-Walker* pada persamaan (2.11), dapat dilakukan dengan merubahnya menjadi persamaan *invers matriks*. Berikut persamaann *Yule-Walker* dalam bentuk *invers matriks*:

$$\begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_2\\ \vdots\\ \phi_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{p-1}\\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{p-2}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \cdots & 1\end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix}\rho_1\\ \rho_2\\ \vdots\\ \rho_3\end{bmatrix} \tag{10}$$

Setelah didapat nilai parameter $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ maka dapat dihitung dugaan bagi ragam untuk data sampel yaitu dengan menyelesaikan persamaan berikut:

$$S^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \bar{Y})^2}{n-1} \tag{11}$$

Dengan:
S^2 = variansi atau ragam sampel
Y_t = data deret waktu pada periode ke-t
$\bar{Y}$ = rata-rata data
n = banyaknya data

Untuk mencari dugaan ragam populasi model *Autoregressive* dengan menggunakan persamaan sebagai berkut:

$$\widehat{\sigma_a^2} = \left(1 - \phi_1 r_1 - \phi_2 r_2 - \dots - \phi_p r_p\right) S^2 \tag{12}$$

Sedangkan untuk mencari dugaan ragam populasi model *Moving Average* dengan menggunakan persamaan sebagai berkut:

$$\widehat{\sigma_a^2} = \frac{S^2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2} \tag{13}$$

Dengan:

$\widehat{\sigma_a^2}$ = variansi atau ragam populasi
S^2 = variansi atau ragam sampel
$r_p = \rho_p$ = nilai sampel ACF pada periode ke-p
$\phi_1, \phi_2 \dots \phi_p$ = parameter koefisien *autoregressive*
$\theta_1, \theta_2, \dots \theta_q$ = parameter koefisien *Moving Average*

3 Hasil dan Pembahasan

3.1. Data Penelitian

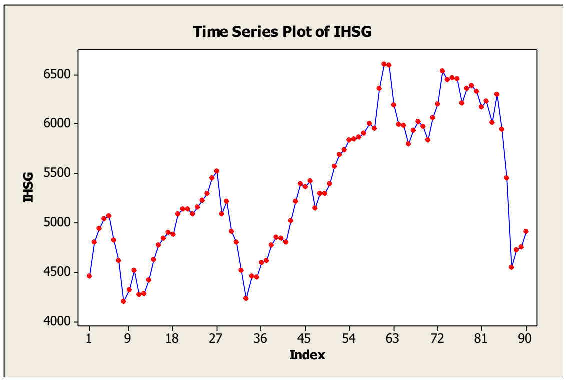
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) dari bulan Januari 2013 sampai dengan Juni 2020 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistika (BPS). Berikut data Indeks Harga Saham Gabungan pada periode Januari 2013 sampai dengan Juni 2020.

Tabel 1. Data Indeks Harga Saham Gabungan Periode Januari 2013-Juni 2020

Bulan	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Januari	4453.70	4418.76	5289.40	4615.16	5294.10	6605.63	6532.97	5940.05
Februari	4795.79	4620.22	5450.29	4770.96	5386.69	6597.22	6443.35	5452.70
Maret	4940.99	4768.28	5518.68	4845.37	5568.11	6188.99	6468.76	4538.93
April	5034.07	4840.15	5086.43	4838.58	5685.30	5994.60	6455.35	4716.40
Mei	5068.63	4893.91	5216.38	4796.87	5738.15	5983.59	6209.12	4753.61
Juni	4818.90	4878.58	4910.66	5016.65	5829.71	5799.24	6358.63	4905.39
Juli	4610.38	5088.80	4802.53	5215.99	5840.94	5936.44	6390.51	
Agustus	4195.09	5136.86	4509.61	5386.00	5864.06	6018.46	6328.47	
September	4316.18	5137.58	4223.91	5364.80	5900.85	5976.55	6169.10	
Oktober	4510.63	5089.55	4455.18	5422.54	6005.78	5831.65	6228.32	
November	4265.44	5149.89	4446.46	5148.91	5952.14	6056.12	6011.83	
Desember	4274.18	5226.95	4593.01	5296.71	6355.65	6194.50	6299.54	

Sumber: Badan Pusat Statistika (2020)

3.2. Plot Data Deret Waktu



Gambar 1. Plot Data Indeks Harga Saham Gabungan.

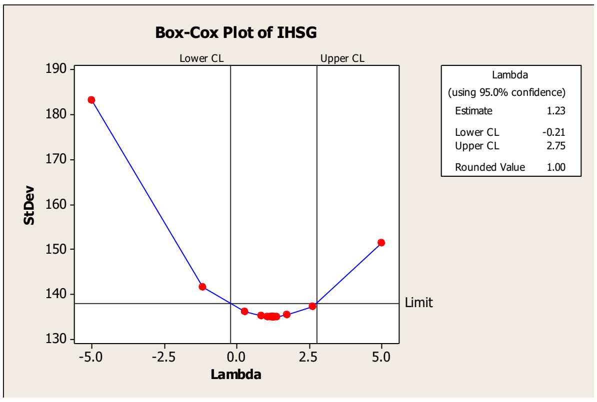
Berdasarkan Gambar 1, terlihat bahwa data memiliki pola data siklis dengan fluktuasi terjadi secara acak. Karena data memiliki pola data siklis dan tidak terdapat indeks musiman didalamnya, maka salah satu metode yang dapat digunakan untuk yaitu metode *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

3.3. Metode ARIMA

3.3.1 Identifikasi Model

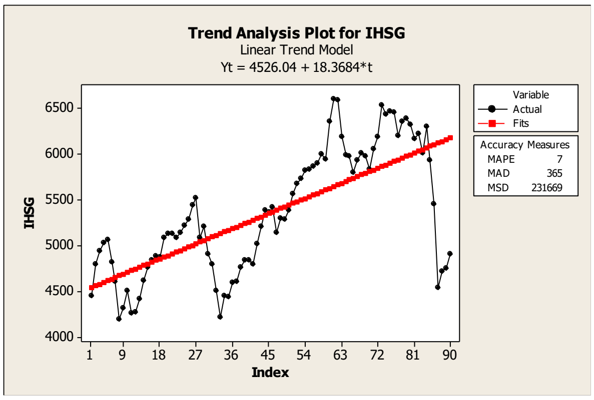
a. Stasioneritas Data

Berikut ini adalah plot *Box-Cox* data Indeks Harga Saham Gabungan pada periode Januari 2013 sampai dengan Juni 2020 dengan menggunakan program minitab.



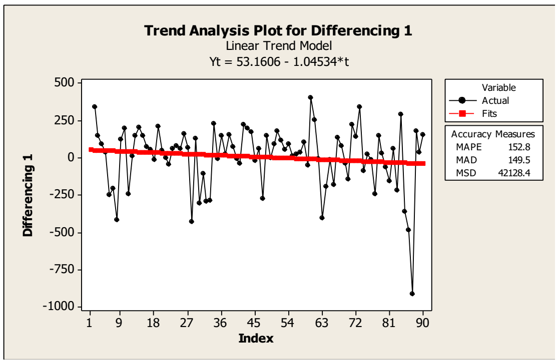
Gambar 2. ***Box-Cox*** **Data Indeks Harga Saham Gabungan**.

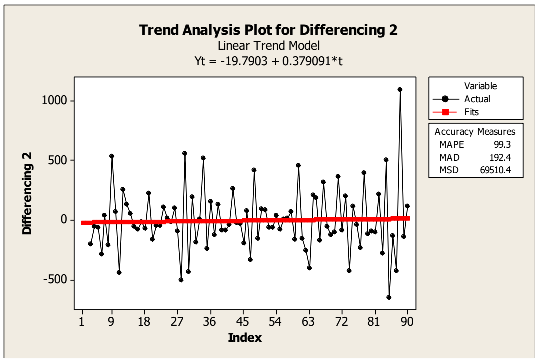
Berdasarkan Gambar 2, di dapat *rounded value* atau λ bernilai 1,00. Data dikatakan stasioner dalam variansi apabila nilai λ bernilai 1, maka dapat dikatakan bahwa data sudah stasioner dalam variansi.



Gambar 3. Plot *Trend* Data Indeks Harga Saham Gabungan.

Berdasarkan Gambar 3, terlihat bahwa data tidak stasioner dalam rata-rata karena nilai konstan data berbentuk *trend* naik dan data mengalami fluktuasi yang terlalu besar dan data tidak berada disekitar nilai konstan. Oleh karena itu perlu dilakukan *differencing* sampai data stasioner dalam rata-rata.

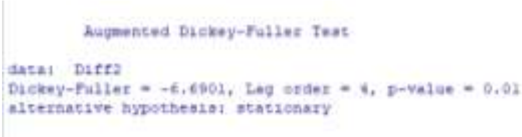




Gambar 4. **Plot *Trend* Data IHSG Differensial 1.** **Gambar 5**. **Plot *Trend* Data IHSG Differensial 2.**

Berdasarkan Gambar 4 dan Gambar 5, terlihat bahwa nilai konstan data berbentuk lurus horizontal setelah dilakukan *differencing* sebanyak 2 kali. Fluktuasi data tidak terlalu besar dan data berada disekitar nilai konstan. Hal ini berarti bahwa data tersebut sudah stasioner dalam rata-rata.

Data yang sudah stasioner terhadap rata-rata dan ragam pada proses stasioneritas data dengan *Box-Cox* dan plot *Trend Analysis* dilakukan uji *unit root* dengan metode ADF untuk memastikan bahwa data sudah benar-benar stasioner. Berikut ini adalah *output* ADF dari data Indeks Harga Saham Gabungan *differencing* kedua dengan menggunakan program R.



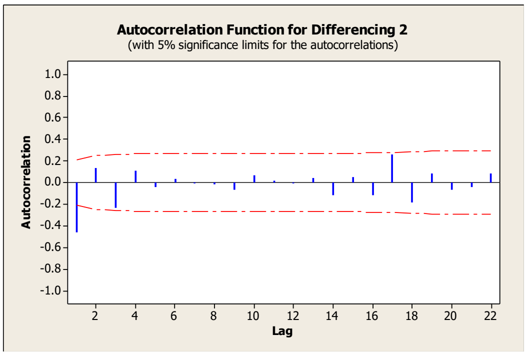
```
        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  Diff2
Dickey-Fuller = -6.6901, Lag order = 4, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

Gambar 6. *Output* ADF.

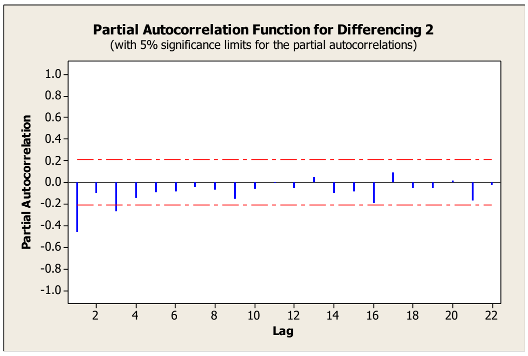
Hopotesis:

1) $H_0 : \rho = 0$ (Terdapat *unit root* dalam data maka data tidak stasioner)
2) $H_1 : \rho \neq 0$ (Tidak terdapat *unit root* dalam data maka data stasioner)
3) Menentukan $\alpha = 0{,}05$
4) Menentukan wilayah kritis
   H_0 ditolak apabila $P - \text{value} < \alpha$
5) Kesimpulan
   Pada *output* uji ADF didapat nilai P-value sebesar 001. Karena P-value kurang dari 0.05, maka H_0 ditolak. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa data Indeks Harga Saham Gabungan *differencing* kedua sudah stasioner.
   Dari proses stasioneritas data Indeks Harga Saham Gabungan dengan *Box-Cox* dan Plot *Trend Analysis* serta uji akar unit ADF didapat nilai *d=2* karena telah dilakukan *differencing* data sebanyak 2 kali untuk mendapatkan data yang stasioner.

b. Identifikasi Model dengan ACF dan PACF



Gambar 7. Plot ACF Data IHSG Differensial 2.



Gambar 8. Plot ACF Data IHSG Differensial 2.

Berdasarkan Gambar 7, terdapat 1 lag yang keluar batas interval kepercayaan dari plot ACF, oleh karena itu didapat nilai MA=1. Lalu Gambar 8, terdapat 2 lag yang keluar dari batas interval kepercayaan dari plot PACF, oleh karena itu didapat nilai AR=2.

Dari beberapa proses identifikasi model yang telah dilakukan, didapat nilai AR=2, I=2, dan MA=1. Oleh karena itu model ARIMA sementara yang didapat adalah ARIMA(2,2,0), ARIMA(2,2,1), ARIMA(1,2,0), ARIMA(1,2,1) dan ARIMA(0,2,1).

3.3.2 Uji Signifikansi Parameter

Setelah didapat nilai p-value pada masing-masing parameter model ARIMA dengan melihat *output* ARIMA dengan program minitab, selanjutnya dilakukan uji signifikansi parameter untuk melihat apakah model ARIMA dugaan sesuai dengan hipotesis. Berikut ini hipotesis Uji signifikansi parameter:

1) $H_0 = \phi = 0$ (Parameter AR dan MA pada ARIMA(p,d,q) tidak signifikan dalam model)
2) $H_1 = \phi \neq 0$ (Parameter AR dan MA pada ARIMA(p,d,q) signifikan dalam model)
3) Menentukan $\alpha = 0{,}05$
4) Menentukan wilayah kritis
   H_0 ditolak apabila $P - \text{value} < \alpha$
5) Perhitungan
   Berdasarkan *output* minitab, didapat nilai p-value untuk masing-masing parameter yaitu sebagai berikut.

Tabel 2. Nilai P-value Setiap Parameter

Model ARIMA		P-value
ARIMA(2,2,0)	AR(1)	0.000
	AR(2)	0.335
ARIMA(2,2,1)	AR(1)	0.552
	AR(2)	0.742
	MA(1)	0.707
ARIMA(1,2,0)	AR(1)	0.000
ARIMA(1,2,1)	AR(1)	0.078
	MA(1)	0.000
ARIMA(0,2,1)	MA(1)	0.000

6) Kesimpulan

Dari tabel 2 didapat model ARIMA(1,2,0) dan ARIMA(0,2,1) yang signifikansi terhadap model.

3.3.3 Uji Kesesuaian Model

```
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag            12      24      36      48
Chi-Square   11.3    27.3    32.3    41.9
DF             11      23      35      47
P-Value     0.419   0.244   0.599   0.683
```

Gambar 9. *Ljung-Box* ARIMA(1,2,0).

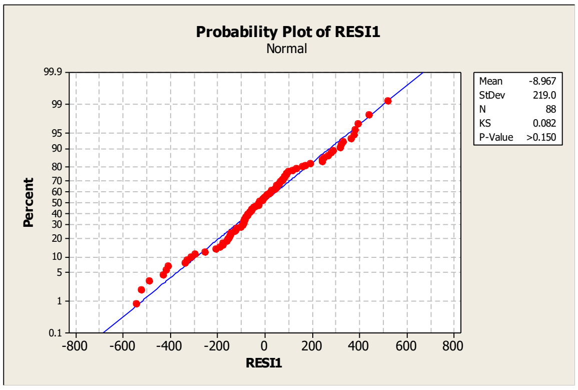
```
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag            12      24      36      48
Chi-Square    8.2    23.0    28.9    39.6
DF             11      23      35      47
P-Value     0.698   0.458   0.758   0.769
```

Gambar 10. *Ljung-Box* ARIMA(0,2,1).

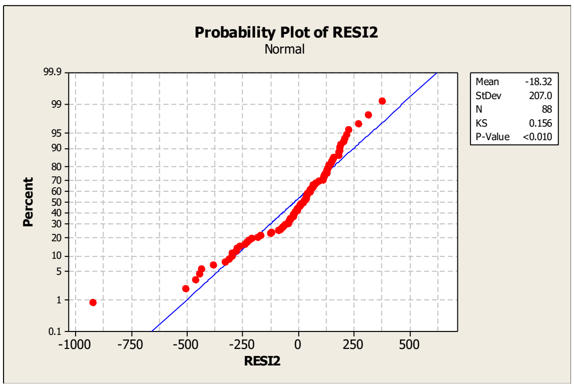
Berikut ini hipotesis Uji *Ljung-Box*:

1) H_0: $\rho 1 = \rho 2 = \cdots = \rho k = 0$ (autokorelasi residual ARIMA(p,d,q) tidak signifikan)
2) H1: $\rho i \neq 0$, i = 1,2,3, ... , k (autokorelasi residual ARIMA(p,d,q) signifikan)
3) Menentukan $\alpha = 0.05$
4) Wilayah Kritis
   H_0 ditolak (autokorelasi residual signifikan) jika P−value < α.
5) Kesimpulan
   Kedua model ARIMA dugaan yaitu ARIMA(1,2,0) dan ARIMA(0,2,1) memenuhi syarat, yaitu autokorelasi residual ARIMA tidak signifikan atau tidak ada korelasi antar residual sehingga bersifat acak.

Untuk langkah selanjutnya adalah dengan menguji apakah residual berdistribusi normal. Uji yang dilakukan adalah dengan cara melakukan uji *Kolmogorov-Smirnov*.



Gambar 11. Plot Normalitas Residual ARIMA (1,2,0).



Gambar 12. Plot Normalitas Residual ARIMA (0,2,1).

Hipotesis :

1) $H_0 : F(x) = F_0(x)$ (residual ARIMA berditribusi normal)
2) $H_1 : F(x) \neq F_0(x)$ (residual ARIMA tidak berdistribusi normal)
3) $\alpha = 0,05$
4) Wilayah kritis
   H_0 ditolak (residual tidak berdistribusi normal) jika P-value< α.
5) Kesimpulan

Pada model ARIMA(1,2,0) didapat nilai P-value adalah lebih besar dari 0.150. Sedangkan pada model ARIMA(0,2,1) didapat nilai P-value adalah kurang dari 0.010. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa residual untuk ARIMA(1,2,0) berdistribusi normal, dan residual ARIMA(0,2,1) tidak berdistribusi normal.

Berdasarkan hipotesis tersebut, model terbaik yang didapat yaitu ARIMA(1,2,0). Karena model ARIMA(1,2,0) sudah memenuhi syarat residual bersifat acak dan berdistribusi normal.

3.3.4 Estimasi Parameter Model ARIMA dengan Metode Momen

Berikut merupakan bentuk persamaan model ARIMA(1,2,0) berdasarkan estimasi *Yule-Walker*.

$$\phi_1(B)\Delta^2 Y_t = \theta_0(B)e_t$$
$$(1-\phi_1 B)(1-B)^2 Y_t = e_t$$
$$(1-\phi_1 B)(Y_t - 2BY_t + B^2Y_t) = e_t$$
$$Y_t - 2BY_t + B^2Y_t - \phi_1 BY_t + 2\phi_1 B^2 Y_t - \phi_1 B^3 Y_t = e_t$$
$$Y_t = (2+\phi_1)Y_{t-1} - (1+2\phi_1)Y_{t-2} + \phi_1 Y_{t-3} + e_t \quad (14)$$

Karena model terbaik yang didapat merupakan ARIMA(1,2,0), itu berarti bahwa data simulasi dipengaruhi oleh AR(1) dan sama sekali tidak dipengaruhi oleh MA. Maka untuk menduga parameter model AR(1) yaitu menggunakan persamaan *Yule-Walker* sebagai berikut:

$$r_1 = \phi_1 \quad (15)$$

r_1 merupakan nilai ACF data pada periode ke 1. Pada proses identifikasi didapat nilai ACF period eke 1 pada data adalah $\phi_1 = r_1 = -0.457686$

Selanjutnya yaitu menduga parameter ragam sampel dari data Indeks Harga Saham, yaitu sebagai berikut.

$$S^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \bar{Y})^2}{n-1}$$
$$S^2 = \frac{(88)((4453.70)^2 + \cdots + (4905.39)^2) - (4453.70 + \cdots + 4905.39)^2}{88(87)}$$
$$S^2 = \frac{(88)(6125490) - (-190.31)^2}{88(87)} = \frac{49003919 - 36217.9}{7656} = \frac{48967701{,}1}{7656} = 6396$$

Didapat nilai ragam atau variansi sampel dari data Indeks Harga Saham yaitu sebesar 6396. Selanjutnya yaitu mencari nilai ragam populasi dari data Indeks Harga Saham dengan menyelesaikan persamaan sebagai berikut.

$$\widehat{\sigma_a^2} = (1 - \phi_1 r_1)S^2$$
$$\widehat{\sigma_a^2} = \Big(1 - \big((-0.457686)(-0.457686)\big)\Big)(6396)$$
$$\widehat{\sigma_a^2} = (1 - 0.209476)(6396) = (0.790523525)(6396) = 5056.2$$

Didapat nilai ragam atau variansi populasi dari data Indeks Harga Saham yaitu sebesar 5056.2. Selanjutnya subtitusikan nilai dari setiap parameter yang didapat ke dalam persamaan ARIMA(1,2,0). Didapat persamaan ARIMA(1,2,0) sebagai berikut.

$$Y_t = (2+\phi_1)Y_{t-1} - (1+2\phi_1)Y_{t-2} + \phi_1 Y_{t-3} + e_t$$
$$Y_t = (2 - 0.457686)Y_{t-1} - (1 + 2(-0.457686))Y_{t-2} - 0.457686Y_{t-3} + e_t$$
$$Y_t = 1.542314Y_{t-1} - 0.084628Y_{t-2} - 0.457686Y_{t-3} + e_t$$

4. Kesimpulan

Berdasarkan analisis model data Indeks Harga Saham Gabungan pada periode Januari 2013 sampai dengan Juni 2020 dengan menggunakan metode *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), didapat data stasioner dalam rata-rata dan stasioner dalam ragam dengan melakukan *differensial* sebanyak 2 kali, oleh karena itu nilai d=2. Dengan melihat plot ACF dan PACF didapat nilai p=2 dan q=1. Oleh karena itu didapat model sementaranya yaitu adalah ARIMA(2,2,0), ARIMA(2,2,1), ARIMA(1,2,0), ARIMA(1,2,1), dan ARIMA(0,2,1). Setelah dilakukan uji signifikansi parameter dan uji kesesuaian model maka didapat model terbaik yaitu model ARIMA(1,2,0).

Setelah dilakukan pendugaan parameter dengan metode momen untuk menduga parameter model maka didapat persamaan untuk menghitung data data Indeks Harga Saham Gabungan pada periode ke-t yaitu $Y_t = 1.542314Y_{t-1} - 0.084628Y_{t-2} - 0.457686Y_{t-3} + e_t$ dengan ragam atau variansi sampel sebesar 6396 dan ragam atau variansi populasi sebesar 5056.2.

Daftar Pustaka:

[1] Sinaga, Irma Wahni. 2011. *Estimasi Maksimum Likelihood pada Model ARIMA*. Skripsi. Universitas Sumatera Utara, Medan.

[2] Sari, Dewi Wulan, dkk. 2016. Estimasi Parameter Model ARIMA untuk Peramalan Debit Air Sungai Menggunakan Least Square dan Goal Programming. *Jurnal Eksponensial*.

[3] Pankratz, A. 1991. *Forecasting with Dynamic Regression Models.* Willey Intersciences Publication, Canada.

[4] Makridakis. 1999. *Metode & Aplikasi Peramalan*. Ed. ke-2. Terjemahan Untung Sus Andriyanto. Erlangga, Jakarta.

[5] Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee, V.E. 1992. *Metode & Aplikasi Peramalan*. Terjemahan Untung Sus Andriyanto dan Abdul Basith. Erlangga, Jakarta.

[6] Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate & Multivariate Methods.* 2nd Edition. Pearson Prentice Hall, New Jersey.

[7] Dickey, David A & Wayne A. Fuller. 1979. Distribusi of Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association.*

[8] Dedi Rosadi. 2011. *Analisis Ekonometrika dan Runtun Waktu Terapan dengan R.* Andi Offset, Yogyakarta.

[9] Badan Pusat Statistika. 2020. https://www.bps.go.id/linkTableDinamis/view/id/1075 diakses pada 27 Desember 2020 pukul 13.30.