

## PENERAPAN SISTEM ANTRIAN UNTUK MENENTUKAN JUMLAH JALUR OPTIMAL PADA STASIUN BAHAN BAKAR UMUM BERDASARKAN BIAYA OPERASIONAL LAYANAN DAN BIAYA TUNGGU CUSTOMER

Silvia Wijaya

Matematika, fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: [silvia.18068@mhs.unesa.ac.id](mailto:silvia.18068@mhs.unesa.ac.id)

Yuliani Puji Astuti

Matematika, fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: [yulianipuji@unesa.ac.id](mailto:yulianipuji@unesa.ac.id)

### Abstrak

Jumlah sepeda motor yang terdapat di Indonesia pada tahun 2020 mencapai 112.771.136 unit. Pengguna sepeda motor di Indonesia bahkan mencapai 81,78% dibandingkan dengan jenis kendaraan lainnya. Jumlah pengguna sepeda motor juga bisa dilihat dari banyaknya moda transportasi motor terutama ojek berbasis aplikasi atau ojek online. Banyaknya pengguna sepeda motor dan meningkatnya popularitas ojek online ini juga mengakibatkan peningkatan dari penggunaan bahan bakar minyak (BBM). Oleh karena itu diperlukan suatu sistem pelayanan yang baik pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) untuk melayani peningkatan pembelian bahan bakar sehingga tidak terjadi antrian yang panjang. Menggunakan model antrian atau queuing system untuk mengatasi dan mencari solusi dari permasalahan pada SPBU tersebut, di mana pada kasus ini dicari jalur fasilitas optimal untuk menghindari penumpukan customer. Metode analisis dengan menggunakan analisis teori antrian yang sesuai dengan model antrian yang diterapkan pada SPBU yakni model antrian jalur berganda yang artinya terdapat lebih dari satu jalur pelayanan dan hanya terdapat satu tahapan pelayanan yang harus dilalui oleh pelanggan untuk menyelesaikan pelayanan. Kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan mengikuti distribusi Poisson dan distribusi eksponensial. Hasil dari penelitian diperoleh dua jalur optimal, berdasarkan hasil perhitungan biaya per fasilitas pelayanan dan lama waktu menunggu customer yang datang ke SPBU. Penambahan jalur tidak diperlukan.

**Kata Kunci:** Antrian, Distribusi Poisson, SPBU

### Abstract (Gunakan Style Penulis & Abstrak)

The number of motorcycles in Indonesia in 2020 reached 112,771,136 units. Motorcycle users in Indonesia even reached 81.78% compared to other types of vehicles. The number of motorcycle users can also be seen from the many modes of motorcycle transportation, especially app-based motorcycle taxis or online motorcycle taxis. The number of motorcycle users and the increasing popularity of online motorcycle taxis also increased the use of fuel oil. Therefore, a good service system is needed at public fueling stations (gas stations) to serve the increase in fuel purchases so that there are no long lines. Using the queue model or queuing system to overcome and find solutions to the problem of gas stations, wherein in this case the optimal facility path is sought to avoid customer buildup. The method of analysis with the analysis of queue theory following the queue model applied to the gas station is the double line queue model means that there is more than one line of facilities and there is only one stage of service that must be passed by the customer to complete the service. Arrival rate and service rate follow the Poisson distribution and exponential distribution. The results of the study obtained two optimal paths, based on the results of calculating the cost per service facility and the length of waiting time for customers who come to the gas station. Line addition is unnecessary.

**Keyword:** Queue, Poisson Distribution, Gas Station

### PENDAHULUAN

Data pengguna kendaraan roda dua di Indonesia meningkat pesat. Berdasarkan data BPS Tahun 2010, 2015, dan 2019 jumlah pengguna sepeda motor mencapai 79,41%, 81,45%, dan 84,39%. Angka ini menunjukkan peningkatan yang cukup signifikan dalam kurun waktu kurang dari sepuluh tahun di

mana jumlah sepeda motor mencapai 112.771.136 unit, (Badan Pusat Statistik, 2021).

Peningkatan jumlah pengguna sepeda motor ini juga dipengaruhi oleh banyaknya pengemudi ojek berbasis aplikasi atau ojek online. Berdasarkan penelitian yang berjudul "Analisa Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Konsumsi Bahan Bakar Minyak

Pada Masyarakat di Surabaya”, (Priyatno, 2009) jumlah kendaraan bermotor berpengaruh signifikan terhadap konsumsi bahan bakar minyak (BBM). Oleh karena itu diperlukan suatu sistem pelayanan yang baik pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) dalam menghadapi jumlah konsumen yang besar.

Menurut Ma'arif dan Tanjung (dalam Manalu & Palandeng, 2019) antrean adalah keadaan barisan tunggu di mana kuantitas pendatang yang ada melakukan usaha untuk mendapatkan *service* dari pemberi layanan, maka *customer* harus menunggu beberapa saat dalam barisan agar mendapat pelayanan. Dewasa ini segala kegiatan dituntut untuk dilakukan dengan cepat dan efisien, sehingga diperlukan juga pelayanan yang cepat dalam bidang jasa. Oleh karena itu perlu ada pemecahan terhadap masalah antrean yang sering dijumpai di berbagai pelayanan bidang jasa.

Sistem antrean adalah salah satu di antara faktor penting yang mempengaruhi kualitas pelayanan kepada konsumen. Waktu tunggu yang lama dalam antrean panjang bisa disebabkan oleh kurangnya loket atau jumlah fasilitas untuk melayani *customer* atau masyarakat yang datang, juga bisa disebabkan oleh kurangnya kesigapan pelayan atau pemberi jasa untuk melayani konsumen atau masyarakat, (Kopkar et al., 2015).

Faktor-faktor yang perlu diperhatikan Ketika menganalisis sistem antrean seperti disiplin antrean, asal *customer*, tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan *customer*. Disiplin antrean merujuk kepada urutan pelayanan *customer* yang memasuki fasilitas layanan. Menurut masalah ini, *customer* yang memasuki antrean lebih dahulu mendapat pelayanan pertama atau lebih dahulu. Asal *customer* yang datang ke SPBU adalah populasi *customer* atau sumber di mana jumlah *customer* yang datang diasumsikan tidak terhingga. Tingkat kedatangan merupakan tingkat *customer* datang ke fasilitas pelayanan selama periode waktu tertentu. *Service rate* mengacu kepada banyaknya *customer* yang dilayani per satuan waktu.

Permasalahan dalam antrean ini juga sudah dibahas oleh beberapa peneliti terdahulu, seperti “Analisis Metode Antrean Untuk Mengoptimalkan Pelayanan Server Pertamina-Pertalite Pada SPBU 34.451.61 Waled Cirebon”, (Febi Firman Saputra, 2019). “Solving Of Waiting Lines Models in The

Airport Using Queuing Theory Model and Linear Programming the Practice Case: A.I.M.H.B”, (Mehri et al., 2008). “Improving queuing service at McDonald's”, (Koh et al., 2014). “Model Optimasi Pelayanan Nasabah Berdasarkan Metode Antrean (Queuing System), (Hasan, 2011). “Application Of Queuing Theory in Optimization of Service Process, A Case Study of Gt Plaza Fast Food”, (Sule & Ugboya, 2019). Berdasarkan penelitian terdahulu, dapat disimpulkan bahwa teori antrean dapat diterapkan dalam berbagai bidang jasa seperti layanan SPBU, bandara, bank, dan rumah makan.

Melihat dari permasalahan pada sistem pelayanan antrean SPBU yang ada, maka digunakan model antrean atau queuing system untuk memberikan solusi dari permasalahan antrean tersebut. Tujuannya adalah agar pelayanan lebih optimal melalui mengetahui jumlah fasilitas atau stasiun yang optimal di SPBU. Pembahasan artikel ini akan mencari jumlah fasilitas optimal berdasarkan biaya operasional dan biaya menunggu *customer*.

## TINJAUAN PUSTAKA

### A. Definisi Antrean

“Teori antrean diutarakan oleh A.K Erlang seorang insinyur Denmark pada tahun 1909. Proses antrean adalah proses yang berhubungan dengan datangnya *customer* pada fasilitas layanan, kemudian menunggu di dalam suatu barisan (antrean) untuk memperoleh pelayanan. Sistem antrean merupakan suatu himpunan *customer*, pelayanan serta suatu aturan mengatur tentang kedatangan para *customer* dan pelayanannya. Sistem antrean merupakan suatu proses dari kelahiran-kematian dari suatu populasi yang terdiri dari *customer* yang tengah menunggu untuk memperoleh *service* atau yang sedang dilayani. Suatu kelahiran akan terjadi bila *customer* sampai di salah satu fasilitas pelayanan dan apabila *customer*nya telah meninggalkan fasilitas pelayanan tersebut maka akan terjadi sebuah kematian”, (A. H. Sugito, 2013).

Analisis proses antrean dengan menggunakan waiting line method benar-benar bermanfaat untuk menganalisis bentuk panjang antrean, rata-rata service time, rata-rata waiting time, (Wati, 2017). Menggunakan metode waiting line ini maka akan diperoleh pelayanan *customer*.

### B. Distribusi Waktu Kedatangan

Distribusi waktu kedatangan *customer* dihitung dari waktu antar kedatangan *customer*, yakni waktu kedatangan dari dua kendaraan secara berturut-turut. Kedatangan *customer* dianggap datang satu demi satu apabila tidak disebutkan secara spesifik. Distribusi kedatangan pelanggan yang sering dipakai merupakan distribusi Poisson sebab kedatangannya bersifat random dan tidak tergantung kedatangan sebelumnya atau kedatangan sesudahnya dan mempunyai rata-rata kedatangan sebesar  $\lambda$ , (M. A. M. Sugito, 2011).

### C. Distribusi Waktu Pelayanan

Distribusi dari waktu pelayanan ditentukan oleh lamanya waktu yang diperlukan untuk melayani seorang *customer*. *Customer* akan memasuki tempat pelayanan kemudian memperoleh pelayanan dari awal sampai akhir dari petugas pelayanan. Bentuk pelayanan bila tidak dikatakan secara spesifik maka dapat diasumsikan dapat menyelesaikan pelayanan *customer* dari awal sampai akhir dan konstan dari waktu ke waktu, (M. A. M. Sugito, 2011). Distribusi Eksponensial paling sering digunakan dalam sistem antrean, distribusi ini bersifat random yang variabelnya bebas tidak terikat masa lalu.

### D. Karakteristik Antrean

Sistem antrean memiliki beberapa elemen basis, ada faktor-faktor yang terkait erat terhadap sistem antrean ini, (Kakiay, 2004). Faktor tersebut terdiri dari:

#### D.1. Distribusi Kedatangan

Distribusi kedatangan dalam sistem antrean merupakan salah satu faktor yang penting, ini menyangkut kelancaran dari pelayanan. Terdapat dua distribusi pelayanan yaitu:

1. *Single arrivals* (Kedatangan secara individu)
2. *Bulk arrivals* (Kedatangan secara kelompok)

#### D.2. Distribusi Waktu Pelayanan

Distribusi service time ditentukan oleh kuantitas fasilitas pelayanan yang tersedia. Distribusi service time dibagi menjadi dua kategori:

1. *Single service* (Pelayanan secara individu)
2. *Bulk service* (Pelayanan secara kelompok)

#### D.3. Fasilitas Pelayanan

Barisan antrean yang dibentuk ditentukan oleh fasilitas pelayanan yang disediakan. Terdapat tiga bentuk rancangan fasilitas pelayanan, yaitu:

1. Bentuk series, berbentuk melingkar atau *straight line*.
2. Bentuk paralel, berbentuk *straight line* yang saling paralel.
3. Bentuk network station, berbentuk baik series maupun paralel. Bila dibentuk secara series maka pelayanan lebih dari satu di setiap
4. Stasiun. Bila dilakukan secara paralel maka stasiun harus berbeda-beda.

### E. Disiplin Pelayanan

Urutan dalam melayani *customer* yang memasuki fasilitas pelayanan merupakan bagian dari disiplin pelayanan. Disiplin pelayanan dibagi menjadi empat macam, yaitu:

1. *First come first service* (Pertama datang, pertama dilayani)
2. *Last come first service* (Terakhir datang pertama dilayani)
3. *Service in random order* (Pelayanan dalam urutan random)
4. *Priority service* (Pelayanan dilakuka khusus kepada *customer* utama (VIP *customer*))

### F. Ukuran dalam Antrean

Banyaknya antrean *customer* yang masuk ke dalam fasilitas pelayanan terbagi menjadi dua:

1. *Infinite queue* (Ukuran kedatangan tidak terbatas)
2. *Finite queue* (Ukuran kedatangan terbatas)

### G. Notasi Antrean

Sistem antrean menggunakan notasi Kendall yaitu V/W/X/Y/Z, di mana:

- V : Pola kedatangan  
 W : Pola kedatangan  
 X : Jumlah fasilitas pelayanan  
 Y : kapasitas sistem  
 Z : Disiplin antrean

Jika Y tidak dinyatakan maka Y adalah tak terhingga ( $\infty$ ), sedangkan jika Z tidak dinyatakan maka Z adalah first come first service.

## METODE PENELITIAN

### A. Metode Pengumpulan Data

Data yang diperoleh untuk penelitian ini berdasarkan hasil studi pustaka, di mana penulis menggunakan beberapa artikel dan buku untuk memperoleh informasi yang diperlukan. Data antrean SPBU yang digunakan adalah berdasarkan

penelitian terdahulu “Simulasi Antrian Pengisian Bahan Bakar di SPBU Pucangsawit”, (Kusumaningtyas et al., 2018). Data yang digunakan adalah hasil penelitian pada tahun 2018 di Surakarta tepatnya SPBU Pucangsawit dengan teknik random sampling. Hasil perhitungan data ini kemudian akan dikembangkan untuk mencari jumlah server optimal berdasarkan biaya operasional layanan dan biaya menunggu *customer* di daerah SPBU Pucangsawit, Surakarta.

## B. Pengujian Data

Distribusi dari kedatangan *customer* biasanya sudah dibentuk dengan terurut dalam proses Poisson. Oleh karena itu distribusinya akan memiliki nilai parameter yang berasal dari distribusi Poisson. Proses Poisson juga akan didapati dalam proses pelayanan dengan demikian hal ini juga berarti bahwa proses Poisson juga berlaku pada proses pelayanan, (Kakiay, 2004). Berdasarkan pengujian data ini, bila dataterbukti terdistribusi poisson dan terdistribusi eksponensial maka data dapat digunakan.

### B.1. Distribusi Probabilitas Poisson

$$P_n = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}$$

n : Banyak kedatangan  
 $\lambda$  : *Arrival rate* rata-rata  
 e : 2,7183

### B.2. Distribusi Eksponensial

$$F(t) = e^{-\mu t_1} - e^{-\mu t_2}$$

Dimana  $t_1$  dan  $t_2$  adalah batas bawah dan batas atas dari waktu pelayanan

F(t) : *Probability density* yang terhubung dengan t  
 $\mu$  : *service rate* rata-rata  
 e : 2,7183

### B.3. Pengujian Hipotesis

Untuk menguji apakah data dari kedatangan maupun data dari pelayanan mengikuti proses poisson atau tidak, maka perlu melakukan uji dengan pengujian Chi-Square:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(e_i - o_i)^2}{e_i}$$

$o_i$  : Banyaknya kedatangan yang diamati

$e_i$  : Banyaknya kedatangan yang diharapkan (*expected frequency*)

K : Jumlah baris atau subinterval

Dengan derajat kebebasan  $df = k - p - 1$ , dimana p adalah jumlah parameter dari data yang digunakan untuk membuktikan hipotesis distribusi.

- Pengujian data waktu kedatangan berdistribusi Poisson, (Kuswara, 2021)

Langkah-langkah uji distribusi Poisson:

1. Membuat hipotesis

$H_0$  : Data sesuai dengan distribusi Poisson

$H_1$  : Data tidak sesuai dengan distribusi Poisson

2. Mencari nilai *expected frequency* tiap kelas, untuk nilai *expected frequency* yang terlalu kecil, dapat dikombinasikan dengan kelas lainnya
3. Mengambil keputusan, tolak  $H_0$  jika  $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha, k-p-1}$ ; dimana  $\alpha = 5\%$

- Pengujian data waktu kedatangan berdistribusi Poisson, (Kuswara, 2021)

Langkah-langkah menguji distribusi eksponensial:

1. Membuat hipotesis

$H_0$  : Data sesuai dengan distribusi Eksponensial

$H_1$  : Data tidak sesuai dengan distribusi Eksponensial

2. Menentukan Range Data
3. Menentukan banyak kelas interval
4. Menentukan lebar kelas interval
5. Mencari *expected frequency*
6. Mengambil keputusan, tolak  $H_0$  jika  $\chi^2 \geq \chi^2_{\alpha, k-p-1}$ ; dimana  $\alpha = 5\%$

## C. Metode Analisis

Sistem antrean *multiple channel* di mana ada dua atau lebih dari dua jalur pelayanan atau fasilitas yang tersedia untuk melayani *customer* yang masuk dalam sistem pelayanan, di mana pada kasus SPBU ini terdapat dua stasiun pelayanan. Waktu antar kedatangan pelanggan menggunakan distribusi Poisson sedangkan waktu pelayanan menggunakan distribusi eksponensial negatif. Pelayanan dilaksanakan berdasarkan prinsip *first-come, first-served*, dan bagi semua fasilitas atau stasiun pelayanan dianggap mempunyai *service rate* yang sama. Berdasarkan pada karakteristik dari sistem

antrean yang terjadi di SPBU maka bisa disimpulkan bahwa model antrean yang paling tepat adalah M/M/S/GD/∞. Berdasarkan notasi yang ada diketahui bahwa:

- M : Distribusi poisson
- M : Distribusi poisson atau eksponensial
- S : Jumlah fasilitas pelayanan
- GD : *First come first service*
- ∞ : Antrean tak terhingga

Rumus antrean untuk model M/M/S/GD/∞ sebagai berikut:

- *Probability* tidak terdapat *customer* dalam sistem

Probabilitas tidak terdapat *customer* dalam sistem ( $P_0$ ) merupakan peluang tidak ada *customer* yang menunggu untuk dilayani dalam sistem.

$$P_0 = \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s! \left(1 - \frac{\lambda}{s\mu}\right)}$$

- $P_0$  : Probabilitas tidak terdapat *customer* dalam sistem
- S : Jumlah fasilitas yang terbuka.
- $\lambda$  : *Arrival rate* dari *customer*
- $\mu$  : *Service rate* dari tiap server
- N : Jumlah *customer*.

- Jumlah *customer* rata-rata dalam sistem

Banyaknya *customer* rata-rata di dalam sistem antrean ( $L_s$ ) adalah banyaknya rata-rata *customer* yang sedang menanti untuk menerima pelayanan dari fasilitas pelayanan dan termasuk *customer* yang sedang menerima pelayanan. Banyaknya *customer* yang dihitung adalah *customer* yang sedang menunggu untuk mendapatkan giliran melakukan pengisian BBM dan *customer* yang sedang mendapat pelayanan di dalam fasilitas pelayanan.

Banyaknya *customer* rata-rata dalam sistem adalah tanda banyaknya *customer* yang dilayani oleh SPBU sepanjang jam operasional dan banyaknya antrean *customer* yang sedang dalam proses menunggu untuk mendapat pelayanan. Fakta ini bisa digunakan sebagai acuan untuk menentukan jalur fasilitas yang optimal agar antrean yang ada tidak menumpuk sehingga *customer* dapat dengan segera memperoleh pelayanan.

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{(s-1)(s\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

- $L_s$  : Jumlah *customer* rata-rata dalam sistem
- S : Jumlah fasilitas yang terbuka.
- $\lambda$  : *Arrival rate* dari *customer*
- $\mu$  : *Service rate* dari tiap server
- n : Jumlah *customer*
- $P_0$  : Probabilitas tidak terdapat *customer* dalam sistem

- Jumlah *customer* rata-rata dalam antrean

Banyaknya *customer* rata-rata dalam antrean ( $L_q$ ) merupakan jumlah dari permintaan pelayanan yang masuk untuk menunggu dari *customer* untuk dilayani.

Penyebab dari terdapatnya *customer* dalam antrean adalah karena adanya keterbatasan atau ketidakmampuan dalam pelayanan di mana *arrival rate* permintaan pelayanan dari *customer* bersifat random.

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

- $L_q$  : Jumlah *customer* rata-rata dalam antrean
- $\lambda$  : *Arrival rate* dari *customer*
- $\mu$  : *Service rate* dari tiap server
- $L_s$  : Jumlah *customer* rata-rata dalam sistem

- Waktu rata-rata yang dihabiskan *customer* untuk menunggu dalam antrean

Waktu rata-rata yang digunakan *customer* yang menunggu di dalam antrean ( $W_q$ ) adalah durasi waktu yang digunakan oleh *customer* yang masuk dan antre untuk mendapat pelayanan.

*Waiting time* dihitung mulai dari *customer* mengantre hingga mendapat pelayanan oleh petugas fasilitas. Penyebab adanya *waiting time* adalah karena beberapa faktor, seperti: *service rate* yang terdapat pada SPBU kurang memenuhi atau tidak seimbang jika dibanding dengan banyaknya *customer* yang berdatangan untuk menerima pelayanan dan *arrival pattern* para *customer* hanya pada waktu tertentu.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$W_q$  : Waktu rata-rata yang digunakan *customer* untuk menunggu dalam antrian

$\lambda$  : *Arrival rate* dari *customer*

$L_q$  : Jumlah *customer* rata-rata dalam antrian

- Waktu rata-rata yang dihabiskan *customer* dalam sistem

Waktu rata-rata yang dihabiskan *customer* dalam sistem ( $W_s$ ) adalah rata-rata total waktu dari *customer* yang sedang menunggu untuk dilayani dan *average time* yang diperlukan oleh fasilitas pelayanan dalam melayani *customer*.

Total waktu dalam sistem terhitung ketika *customer* mulai mengantre, menunggu sampai menerima pelayanan, saat menerima pelayanan hingga *customer* selesai menerima pelayanan. Total waktu rata-rata dalam sistem adalah penanda tentang *service rate* dari SPBU di dalam menyelesaikan pelayanan pengisian BBM dari *customer*.

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$$

$W_s$  : Waktu rata-rata yang dihabiskan *customer* dalam sistem

$\lambda$  : *Arrival rate* dari *customer*

$L_s$  : Jumlah *customer* rata-rata dalam sistem

## HASIL DAN PEMBAHASAN

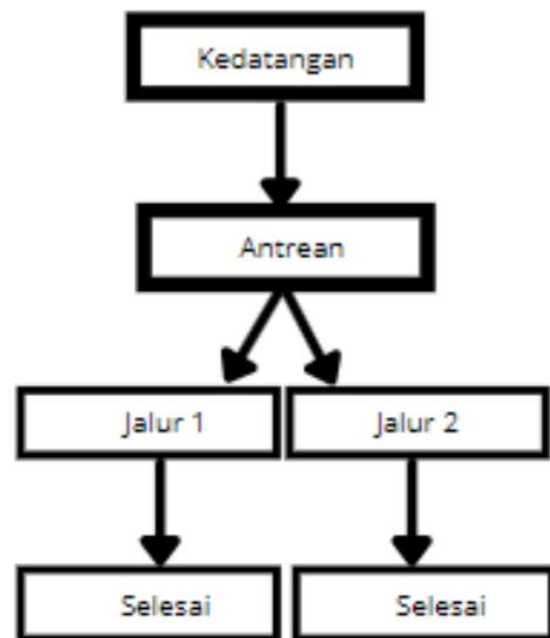
### A. Struktur dan Jumlah Stasiun pada Sistem

Pengguna sepeda motor mulai memasuki tempat pelayanan, lalu membentuk suatu antrian pada setiap fasilitas pelayanan yang ada. Pengguna sepeda motor menunggu hingga saatnya untuk dilayani pada stasiun, bagian ini adalah waktu yang diperhitungkan sebagai *waiting time* *customer* di dalam tempat pengisian bahan bakar. Setelah proses selesai, pengguna sepeda motor meninggalkan tempat pelayanan. Waktu yang diperlukan setiap stasiun dalam mengisi bahan bakar tidak sama, tergantung banyaknya *customer* mengisi bahan bakar untuk kendaraannya.

### B. Waktu Kedatangan

#### Waktu antar kedatangan dan Waktu Pelayanan

Data waktu kedatangan pelanggan dan lama



Gambar 1. Struktur dan Jumlah Stasiun pada Sistem pelayanan di SPBU Pucangsawit.

Tabel 1. Data Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

No	Waktu antar Kedatangan (dalam menit)	Lama Pelayanan (dalam menit)
1	0	2
2	0	2
3	1	1
4	0	1
5	0	2
6	1	1
7	0	1
8	1	2
9	0	3
10	0	1
11	2	1
12	1	2
13	2	2
14	0	2
15	2	2
16	1	1
17	1	3
18	0	2
19	1	2
20	1	2
21	0	1
22	3	2
23	0	1

24	1	1
25	0	3
26	0	2
27	1	2
28	0	2
29	1	3
30	1	2
31	2	2
32	3	3
33	0	2
34	2	2
35	0	2

**Waktu antar kedatangan dan Waktu Pelayanan**

Pengujian dari distribusi waktu kedatangan kendaraan

H<sub>0</sub> : *Arrival time* kendaraan terdistribusi Poisson

H<sub>1</sub> : *Arrival time* kendaraan tidak terdistribusi Poisson

$$\sum X_n f_n = 29, \sum f_n = 35$$

$$\lambda = \frac{\sum X_n f_n}{\sum f_n} = 0,828571429 \text{ menit}$$

Contoh hasil perhitungan, diambil untuk sample 2 menit (n=2)

Menghitung probabilitas distribusi Poisson:

$$P_n = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}$$

$$P_2 = \frac{e^{(-,828571429)} \cdot (0,828571429)^2}{2!}$$

$$= 0,149894$$

Menghitung frekuensi yang diharapkan:

$$e_i = \sum f_n (P_2) = 35(0,149894)$$

$$= 5,246281$$

Menghitung Chi-Square ( $x^2$ )

$$x^2 = \frac{(e_i - f_n)^2}{e_i} = \frac{(5,246281 - 4)^2}{5,246281}$$

$$= 0,29606$$

Perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2. Perhitungan Distribusi Poisson

$X_n$	$f_n$	$\sum X_n f_n$	$P_n$	$e_i$	$x^2$
0	16	0	0,43667	15,28346	0,033594
1	12	12	0,361812	12,66344	0,034757
2	4	8	0,149894	5,246281	0,29606
3	3	9	0,041399	1,448973	1,660269
	35	29			2,024681

Tabel Chi-Square dengan  $\alpha = 5\%$  dan  $df = 1$ , adalah 3,8415

Hasil yang diperoleh dari perhitungan menunjukkan bahwa  $x^2 < x^2 \text{ tabel}$ , maka hipotesis H<sub>0</sub> diterima, artinya data waktu kedatangan berdistribusi Poisson.

**C. Waktu Pelayanan**

H<sub>0</sub> : *Service time* kendaraan terdistribusi eksponensial

H<sub>1</sub> : *Service time* kendaraan tidak terdistribusi eksponensial

Hitung *probability* eksponensial pada masing-masing kelas interval

$$F(t) = e^{-\mu t_1} - e^{-\mu t_2}$$

Di mana,

$$\mu = \frac{1}{y} = \frac{1}{1,857142857} = 0,538461538$$

dan

$$y = \frac{65}{35} = 1,857142857$$

Contoh hasil perhitungan, diambil untuk sample kelas kedua ( $t_1=0, t_2=1$ )

$$F(t) = e^{-(0,538461538)0} - e^{-(0,538461538)1}$$

$$= 0,416356623$$

Menghitung frekuensi yang diharapkan:

$$e_i = F(t) \cdot \sum f_n$$

$$= 0,416356623(35)$$

$$= 14,5724818$$

Menghitung Chi-Square ( $\chi^2$ )

$$\chi^2 = \frac{(e_i - f_n)^2}{e_i} = \frac{(14,5724818 - 10)^2}{14,5724818} = 1,43473089$$

Perhitungan lengkap dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3. Perhitungan Distribusi Eksponensial

T	$f_n$	F(t)	$e_i$	$\chi^2$
$0 < T \leq 1$	10	0,416357	14,57248	1,434731
$1 < T \leq 2$	20	0,65936	23,07761	0,410428
$2 < T \leq \max$	5	0	0	0
	35			1,845159

Tabel Chi-Square dengan  $\alpha = 5\%$  dan  $df = 1$ , adalah 3,8415.

Hasil yang diperoleh dari perhitungan menunjukkan bahwa  $\chi^2 < \chi^2_{tabel}$ , maka hipotesis  $H_0$  diterima, artinya data waktu kedatangan berdistribusi Eksponensial.

**Perhitungan Parameter Antrean**

Berdasarkan kondisi yang telah disebutkan di atas, sehingga model antrean yang dipakai dapat dinotasikan dengan M/M/S/GD/ $\infty$ , di mana model antrean ini menggunakan asumsi kedatangan pelanggan sesuai proses Poisson dengan parameter  $\lambda$  adalah rata-rata kedatangan, sedangkan waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial dengan  $\mu$  sebagai rata-ratanya. Data yang digunakan sudah di uji sesuai dengan asumsi.

Memakai model antrean tersebut didapat karakteristik operasi pada pelayanan sebagai berikut:

$$\lambda = \frac{\text{Jumlah waktu kedatangan}}{\text{Jumlah pengamatan} \times \text{waktu pengamatan}}$$

$$\lambda = \frac{29}{1 \times 90 \text{ menit}} = 0,3222$$

$$\mu = \frac{1}{\text{Jumlah kedatangan} / \text{jumlah waktu pengamatan}}$$

$$\mu = \frac{1}{65/35} = 0,538461538/\text{menit}$$

Perhitungan nilai parameter antrean:

a. Probabilitas tidak ada pelanggan menunggu

$$P_0 = \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s! \left(1 - \frac{\lambda}{s\mu}\right)}$$

$$P_0 = \frac{\left(\frac{0,3222}{0,5384}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{0,3222}{0,5384}\right)^1}{1!}$$

$$+ \left(\frac{\frac{0,3222}{0,5384}}{2! \left(1 - \frac{0,3222}{2(0,5384)}\right)}\right)^2 = 0,539385$$

b. Jumlah kendaraan dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{(s-1)(s\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_s = \left(\frac{(0,3222)(0,5384) \left(\frac{0,3222}{0,5384}\right)^2}{(2-1)(2(0,5384) - 0,3222)^2}\right)$$

$$(0,539385) + \frac{0,3222}{0,5384} = 0,65735$$

c. Jumlah Kendaraan dalam Antrean

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_q = 0,65735 - \frac{0,3222}{0,5384} = 0,05886$$

d. Waktu Rata-Rata Kendaraan dalam Antrean

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0,05886}{0,3222} = 0,18268$$

e. Waktu Rata-Rata Kendaraan dalam Sistem

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{0,65735}{0,3222} = 2,04004$$



Perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4. Perhitungan Parameter Antrean

S	$P_0$	$L_s$	$L_q$	$W_q$	$W_s$
1	0,40156	0,83881	0,24033	0,74584	2,60319
2	0,53939	0,65735	0,05886	0,18268	2,04004
3	0,54881	0,60251	0,00403	0,01251	1,86987
4	0,5496	0,59939	0,00091	0,00281	1,86017
5	0,54966	0,59879	0,00031	0,00097	1,85833

S : saluran

$P_0$  : Jumlah kendaraan dalam Antrean

$L_q$  : Jumlah Kendaraan dalam Antrean

$L_s$  : Jumlah Kendaraan dalam Sistem

$W_q$  : *Average time* Kendaraan dalam Antrean

$W_s$  : *Average time* Kendaraan dalam Sistem

### Perhitungan Jumlah Server Optimal

- C1: Biaya per fasilitas pelayanan per satuan waktu
  - a. Biaya Tenaga Kerja

Biaya tenaga kerja diasumsikan mengikuti UMK Surakarta 2021 yaitu sebesar Rp.2.013.810/ bulan.

Biaya tenaga kerja per menit yang diperlukan jika menambahkan satu unit *server* pelayanan adalah sebesar

$$\frac{1 \times 2.013.810}{30 \times 24 \times 60} = Rp. 46,6159 / \text{menit}$$

- b. Biaya Operasional Fasilitas Tambahan

Biaya listrik Rp.714,07/kWh

Biaya operasional bila yang digunakan adalah biaya penggunaan listrik/menit

$$\frac{Rp. 714,07}{60 \text{ menit}} = Rp. 11,9011 / \text{menit}$$

Biaya total bila menambahkan satu fasilitas jalur pelayanan

$$= Rp. 46,6159 + Rp. 11,9011$$

$$= Rp. 58,5170 / \text{menit}$$

- C2: Biaya menunggu per satuan waktu per *customer*

Biaya menunggu *customer* diperoleh dari rata-rata pendapatan perkapita kota Surakarta, yaitu sebesar Rp. 91.430.000.

Biaya menunggu *customer* per menit adalah

$$\frac{Rp. 91.430.000}{12 \text{ bulan} \times 30 \text{ hari} \times 8 \text{ jam} \times 60 \text{ menit}} = Rp. 529,1087$$

Perhitungan Jumlah server optimum:

$$L_s - L_{s(s+1)} \leq \frac{C_1}{C_2} \leq L_{s(s-1)} - L_s$$

Tabel 5. Perhitungan Jalur Optimal

S	$L_s - L_{s(s+1)}$	$\frac{C_1}{C_2}$	$L_{s(s-1)} - L_s$	Keterangan
1	0,18146	0,11060	0,00000	Tidak Optimal
2	0,05483	0,11060	0,18146	Optimal
3	0,00313	0,11060	0,05483	Tidak Optimal
4	0,00059	0,11060	0,00313	Tidak Optimal
5	0,00000	0,11060	0,00059	Tidak Optimal

Perhitungan Jumlah server optimal berdasarkan biaya per fasilitas per satuan waktu dan biaya untuk menunggu per satuan waktu per *customer*, menunjukkan bahwa diperlukan dua *server* pelayanan pada SPBU Pucangsawit, Surakarta.

Jalur optimal yang diperoleh berdasarkan biaya operasional dan biaya menunggu lebih terukur dibandingkan dengan penelitian terdahulu yang hanya berdasarkan waktu menunggu pelanggan di dalam sistem yang lebih menguntungkan pelanggan, sedangkan bila menggunakan biaya operasional dan biaya menunggu *customer* maka hasil yang diperoleh lebih objektif dan juga dapat dibuktikan berdasarkan perhitungan.

## PENUTUP

### SIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan data pada pengolahan data dapat disimpulkan kedatangan kendaraan yang datang ke SPBU berdistribusi Poisson dengan arrival rate 0,3222 kendaraan per

menit. Waktu pelayanan kendaraan berdistribusi eksponensial dengan service rate 0,5384 menit per kendaraan.

Jumlah jalur yang sudah tersedia yaitu sebanyak 2 jalur sudah optimal. Banyaknya kendaraan yang sedang menunggu dalam sistem adalah sebanyak 0,05886 kendaraan/menit. Lama kendaraan menunggu dalam sistem juga yang sedang memperoleh pelayanan adalah selama 0,65735 kendaraan per menit. Waktu rata-rata mengantre kendaraan adalah selama 0,18268 menit per kendaraan. Waktu rata-rata menunggu dalam sistem kendaraan adalah selama 2,04004 menit per kendaraan.

## SARAN

Peningkatan dari kinerja dalam melayani *customer* sangat penting selama proses pengisian BBM di SPBU, maka saran yang dapat diberikan adalah dengan tidak menambah jalur fasilitas di SPBU Pucangsawit karena jalur yang sudah ada sudah optimal.

## DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik. (2021). *Perkembangan Jumlah Kendaraan Bermotor Menurut Jenis*. <https://jatim.bps.go.id/StaticTable/2021/09/04/2202/Rata-Rata-Upah-Gaji-Bersih-Sebulan-Pekerja-Formal-Menurut-Kabupaten-Kota-Dan-Lapangan-Pekerjaan-Utama-Rupiah-2020.html>
- Febi Firman Saputra, dkk. (2019). Analisis Metode Antrian Untuk Mengoptimalkan Pelayanan Server Pertamina-Pertalite Pada Spbu 34.451.61 Waled Cirebon. *Вестник Института Геологии Коми Научного Центра Уральского Отделения РАН*, 5 (293), 155-163.
- Hasan, I. (2011). Model Optimasi Pelayanan Nasabah Berdasarkan Metode Antrian (Queueing System). *Jurnal Keuangan Dan Perbankan*, 15(1), 151-158. [Http://jurnal.unmer.ac.id/index.php/jkdp/article/view/1009](http://jurnal.unmer.ac.id/index.php/jkdp/article/view/1009)
- Kakiay, T. J. (2004). *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata* (1st Ed.). Penerbit Andi.
- Koh, H. L., Teh, S. Y., Wong, C. K., Lim, H. K., & Migin, M. W. (2014). Improving Queueing Service At Mcdonald's. *Aip Conference Proceedings*, 1605(February 2015), 1073-1078. <https://doi.org/10.1063/1.4887740>
- Kopkar, S., Tiga, N., & Sunggal, J. L. (2015). Analisis Sistem Antrian pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar (SPBU) Kopkar Nusa Tiga Jl. Sunggal Medan. 14-34.
- Kusumaningtyas, Fikri, M. I., & Liquiddanu, E. (2018). Simulasi Antrian Pengisian Bahan Bakar di SPBU Pucangsawit. *Seminar Dan Konferensi Nasional Idec*, 1-11. <https://idec.ft.uns.ac.id/Wp-Content/uploads/2018/05/Id012.pdf>
- Kuswara, S. (2021). Model Optimasi Pencucian Mobil (Pribadi) Berdasarkan Metode Antrian (Queueing) di Perusahaan Jasa Pencucian Mobil "Sekneg Buana Motor Service" Kebon Nanas Tangerang. *Angewandte Chemie International Edition*, 6(11), 951-952.
- Manalu, C., & Palandeng, I. (2019). Analisis Sistem Antrian Sepeda Motor pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (Spbu) 74.951.02 Malalayang. *Jurnal EMBA: Jurnal Riset Ekonomi, Manajemen, Bisnis Dan Akuntansi*, 7(1), 551-560. <https://doi.org/10.35794/emba.v7i1.22444>
- Mehri, H., Djemel, T., Kammoun, H., & Sfax-tunisia, L. G. B. P. (2008). *Solving Of Waiting Lines Models In The Airport Using Queueing Theory Model And Linear Programming History: Laboratoire GIAD-FSEG-Sfax B.P.1081-3018 Sfax-TUNISIA*.
- Priyatno, B. (2009). Analisa Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Konsumsi Bahan Bakar Minyak pada Masyarakat di Surabaya. *Journal.Uwks.Ac.Id*.
- Sugito, A. H. (2013). Proses Antrian dengan Kedatangan Berdistribusi Poisson dan Pola Pelayanan Berdistribusi General. *Media Statistika*, 6(1), 51-60.
- Sugito, M. A. M. (2011). Distribusi Poisson Dan Distribusi Eksponensial Dalam Proses Stokastik. 19-24.
- Sule, O. K., & Ugboya, A. P. (2019). *Application Of Queueing Theory In Optimization Of Service Process , A Case Study Of Gt Plaza Fast Food*. 6(1), 9320-9327.
- Wati, R. (2017). Kelurahan Setiabudi Jakarta Selatan Dengan Waiting Line. *Jurnal Techno Nusa Mandiri*, 14(2), 15-20.