MATHunesa
Jurnal Ilmiah Matematika
e-ISSN : 2716-506X | p-ISSN : 2301-9115

Volume 09 No 01
Tahun 2021

STRUKTUR HIMPUNAN FUZZY GRAF INTUISIONISTIK

Farizkha Amalia Suryani
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya *e*-mail : farizkhasuryani16030214035@mhs.unesa.ac.id

Raden Sulaiman
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya *e*-mail : radensulaiman@unesa.ac.id

Abstrak

Struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik merupakan generalisasi dari intuisionistik fuzzy graf. Pada penelitian ini penulis akan menjelaskan tentang konsep dari struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik meliputi siklus fuzzy intuisionistik S_i, pohon fuzzy intuisionistik S_i, dan komplemen ϕ dengan diberikan beberapa contohnya. Dan juga akan dijelaskan komplemen ϕ pada struktur fuzzy graf yang saling melengkapi. Salah satunya yaitu komplemen yang saling melengkapi secara penuh kuat pada struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik. Dimana $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ dari $\dot{G}$ adalah komplemen yang saling melengkapi untuk permutasi ϕ. Maka, pada struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi penuh kuat.

Kata Kunci: Struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik, komplemen ϕ, komplemen yang saling melengkapi penuh kuat.

Abstract

The intuitionistic graph fuzzy set structure is a generalization of the intuitionistic fuzzy graph. In this articel, the writer will explain about the concept of intuitionistic graph fuzzy structure including intuitionistic fuzzy $S_i -$cycles, intuitionistic fuzzy $S_i -$trees and $\phi - complement$ with severals examples. And also will be explained in the the $\phi - complement$ of an intuitionistic fuzzy graf structure. One of them is the complement which is strong totally self complementary to the intuitionistic graph fuzzy set structure. Where $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ dari $\dot{G}$ is a self-complementary of ϕ is a permutation. We also define in intuitionistic graph fuzzy set structure, $\breve{G}_r$ is strong totally self complementary.

Keywords*: Intuitionistic Fuzzy Graf Structure; $\phi - complement$; strong totally self complementary.*

PENDAHULUAN

Teori graf adalah salah satu cabang matematika. Jurnal pertama tentang teori graf muncul pada tahun 1736 oleh matematikawan dari Swiss bernama Euler. Dari segi matematika, awalnya teori graf "kurang" signifikan, karena kebanyakan dipakai untuk memecahkan teka-teki (puzzle). Namun beberapa puluh tahun ini perkembangan teori graf sangat pesat. Salah satu alasannya adalah aplikasinya yang luas dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam berbagai ilmu seperti : ilmu komputer, teknik, sains, bahkan bisnis dan ilmu sosial (Budayasa, 2007).

Teori himpunan fuzzy dikemukakan oleh Zadeh pada tahun 1965 (Dubois & Prade, 2015). Himpunan fuzzy adalah perluasan dari himpunan klasik. Pada himpunan klasik fungsi keanggotaan suatu himpunan dinyatakan dengan nilai nol dan satu. Sedangkan, himpunan fuzzy memiliki fungsi keanggotaan suatu elemen pada himpunan tertutup [0,1] (Zimmermann, 1996). Seiring berjalannya waktu, dengan mengikuti perkembangan zaman, himpunan fuzzy juga mengalami perkembangan, salah satunya yaitu himpunan fuzzy intuisionistik.

Himpunan fuzzy intuisionistik adalah salah satu perkembangan dari teori himpunan fuzzy. Himpunan fuzzy intuisionistik dikemukakan oleh Krasimir T. Atanassov pada tahun 1986. Ada penambahan satu komponen, yaitu derajat nilai non-keanggotaan. Pada himpunan fuzzy intuisionistik derajat nilai fungsi keanggotaan dan non-keanggotaan dinyatakan sebagai selang nilai tertutup [0,1]. Dimana nantinya berguna untuk mengukur tingkat keraguan dalam suatu keputusan(Atanassov, 1999).

Perluasan dari teori graf dan himpunan fuzzy dikembangkan dan diperkenalkan pertama kali oleh Azriel Rosenfeld pada tahun 1975 disebut sebagai himpunan graf fuzzy. Kemudian Shannon dan Atanassov memperkenalkan konsep hubungan fuzzy intuisionistik dan fuzzy graf intuisionistik. Kemudian Parvathi dan Thilagavathi memeperkenalkan fuzzy graf intuisionistik pada tahun 2009. Kelebihan dari himpunan fuzzy intuisionistik dan teori graf adalah memberikan banyak peluang dalam problem untuk mengurangi biaya implementasi dan meningkatkan efisiensi. Struktur graf atau struktur graf umum, yang diperkenalkan oleh Sampathkumar pada tahun 2006, adalah generalisasi dari graf yang cukup bermanfaat dalam mempelajari struktur termasuk graf, graf bertanda tangan dan graf di mana setiap sisi diberi label atau diwarnai. Setiap grafik dapat diwakili oleh struktur grafik tetapi struktur grafik bukan hanya sebuah grafik. itu adalah pengelompokan tepi grafik, dalam hal grafik berwarna. Dinesh dan Ramakrishnan memperkenalkan pengertian tentang struktur grafik fuzzy dan membahas beberapa yang terkait (Dinesh T, 2011).

Dalam artikel ini akan dijelaskan beberapa konsep dan fundamentalnya karena pengaruh peningkatan himpunan fuzzy intuisionistik dan penggunaan khusus struktur grafik. Dan juga akan akan dijelaskan konsep dari struktur fuzzy graf intuisionistik. Jadi meliputi siklus fuzzy intuisionistik S_i, pohon fuzzy intuisionistik S_i, dan komplemen fuzzy intuisionistik ϕ. Dimana nantinya komplemen fuzzy intuisionistik ϕ pada struktur fuzzy graf intuisionistik akan dijelaskan tentang struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik saling melengkapi dan saling melengkapi kuat.

METODE

Bagian ini berisi teori-teori yang digunakan dalam landasan pembahasan penelitian:

DEFINISI 2.1

Sebuah graf G terdiri atas dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari obyek-obyek yang disebut titik G dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi G sedemikian hingga setiap elemen $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan titik-titik G (Himpunan $V(G)$ disebut himpunan titik G, dan himpunan $E(G)$ disebut himpunan sisi G).

Misalkan u dan v adalah dua titik di G dan $e=\{u,v\}$ adalah sisi di G, maka u dan v berhubungan langsung dan terkait satu sama lain. Sebuah graf G dapat direpresentasikan dalam bentuk diagram (gambar).

Setiap titik G digambarkan dengan noktah dan setiap sisi yang menghubungkan dua titik di G digambarkan dengan sebuah kurva sederhana (ruas garis) dengan titik-titik akhir di kedua titik tersebut (Budayasa, 2007).

DEFINISI 2.2

Misalkan, himpunan X adalah suatu himpunan tak kosong, maka himpunan fuzzy intuisionistik F di X didefinisikan :

$$F = \{\langle x, \mu_F(x), v_F(x)\rangle | x \epsilon X\} \quad (1)$$

Dengan $\mu_F(x): X \to [0,1]$ adalah derajat keanggotaan dari $x \in X$ pada himpunan F, $v_F(x): X \to [0,1]$ adalah derajat non-keanggotaan dari $x \in X$ pada himpunan F, μ_F dan v_F juga harus memenuhi syarat untuk semua $x \in X, \mu_F(x) + v_F(x) \leq 1$ (Atanassov, 1999).

DEFINISI 2.3

Relasi himpunan fuzzy intuisionistik dinotasikan $\tilde{\mathcal{R}}$ adalah himpunan semesta $X \times Y(\tilde{\mathcal{R}}(X \to Y)$ pada himpunan fuzzy intuisionistik dimana :

$$\tilde{\mathcal{R}} = \{\langle (x,y), \mu_{\tilde{\mathcal{R}}}(x,y), v_{\tilde{\mathcal{R}}}(x,y)\rangle | (x,y) \epsilon X \times Y\} \quad (2)$$

Dengan $\mu_{\tilde{\mathcal{R}}}(x,y)$ dan $v_{\tilde{\mathcal{R}}}(x,y)$: $X \times Y \to [0,1\ ]$ memenuhi relasi himpunan fuzzy intuisionistik $\tilde{\mathcal{R}}$ untuk semua $x, y \in X \times Y$, $\mu_{\tilde{\mathcal{R}}}(x,y) + v_{\tilde{\mathcal{R}}}(x,y) \leq 1$ (Atanassov, 1999).

DEFINISI 2.4

Misalkan $\dot{G} = (U, E_1, E_2, \dots, E_n)$ adalah struktur graf dan $v, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ adalah himpunan bagian fuzzy dari $\dot{G}$. Sedemikian sehingga di definisikan :

$$0 \leq \sigma_i(xy) \leq v(x) \wedge v(y), \quad (3)$$

untuk $x, y \in U$ dan $i = 1,2, \dots, n$

Maka, $G^* = (v, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ adalah struktur fuzzy graf dari $\dot{G}$ (Dinesh T, 2011).

DEFINISI 2.5

Misalkan $G^* = (v, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ adalah struktur fuzzy graf dari $\dot{G}$. Maka $A = (v, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ adalah fuzzy parsial struktur subgraf merentang dari G^* jika $\omega_i \subseteq \sigma_i$, untuk $i = 1,2, \dots, n$ (Dinesh T, 2011).

DEFINISI 2.6

Misalkan $\dot{G}$ adalah struktur graf dan G^* merupakan struktur fuzzy graf dari $\dot{G}$. Karena $\sigma_i(xy) \leq v(x) \wedge v(y)$ dimana $xy \in supp\ (\sigma_i)$, $xy \in supp\ (v)$ maka xy disebut tepi σ_i dari G^* (Richter, 1997).

DEFINISI 2.7

$G^* = (v, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ disebut siklus/sirkuit fuzzy jika dan hanya jika (supp (v) , supp(σ_1),supp(σ_2),...,supp(σ_n)) adalah siklus E_i dan xy tidak ada yang unik pada supp(σ_1) sehingga :

$$\sigma_i(xy) = \wedge \{\sigma_i(uv) | uv \in supp(\sigma_i)\} \quad (4)$$

(Dinesh T, 2011).

DEFINISI 2.8

$G^* = (v, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ dikatakan pohon fuzzy-σ_i jika memiliki fuzzy parsial struktur subgraf merentang, maka $\breve{A}_i = (v, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ adalah pohon ω_i untuk semua tepi σ_i tidak ada pada $\breve{A}_i$, $\sigma_i(xy) < \omega_i^\infty(xy)$ (Dinesh T, 2011).

HASIL DAN PEMBAHASAN

DEFINISI 3.1

$\dot{G} = (U, E_1, E_2, \dots, E_I)$ adalah sebuah struktur graf pada himpunan U yang tidak kosong dengan$\{E_i : i = 1, 2, \dots, n\}$. Maka struktur himpunan fuzzy graf intuisionistiknya himpunan U adalah:

$$\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n) \quad (5)$$

Dengan syarat :

(a) Himpunan fuzzy intuisionistik di U dengan $\mu_F(x) : U \to [0,1]$ menunjukan derajat keanggotaan dan $v_F(x) : U \to [0,1]$ derajat non-keanggotaan $x \in U$, memenuhi syarat untuk semua $x \in U$:

$$0 \leq \mu_F(x) + v_F(x) \leq 1 \quad (6)$$

(b) S_i adalah himpunan fuzzy intuisionistik dari E_i sehingga fungsinya $\mu_{S_i}(x) : E_i \to [0,1]$ dan $v_{S_i}(x) : E_i \to [0,1]$ di definisikan sebagai

$$\mu_{S_i}(xy) \leq \mu_F(x) \wedge \mu_F(y)$$
$$v_{S_i}(xy) \leq v_F(x) \vee v_F(y) \quad (7)$$

Dan

$$0 \leq \mu_S(xy) + v_{S_i}(xy) \leq 1, \quad (8)$$

untuk semua $xy \in E_i \subset U \times U, i = 1, 2, \dots, n$ (Atanassov, 1999).

CONTOH 3.1

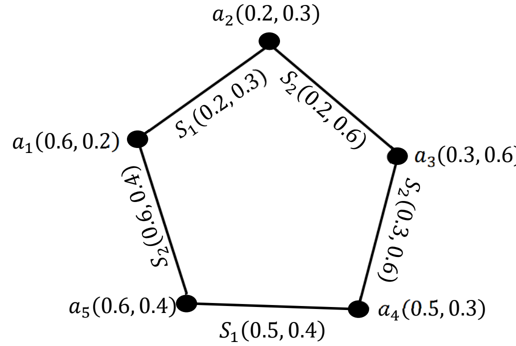
$\dot{G} = (U, E_1, E_2)$ merupakan struktur graf dari

$$U = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\},$$
$$E_1 = \{a_1a_2, a_4a_5\}\ dan$$
$$E_2 = \{a_2a_3, a_3a_4, a_5a_1\}$$

Misalkan F, S_1 dan S_2 adalah himpunan bagian fuzzy intuisionistik dari masing-masing U, E_1 dan E_2, sehingga

$$F = \left\{ \begin{matrix} (a_1, 0.6, 0.2), (a_2, 0.2, 0.3), \\ (a_3, 0.3, 0.6), (a_4, 0.5, 0.3), (a_5, 0.6, 0.4) \end{matrix} \right\},$$
$$S_1 = \{(a_1a_2, 0.2, 0.3), (a_4a_5, 0.5, 0.4)\}, dan$$
$$S_2 = \{(a_2a_3, 0.2, 0.6), (a_3a_4, 0.3, 0.6), (a_5a_1, 0.6, 0.4)\}.$$

Seperti gambar 1 $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2)$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik dari $\dot{G}$



Gambar 1. Struktur Himpunan Fuzzy Graf Intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2)$

DEFINISI 3.2

Jalur S_i adalah urutan simpul yang berbeda $a_1, a_2, \dots a_n$. Misalkan $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik pada himpunan U, jika ada tepi S_i antara dua vertikal x dan y dari U, maka salah satu kondisi dibawah ini harus terpenuhi :

(i) $\mu_{S_i}(xy) > 0$ dan $v_{S_i}(xy) > 0$

(ii) $\mu_{S_i}(xy) > 0$ dan $v_{S_i}(xy) = 0$

(iii) $\mu_{S_i}(xy) = 0$ dan $v_{S_i}(xy) > 0$

Untuk beberapa $i = 1,2, \dots, n$ (Karunambigai, Rangasamy, Atanassov, & Palaniappan, 2007).

DEFINISI 3.3

S_i yang kuat adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ pada himpunan U, jika untuk semua xy tepi S_i

$$\mu_{S_i}(xy) = \mu_F(x) \wedge \mu_F(y), v_{S_i}(xy) = v_F(x) \vee v_F(y) \quad (9)$$

Untuk $i \in \{1,2,3, \dots, n\}$ (Karunambigai, Rangasamy, Atanassov, & Palaniappan, 2007).

CONTOH 3.3

Diberikan struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\dot{G} = (U, E_1, E_2)$, seperti gambar 1.

Sehingga, a_1a_2, a_4a_5 adalah tepi S_1 dan $a_2a_3, a_3a_{4,}a_5a_1$ adalah tepi S_2.

DEFINISI 3.4

Struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ dikatakan kuat jika S_i kuat $\forall i \in \{1,2,3, \dots, n\}$.

DEFINISI 3.5

Struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ adalah fuzzy siklus S_i jika $\dot{G} = (U, E_1, E_2, \dots, E_n)$ adalah fuzzy siklus E_i.

DEFINISI 3.6

Struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ adalah fuzzy siklus S_i, jika memenuhi :

(a) Fuzzy siklus S_i adalah $\breve{G}_r$;

(b) Tidak ada tq dari tepi S_i yang unik untuk $\breve{G}_r$, seperti $\mu_{S_i}(tq) = \min\{\mu_{S_i}(xy) : xy \in E_i = supp\ (S_i)\}$ atau $v_{S_i}(tq) = \max\{v_{S_i}(xy) : xy \in E_i = supp\ (S_i)\}$.

(Karunambigai, Rangasamy, Atanassov, & Palaniappan, 2007).

DEFINISI 3.7

$\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\dot{G} = (U, E_1, E_2, \dots, E_n)$. Dan ϕ sebagai permutasi dari himpunan $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ dan permutasi yang sesuai dari $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$, $\phi(S_i) = S_j$ jika $\phi(E_i) = E_j\ \forall i$.

Jika $xy \in S_k$ untuk suatu k dan

$$\begin{aligned}\mu_{S_i^\phi}(xy) &= \mu_F(x) \wedge \mu_F(y) - \textstyle\bigvee_{j\neq i} \mu_{\phi S_j}(xy),\\ v_{S_i}^{\phi}(xy) &= v_F(x) \vee v_F(y) - \textstyle\bigvee_{j\neq i} v_{\phi S_j}(xy),\end{aligned} \quad (10)$$

$i = 1,2, \dots, n, xy \in S_m^\phi$, m terpilih sedemikian rupa dari $\mu_{S_m^\phi}(xy) \geq \mu_{S_i^\phi}(xy)$ dan $v_{S_m^\phi}(xy) \geq v_{S_i^\phi}(xy)\ \forall i$.

Jadi struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $(F, S_1^\phi, S_2^\phi, \dots, S_n^\phi)$ yang dilambangkan $\breve{G}_r^{\phi A}$, dapat disebut komplemen- ϕ struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik (Bansal & Sharma, 2017).

TEOREMA 3.1

Jika $\phi(\mathrm{i}) = \mathrm{z}$, untuk semua tepi S_z pada struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r$ menjadi tepi S_z^ϕ pada $\breve{G}_r^{\phi A}$. Maka komplemen- ϕ dari struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik selalu kuat.

Bukti :

Seperti definisi 3.7 bahwa $\breve{G}_r$ adalah komplemen- ϕ dari $\breve{G}_r^{\phi A}$, $xy \in S_z$, maka untuk setiap xy tepi S_i^ϕ, nilai maksimum dari $\mu_{S_i}^\phi$ dan $v_{S_i}^\phi$ adalah

$$\mu_{S_i}^\phi = [\mu_F(x) \wedge \mu_F(y)] - \textstyle\bigvee_{j\neq i} \mu_\phi S_j(xy)$$
$$\mu_{S_i}^\phi = \mu_F(x) \wedge \mu_F(y)$$

Dan

$$v_{S_i}^\phi = [v_F(x) \vee v_F(y)] - \textstyle\bigvee_{j\neq i} v_\phi S_j(xy)$$
$$v_{S_i}^\phi = v_F(x) \vee v_F(y)$$

Untuk $\breve{G}_r^{\phi A}$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik yang selalu kuat.

Misalkan $\phi(\mathrm{i}) = \mathrm{z}$, untuk semua tepi S_z pada struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r$ dengan $r \neq z$ maka $S_i \neq S_r$ didapatkan

$$\textstyle\bigvee_{j\neq i} \mu_\phi S_j(xy) = 0 \quad , \quad \bigvee_{j\neq i} v_\phi S_j(xy) = 0$$

Maka,

$$\mu_{S_i}^\phi = [\mu_F(x) \wedge \mu_F(y)] - \textstyle\bigvee_{j\neq i} \mu_\phi S_j(xy)$$
$$\mu_{S_i}^\phi = [\mu_F(x) \wedge \mu_F(y)] - 0$$

Dan,

$$v_{S_i}^\phi = [v_F(x) \vee v_F(y)] - \textstyle\bigvee_{j\neq i} v_\phi S_j(xy)$$
$$v_{S_i}^\phi = [v_F(x) \vee v_F(y)] - 0$$

Karena tidak mungkin $S_r = \phi S_j$ untuk $j \in \{1,2, \dots, i-1, i+1, \dots, n\}$ maka permisalan salah. Sehingga dapat disimpulkan bahwa jika $\phi(\mathrm{i}) = \mathrm{z}$, untuk semua tepi S_z pada struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r$ menjadi tepi S_z^ϕ pada $\breve{G}_r^{\phi A}$ untuk $z, i \in \{1,2, \dots, n\}$ ∎

CONTOH 3.3

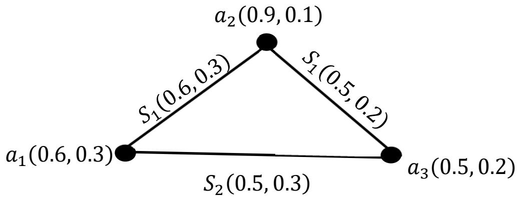
Misal struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2)$. Diberikan $\dot{G} = (U, E_1, E_2)$ menjadi struktur graf sehingga

$$U = \{a_1, a_2, a_3\}$$
$$E_1 = \{a_1a_2, a_2a_3\}\ dan$$
$$E_2 = \{a_1a_3\}$$

Misalkan F, S_1 dan S_2 adalah himpunan bagian fuzzy intuisionistik dari masing-masing U, E_1 dan E_2, sehingga

$$F = \left\{\begin{matrix}(a_1, 0.6, 0.3), (a_2, 0.9, 0.1), \\ (a_3, 0.5, 0.2)\end{matrix}\right\},$$
$$S_1 = \{(a_1a_2, 0.6, 0.3), (a_2a_3, 0.5, 0.2)\}, dan$$
$$S_2 = \{(a_1a_3, 0.5, 0.3)\}.$$

Seperti gambar 2 $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2)$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik dari $\dot{G}$



Gambar 2. Struktur Himpunan Fuzzy Graf Intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2)$

Diberikan ϕ sebagai permutasi pada himpunan $\{S_1, S_2\}$ dengan $\phi(S_1) = S_2$ dan $\phi(S_2) = S_1$ sehingga,

Untuk $a_1a_2 \in S_1$

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \wedge \mu_F(a_2)] - \bigvee_{j \neq i} \mu_{\phi} S_j(a_1a_2)$

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \wedge \mu_F(a_2)] - \mu_{\phi} S_2(a_1a_2)$

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \wedge \mu_F(a_2)] - \mu_{S_1}(a_1a_2)$

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [0.6 \wedge 0.9] - 0.6$

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = 0.6 - 0.6 = 0.0$ dan

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [v_F(a_1) \vee v_F(a_2)] - \bigvee_{j \neq i} v_{\phi} S_j(a_1a_2)$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \vee \mu_F(a_2)] - v_{\phi} S_2(a_1a_2)$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \vee \mu_F(a_2)] - v_{S_1}(a_1a_2)$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [0.3 \vee 0.1] - 0.3$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = 0.3 - 0.3 = 0.0$;

$\mu_{S_2}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \wedge \mu_F(a_2)] - \bigvee_{j \neq i} \mu_{\phi} S_j(a_1a_2)$

$\mu_{S_2}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \wedge \mu_F(a_2)] - \mu_{\phi} S_1(a_1a_2)$

$\mu_{S_2}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \wedge \mu_F(a_2)] - \mu_{S_2}(a_1a_2)$

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [0.6 \wedge 0.9] - 0.0$

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = 0.6 - 0.0 = 0.6$ dan

$v_{S_2}^{\phi}(a_1a_2) = [v_F(a_1) \vee v_F(a_2)] - \bigvee_{j \neq i} v_{\phi} S_j(a_1a_2)$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \vee \mu_F(a_2)] - v_{\phi} S_2(a_1a_2)$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [\mu_F(a_1) \vee \mu_F(a_2)] - v_{S_2}(a_1a_2)$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = [0.3 \vee 0.1] - 0.0$

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = 0.3 - 0.0 = 0.3$;

Maka,

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = 0 < 0.6 = \mu_{S_2}^{\phi}(a_1a_2)$ dan

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_2) = 0 < 0.6 = v_{S_2}^{\phi}(a_1a_2)$. Jadi, $a_1a_2 \in S_2^{\phi}$

Dengan cara yang sama untuk $a_2a_3 \in S_1$,

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_2a_3) = 0$; $v_{S_1}^{\phi}(a_2a_3) = 0.0$ dan

$\mu_{S_2}^{\phi}(a_2a_3) = 0.5$; $v_{S_2}^{\phi}(a_2a_3) = 0.2$

Maka,

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_2a_3) = 0 < 0.5 = \mu_{S_2}^{\phi}(a_2a_3)$ dan

$v_{S_1}^{\phi}(a_2a_3) = 0 < 0.2 = v_{S_2}^{\phi}(a_2a_3)$. Jadi, $a_2a_3 \in S_2^{\phi}$

Dan dengan cara yang sama untuk $a_1a_3 \in S_2$,

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_3) = 0.5$; $v_{S_1}^{\phi}(a_1a_3) = 0.3$ dan

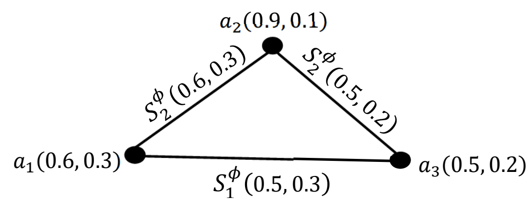
$\mu_{S_2}^{\phi}(a_1a_3) = 0.0$; $v_{S_2}^{\phi}(a_1a_3) = 0.0$

Maka,

$\mu_{S_1}^{\phi}(a_1a_3) = 0.5 > 0 = \mu_{S_2}^{\phi}(a_1a_3)$ dan

$v_{S_1}^{\phi}(a_1a_3) = 0.3 > 0 = v_{S_2}^{\phi}(a_1a_3)$. Jadi, $a_1a_3 \in S_1^{\phi}$

Sehingga didapatkan $S_1^{\phi} = \{(a_1a_3, 0.5, 0.3)\}$ dan $S_2^{\phi} = \{(a_1a_2, 0.6, 0.3), (a_2a_3, 0.5, 0.2)\}$ dan $\breve{G}_r^{\phi A} = (F, S_1^{\phi}, S_2^{\phi})$ yang ditunjukkan seperti gambar 3 dimana komplemen- ϕ dari $\breve{G}_r$.



Gambar 3. Struktur Himpunan Fuzzy Graf Intuisionistik $\breve{G}_r^{\phi A} = (F, S_1^{\phi}, S_2^{\phi})$

DEFINISI 3.8

$\breve{G}_r$ adalah koplemen yang saling melengkapi jika struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \ldots, S_n)$ dan ϕ sebagai permutasi pada himpunan {1,2,3,...,n}. Sehingga,

(i) $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi, jika isomorfik pada $\breve{G}_r^{\phi A}$, komplemen- ϕ pada $\breve{G}_r$,

(ii) $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi kuat, jika identik pada $\breve{G}_r^{\phi A}$,

(iii) $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi penuh, jika isomorfik pada $\breve{G}_r^{\phi A}$, komplemen- ϕ pada $\breve{G}_r$, untuk semua permutasi ϕ pada himpunan {1,2,...,n},

(iv) $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi penuh kuat, jika identik pada $\breve{G}_r^{\phi A}$, komplemen- ϕ pada $\breve{G}_r$, untuk semua permutasi ϕ pada himpunan {1,2,...,n}

(Bansal & Sharma, 2017).

TEOREMA 3.2

$\breve{G}_r$ komplemen yang saling melengkapi penuh jika dan hanya jika $\breve{G}_r$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik kuat.

Bukti :

Diberikan $\breve{G}_r$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik kuat dan permutasi ϕ sebarang pada himpunan {1,2,...,n}. Jika $\phi^{-1}(i) = j$ maka dari teorema 3.1, kita memiliki $\breve{G}_r^{\phi A}$ yang kuat, sehingga

$\mu_{S_i}(g_1g_2) = \mu_F(g_1) \wedge \mu_F(g_2) = \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2)$,

$v_{S_i}(g_1g_2) = v_F(g_1) \vee v_F(g_2) = v_{S_j^\phi}(g_1g_2)$.

Sehingga $\breve{G}_r$ isomorfik untuk $\breve{G}_r^{\phi A}$, dibawah identitas pemetaan $h: U \to U$ dan permutasi ϕ $[\phi^{-1}(i) = j, i, j = 1,2, \dots, n]$ maka

$\mu_F(g) = \mu_F(h(g)), v_F(g) = v_F(h(g)), \forall\, g \in U$

Dan

$\mu_{S_i}(g_1g_2) = \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2) = \mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2))$,

$v_{S_i}(g_1g_2) = v_{S_j^\phi}(g_1g_2) = v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2))$,

$\forall g_1g_2 \in E_i$ dan j=1,2,3,...,n

Dari definisi komplemen- ϕ dan isomorfik, maka

$$\mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) = \mu_F(h(g_1)) \bigwedge \mu_F(h(g_2)) - \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)),$$

$$v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) = v_F(h(g_1)) \bigvee v_F(h(g_2)) - \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)).$$

Sehingga didapatkan,

$\Leftrightarrow$

$$\sum_{g_1\neq g_2} \mu_{S_i}(g_1g_2) = \sum_{g_1\neq g_2} (\mu_F(g_1) \bigwedge \mu_F(g_2)) - \sum_{g_1\neq g_2} \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)),$$

$$\sum_{g_1\neq g_2} v_{S_i}(g_1g_2) = \sum_{g_1\neq g_2} (v_F(g_1) \bigvee v_F(g_2)) - \sum_{g_1\neq g_2} \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)).$$

$\Leftrightarrow$

$$\sum_{g_1\neq g_2} \mu_{S_i}(g_1g_2) = \sum_{g_1\neq g_2} (\mu_F(g_1) \bigwedge \mu_F(g_2)) - \sum_{g_1\neq g_2} \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2),$$

$$\sum_{g_1\neq g_2} v_{S_i}(g_1g_2) = \sum_{g_1\neq g_2} (v_F(g_1) \bigvee v_F(g_2)) - \sum_{g_1\neq g_2} \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(g_1g_2).$$

$\Leftrightarrow$

$$\sum_{g_1\neq g_2} \mu_{S_i}(g_1g_2) + \sum_{g_1\neq g_2} \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2) = \sum_{g_1\neq g_2} (\mu_F(g_1) \bigwedge \mu_F(g_2)),$$

$$\sum_{g_1\neq g_2} v_{S_i}(g_1g_2) + \sum_{g_1\neq g_2} \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(g_1g_2) = \sum_{g_1\neq g_2} (v_F(g_1) \bigvee v_F(g_2)).$$

$\Leftrightarrow$

$\mu_{S_i}(g_1g_2) = \mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) =$
$\mu_F(h(g_1)) \wedge \mu_F(h(g_2)) = \mu_F(g_1) \wedge \mu_F(g_2)$, dan

$v_{S_i}(g_1g_2) = v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) =$
$v_F(h(g_1)) \vee v_F(h(g_2)) = v_F(g_1) \vee v_F(g_2)$.

$\forall g_1g_2 \in E_i$ dan i=1,2,3,...,n

Maka, $\breve{G}_r$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik kuat . ■

TEOREMA 3.3

Jika struktur graf $\dot{G} = (U, E_1, E_2, \dots, E_n)$ adalah komplemen yang saling melengkapi penuh dan F adalah himpunan fuzzy intuisionistik dari U dengan pemetaan konstan fuzzy μ_F dan v_F maka struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ dari $\dot{G}$ adalah komplemen yang saling melengkapi penuh kuat.

Bukti :

Mempertimbangkan dari struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik kuat $\breve{G}_r = (F, S_1, S_2, \dots, S_n)$ dari struktur graf $\dot{G} = (U, E_1, E_2, \dots, E_n)$. Maka $\dot{G}$ adalah komplemen yang saling melengkapi penuh kuat untuk ϕ permutasi pada himpunan {1,2,....,n}.

Dari identitas pemetaan, misal $h: U \to U$, maka

$\mu_F(g) = \mu_F(h(g)), v_F(g) = v_F(h(g)), \forall\, g \in U$

Dari definisi komplemen- ϕ dari struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik kita memiliki,

$\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned}
&\mu_{S_i^\phi}(h(g_1)h(g_2)) \\
&= \mu_F(h(g_1)) \bigwedge \mu_F(h(g_2)) - \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) \\
&= \mu_F(h(g_1)) \bigwedge \mu_F(h(g_2)) - \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2) \\
&= \left(\mu_{S_i}(g_1g_2) + \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2)\right) - \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2) \\
&= \mu_{S_i}(g_1g_2), \text{ dan}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&v_{S_i^\phi}(h(g_1)h(g_2)) \\
&= v_F(h(g_1)) \bigvee v_F(h(g_2)) - \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) \\
&= v_F(h(g_1)) \bigvee v_F(h(g_2)) - \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(g_1g_2)
\end{aligned}$$

$$= \left(v_{S_i}(g_1g_2) + \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(g_1g_2) \right) - \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(g_1g_2)$$

$= v_{S_i}(g_1g_2)$.

Sehingga $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi untuk permutasi ϕ. Maka, pada struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik, jika $\forall g_1g_2 \in S_i$,

$\Leftrightarrow$

$$\mu_{S_i}(g_1g_2) + \sum_{j\neq i} \mu_{S_j^\phi}(g_1g_2) = \mu_F(h(g_1)) \bigwedge \mu_F(h(g_2)),$$

$$v_{S_i}(g_1g_2) + \sum_{j\neq i} v_{S_j^\phi}(g_1g_2) = v_F(h(g_1)) \bigvee v_F(h(g_2)).$$

$\Leftrightarrow$

$\mu_{S_i}(g_1g_2) = \mu_F(g_1) \wedge \mu_F(g_2) =$
$\mu_F(h(g_1)) \wedge \mu_F(h(g_2)) = \mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2))$, dan

$v_{S_i}(g_1g_2) = v_F(g_1) \vee v_F(g_2) =$
$v_F(h(g_1)) \vee v_F(h(g_2)) = v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2))$.

$\forall g_1g_2 \in S_i$ dan i=1,2,3,...,n

Karena diketahui $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi kuat, maka $\breve{G}_r$ komplemen yang saling melengkapi penuh kuat. ∎

PENUTUP

SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan sebelumnya diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. $G^* = (v, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ disebut siklus/sirkuit fuzzy jika dan hanya jika (supp (v) , supp(σ_1),supp(σ_2),...,supp(σ_n)) adalah siklus E_i dan xy tidak ada yang unik pada supp(σ_1) sehingga :

   $\sigma_i(xy) = \wedge \{\sigma_i(uv) | uv \in supp(\sigma_i)\}$
2. $G^* = (v, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ dikatakan pohon fuzzy-σ_i jika memiliki fuzzy parsial struktur subgraf merentang, maka $\breve{A}_i = (v, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ adalah pohon ω_i untuk semua tepi σ_i tidak ada pada $\breve{A}_i$, $\sigma_i(xy) < \omega_i^\infty(xy)$
3. Jika ϕ(i) = z , untuk semua tepi S_z pada struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik $\breve{G}_r$ menjadi tepi S_z^ϕ pada $\breve{G}_r^{\phi A}$. Maka komplemen- ϕ dari struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik selalu kuat.
4. $\breve{G}_r$ komplemen yang saling melengkapi penuh jika dan hanya jika $\breve{G}_r$ adalah struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik kuat.
5. Dari definisi komplemen- ϕ dari struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik kita memiliki,

   $\Leftrightarrow$

   $\mu_{S_i}(g_1g_2) = \mu_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) =$

   $\mu_F(h(g_1)) \wedge \mu_F(h(g_2)) = \mu_F(g_1) \wedge \mu_F(g_2)$, dan

   $\Leftrightarrow$

   $v_{S_i}(g_1g_2) = v_{S_j^\phi}(h(g_1)h(g_2)) =$

   $v_F(h(g_1)) \vee v_F(h(g_2)) = v_F(g_1) \vee v_F(g_2)$.

   $\forall g_1g_2 \in E_i$ dan i=1,2,3,...,n

   Adalah $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi kuat.

   Karena diketahui $\breve{G}_r$ adalah komplemen yang saling melengkapi kuat, maka $\breve{G}_r$ komplemen yang saling melengkapi penuh kuat, sebab ϕ berubah-ubah.

SARAN

Dalam penelitian ini telah dibahas mengenai struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik. Dimana didalamnya membahas tentang struktur himpunan fuzzy graf intuisionistik yang kuat dengan salah satu metodenya menggunakan komplemen- ϕ . Pembahasan dari penelitian ini masih sederhana dan penulis berharap agar penelitian berikutnya dapat lebih disempurnakan serta dapat mengembangkan penelitian ini. Salah satunya yaitu pada pengembangan teori tentang komplemen dari himpunan fuzzy graf intuisionistik.

DAFTAR PUSTAKA

Atanassov, K. T. (1999). *Intuitionistic Fuzzy Sets Studies in Fuzziness and Soft Computing*.

Bansal, V., & Sharma, P. K. (2017). \phi-Complement of intuitionistic fuzzy graph structure. *International Mathematical Forum*, *12*(February), 241–250. https://doi.org/10.12988/imf.2017.612171

Budayasa, I. K. (2007). *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University Press.

Dinesh T. (2011). *A STUDY ON GRAPH STRUCTURES , INCIDENCE ALGEBRAS AND*. (June), 2011.

Dubois, D., & Prade, H. (2015). The first steps in fuzzy set theory in France forty years ago (and before) ∗. *24eme Conference Francophone Sur La Logique Floue et Ses Applications (LFA 2015)*, *2015*(November).

Karunambigai, M. G., Rangasamy, P., Atanassov, K., & Palaniappan, N. (2007). An intuitionistic fuzzy graph method for finding the shortest paths in networks. *Advances in Soft Computing*, *42*, 3–10. https://doi.org/10.1007/978-3-540-72434-6_1

Richter, L. (1997). *Informatics and Computer Science*. *3*(x), 1–3.

Zimmermann, H. . (1996). *Fuzzy Set Theory and Its Applications*.