DEKOMPOSISI BINTANG LINIER GRAPH LOBSTER

Mulaikah
Matematika,Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya,
E-mail: iechanabiel@yahoo.com

Prof.I Ketut Budayasa, Ph.D
Matematika,Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya,
E-mail: Ketutbudayasa@ymail.com

Abstrak

Dekomposisi suatu graph Misalkan $G = (V, E)$ sebuah graph terhubung sederhana dengan n titik dan m sisi . Jika $G_1, G_2, .., G_p$ adalah graph bagian terhubung dari G yang saling lepas sisi dengan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup ...... \cup E(G_p)$, maka $G_1, G_2, .., G_p$ dikatakan sebuah dekomposisi dari G. Dekomposisi $(G_1, G_2, G_3, ... G_p)$ dari G dikatakan Dekomposisi Linier (DL) atau Dekomposisi Aritmatika jika $|E(G_i)| = a + (i-1)d$ untuk setiap $i = 1,2,3 \ldots \ldots \ldots p$ dan $a, d \in Z$. Jelas $m = \frac{p}{2}[2a + (p-1)d]$. Jika $a = 1$ dan $d = 1$, maka $m = \frac{p(p+1)}{2}$. Sehingga, Dekomposisi Linier merupakan sebuah Dekomposisi Monoton Kontinu (DMK) berupa barisan segitiga. Jika $a = 1$ dan $d = 2$ maka $|E(G_i)| = 1 + 2(i-1) = 2i - 1, \forall i, 1 \le i \le p$. Sehingga, banyak sisi dari $(G_1, G_2, G_3, ... G_p)$ adalah barisan p bilangan ganjil pertama. Akibatnya, $|E(G_i)| = m = p^2$. Dekomposisi Bintang Linier Graph Lobster akan menghasilkan suatu graph bagian baru yakni graph bintang dengan beberapa teorema yang berdasarkan diameter graph Lobster.

Kata kunci: Dekomposisi Graph, Dekomposisi Monoton Kontinu, Dekomposisi Linier (DL) Dekomposisi Bintang Linier (DBL).

Abstract

Decomposition of Graph, Let $G = (V, E)$ be a simple connected graph with n vertices and m edges. If $(G_1, G_2, G_3, ... G_p)$ are connected edge disjoint subgraphs of G with $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup ...... \cup E(G_p)$ then $G_1, G_2, .., G_p$ is said to be a decomposition of G. A decomposition $(G_1, G_2, G_3, ... G_p)$ of G is said to be G is said to be a Linear Decomposition (LD) or Arithmetic decomposition if $|E(G_i)| = a + (i-1)d$ for every $i = 1,2,3 \ldots \ldots \ldots p$ and $a, d \in Z$. Clearly $m = \frac{p}{2}[2a + (p-1)d]$. If $a = 1$ and $d = 1$ then $m = \frac{p(p+1)}{2}$ That is, Linier Decompositin is a continuous monotonic decomposition (CMD) If $a = 1$ and $d = 2$ then $|E(G_i)| = 1 + 2(i-1) = 2i - 1, \forall i, 1 \le i \le p$. That is, the number of edges of $(G_1, G_2, G_3, ... G_p)$ is a row of p is the first odd numbers. So, $|E(G_i)| = m = p^2$. Here after we consider the edge disjoint sub graphs of G as $(G_1, G_3, G_5, ... G_{(2p-1)})$. Linier Star decomposition of Lobster will resulting new subgraph as a star graph with several theorems on based diameter of Lobster.

Keywords : Decomposition of Graph, Continuous Monotonic Decomposition, Linear Decomposition (LD), Linear Star Decomposition (LSD)

I. PENDAHULUAN

Teori graph merupakan cabang ilmu matematika yang memiliki peranan penting dalam pengembangan ilmu matematika. Hal ini terbukti dengan banyaknya penyelesaian masalah dengan menggunakan graph. Dengan merepresentasikan persoalan ke dalam bentuk graph, maka persoalan dapat dijelaskan secara lebih sederhana. Pada abad ke-18, Euler memperkenalkan dasar pengembangan teori graph. Pada saat itu di kota Koningsberg, terdapat suatu sungai yang membelah kota menjadi empat daratan yang terpisah. Daratan tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Warga kota tersebut ingin melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat awal. Euler membuktikan, dengan menggunakan suatu bentuk representasi tertentu, bahwa hal itu tidak mungkin. Bentuk representasi itu berkembang menjadi teori graph yang kita kenal saat ini (Douglas B.West, 2001).

Terdapat banyak jenis graph. Salah satu jenis graph yang jarang dibahas adalah graph lobster. Graph lobster adalah graph pohon yang setiap *vertex*nya memiliki jarak paling banyak *t* dari lintasan utama, dengan *t* adalah suatu bilangan bulat positif.Untuk menyusun suatu graph tehubung ada beberapa bagian subgraph dengan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \ldots\ldots \cup E(G_p)$, maka $(G_1, G_2, \ldots, G_p)$ dikatakan dekomposisi G. Dekomposisi A $(G_1, G_2, \ldots, G_p)$ dari G dikatakan Dekomposisi Linear (LD) atau dekomposisi Aritmatika jika | E (G_i) | = a + (i- 1) d , untuk setiap i = 1 , 2 , 3 , ... , p dan a,d ∈ Z.

II. KAJIAN TEORI

2.2 Graph Lobster dan Dekomposisi Linier Graph.

Istilah Lobster digunakan untuk menunjukkan salah satu suatu particular polyamond atau suatu kelas pada pohon. Ketika menunjukkan pohon, graph lobster adalah suatu pohon yang mempunyai penghapusan terhadap daun-daun pada graph *Caterpillar***.**

Definisi 2.6.1

Sebuah titik di graph G berhubungan langsung ke $\boldsymbol{k}$ titik yang berderajat 1 pada graph G adalah *k-support*. 1-*support* sederhana disebut *support.*

Definsi 2.6.2

Misalkan titik u adalah titik yang berderajat lebih besar atau sama dengan 3 maka titik u adalah titik-simpang (*junction).*

Definisi 2.7.1

Graph *Lobster* adalah graph yang apabila dihapus semua titik berderajat satu menghasilkan graph *Caterpillar*.

Definisi 2.8.1

Misalkan $G = (V, E)$ sebuah graph terhubung sederhana dengan n titik dan m sisi . Jika $G_1, G_2, .., G_p$ adalah graph bagian terhubung dari G yang saling lepas sisi dengan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \ldots\ldots \cup E(G_p)$, maka $G_1, G_2, .., G_p$ dikatakan sebuah dekomposisi dari G.

Definisi 2.8.2

Sebuah Dekomposisi G_1 , G_2 , ... , G_p dari G dikatakan Dekomposisi monoton kontinu (DMK) jika | E (G_i) | = i, untuk setiap $i = 1, 2, 3, \ldots, p$.Jelas bahwa, $m = \frac{p\,(p+1)}{2}$. Dengan m adalah banyaknya sisi Graph G.

III. PEMBAHASAN

3.1 Dekomposisi Linier Graph

Definisi 3.1.1

Sebuah Dekomposisi $(G_1, G_2, G_3, \ldots\ldots G_p)$ dari G dikatakan Dekomposisi Linier (DL) atau Dekomposisi Aritmatika jika $|E(G_i)| = a + (i-1)d$ untuk setiap $i = 1,2,3 \ldots\ldots\ldots p$ dan $a, d \in Z$. Jelas $m = \frac{p}{2}\,[\,2a + (p-1)d]$.

Dalam dekomposisi linier suatu graph G, a merupakan suatu graph bagian dari graph G yang pertama, konstanta d adalah selisih atau beda dari graph bagian yang berurutan. Sedangkan m adalah banyaknya sisi dari graph bagian G.

3.2 Dekomposisi Bintang Linier Graph Lobster

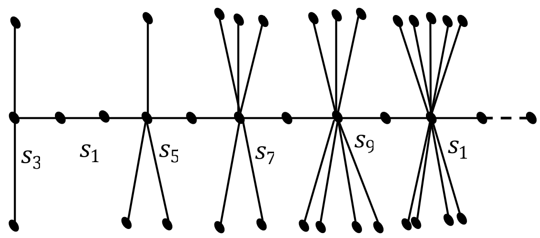
Definisi 3.2.1

Sebuah dekomposisi linier $(G_1, G_3, G_5, \ldots, G_{(2p-1)})$ di mana setiap $G_{(2i-1)}$ adalah sebuah graph Bintang dikatakan Dekomposisi Bintang Linear (DBL).

Teorema 3.2.3

Misalkan L graph *Lobster* dengan diameter L = $2p - 1$ dan banyak sisi adalah p^2. Graph *Lobster* L dapat didekomposisi bintang linier (DBL) $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ dengan titik awal atau titik akhir S_1 terletak didalam lintasan terpanjang P di graph L jika dan hanya jika :

i. Graph L adalah graph *Caterpillar*.
ii. Terdapat sebanyak $(p-1)$ yang titik – titik *support* persimpangan langsung yang tidak berhubungan langsung yang berderajat $3, 5, 7, \ldots, (2p-1)$ di graph L.
iii. Terdapat paling banyak satu sisi persekitaran titik-simpang (*junction- neighbor*) di graph L.



Gambar 3.2.3: Gambar Lobster diameter (L) = $2p - 1$ dan $m = p^2$

Bukti:

(→)

Misalkan graph *Lobster* L dapat didekomposisi bintang linier $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$. Karena diameter L $= 2p - 1$ dan P adalah lintasan terpanjang dari L maka setiap titik pusat graph bintang S_i pada lintasan P adalah $(v_3, v_5, v_7, \ldots, v_{2p-1})$, Karena setiap titik di luar lintasan P adalah titik- titik yang berderajat satu (titik *pendant*). Berdasarkan Definisi 2.7.1 maka graph *Lobster* L adalah Graph *Caterpillar*

Misalkan $(v_3, v_5, v_7, \ldots, v_{2p-1})$ secara berturut-turut merupakan titik- titik pusat dari graph Bintang $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$, karena setiap titik tersebut berderajat ≥ 3 dapat dikatakan bahwa secara berurutan $(v_3, v_5, v_7, \ldots, v_{2p-1})$ adalah titik – simpang (*junction*). Juga karena, Diameter L $= 2p - 1$, maka semua titik-titik pusat graph Bintang berbeda dan merupakan *support* yang berbeda. Jika diberikan bahwa S_1 terletak di antara $(S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ sehingga titik awal dan titik akhir S_1 bukan merupakan titik *support* . Akibatnya, terdapat sebanyak $(p-1)$ titik – titik support persimpangan langsung yang tidak berhubungan langsung di graph L yang berderajat $3, 5, 7, \ldots, (2p - 1)$.

Misalkan ada dua sisi persekitaran titik-simpang (*junction -neighbor*) yang berbeda yakni e_1 dan e_2. Misalkan $e_1 = x_1 y_1$ dan $e_2 = x_2 y_2$ sehingga terdapat dua sisi persekitaran titik-simpang (*junction*) (v_i, v_j) dan (v_r, v_s) sehingga diameter $(v_i, v_j) = 3$ dan diameter $(v_r, v_s) = 3$. Oleh karena itu, $|E(L)| - |E(S_3 \cup S_5 \cup, \ldots, S_{2p-1})| = 2|E(K_2)| = 2|E(S_1)|$ dimana S_1 adalah sisi persekitaran titik-simpang (*junction -neighbor*) di lintasan terpanjang P. Hal ini kontradiksi dengan banyaknya sisi graph L adalah p^2 serta dekomposisi dari graph L adalah $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$, maka teorema terbukti. ■

(←)

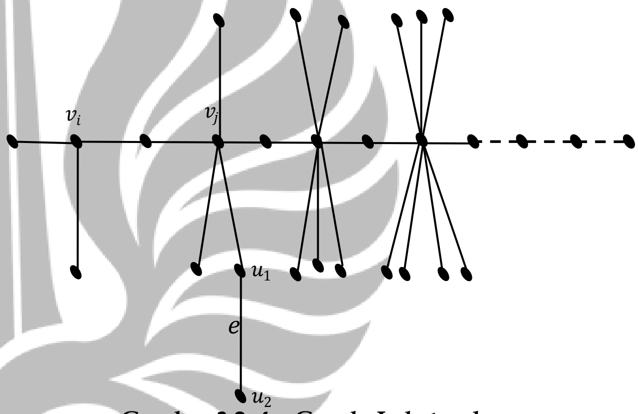
Akan dibuktikan bahwa graph *Lobster* L dapat didekomposisi bintang linier $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$. Diberikan bahwa terdapat paling banyak satu sisi persekitaran titik-simpang (*junction- neighbor*) yang terletak di lintasan terpanjang P di Graph L. Karena diameter L$= 2p - 1$, maka S_1 terletak diantara graph bintang $(S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$. Dengan demikian, berdasarkan yang diketahui bahwa terdapat sebanyak $(p-1)$ titik – titik support persimpangan langsung yang tidak berhubungan langsung yang berderajat $3, 5, 7, \ldots, (2p - 1)$di graph L. Sehingga $(S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ terletak di graph L. Akibatnya, $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ merupakan dekomposisi bintang linier (DBL) dari graph L, maka teorema terbukti. ▌

Catatan : Dari teorema diatas, jika S_1 tidak terletak diantara $S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1}$ maka tidak ada sisi persekitaran titik-simpang (*junction-neighbor*) di graph *Lobster* L. Teorema terbukti. ▌

Teorema 3.2.4

Misalkan L adalah graph *Lobster* dengan diameter L $= 2p - 2$ dan banyak sisi adalah p^2 . Graph L dapat didekomposisi bintang linier (DBL) $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ dengan S_1 tidak terletak di lintasan terpanjang P di graph L jika dan hanya jika :

i. Graph $L - e$ adalah graph *Caterpillar*.
ii. Terdapat sebanyak $(p-1)$ titik- titik simpang yang tidak berhubungan langsung dalam graph *Lobster* L yang derajat $3, 5, 7, \ldots, (2p - 1)$.
iii. Tidak terdapat sisi persekitaran titik- simpang (*junction- neighbor*) di graph *Lobster* L.



Gambar 3.2. 4 : Graph Lobster dengan diameter (L) = $2p - 2$ dan $m = p^2$

Bukti :

(⟶)

Akan dibuktikan bahwa $L - e$ adalah sebuah graph *Caterpillar*.Misalkan graph *Lobster* L dapat didekomposisi bintang linier $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ dan misalkan $e = u_1 u_2$. Karena S_1 tidak terletak di dalam lintasan terpanjang P, maka u_1 dan u_2 juga tidak terletak di dalam lintasan terpanjang P. Tanpa menghilangkan keumuman, kita dapat mengasumsikan bahwa u_1 berjarak 1 pada lintasan terpanjang P. Oleh karena itu, u_2

berjarak 2 dari lintasan terpanjang P. Karena diameter $L = 2p - 2$, untuk semua titik pusat $(S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ harus berada di lintasan terpanjang P. Maka, tidak ada titik lain di graph L yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P . Sehingga, banyaknya titik- titik yang berderajat 1 (titik *pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan P adalah $|N_2| = 1$. Berdasarkan Definisi 2.7.1 maka graph $L - e$ adalah graph *Caterpillar*.

Akan dibuktikan bahwa terdapat sebanyak $(p-1)$ titik- titik simpang yang tidak berhubungan langsung dalam graph *Lobster* L yang berderajat $3, 5, 7, \ldots, (2p - 1)$.
Karena S_1 tidak terletak di lintasan terpanjang P dan diameter $L = 2p - 1$, sehingga terdapat sebanyak $(p - 1)$ titik- titik simpang yang tidak berhubungan langsung yang berderajat $3, 5, 7, \ldots, (2p - 1)$ dalam graph *Lobster* L.

Akan dibuktikan tidak ada sisi persekitaran titik –simpang (*junction –neighbor*) di graph L. Andaikan sisi $e_1 = u_3u_4$ terletak di lintasan terpanjang P dimana terdapat sisi persekitaran titik –simpang (*junction- neighbor*). Maka terdapat titik - simpang v_i dan v_j dan $e_1 = u_3u_4$ adalah sisi persekitaran titik simpang. Sedemikian hingga, diameter $(v_i\, v_j) = 3$ dan u_3 dan u_4 bukan sebuah *support* , e_1 terletak diantara $(S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$. Oleh karena itu $|E(L)| - |E(S_3 \cup S_5 \cup, \ldots, S_{2p-1})| 2 |E(K_2)| = 2|E(S_1)|$. Hal ini kontradiksi dengan banyak sisi dari graph L adalah p^2. Sehingga tidak terdapat sisi persekitaran titik –simpang (*junction - neighbor*) di graph L. Teorema terbukti ▌

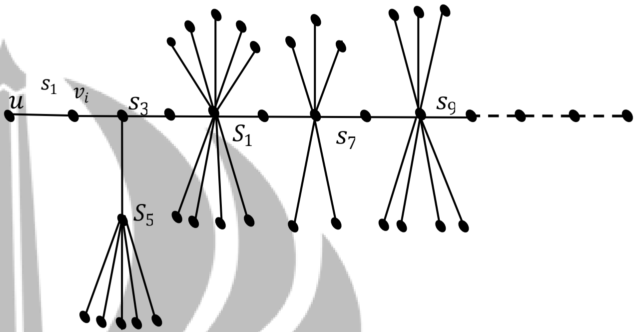
(←)

Akan dibuktikan bahwa graph *Lobster* L dapat didekomposisi bintang linier $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$. Diberikan bahwa tidak ada sisi persekitaran titik-simpang (*junction-neighbor*) yang terletak di lintasan terpanjang P di Graph L. Karena diameter L= $2p - 2$, misalkan $e = S_1$ maka S_1 terletak diluar lintasan terpanjang P. Dengan demikian, berdasarkan yang diketahui bahwa terdapat sebanyak $(p-1)$ titik-simpang yang tidak berhubungan langsung di graph L yang derajat $3, 5, 7, \ldots, (2p - 1)$ sehingga $(S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ terletak di graph L. Akibatnya, $(S_1, S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$ merupakan dekomposisi bintang linier (DBL) dari graph L, maka teorema terbukti. ▌

Teorema 3.2.5

Misalkan L graph *Lobster* dengan diameter L = $2p - 3$, banyak sisi dari graph L adalah p^2. Terdapat sebanyak $(p - 2)$ *support* yang berbeda dengan tidak ada sisi persekitaran titik –simpang (*junction-neighbor*) di lintasan terpanjang P dari graph L dan terdapat titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P ($N_2 \neq \emptyset$). Graph L dapat didekomposisi bintang linier (DBL) $(S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1})$. jika dan hanya jika :

i. Tidak ada titik dari tepat satu graph bintang $S_{2i-1}, i \geq 2$ di lintasan terpanjang P.
ii. Semua titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P (N_2) adalah titik yang berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P (N_1).



Gambar 3.2. 5 : Graph *Lobster* dengan diameter (L) = $2p - 3$ dan $m = p^2$

Bukti :

(⟶)

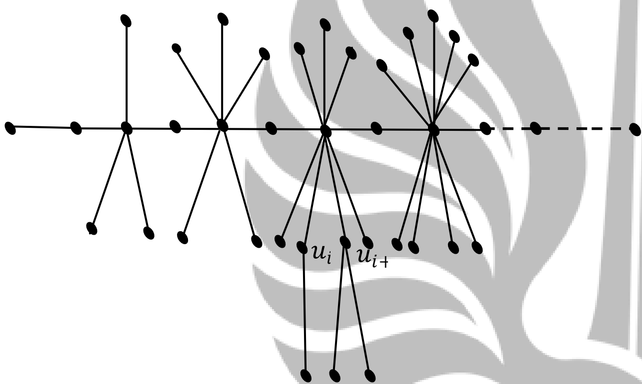
i. Akan dibuktikan bahwa tidak ada titik dari tepat satu graph bintang $S_{2i-1}, i \geq 2$ di lintasan terpanjang P.

Asumsikan bahwa graph L dapat didekomposisi bintang linier (S_1, $S_3, S_5, \ldots, S_{2p-1}$) . Misalkan terdapat sebanyak $p - 2$ titik –simpang yang tidak berhubungan langsung di graph L dan diameter L= $2p - 3$, maka S_1 harus terletak di lintasan terpanjang P, sebagai ilustrasi gambar 3.

Misalkan terdapat paling sedikit satu titik di setiap bintang S_{2i-1} dimana $(i = 2, 3, \ldots, p)$ di lintasan terpanjang P. Maka terdapat $p - 1$ titik-titik *support* persimpangan langsung di graph L. Sedangkan tidak semua dari titik-titik *support* persimpangan langsung tersebut berbeda, Maka hal ini kontradiksi dengan pernyataan bahwa terdapat sebanyak $p - 2$ titik –simpang yang tidak berhubungan langsung di graph L. Sehingga untuk tepat satu bintang S_{2i-1}. $i \geq 2$, tidak ada titik di lintasan terpanjang P. Maka banyaknya titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan P tidak sama dengan 1 ($|N_2| \neq 1$). Misalkan banyaknya titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan P sama dengan 5 ($|N_2| = 5$). Maka, tidak ada titik dari S_5 yang terletak di lintasan terpanjang P.

ii. Akan dibuktikan bahwa semua titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P adalah titik yang berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P.

Misalkan titik-titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P ($\boldsymbol{N_2}$) adalah titik yang berhubungan langsung dengan 2 titik berbeda, yakni $\boldsymbol{u_i}$ dan $\boldsymbol{u_{i+1}}$ yang merupakan titik- titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P ($\boldsymbol{N_1}$). Perhatikan gambar berikut:



Gambar 3.2. 5.1 : Graph Lobster dengan diameter (L) = $\boldsymbol{2p - 3}$ dan $\boldsymbol{m = p^2}$dengan dengan dua titikyang berbeda yakni $\boldsymbol{u_i}$ dan $\boldsymbol{u_{i+1}}$ $\boldsymbol{di\ N_2}$

Dari gambar 3.2.5.2 menunjukkan bahwa terdapat dua graph bintang yakni S_i dan S_{i+1} dimana $i = 2,3,4, \dots, (p-1)$ dengan u_i dan u_{i+1} adalah titik-titik pusat dari S_i dan S_{i+1}. Misalkan L dapat didekomposisi bintang linier, hal ini mengakibatkan S_i dan S_{i+1} tidak mungkin pada graph L. Oleh karena itu, pernyataan asumsi bahwa titik-titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P (N_2) adalah titik yang berhubungan langsung dengan 2 titik berbeda, yakni u_i dan u_{i+1} yang merupakan titik- titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P (N_1) adalah salah. Sehingga, untuk semua titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P (N_2) adalah titik yang berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P (N_1). Jika banyaknya titik yang berderajat 1 (*pendant*) adalah 5 ($|N_2| = 5$), maka dengan menggunakan konsep diatas diperoleh bahwa tidak ada titik dari S_5 yang terletak di lintasan terpanjang P dan titik-titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan P (N_2) adalah titik yang berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P (N_1).

Selanjutnya dengan cara yang sama jika banyaknya titik- titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P adalah $2p - 1$ maka tidak ada titik dari graph bintang S_{2p-1} terletak di lintasan terpanjang P dan titik – titik yang berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan P berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P. Oleh karena itu, banyaknya titik yang berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P lebih besar atau sama dengan $2i - 1$ ($|N_2| \geq 2i - 1, i \geq 2$) dan semua titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P merupakan titik yang berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P.

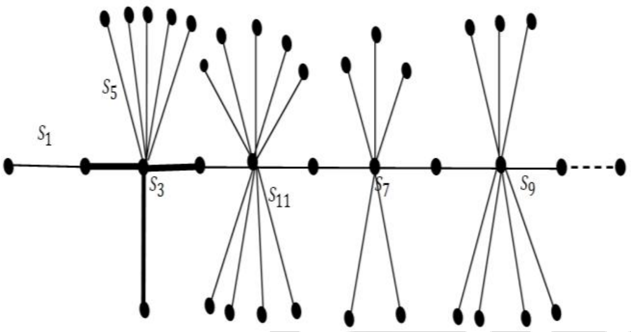
Berdasarkan $(i), (ii), (iii)$ maka Teorema 3.2.5 terbukti. ▮

($\leftarrow$)

Asumsikan(i) dan (ii) untuk membuktikan L dapat didekomposisi bintang linier. Misalkan diameter L$= 2p - 3$ dan tidak ada titik-titik berderajat 1 yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P ($N_2 \neq \emptyset$). Maka terdapat S_1 yang terletak di graph L dan terdapat paling sedikit satu graph bintang S_{2i-1}. sedemikian hingga titik pusat dari S_{2i-1}. tidak terletak di lintasan terpanjang P. Misalkan terdapat sebanyak $(p-2)$ titik- titik *support* persimpangan langsung yang berbeda dengan tidak terdapat sisi persimpangan titik-simpang (*junction -neighbor*) di lintasan terpanjang P, dan $(p-2)$ graph bintang $(S_3, S_5, \ldots, S_{2i-3}, S_{2i-1}, \ldots, S_{2p-1})$ tepat di graph L. Maka banyak sisi dari graph L adalah p^2 dan semua titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P (N_2) adalah titik yang berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P (N_1), serta $S_{2i-1,}$ juga terletak di graph L maka graph L berlaku dekomposisi bintang linier.Teorema terbukti ▌

Akibat 3.2.5 :

Jika tidak ada titik-titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P ($N_2 = \emptyset$) maka titik pusat dari dua graph bintang adalah titik yang sama . Kasus ini diilustrasikan pada gambar berikut.



Gambar 3.2.6 : Graph *Lobster* dengan diameter (L) = $2p-3$ dan $m = p^2$ dan $N_2 = \emptyset$

Bukti :

Diberikan bahwa tidak ada titik-titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P ($N_2 = \emptyset$). Misalkan ada paling sedikit satu titik berderajat 1 yang berjarak 2 dari lintasan P, maka berdasarkan teorema 3.2.5 bahwa semua titik berderajat 1 dan berjarak 2 dari lintasan terpanjang P berhubungan langsung dengan tepat satu titik yang berjarak 1 dari lintasan terpanjang P. Sehingga, titik pusat dari semua graph bintang adalah berbeda.Oleh karena itu, Jika tidak ada titik-titik berderajat 1 (*pendant*) yang berjarak 2 dari lintasan terpanjang P ($N_2 = \emptyset$). maka pusat dari dua graph bintang adalah sama .Teorema terbukti.■

DAFTAR PUSTAKA

Chartrand, G, and Lesniak, L. 1979. *Graphs and Digraphs 2nd ed*, Monterey. California .

E.Ebin Raja Merly and N.Gnanadhas, Linear Path Decomposition of Lobster, International Journal of Mathematics Research. Volume 3, Number 5(2011), pp. 447-455.

Frank Harary, Graph theory, Addison – Wesley Publishing Company1972.Int. J. Contemp. "*Math. Sciences, on modified Continus Monotonic decomposition of tensor product of graphs*" Vol. 5, 2010, no. 33, 1609 – 1614.

J.A. Bondy and U.S.R.Murty, Graph Theory with Applications, Elsevier

Science Publishing Co., Inc. 1982.

Juraj Bosak, Decomposition of Graphs, Kluwer Academic Press, Dordrecht. 1990.

K.Budayasa,*Teori Graph dan aplikasinya*, UNESA,2007.

Lipschutz, S. and Lipson, M.L, 2002. *Discrete Mathematics 2.*Mcgraw-Hill, Singapore.

N. Gnanadhas and J.Paulraj Joseph, Continuous Monotonic Decomposition of Graphs, International Journal of Management system, 16(3), (2000), 333-344

N.Gnanadhas and J.Paulraj Joseph, Continuous Monotonic Decomposition of Cycles, International Journal of Management system, Vol.19, No.1, (2003) Jan-April 65-76.

P. Hrniar and A. Haviar, *All trees of diameter ve are graceful, Discrete. Math.*,**233** (2001)133-150.

Wirnadian.Pahrin.2010." *Pelabelan harmonis pada kombinasi gabungan graph Caterpillar dan graph firecracker teratur*".Depok.Universitas indonesia