SUBGRUP NORMAL PADA Q-FUZZY

Elly Anjar Sari
Program Studi S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya,
e-mail :ellyanjar@yahoo.com

Dr.Raden Sulaiman M.Si.
Program Studi S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya,
e-mail : sulaimanraden@yahoo.com

Abstrak

Kelas-kelas baru struktur aljabar diperkenalkan oleh K.H.Kim, yang difuzzykan. Dalam fuzzyfikasi ini, membahas tentang subgrup Q-fuzzy.Diberikan Q adalah sebarang himpunan, dan G adalah grup, Pemetaan$\mu: G \times Q \to [0,1]$ disebut himpunan Q-fuzzy di G. Tulisan ini akan menjelaskan konsep pada subgrup normal Q-fuzzy dan membahas beberapa sifat-sifatnya, karakterisasi pada subgrup Q-fuzzy dan subgrup normal Q-fuzzy yang diberikan.
Kata kunci : Subgrup fuzzy, subgrup Q-fuzzy, grup normal Q-fuzzy, Q-fuzzy normalizer

Abstract

The new classes of algebraic structures introduced by K.H.Kim, are defuzzified. In this fuzzification, the notion of Q-fuzzy subgroup.Let Q be any sets, and G be a group, A mapping $\mu: G \times Q \to [0,1]$ is called a Q-fuzzy set in G. This thesis will explain the concept of Q-fuzzy normal subgroup and discusses some of its properties, Characterisation of Q-fuzzy subgroup and Q-fuzzy normal subgroup are given.
Keywords : Fuzzy subgroup, Q-fuzzy subgroup, Q-fuzzy normal group, Q-fuzzy normalizer.

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang sangat pesat, matematika menempatkan dirinya pada suatu ilmu dasar yang mempunyai peranan penting dalam penguasaan teknologi. Sehingga matematika perlu dipelajari dan dikuasai agar dapat menerapkan ilmu tersebut di berbagai bidang.

Penelitian mengenai teori himpunan fuzzy berkembang dengan pesat baik dalam bidang matematika maupun aplikasinya. Teori himpunan fuzzy pertama kali diperkenalkan oleh Prof. Lotti A Zadehseorang guru besardi University of california, AmerikaSerikat. Lotfi Asker Zadeh mendefinisikan suatu himpunan fuzzy A dalam semesta pembicaraan $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ dengan fungsi keanggotaan $\mu: X \to [0,1]$, yang mana $\mu(x)$ mempresentasikan derajat keanggotaan $x_{i,} i = 1,2, \dots, n$. Dengan kata lain, suatu himpunan fuzzy A dapat didefinisikan secara umum sebagai pasangan berurutan $\tilde{A} = \{(x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)), (x_2, \mu_{\tilde{A}}(x_2)), \dots, (x_n, \mu_{\tilde{A}}(x_n))\}$.

Aplikasi dari teori himpunan fuzzy sangat luas seperti dalam operasi research, teori informasi, neural network, dibidang kedokteran, bidang ekonomi, dll. Oleh karena itu teori himpunan fuzzy merupakan suatu bidang potensial untuk penelitian antar cabang ilmu pengetahuan.

Sedangkan pada struktur aljabar abstrak mempunyai dua kegunaan yang mendasar. Kegunaan yang pertama adalah untuk menentukan pola-pola atau kesimetrisan dalam kehidupan sehari-hari dan dalam matematika. Misalnya pada suatu mesin automaton mempunyai dua kendali untuk memaksimumkan daya guna mesin tersebut. Sedangkan kegunaan yang kedua adalah perluasan sistem-sistem bilangan untuk digunakan dalam system lainnya.

A.Solairaju dan R.Nagarajan mendefinisikan sebuah struktur aljabar baru padasubgrup Q-fuzzy. Artikel ini merupakan hasil kajian dalam skripsi tentang struktur elemen-elemen Q-fuzzy dan sifat-sifatnya yang meliputi grup, subgrup, subgrup normal, Himpunan fuzzy, relasi fuzzy, subgrup fuzzy, subgrup Q-fuzzy, subgrup normal Q-fuzzy.

Dari konsep-konsep dasar tersebut, penulis dapat mengaitkan konsep pada himpunan fuzzy dan aljabar abstrak. Sehingga dapat membentuk Subgrup normal pada Q-fuzzy dan sifat-sifatnya.

2. LANDASAN TEORI

2.1 GrupdanSubgrup

Definisi 2.1.1

Grup G adalahsebuahsistemaljabar yang terdiriatassuatuhimpunantakkosong G dansuatuoperasibiner $(*)$ yang didefinisikan pada G serta memenuhi aksioma-aksioma berikut ini :

1. Untuksetiap$a, b \in G$ berlaku $a * b \in G$.
2. Operasi $*$ bersifat assosiatif, yaitu a $*$ $(b * c) = (a * b) * c$, untuk setiap $a, b, c \in G$
3. Terdapatelemen e disebut identitas $e \in G$ sedemikian sehingga $a * e = e * a = a$, untuk setiap $a \in G$.
4. Untuksetiap $a \in G$, terdapat elemen $a^{-1} \in G$ sedemikian sehingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

Definisi 2.1.2

Suatu subset H tidakkosongdarigrup G disebutsubgrupdari G jika H membentukgrupterhadapoperasi yang samapadagrup G.

Definisi 2.1.3

Misalkan G adalah suatu grup dan H adalah himpunan bagian dari G yang tidak kosong, H subgrup dari G jika dan hanya jikamemenuhi :

(1) Untuksetiap$a, b \in H$, maka $ab \in H$.
(2) Untuksetiap$a \in H$, maka $a^{-1} \in H$.

Teorema 2.1.2

Diketahui G grupdan H⊂G. H subgrup G jika dan hanya jika $ab^{-1} \in H$ untuk setiap $a, b \in H$.

2.2 HomomorfismedanEpimorfismeGrup

Definisi 2.2.1

Diberikangrup G dan H. Suatu*Homomorfisme*grupdari G ke H adalahsuatufungsi $f: G \to H$ sedemikian sehingga untuk sembarang a dan b di dalam G, berlaku $f(ab) = f(a)f(b)$

Definisi 2.2.2

Epimorfismeadalahsuatuhomomorfisme yang bersifatsurjektif.

Definisi 2.2.3

Suatusubgrup$N$dari$G$disebutsubgrup normal darigrup$G$jikadanhanyajikauntuksetiap $g \in G$ dan $n \in N$, $gng^{-1} \in N$.

2.3 Relasi Fuzzy

Definisi 2.3.1

Relasi fuzzy $\tilde{R}$ antara elemen-elemen pada himpunan X dan elemen-elemen pada himpunan Y didefinisikan sebagai himpunan bagian fuzzy dari hasil kali cartesius $X \times Y$ yaitu

$$\tilde{R} = \{((x, y), \mu_{\tilde{R}}(x, y)) | (x, y) \in X \times Y$$

Dimana :$\mu_{\tilde{R}}: X \times Y \to [0,1]$

$\mu_{\tilde{R}}(x, y)$adalah derajat keanggotaan unsur $(x, y) \in X \times Y$ dalam relasi fuzzy $\tilde{A}$.

2.4 Subgrup Fuzzy

Definisi 2.4.1

Misal X adalahhimpunantakkosong.himpunanbagian fuzzy μ pada X dinyatakan sebagai fungsi $\mu: X \to [0,1]$.

Definisi 2.4.2

Diberikan G adalahgrup.Himpunanbagian fuzzy μ di grup G disebut subgrup fuzzy jika $\mu: G \to [0,1]$ memenuhi untuk semua $x, y \in G$,

(i) $\mu(xy) \geq \min\{\mu(x), \mu(y)\}$ untuk setiap $x, y \in G$
(ii) $\mu(x^{-1})=\mu(x)$ untuk setiap $x \in G$

Definisi 2.4.3

Diberikan G adalahgrup.Himpunanbagian fuzzy di grup G disebut normaljikauntuksemua $x, y \in G, \mu(xyx^{-1}) = \mu(y) atau \mu(xy) = \mu(yx)$

Definisi 2.4.4

Diberikan μ adalah subgrup fuzzy di grup G. Untuk $t \in [0,1]$, level subset t di μ adalah himpunan ,$\mu^t = \{x \in G, |\mu(x) \geq t\}$.

3. PEMBAHASAN

3.1. Subgrup Normal Q-Fuzzy

Definisi 3.1

Diberikan Q adalahsebaranghimpunan, dan G adalahgrup.Pemetaan $\mu: G \times Q \to [0,1]$ disebut himpunan Q-fuzzy di grup G.

Definisi 3.2

Himpunan Q-fuzzy μ disebut subgrup Q-fuzzy di G, jika untuk setiap $x, y \in G, q \in Q$,

(i) $\mu(xy, q) \geq \min\{\mu(x, q), \mu(y, q)\}$
(ii) $\mu(x^{-1}, q)=\mu(x, q)$

Definisi 3.3

Diberikan G adalahgrup.Subgrup Q-fuzzy μ dari grup G disebut normal jika untuk semua $x, y \in G$, dan $q \in Q, \mu(xyx^{-1}, q) = \mu(y, q) atau \mu(xy, q) \geq \mu(yx, q)$.

Definisi 3.4

Misalkanμ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G. Untuk $t \in [0,1]$, disebut level subset μ sehingga $\mu^t = \{x \in G, q \in Q | \mu(x,q) \geq t\}$.

Teorema3.1 :

Diberikan G adalahgrupdanμ adalah himpunan bagian Q-fuzzy dari grup G. Maka μ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G jika dan hanya jika level subset ,$\mu^t, t \in [0,1], t \leq \mu(0)$, adalah subgrup dari grup G.

Bukti :

Misalkan μ adalah subgrup Q-fuzzy pada grup G dan untuk $t \in [0,1]$,
$\mu^t = \{x \in G, q \in Q | \mu(x,q) \geq t\}$.
Misalkan$x, y \in \mu^t$. Maka $\mu(x,q) \geq t$dan $\mu(y,q) \geq t$.
Sehingga$\mu(xy^{-1},q) \geq \min\{\mu(x,q), \mu(y^{-1},q)\}$
$\geq \min\{\mu(x,q), \mu(y,q)\}$
$\geq \min\{t, t\}$
Jadi, $\mu(xy^{-1},q) \geq t$
Sehinggadapatdinyatakan$xy^{-1} \in \mu^t$.
Sehinggaμ^t adalah subgrup pada grup G.
Sebaliknya, asumsikanbahwa μ^t adalahsubgruppadagrup G.
Misalkan$x, y \in \mu^t$. Maka $\mu(x,q) \geq t$dan $\mu(y,q) \geq t$.
Begitujuga, $\mu(xy,q) \geq t$
$\geq \min\{t, t\}$
$= \min\{\mu(x,q), \mu(y,q)\}$
$x \in \mu^t, \mu^t$subgrup pada G, jadi $x^{-1} \in \mu^t$
$\mu(x^{-1},q) \geq$ t
$= \mu(x,q)$
Sehinggadiperoleh, $\mu(xy,q) \geq \min\{\mu(x,q), \mu(y,q)\}$ dan $\mu(x^{-1},q) = \mu(x,q)$.
Jadiμ adalah subgrup Q-fuzzy pada grup G.

Definisi 3.5

Diberikan G adalahgrupdanμ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G. Misalkan $N(\mu) = \{a \in G | \mu(axa^{-1},q) = \mu(x,q),$ untuk setiap $\in G, q \in Q\}$. Maka $N(\mu)$ disebut normalizer Q-fuzzy di μ.

Teorema3.2 :

Diberikan G adalahgrupdanμ adalah himpunan bagian Q-fuzzy dari grup G. Maka μ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G jika level subset $\mu^t, t \in [0,1]$, adalah subgrup normal dari grup G.

Bukti :

Misalkanμ adalah subgrup normal Q-fuzzy pada grup G dan level subset $\mu^t, t \in [0,1]$, adalah subgrup pada grup G.
Diberikan$x \in G$ dan $a \in \mu^t$, maka $\mu(a,q) \geq t$.
Karenaμ adalah subgrup normal Q-fuzzy pada grup G, maka $\mu(xax^{-1},q) = \mu(a,q) \geq t$.
Sehinggadiperoleh, $\mu(xax^{-1},q) \geq t$.
Jadi, $xax^{-1} \in \mu^t$. Sehingga μ^t adalah subgrup normal pada grup G.

Teorema3.3 :

Diberikanμ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G. Maka

i. $N(\mu)$ adalah subgrup dari G.
ii. μadalah normal Q-fuzzy dari G $\Leftrightarrow N(\mu) = G$.
iii. μ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup $N(\mu)$.

Bukti :

i. Diberikan$a, b \in N(\mu)$ maka $\mu(axa^{-1},q) = \mu(x,q)$, untuk setiap $x \in G. \mu(bxb^{-1},q) = \mu(x,q)$,untuk setiap $x \in G$.
Sehingga $\mu(abx(ab)^{-1},q) = \mu(abxb^{-1}a^{-1},q)$
$= \mu(bxb^{-1},q)$
$= \mu(x,q)$
Sehinggadiperoleh,
$\mu(abx(ab)^{-1},q) = \mu(x,q)$
Jadi$b^{-1} \in N(\mu)$, Maka $ab \in N(\mu)$, Jadi $N(\mu)$ adalah subgrup pada grup G.

ii. Jelas$N(\mu) \subseteq G$, μ adalah subgrup normal Q-fuzzy pada grup G.
Diberikan $a \in G$, maka $\mu(axa^{-1},q) = \mu(x,q)$, itu berarti a $\in N(\mu)$
Maka$G \subseteq N(\mu)$.
Jadi$N(\mu) = G$.

Sebaliknya, Diberikan$N(\mu) = G$.
Jelas $\mu(axa^{-1},q) = \mu(x,q)$, untuk setiap $x \in G$ dan $a \in G$.
Jadiμ adalah subgrup normal Q-fuzzy pada grup G.

iii. Dari (ii), μ adalah subgrup normal Q-fuzzy pada grup $N(\mu)$.
Untuksetiap $N(\mu) \Longrightarrow \mu(xyx^{-1},q) = \mu(y,q)$.

Definisi 3.6

Diberikanμ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G, $g \in G$, $g\mu g^{-1}$ didefinisikan sebagai $g\mu g^{-1}(x,q) = \mu(g^{-1}xg,q) \,\forall\, x \in G, q \in Q$.

Teorema3.4 :

Jikaμ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G, maka $g\mu g^{-1}$ adalah juga subgrup Q-fuzzy dari grup G, untuk semua $g \in G$.

Bukti :

Misalkan μ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G dan $g \in G$, Maka :
(i). $(g\mu g^{-1})(xy,q) = \mu(g^{-1}(xy)g,q)$
$= \mu(g^{-1}(xgg^{-1}y)g,q)$
$= \mu((g^{-1}xg)(g^{-1}yg),q)$
$\geq \min\{\mu(g^{-1}xg,q), \mu(g^{-1}yg,q)\}$
$\geq \min\{g\mu g^{-1}(x,q), g\mu g^{-1}(y,q)\}$
Untuksemua$x, y \in G$ dan $q \in Q$.
(ii). $g\mu g^{-1}(x,q) = \mu(g^{-1}xg,q)$
$= \mu((g^{-1}xg)^{-1},q)$
$= \mu(g^{-1}x^{-1}g,q)$
$= g\mu g^{-1}(x^{-1},q)$, Untuk semua $x, y \in G$ dan $q \in Q$.
Jadi$g\mu g^{-1}$ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G.

Teorema3.5 :

Jikaμ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G, maka $g\mu g^{-1}$ juga merupakan subgrup normal Q-fuzzy dari grup G, untuk semua $g \in G$.

Bukti :

Misalkanμ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G. Maka $g\mu g^{-1}$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G.

Adapun$g\mu g^{-1}(xyx^{-1}, q) = \mu(g^{-1}(xyx^{-1})g, q)$

$$= \mu(xyx^{-1}), q)$$
$$= \mu(y, q)$$
$$= \mu(gyg^{-1}), q)$$
$$= g\mu g^{-1}(y, q)$$

Teorema3.6 :

Misalkanλ dan μ adalah dua subgrup Q-fuzzy dari grup G. Maka $\lambda \cap \mu$ merupakan subgrup Q-fuzzy dari grup G.

Bukti :

Diberikan λ dan μ adalah dua subgrup Q-fuzzy dari grup G.

(i) $(\lambda \cap \mu)(xy^{-1}, q) = \min(\lambda(xy^{-1}, q), \mu(xy^{-1}, q))$
$\geq \min\{\min\{\lambda(x, q), \lambda(y, q)\}, \min\{\mu(x, q), \mu(y, q)\}\}$
$\geq \min\{\min\{\lambda(x, q), \mu(x, q)\}, \min\{\lambda(y, q), \mu(y, q)\}\}$
$= \min\{(\lambda \cap \mu)(x, q), (\lambda \cap \mu)(y, q)\}$

Jadi $(\lambda \cap \mu)(xy^{-1}, q) \geq \min\{(\lambda \cap \mu)(x, q), (\lambda \cap \mu)(y, q)\}$

(ii) $(\lambda \cap \mu)(x, q) = \{\lambda(x, q), \mu(x, q)\}$
$= \{\lambda(x^{-1}, q), \mu(x^{-1}, q)\}$
$= \{(\lambda \cap \mu)(x^{-1}, q)\}$.

Jadi$\lambda \cap \mu$ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G.

Teorema3.7 :

Irisansebarangduasubgrup normal Q-fuzzy darigrup G jugamerupakansubgrup normal Q-fuzzy darigrup G.

Bukti :

Diberikanλ dan μ adalah dua subgrup normal Q-fuzzy dari grup G.

BerdasarkanTeorema 3.6, $\lambda \cap \mu$ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G.

Adapununtuksetiapx,y di G, kitaperoleh :

$$(\lambda \cap \mu)((xyx^{-1}, q)$$
$$= \min\left(\lambda(xyx^{-1}, q), \mu(xyx^{-1}, q)\right)$$
$$= \min(\lambda(y, q), \mu(y, q)) = (\lambda \cap \mu)(y, q)$$

Jadi$\lambda \cap \mu$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G.

Definisi 3.7

Diberikan G dan H adalahgrup, dan Q adalahsebaranghimpunan.Pemetaan $f: G \times Q \to H \times Q$ dikatakan grup Q-homomorfisma jika :

(i) $f: G \to H$ adalah grup homomorfisma

(ii) $f(xy, q) = (f(x)f(y), q)$, untuk semua $x, y \in G$ dan $q \in Q$.

Definisi 3.8

Diberikanfungsi $f: G \times Q \to H \times Q$. Misalkan μ_1 adalah subgrup fuzzy dari G, dan μ_2 adalah subgrup fuzzy dari H, maka :

(i) $f(\mu_1)(y, q) =: \mathrm{Sup}_{f(z)=y}\, \mu_1(z, q)$ untuk semua y di G.

(ii) $f^{-1}(\mu_2)(x, q) =: \mu_2(f(x, q))$untuk semua x di H.

Teorema3.8 :

Misalkan $f: G \times Q \to H \times Q$ dikatakan grup Q-homomorfisma

(a) Jikaμ adalah subgroup normal Q-fuzzy dari H, maka $f^{-1}(\mu)$ adalah subgroup normal Q-fuzzy dari G.

(b) Jika f adalah epimorfisma dan μ adalah subgroup normal Q-fuzzy dari G, maka $f(\mu)$ adalah subgroup normal Q-fuzzy dari H.

Bukti :

(a) Misalkan $f: G \times Q \to H \times Q$ adalah Q-homomorfisma dan misalkan μ adalah subgroup normal Q-fuzzy dari H.

Jadiuntuksemuax, $y \in G$,diperoleh :

$$f^{-1}(\mu)(xyx^{-1}, q) = \mu(f(xyx^{-1}, q))$$
$$= \mu(f(x)f(y)f(x^{-1}), q)$$
$$= \mu(f(y), q)$$
$$= f^{-1}(\mu)(y, q)$$

Jadi$f^{-1}(\mu)$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dariG.

(b) Misalkanμ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari G. maka $f(\mu)$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari H.

Untuksetiapu,v di H, diperoleh :

$$f(\mu)(uvu^{-1}, q) = \sup_{f(y)=uvu^{-1}} \mu(y, q)$$
$$= \sup_{f(x)=u; f(y)=v} \mu(xyx^{-1}, q)$$
$$(f: \text{epimorfisma})$$
$$= \sup_{f(y)=v} \mu(y, q)$$
$$= f(\mu)(v, q)$$

Jadi$f(\mu)$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G.

Definisi 3.9

Misalkanλ dan μ dua subset Q-fuzzy pada G. Hasil kali dari λ dan μ didefinisikan sebagai

$$\lambda\mu(a, q) = \sup_{yz=a} \min(\lambda(y, q), \mu(z, q)), a \in G.$$

Teorema3.9 :

Jikaλ dan μ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G, maka $\lambda\mu$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G.

Bukti :

Diberikanλ dan μ adalah dua subgrup normal Q-fuzzy pada G.

(i). $\lambda\mu(xy, q) = \sup_{\substack{x_1y_1=x \\ x_2y_2=y}} \min\{\lambda(x_1y_1, q), \mu(x_2y_2, q)\}$

$\geq \sup_{\substack{x_1y_1=x \\ x_2y_2=y}} \min\{\min\{\lambda(x_1, q), \mu(y_1, q)\}, \min\{\lambda(x_2, q), \mu(y_2, q)\}\}$

$\geq \min\{\sup \min\{\lambda(x_1, q), \mu(y_1, q)\}, \sup \min\{\lambda(x_2, q), \mu(y_2, q)\}$

$\geq \min\{\lambda\mu(x, q), \lambda\mu(y, q)\}$

(ii).

$\lambda\mu(x^{-1}, q) = \sup_{(yz)^{-1}=x^{-1}} \min\{\mu(z^{-1}, q), \lambda(y^{-1}, q)\}$

$$= \sup_{x=yz} \min\{\mu(z,q), \lambda(y,q)\}$$
$$= \sup_{x=yz} \min\{\lambda(y,q), \mu(z,q)\}$$
$$= \lambda\mu(x,q)$$

Untukmenunjukkan$\lambda\mu$ adalah subgrup normal Q-fuzzy :

$$\lambda\mu(xyx^{-1},q) = \sup \min(\lambda\,(xyx^{-1},q), \mu(xyx^{-1},q))$$
$$= \sup \min(\lambda\,(y,q), \mu(y,q))$$
$$= \lambda\mu(y,q)$$

Jadi$\lambda\mu$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari G.

4. PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Daripembahasan diatas diperoleh simpulan sebagai berikut :

1. Diberikan Q adalah sebarang himpunan, dan G adalah grup. Pemetaan $\mu: G \times Q \to [0,1]$ disebut himpunan Q-fuzzy di grup G.
2. Diberikan G adalahgrupdan μ adalah himpunan bagian Q-fuzzy dari grup G. Maka μ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G jika level subset $\mu^t, t \in [0,1]$, adalah subgrup normal dari grup G.
3. Jikaμ adalah subgrup Q-fuzzy dari grup G, maka $g\mu g^{-1}$ adalah juga subgrup Q-fuzzy dari grup G, untuk semua $g \in G$.
4. Misalkanλ dan μ adalah dua subgrup Q-fuzzy dari grup G. Maka $\lambda \cap \mu$ merupakan subgrup Q-fuzzy dari grup G.
5. Jikaλ dan μ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G, maka $\lambda\mu$ adalah subgrup normal Q-fuzzy dari grup G.

4.1 Saran

Dalam skripsi ini hanya dicari karakteristik subgrup normal pada Q-fuzzy. Oleh karena itu, penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik pada permasalahan ini untuk mengembangkan dengan mencari karakteristik pada struktur aljabar baru yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

Choudhury, F.P. and chakraborty, A.B. and Khare, S.S. 1980."A note on fuzzy subgroups and fuzzy homomorphism".*Journal of mathematical analysis and applications*. Vol. 131: hal. 537-553.

Das, P.S. 1981."Fuzzy groups and level subgroups". ". *Journal of mathematical analysis and applications*. Vol. 84: hal. 264-269.

Prabir Bhattacharya. 1987. "Fuzzy Subgroups". ". *Journal of mathematical analysis and applications*. Vol. 128: hal. 241-252.

Rajesh Kumar. 1991. "Homomorphism and fuzzy (fuzzy normal) subgroups". *Fuzzy sets and Systems.* Vol. 44: Hal. 165-168.

Solairaju, A. Nagarajan, R. 2009. "A New Structure and Construction of Q-fuzzy Group".*Advances in Fuzzy mathematics*. Vol. 4: Hal. 23-29.

Vasntha-Kandasamy, W.B. 2003.*Smaradanche Fuzzy Algebra*.American Research Press

Zadeh, L.A. 1965." Fuzzy sets". *Information and Control*. Vol. 8: Hal. 338-353.

Priya, T. Ramachandran, T. Nagalakshmi, KT. 2013. "On Q-Fuzzy Normal Subgroups". *International Journal of Computer and Organization Trends.*Vol. 3.

Sukandardan Kusrini.2001.StrukturAljabar I. Surabaya:Unesa University Press.

Fraleigh,John B. 1982. *A First Course in Abstract Algebra.* Publishing Company: Addison-Wesley