KARAKTERISTIK POHON FUZZY

Yuli Stiawati[1], Dwi Juniati[2] ,
[1] Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Surabaya, 60231
[2] Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Surabaya, 60231
Email: yuli_stiawati@rocketmail.com[1], dwi_juniati@yahoo.com [2]

ABSTRAK

Misalkan V himpunan titik berhingga dan tidak kosong, suatu graf fuzzy yang dinotasikan dengan $G=(V,\mu,\rho)$ atau biasa ditulis $G=(\mu,\rho)$ dimana $\mu:V\to[0,1]$ dan $\rho:V\times V\to[0,1]$ yang memenuhi $\rho(x,y)=\rho(xy)\le\mu(x)\wedge\mu(y)$, $\forall x,y\in V$ dimana μ disebut himpunan titik fuzzy dan ρ disebut himpunan sisi fuzzy. $G=(\mu,\rho)$ adalah pohon fuzzy jika dan hanya jika $G=(\mu,\rho)$ mempunyai subgraf fuzzy perentang yaitu $F=(\mu,\nu)$, $F=(\mu,\nu)$ dimana $F=(\mu,\nu)$ sebuah pohon sehingga $\forall uv\in Supp(\rho)\setminus Supp(\nu)$, $\rho(uv)<\nu^{\infty}(u,v)$.

Dalam kajian ini, penulis mendeskripsikan tentang graf fuzzy, subgraf fuzzy, subgraf fuzzy perentang, lintasan pada graf fuzzy, kekuatan lintasan pada graf fuzzy, kekuatan keterhubungan diantara dua titik u,v pada graf fuzzy, jembatan fuzzy, titik pemutus fuzzy, hutan fuzzy, pohon fuzzy dan graf fuzzy komplit. Setelah itu penulis mendeskripsikan beberapa contoh beserta gambar dan pembuktian dari teorema-teoremanya.

Berdasarkan pada pembuktian teorema-teorema tersebut, maka diperoleh kesimpulan bahwa karakteristik pohon fuzzy adalah

1. Jika $G=(\mu,\rho)$ adalah pohon fuzzy dan $G^*=(Supp(\mu),Supp(\rho))$ dimana $G^*=(Supp(\mu),Supp(\rho))$ bukan pohon, maka ada minimal satu sisi uv dalam $Supp(\rho)$ dimana $\rho(uv)<\rho^{\infty}(u,v)$.
2. Jika $G=(\mu,\rho)$ adalah pohon fuzzy, maka $G=(\mu,\rho)$ bukan graf fuzzy komplit.
3. Jika $G=(\mu,\rho)$ adalah pohon fuzzy maka titik internal dari $F=(\mu,\nu)$ adalah titik pemutus dari $G=(\mu,\rho)$.

Kata kunci : graf fuzzy, subgraf fuzzy, jembatan fuzzy, titik pemutus fuzzy, karakteristik pohon fuzzy

PENDAHULUAN

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang himpunan titik dan himpunan sisi, dimana pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler, seorang matematikawan asal Swiss dalam makalahnya yang berjudul *Seven bridges of Konisberg* pada tahun 1736. Sebuah graf G berisikan dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari objek-objek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi, sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$. Dengan kata lain, $V(G)$ disebut himpunan titik G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi G. Graf G yang didefinisikan sebagai pasangan himpunan $(V(G),E(G))$ dapat ditulis dengan notasi $G=(V,E)$.

Himpunan fuzzy *(fuzzy set)* diperkenalkan oleh *L. A. Zadeh* tahun 1965. Himpunan fuzzy adalah suatu himpunan dimana derajat keanggotaan dari elemennya adalah bilangan real dalam interval tertutup [0,1]. Jika X adalah himpunan tak kosong maka himpunan fuzzy A di X didefinisikan $A=\{(x,\tilde{A}(x))\mid x\in X\}$, dimana $\tilde{A}:X\to[0,1]$.

Selanjutnya $\tilde{A}(x)$ disebut derajat keanggotaan dari *x*, dan fungsi $\tilde{A}$ disebut fungsi keanggotaan dari *X*.

Graf fuzzy merupakan teori perluasan dari teori graf dan himpunan fuzzy (*fuzzy set*) yang pertama kali diperkenalkan oleh Azriel Rosenfeld pada tahun 1975. Misalkan *V* himpunan titik berhingga dan tidak kosong, suatu graf fuzzy yang dinotasikan dengan $G=(V,\mu,\rho)$ atau biasa ditulis $G=(\mu,\rho)$ adalah sepasang fungsi dengan $\mu:V\to[0,1]$ dan $\rho:V\times V\to[0,1]$ yang memenuhi $\rho(x,y)=\rho(xy)\le\mu(x)\wedge\mu(y)$, $\forall x,y\in V$ dimana $\wedge$ menyatakan operator minimum, μ disebut himpunan titik fuzzy dan ρ disebut himpunan sisi fuzzy.

Konsep graf fuzzy yang terus berkembang mendorong para peneliti untuk terus mengembangkan dan menganalisa baik secara teoritis maupun aplikasi.

KAJIAN TEORI

2.1 Graf

Definisi 2.1.1 Sebuah graf G berisikan dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari objek-objek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi, sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$. Dengan kata lain, $V(G)$ disebut himpunan titik G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi G.

(Budayasa , 2007 : 1)

Definisi 2.1.2 Sebuah graf H disebut graf bagian dari graf G, ditulis $H\subseteq G$, jika $V(H)\subseteq V(G)$ dan $E(H)\subseteq E(G)$. Jika $H\subseteq G$ dan $V(H)=V(G)$, maka H disebut graf bagian rentang (*spanning subgraf*) dari G. Misalkan $V\subseteq V(G)$. Graf bagian G yang dibangun (diinduksi) oleh V, dilambangkan dengan $G[V]$, adalah sebuah graf bagian dari G yang himpunan titiknya adalah V dan himpunan sisinya beranggotakan semua sisi G yang mempunyai titik-titik akhir di V.

(Budayasa, 2007 : 5)

Definisi 2.1.3 Misalkan G adalah sebuah graf . Sebuah jalan (*walk*) di G adalah sebuah barisan berhingga (tak kosong) $W=(v_0,e_1,v_1,e_2,v_2,\ldots,e_k,v_k)$ yang suku-sukunya bergantian titik dan sisi, dengan v_{i-1} dan v_i adalah titik-titik akhir sisi e_i, untuk $1\le i\le k$. Dengan kata lain e_i ditunjukkan oleh $v_{i-1}-v_i$. v_0 adalah titik awal dan v_k adalah titik akhir serta v_1-v_{k-1} disebut titik internal.

(Budayasa, 2007: 6)

Definisi 2.1.4 Jejak pada graf G adalah jalan yang semua sisinya berbeda. Suatu jejak dikatakan jejak terbuka jika titik awal dan titik akhirnya berbeda, jejak dikatakan tertutup jika titik awal sama dengan titik akhir. Sikel pada graf G adalah jejak tertutup yang semua titik internalnya berbeda. Panjang dari suatu sikel adalah jumlah sisi pada sikel tersebut. Lintasan pada graf G adalah jejak yang semua titiknya $(v_0,v_1,v_2,\ldots v_k)$ berbeda. Panjang lintasan adalah jumlah sisi pada lintasan tersebut.

(Budayasa, 2007: 6)

Definisi 2.1.5 Suatu graf G dikatakan terhubung (*connected*) jika untuk setiap dua titik berbeda di G terdapat lintasan yang menghubungkan kedua titik tersebut.

Graf G dikatakan tak terhubung (*disconnected*) jika ada dua titik di G yang berbeda dan kedua titik tersebut tidak dihubungkan oleh suatu lintasan.

(Budayasa, 2007: 8)

Definisi 2.1.6 Misal *G* sebuah graf. Sisi *e* ∈ *E(G)* disebut *jembatan* jika komponen graf *G*-{*e*} lebih banyak dari komponen graf *G*.

(Chartrand dan Lesniak, 1996:34)

Definisi 2.1.7 Misal *G* sebuah graf. Titik *v* ∈ *V(G)* disebut *titik pemutus* jika komponen graf *G* – {*v*} lebih banyak dari komponen graf *G*.

(Chartrand dan Lesniak, 1996:33)

Definisi 2.1.8 Sebuah graf disebut hutan *(forest)* jika graf tersebut tidak memuat sikel.

(Budayasa, 2007:22)

Definisi 2.1.9 Graf G dikatakan pohon jika terhubung *(connected)* dan tidak memuat sikel *(Cycle).*

(Budayasa , 2007 : 22)

2.2 Himpunan Fuzzy

Definisi 2.2.1 Jika *X* adalah himpunan tak kosong maka himpunan fuzzy *A* di *X* didefinisikan :

$A = \{(x, \tilde{A}(x)) \mid x \in X\}$

dimana $\tilde{A}: X \rightarrow [0,1]$. Selanjutnya $\tilde{A}(x)$ disebut derajat keanggotaan dari *x*, dan fungsi $\tilde{A}$ disebut fungsi keanggotaan dari *X*. Himpunan fuzzy *A* dikatakan dengan semesta himpunan *X*. Jika $\tilde{A}(x) = 0$ boleh tidak dituliskan dalam himpunan A dan himpunan fuzzy A dikatakan dengan semesta himpunan X.

(Zimmermann, 1992:11)

2.3 Graf Fuzzy

Definisi 2.3.1 Misalkan V himpunan titik berhingga dan tidak kosong, suatu graf fuzzy yang dinotasikan dengan $G = (V, \mu, \rho)$ atau biasa ditulis $G = (\mu, \rho)$, dimana

i. $\mu : V \rightarrow [0,1]$

ii. $\rho : V \times V \rightarrow [0,1]$

yang memenuhi

$\rho(x, y) = \rho(xy) \leq \mu(x) \wedge \mu(y), \ \forall x, y \in V$

dimana $\rho(xy)$ disebut derajat keanggotaan sisi xy, $\wedge$ menyatakan operator minimum, μ disebut himpunan titik fuzzy dan ρ disebut himpunan sisi fuzzy.

Definisi 2.3.2 Graf fuzzy $H = (V, \nu, \tau)$ atau biasa ditulis $H = (\nu, \tau)$ dikatakan subgraf fuzzy dari graf fuzzy $G = (\mu, \rho)$ jika $\nu(x) \leq \mu(x), \ \forall x \in V$ dan $\tau(xy) \leq \rho(xy), \ \forall xy \in V \times V$.

(Vimala and Sathya, 2012: 76)

Definisi 2.3.3 Subgraf fuzzy $H = (\nu, \tau)$ dikatakan perentang graf fuzzy $G = (\mu, \rho)$ jika $\nu(x) = \mu(x)$, $\forall x \in V$, dan $\tau(xy) \leq \rho(xy), \ \forall xy \in V \times V$.

(Vimala and Sathya, 2012: 76)

Definisi 2.3.4 Sebuah lintasan P pada graf fuzzy $G = (\mu, \rho)$ adalah barisan titik-titik yang berbeda $v_0, v_1, ..., v_n$ (kecuali mungkin v_0 dan v_n), sedemikian hingga $\rho(v_{i-1}v_i) > 0, \ 1 \leq i \leq n.$ Panjang dari suatu lintasan didefinisikan sebagai banyaknya sisi pada lintasan tersebut. $v_{i-1}v_i$ disebut sisi dari lintasan.

(Mordeson and Nair, 2000 : 20-21)

Definisi 2.3.5 Kekuatan dari lintasan $P = (v_0, v_1, ..., v_n)$ didefinisikan sebagai $\wedge_{i=1}^{n} \rho(v_{i-1}, v_i)$ atau min $\{\rho(v_{i-1}, v_i) \mid i = 1, 2, 3, ..., n\}$. Dengan kata lain, kekuatan dari sebuah lintasan didefinisikan sebagai derajat keanggotan dari sisi terlemah (sisi yang memuat derajat keanggotaan terkecil) pada sebuah lintasan.

(Sunitha, 2001 : 15)

Definisi 2.3.6 Kekuatan keterhubungan diantara dua titik u, v pada graf fuzzy $G = (\mu, \rho)$ adalah $\rho^{\infty}(u, v) = \sup\{\rho^{k}(u, v) : k = 1, 2, 3...\}$ dengan

$\rho^{k}(u, v) = \sup\{\rho(uu_1) \wedge \rho(u_1u_2) \wedge ... \wedge \rho(u_{k-1}v)$
$\mid u_1, ..., u_{k-1} \in V\}$,

dengan $\sup$ adalah supremum (batas atas terkecil). Lintasan terkuat yang menghubungkan dua titik u dan v adalah lintasan yang mempunyai kekuatan $\rho^{\infty}(u, v)$.

(Nagoorgani and Vadivel, 2009: 16)

PEMBAHASAN

3.1 Karakteristik Pohon Fuzzy.

Definisi 3.1.1

Misalkan $G = (\mu, \rho)$ graf fuzzy dan v_1, v_2 dua titik berbeda pada $G = (\mu, \rho)$, dan misalkan $G' = (\mu, \rho')$ subgraf fuzzy dari $G = (\mu, \rho)$ dengan $\rho' : V \times V - v_1v_2 \rightarrow [0,1]$. Sehingga $\rho'(v_1v_2) = 0$ dan $\rho' = \rho$ untuk semua pasangan lainnya. v_1v_2 dikatakan jembatan di $G = (\mu, \rho)$ jika $\rho'^{\infty}(u, v) < \rho^{\infty}(u, v)$ untuk suatu u, v.

(Mordeson and Nair, 2000 : 21)

Teorema 3.1.1

Diketahui graf fuzzy $G = (\mu, \rho)$,

Pernyataan – pernyataan berikut adalah ekivalen :

(1) v_1v_2 adalah jembatan ;

(2) $\rho'^{\infty}(v_1, v_2) < \rho(v_1v_2)$;

(3) v_1v_2 bukan sisi terlemah dari suatu sikel.

Bukti :

(2) $\Rightarrow$ (1)

Diketahui $\rho'^{\infty}(v_1, v_2) < \rho(v_1v_2)$.

Akan ditunjukkan bahwa v_1v_2 adalah jembatan fuzzy.

Andaikan v_1v_2 bukan jembatan fuzzy, maka $\rho'^{\infty}(v_1, v_2) \geq \rho(v_1v_2)$, kontradiksi dengan $\rho'^{\infty}(v_1, v_2) < \rho(v_1v_2)$. Pengandaian salah, sehingga jika $\rho'^{\infty}(v_1,v_2) < \rho(v_1v_2)$, maka v_1v_2 adalah jembatan fuzzy.

(1) $\Rightarrow$ (3)

Diketahui v_1v_2 adalah jembatan fuzzy.

Akan ditunjukkan bahwa v_1v_2 bukan sisi terlemah dari suatu sikel.

Andaikan v_1v_2 adalah sisi terlemah dari suatu sikel, jika dilakukan penghapusan terhadap sisi v_1v_2 maka tidak akan mengurangi kekuatan keterhubungan dari sikel tersebut, hal ini kontradiksi dengan jembatan fuzzy. Pengandaian salah, sehingga jika v_1v_2 adalah jembatan fuzzy, maka v_1v_2 bukan sisi terlemah dari suatu sikel.

(3) $\Rightarrow$ (2)

Diketahui v_1v_2 bukan sisi terlemah dari suatu sikel.

Akan ditunjukkan $\rho'^{\infty}(v_1,v_2) < \rho(v_1v_2)$.

Andaikan $\rho'^{\infty}(v_1,v_2) \geq \rho(v_1v_2)$.

Sisi v_1v_2 adalah kuat dari suatu sikel jika $\rho'^{\infty}(v_1,v_2) < \rho(v_1v_2)$.

Misalkan $\rho'^{\infty}(v_1,v_2) < \rho(v_1v_2)$ benar, maka $\rho'^{\infty}(v_1,v_2) \geq \rho(v_1v_2)$ kontradiksi. Pengandaian salah, jika v_1v_2 bukan merupakan sisi terlemah dari suatu sikel maka $\rho'^{\infty}(v_1,v_2) < \rho(v_1v_2)$.

Definisi 3.1.2 Misal w adalah sebarang titik pada $G=(\mu,\rho)$, dan $G'=(\mu',\rho')$ adalah subgraf fuzzy dari $G=(\mu,\rho)$ yang diperoleh dengan menghapus titik w, sehingga $\mu'(w)=0$, $\mu'=\mu$ untuk semua titik lainnya, $\rho'(wz)=0$ untuk semua z, dan $\rho'=\rho$ untuk semua sisi lainnya. w dikatakan titik pemutus di $G=(\mu,\rho)$, jika $\rho'^{\infty}(u,v) < \rho^{\infty}(u,v)$ untuk suatu u,v sehingga $u \neq w \neq v$. Sehingga penghapusan titik w akan mengurangi kekuatan dari keterhubungan diantara pasangan titik-titik lainnya.

(Sunitha dan Vijayakumar 1999 : 294)

Definisi 3.1.3 Graf fuzzy $G=(\mu,\rho)$ adalah hutan fuzzy jika mempunyai subgraf fuzzy perentang $F=(\mu,\tau)$ yang merupakan hutan, dengan syarat untuk semua sisi xy yang tidak berada di $F=(\mu,\tau)$ (sedemikian hingga $\tau(xy)=0$), berlaku $\rho(xy) < \tau^{\infty}(x,y)$.

(Mordeson and Nair, 2000: 22)

Definisi 3.1.4

$G=(\mu,\rho)$ adalah graf fuzzy. $Supp(\mu)=\{x \in V \mid \mu(x)>0\}$, $Supp(\rho)=\{xy \in V \times V \mid \rho(xy)>0\}$.

Karena $\rho(xy) \leq \mu(x) \wedge \mu(y)$ dimana $xy \in Supp(\rho)$, $x, y \in Supp(\mu)$. Maka $(Supp(\mu), Supp(\rho))$ adalah graf.

(Mordeson and Nair, 2000: 25)

Definisi 3.1.5

1) $G=(\mu,\rho)$ adalah pohon jika dan hanya jika $(Supp(\mu), Supp(\rho))$ adalah pohon.
2) $G=(\mu,\rho)$ adalah pohon fuzzy jika dan hanya jika $G=(\mu,\rho)$ mempunyai subgraf fuzzy perentang yaitu $F=(\mu,\nu)$, dengan $F=(\mu,\nu)$ sebuah pohon sehingga $\forall uv \in Supp(\rho) \setminus Supp(\nu)$, $\rho(uv) < \nu^{\infty}(u,v)$.

(Mordeson and Nair, 2000: 25)

Definisi 3.1.6

1) $G=(\mu,\rho)$ adalah sikel jika dan hanya jika $(Supp(\mu), Supp(\rho))$ adalah sikel.
2) $G=(\mu,\rho)$ adalah sikel fuzzy jika dan hanya jika $(Supp(\mu), Supp(\rho))$ adalah sikel dan tidak terdapat dengan tunggal $xy \in Supp(\rho)$ sedemikian hingga $\rho(xy) = \wedge\{\rho(u,v) \mid (u,v) \in Supp(\rho)\}$.

(Mordeson and Nair, 2000: 25)

Teorema 3.1.2 Misalkan $G=(\mu,\rho)$ adalah graf fuzzy dengan $G^*=(Supp(\mu), Supp(\rho))$ adalah sebuah sikel. Maka sebuah titik dikatakan titik pemutus dari $G=(\mu,\rho)$ jika dan hanya jika titik itu merupakan titik bersama dari dua jembatan.

Bukti :

$\Rightarrow$ Bukti dari kiri ke kanan

Misalkan w adalah titik pemutus dari $G=(\mu,\rho)$. Maka terdapat u dan v selain w sedemikian hingga w ada pada setiap lintasan terkuat dari u ke v. Karena diketahui bahwa $G^*=(supp(\mu), supp(\rho))$ adalah suatu sikel, maka terdapat tepat satu lintasan terkuat dari u ke v

yang memuat w, dan semua sisi $G^* = (supp(\mu), supp(\rho))$ merupakan jembatan. Kerena w diapit oleh dua jembatan, maka w adalah titik bersama dari dua jembatan.

$\Leftarrow$ Bukti dari kanan ke kiri

Misalkan w adalah titik bersama dari dua jembatan. Maka w terletak diantara dua jembatan uw dan wv. Sehingga diantara uw dan wv bukan sisi yang terlemah dari $G = (\mu, \rho)$ [Teorema 3.1.1]. Lintasan dari u ke v yang tidak memuat sisi uw dan wv mempunyai kekuatan kurang dari $\rho(uw) \wedge \rho(wv)$. Sehingga lintasan terkuat dari u ke v adalah lintasan u, w, v dan $\rho^\infty(u,v) = \rho(uw) \wedge \rho(wv)$. Maka w adalah titik pemutus.

Teorema 3.1.3 Jika w adalah titik bersama dari paling sedikit dua jembatan maka w adalah titik pemutus.

Teorema 3.1.4 Jika uv adalah jembatan, maka $\rho^\infty(u,v) = \rho(uv)$.

Bukti :

Misalkan uv jembatan dan $\rho^\infty(u,v) \neq \rho(uv)$. Maka terdapat 2 kemungkinan :

Kemungkinan (1) $\rho^\infty(u,v) < \rho(uv)$.

Hal ini tidak mungkin , karena berdasarkan definisi

$\rho^\infty(u,v) = \sup\{\rho^k(u,v) : k = 1,2,3...\}$ dengan

$\rho^k(u,v) = \sup\{\rho(uu_1) \wedge \rho(u_1u_2) \wedge ... \wedge \rho(u_{k-1}v) \mid u_1, ..., u_{k-1} \in V\}$.

Kemungkinan (2) $\rho^\infty(u,v) > \rho(uv)$.

Maka terdapat lintasan terkuat dari u ke v yang mempunyai kekuatan lebih dari $\rho(uv)$. Semua sisi lintasan terkuat mempunyai kekuatan lebih dari $\rho(uv)$. Lintasan ini bersama dengan sisi uv membentuk suatu sikel dengan uv merupakan sisi terlemah. Hal ini bertentangan dengan hipotesis bahwa uv adalah jembatan.

Lemma 3.1.5 Jika $H = (v, \tau)$ adalah subgraf fuzzy dari $G = (\mu, \rho)$, maka untuk setiap u, v berlaku $\tau^\infty(u,v) \leq \rho^\infty(u,v)$.

Teorema 3.1.6 Jika $G = (\mu, \rho)$ adalah suatu pohon fuzzy dan $G^* = (Supp(\mu), Supp(\rho))$ dimana $G^* = (Supp(\mu), Supp(\rho))$ bukan suatu pohon, maka ada minimal satu sisi uv dalam $Supp(\rho)$ dimana $\rho(uv) < \rho^\infty(u,v)$.

Bukti :

Jika $G = (\mu, \rho)$ adalah pohon fuzzy maka berdasarkan definisi ada suatu subgraph fuzzy yang perentang $F = (\mu, \tau)$ yang merupakan suatu pohon dan $\rho(uv) < \tau^\infty(u,v)$ untuk setiap uv yang tidak berada di $F = (\mu, \tau)$.

Selain itu berdasarkan Lemma 3.1.5 $\tau^\infty(u,v) \leq \rho^\infty(u,v)$. Sehingga $\rho(uv) < \rho^\infty(u,v)$ untuk setiap sisi uv yang tidak berada di $F = (\mu, \tau)$ dan berdasarkan hipotesa, ada paling tidak satu sisi uv yang tidak berada di $F = (\mu, \tau)$.

3.2 Graf Fuzzy Komplit.

Definisi 3.2.1 Graf fuzzy komplit adalah graf fuzzy $G = (\mu, \rho)$ sedemikian hingga $\rho(uv) = \mu(u) \wedge \mu(v)$ untuk setiap u dan v.

Lemma 3.2.1 Jika $G = (\mu, \rho)$ adalah suatu graf fuzzy komplit maka $\rho^\infty(u,v) = \rho(uv)$.

Lemma 3.2.2 Graf fuzzy komplit tidak mempunyai titik pemutus.

Teorema 3.2.3 Jika $G = (\mu, \rho)$ adalah suatu pohon fuzzy, maka $G = (\mu, \rho)$ tidak komplit.

Bukti :

Andaikan $G = (\mu, \rho)$ adalah graph fuzzy komplit. Maka berdasarkan Lemma 3.2.1 $\rho^\infty(u,v) = \rho(uv)$ untuk setiap $u, v \in V$. Berdasarkan definisi $G = (\mu, \rho)$ adalah pohon fuzzy dengan $\rho(uv) < v^\infty(u,v)$ untuk setiap uv yang tidak berada di $F = (\mu, \tau)$, sehingga $\rho^\infty(u,v) < v^\infty(u,v)$. Hal ini kontradiksi dengan Lemma 3.1.5.

Teorema 3.2.4

Jika $G = (\mu, \rho)$ adalah suatu pohon fuzzy maka titik internal dari $F = (\mu, v)$ adalah titik pemutus dari $G = (\mu, \rho)$.

Bukti :

Misalkan w adalah sebarang titik di $G = (\mu, \rho)$ yang bukan titik akhir dari $F = (\mu, v)$. Maka w adalah titik bersama dari paling sedikit dua sisi di $F = (\mu, v)$ yang merupakan jembatan dari $G = (\mu, \rho)$, dan berdasarkan Teorema 3.1.3 w adalah titik pemutus.

Hal ini juga berarti jika w adalah titik akhir dari $F = (\mu, v)$ maka w bukan titik pemutus. Di sisi lain ada u, v yang berbeda dengan w sedemikian hingga w ada pada setiap lintasan terkuat dari u ke v dan salah satu lintasan jelas terletak di $F=(\mu,\nu)$. Tetapi karena w adalah suatu titik akhir dari $F=(\mu,\nu)$ maka hal ini tidak mungkin.

SIMPULAN

1. Jika $G=(\mu,\rho)$ adalah suatu pohon fuzzy dan $G^*=(Supp(\mu),Supp(\rho))$ dimana $G^*=(Supp(\mu),Supp(\rho))$ bukan suatu pohon, maka ada minimal satu sisi uv dalam $Supp(\rho)$ dimana $\rho(uv)<\rho^{\infty}(u,v)$.
2. Jika $G=(\mu,\rho)$ adalah suatu pohon fuzzy, maka $G=(\mu,\rho)$ bukan graf fuzzy komplit.
3. Jika $G=(\mu,\rho)$ adalah suatu pohon fuzzy maka titik internal dari $F=(\mu,\nu)$ adalah titik pemutus dari $G=(\mu,\rho)$.

SARAN

Dalam jurnal ini hanya dibahas beberapa karakteristik pohon fuzzy. Oleh karena itu, penulis memberikan saran kepada pembaca yang tertarik pada permasalahan ini untuk menjelaskan sifat-sifat yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

[1.] Budayasa, I.K. 2007. Teori Graf dan Aplikasinya. UNESA.

[2.] Chartrand, G dan Lesniak, L. 1996. *Graphs and Digraphs* [third editions]. USA: Chapman & Hall/CRC.

[3.] Lee, Kwang H. 2005. First Cours on Fuzzy Theory and Applications. Republik of South Korea : Korea Advanced Institute of Science and Technology, KAIST.

[4.] Mordeson, J.N and Nair, P.S. 2000. Fuzzy Graphs and Fuzzy Hypergraphs . New York : Physica-Verlag, Heidelberg.

[5.] Nagoorgani, A and Vadivel, P. 2009. Relation between the parameters of independent Domination and Irredundance in Fuzzy Graphs.

[6.] Sunitha, M.S.2001. Studies On Fuzzy Graphs

[7.] Sunitha , M.S and Vijayakumar, A.1999. A characterization of fuzzy tress.

[8.] Vimala, S and Sathya J.S.2012. Connected point set domination of fuzzy graphs. 75-78.

[9.] Zimmerman, H.J. 1992. *Fuzzy Set Theory and Its Applications*. USA : Kluwer Academic Publisher.