

KAJIAN *HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORIES* DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI TINGKAT SMP

Agnes Ivana Hendrik^{1*}; Ch. K. Ekowati¹; Damianus D. Samo¹

^{1,2,3}Pendidikan Matematika, FKIP Universitas Nusa Cendana, Kupang.
Email: hendrikagnes15@gmail.com*

Diterima (24 September 2020); Revisi (15 Oktober 2020); Diterbitkan (20 November 2020)

Abstrak

Pembelajaran matematika di era sekarang ini menuntut guru untuk mampu mengembangkan model pembelajaran yang memperhatikan karakteristik peserta didik, sehingga penting bagi guru untuk mengetahui *learning trajectory*. Kajian ini bertujuan untuk mendeskripsikan konsepsi *learning trajectory* dan *hypothetical learning trajectories*, serta menyajikan desain *hypothetical learning trajectories* dalam pembelajaran matematika. Metode yang digunakan dalam penulisan ini yaitu kajian pustaka. Berdasarkan teori-teori yang dikaji, disimpulkan bahwa *hypothetical learning trajectory* merupakan desain pembelajaran berupa dugaan terhadap aktivitas pembelajaran siswa berdasarkan pemahaman awal dan karakteristik siswa untuk mencapai pemahaman lebih tinggi. HLT memiliki tiga komponen utama yaitu tujuan pembelajaran, aktivitas belajar, dan hipotesis proses pembelajaran. HLT digunakan guru sebagai pedoman untuk memprediksi dan menyiapkan desain alur pembelajaran yang sesuai dengan tahapan berpikir siswa dan dapat memperbaiki hasil belajar siswa. Temuan penelitian-penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa untuk mendesain HLT dalam pembelajaran matematika, pendidik perlu mempertimbangkan *learning obstacle* siswa, hirarki materi, serta daya dukung pembelajaran, sehingga aktivitas belajar yang akan dihipotesiskan dibangun berdasarkan hal-hal tersebut. Direkomendasikan agar peneliti selanjutnya dapat menerapkan HLT yang sudah ada, serta mengembangkan HLT pada materi yang belum diujicobakan dengan mengkaji lebih dalam mengenai HLT serta apa saja yang memengaruhinya, sehingga dapat melakukan penelitian dengan tinjauan yang berbeda-beda.

Kata kunci: *hypothetical learning trajectory*, pembelajaran matematika.

Abstract

Mathematics learning in this era requires teachers to be able to develop learning models that pay attention to the characteristics of students, so it is important for teachers to know learning trajectory. This study aims to describe the conception of learning trajectory and hypothetical learning trajectory, as well as presenting the design of hypothetical learning trajectories in mathematics learning. Based on the theories studied, it is concluded that hypothetical learning trajectory is a learning design in the form of allegations on student learning activities based on initial understanding and characteristics of students to achieve higher understanding. HLT has three main components namely learning objectives, learning activities, and hypotheses of the learning process. HLT is used by teachers as a guide to predict and prepare learning flow designs that are appropriate to the stages of student thinking and can improve student learning outcomes. The findings of previous studies show that to design HLT in mathematics learning, educators need to consider student obstacle learning, a hierarchy of material, and learning support capacity, so that learning activities to be hypothesized are built based on these things. It is recommended that future researchers can use the existing HLT, and also develop HLT in other materials that have not been tested by further studying HLT and whatever affects it, research with different differences can be used.

Keywords: hypothetical learning trajectory, mathematics learning.

PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika di era sekarang ini menuntut pembelajaran yang aktif melibatkan siswa untuk menemukan pengetahuan dari proses berpikir dan pengalaman belajarnya, sehingga siswa dapat menghubungkan konsep (materi) yang satu dengan lainnya. Sudah menjadi tugas guru untuk mempersiapkan desain yang tepat dalam proses pembelajaran. Isnawan & Wicaksono (2018), menjelaskan bahwa pendidik dalam mengaplikasikan pembelajaran matematika, tidak serta-merta tanpa persiapan, melainkan harus menyiapkan semua hal yang berkaitan dengan pembelajaran. Pembelajaran yang baik haruslah memiliki persiapan atau desain proses pembelajaran yang baik. Lebih lanjut lagi, Isnawan & Wicaksono (2018) menjelaskan desain pembelajaran yang baik yaitu rancangan pembelajaran yang disesuaikan dengan kebutuhan peserta didik demi tercapainya tujuan pembelajaran yang sudah ditetapkan. Rancangan tersebut meliputi rancangan tujuan pembelajaran, strategi pembelajaran, bahan ajar yang digunakan dalam pembelajaran, dan penilaian pembelajaran. Dalziel (2015) juga mengungkapkan bahwa desain pembelajaran adalah rencana yang berkaitan dengan aktivitas peserta didik. Aktivitas tersebut harus disesuaikan dengan kompetensi yang dimiliki peserta didik.

Surya (2018) menyebutkan bahwa sesuai dengan pendekatan pembelajaran yang berorientasi pada siswa (*student center*), desain pembelajaran yang dirancang oleh guru perlu memperhatikan adanya alur belajar siswa (*learning trajectory*). Confrey, Gianopulos, McGowan, & Shah (2017), menyatakan bahwa *learning trajectory* menggambarkan berbagai ide yang cenderung muncul saat pembelajaran berpusat pada siswa dan serangkaian tugas yang berhasil menimbulkan pemahaman dan mendukung perkembangan kognitifnya. Atsnan (2016), menyatakan bahwa alur belajar (*learning trajectory*) adalah suatu rangkaian aktivitas yang dilalui anak dalam memecahkan suatu masalah atau memahami suatu konsep. *Learning trajectory* memberikan suatu rencana atau pola yang akan digunakan sebagai acuan untuk membuat rancangan pembelajaran pada setiap proses pembelajaran yang akan dilakukan. Penggunaan *learning trajectory* diharapkan mampu mengembangkan kompetensi berpikir matematika bagi peserta didik dan tidak terjadi kesalahan pemahaman konsep. Selain itu, dengan mengembangkan pembelajaran matematika yang berbasis *learning trajectory* membuat guru bisa belajar bagaimana memahami peserta didik belajar dan berpikir (Zaman & Hunaifi, 2017).

Suwarto dan Purnami (2018), menyatakan bahwa sebuah *learning trajectory* tidak akan pernah bisa diklaim sebagai satu-satunya cara terbaik untuk menggerakkan semua siswa ke arah pemahaman. Oleh karena itu, *learning trajectory* dianggap hipotesis meskipun telah divalidasi oleh ribuan siswa secara empiris. Nuraida & Arman (2019) juga menjelaskan bahwa istilah *learning trajectory* (LT) disebut *hypothetical learning trajectories* (HLT) karena desainnya masih dalam

bentuk tebakan atau hipotesis. Istilah *hypothetical learning trajectory (HLT)* sendiri pertama kali dikemukakan dan digunakan oleh Simon (1995) yang menyatakan *hypothetical learning trajectory* terdiri dari tiga komponen yang berupa tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dan dugaan proses pembelajaran - prediksi tentang bagaimana pemikiran dan pemahaman siswa akan berkembang dalam konteks kegiatan pembelajaran. Tujuan yang dimaksudkan adalah capaian pemahaman konsep matematika. Aktivitas belajar yang dimaksudkan adalah serangkaian tugas untuk mengetahui cara berpikir siswa. Hipotesis cara berpikir siswa yang dimaksudkan adalah alur berpikir siswa dalam memahami konsep pembelajaran (Surya, 2018).

Hypothetical learning trajectory (HLT) yang didalamnya memuat serangkaian tugas instruksional agar dapat memahamkan siswa terhadap konsep pembelajaran matematika, merupakan salah satu aspek penting yang harus dimiliki oleh guru dalam mengajarkan siswa belajar bermakna (*meaningful learning*). Ini dikarenakan dalam *HLT* sangat mempertimbangkan pengetahuan yang dimiliki oleh siswa. Selain itu, *hypothetical learning trajectory* diperlukan guru guna mendesain pembelajaran yang akan sesuai dengan pola pemikiran siswa di kelas sesuai dengan karakteristik siswa (Rezky, 2019). Sehingga, penting bagi guru untuk mengetahui *learning trajectory* dan *hypothetical learning trajectory* karena diharapkan guru akan mampu mengembangkan model pembelajaran di sekolah yang memperhatikan karakteristik peserta didik berdasarkan teori-teori yang ada dan kemampuan awal tiap peserta didik sehingga semua kebutuhan peserta didik dapat tercukupi dan juga potensi peserta didik akan lebih berkembang dengan adanya desain pembelajaran yang sesuai.

Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengkaji lebih jauh tentang *hypothetical learning trajectory* dalam pembelajaran matematika yang bertujuan memberikan gambaran kepada pembaca tentang konsep teoritik *hypothetical learning trajectory* serta studi empirik *hypothetical learning trajectory* yang telah dikembangkan peneliti sebelumnya sehingga menjadi gambaran atau model desain pembelajaran hipotetik yang dapat dikembangkan secara terus menerus untuk meningkatkan kualitas pembelajaran.

METODE

Metode yang digunakan oleh penulis adalah metode kajian pustaka yang dilakukan dengan menelusuri berbagai pustaka acuan berupa buku, dan artikel/jurnal. Basis data sumber pustaka yang digunakan adalah *Google Scholar*, *DOAJ*, dan *Science Direct*. Referensi-referensi yang digunakan terkait dengan *hypothetical learning trajectories* dan pembelajaran matematika.

Prosedur kajian terhadap sumber pustaka rujukan, dimulai dengan pengumpulan data yaitu dengan mengumpulkan referensi-referensi yang relevan dengan kata kunci *hypothetical learning trajectories* dan pembelajaran matematika, kemudian menganalisis temuan-temuan tersebut dan

menyajikan implikasi selanjutnya dari hasil kajian pustaka dalam kegiatan pembelajaran serta rekomendasi lebih lanjut terkait penelitian di masa depan terkait *hypothetical learning trajectories* dalam pembelajaran matematika.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Learning Trajectory

Learning trajectory adalah suatu rangkaian aktivitas yang secara aktual dilalui anak dalam memecahkan suatu masalah atau memahami suatu konsep (Nurdin, 2011). *Learning trajectory* juga didefinisikan oleh Surya (2018) sebagai alur kemampuan berpikir dan pemahaman siswa yang terjadi pada kegiatan pembelajaran. Dalam pelaksanaannya, *learning trajectory* sangat mendukung proses pembelajaran, seperti yang dijelaskan Nurdin (2011) bahwa sebuah alur belajar (*learning trajectory*) memberikan petunjuk bagi guru untuk menentukan dan merumuskan tujuan-tujuan pembelajaran yang akan dicapai. Selain itu, Ellis, Ozgur, Kulow, Dogan, & Amidon (2016) mengemukakan bahwa *learning trajectories research has the potential to support a better understanding of student learning, enable more effective teaching strategies, and guide better curriculum and standards design*. Artinya, penelitian lintasan belajar memiliki potensi untuk mendukung pemahaman siswa yang lebih baik dalam pembelajaran, memungkinkan strategi pengajaran yang lebih efektif, serta mendukung kurikulum dan standar rancangan yang lebih baik. Jadi, dapat disimpulkan bahwa *learning trajectory* merupakan rangkaian aktivitas pembelajaran yang didesain dengan strategi pengajaran yang lebih efektif berdasarkan masalah yang dihadapi siswa untuk mendorong perkembangan berpikir siswa hingga mencapai tujuan pembelajaran.

Secara umum perkembangan kemampuan kognitif anak dimulai dengan hal yang konkrit kemudian secara bertahap mengarah ke hal yang abstrak. Bagi setiap siswa perjalanan dari konkrit ke abstrak dapat saja berbeda. Ada yang cepat dan ada yang lambat. Bagi yang cepat mungkin tidak memerlukan banyak tahapan, tetapi bagi yang lambat akan perlu melalui banyak tahapan. Dengan demikian bagi setiap siswa mungkin saja memerlukan *learning trajectory* atau alur belajar yang berbeda.

Hal yang sulit dari penentuan *learning trajectory* adalah pemilihan materi yang juga harus disesuaikan dengan perkembangan peserta didik. Langkah-langkah yang ditampilkan haruslah disesuaikan dengan bagaimana pengalaman belajar mereka sebelumnya. Diharapkan arahan dari guru juga harus fleksibel dan mampu beradaptasi dengan kondisi nyata di kelas (Zaman & Hunaifi, 2017). Jadi, *learning trajectory* berperan sebagai panduan pelaksanaan pembelajaran sekaligus memberikan alternatif strategi untuk membantu siswa mengatasi kesulitan dalam memahami konsep yang dipelajari. Namun, *learning trajectory* memiliki kelemahan pada penentuan desain *learning trajectory* yang harus disesuaikan dengan kemampuan awal dan perkembangan peserta

didik, yang dalam hal ini tiap peserta didik memiliki kemampuan awal dan perkembangan yang berbeda-beda.

Hypothetical Learning Trajectories (HLT)

Arnellis, Suherman, & Amalita (2019) mengemukakan *hypothetical learning trajectory* merupakan dugaan aktivitas pembelajaran yang dibuat sebagai antisipasi-antisipasi tentang apa-apa yang mungkin akan terjadi, baik proses berpikir siswa yang akan mendapat pembelajaran maupun hal-hal yang akan terjadi dalam proses pembelajaran. Lebih lanjut lagi, Rezky (2019) juga menjelaskan *HLT* sendiri menciptakan suatu hipotesis atau dugaan guru tentang bagaimana siswa belajar, sehingga guru tidak hanya mempertimbangkan materi yang ada tetapi juga melihat bagaimana siswa tersebut apakah sudah memahaminya atau belum. Oleh karena itu, dalam proses pembelajaran untuk mencapai siswa yang belajar bermakna diperlukan desain-desain pembelajaran yang disesuaikan dengan karakteristik siswa.

Confrey, Gianopulos, McGowan, Shah, & Belcher (2017) menyebutkan:

Hypothetical learning trajectories “begin with what students bring to their early understanding of target concepts, and identify landmarks and obstacles students are likely to encounter as they proceed from a naïve to a more sophisticated understanding”.

Artinya, lintasan pembelajaran hipotetis “dimulai dengan apa yang dibawa siswa ke pemahaman awal mereka tentang konsep tujuan, dan mengidentifikasi hal yang paling menonjol dan hambatan yang cenderung dihadapi siswa ketika mereka melanjutkan ke pemahaman yang lebih tinggi”. Jadi, dapat disimpulkan bahwa *hypothetical learning trajectory* merupakan desain pembelajaran yang berupa dugaan terhadap aktivitas pembelajaran siswa berdasarkan pemahaman awal dan karakteristik siswa untuk mencapai pemahaman yang lebih tinggi.

Hypothetical learning trajectory akan membantu guru untuk menerapkan model, strategi bahan ajar dan penilaian yang tepat sesuai dengan tahapan berpikir siswa (Surya, 2018). Selain itu, Rezky (2019) juga mengemukakan bahwa hipotesis belajar diperlukan guru guna mendesain pembelajaran yang akan sesuai dengan pola pemikiran siswa di kelas sesuai dengan karakteristik siswa. Suwanto dan Purnami (2018), juga mengemukakan bahwa guru dapat menggunakan *HLT* untuk merancang proses pembelajaran yang memperbaiki hasil belajar siswa. *Hypothetical learning trajectories (HLT)* berperan dalam penelitian *design reasearch* (Bakker & Van Eerde, 2015).

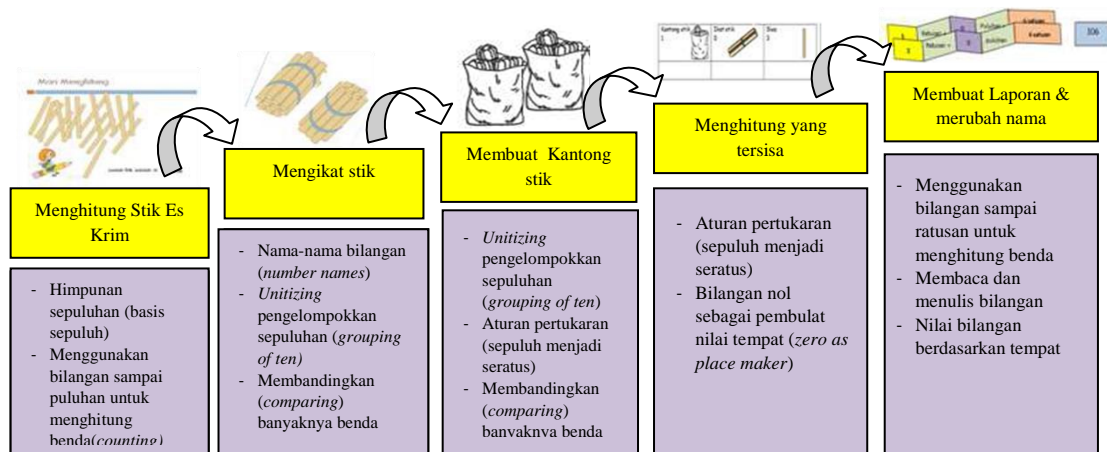
Dapat disimpulkan bahwa *hypothetical learning trajectory* dapat digunakan guru/peneliti sebagai pedoman untuk memprediksi dan menyiapkan desain alur pembelajaran yang sesuai dengan tahapan berpikir siswa dan diharapkan dapat memperbaiki hasil belajar siswa.

Simon (1995) menyebutkan *hypothetical learning trajectory* mencakup tiga komponen: tujuan pembelajaran, kegiatan pembelajaran, dan hipotesis proses pembelajaran - sebuah prediksi tentang bagaimana pemikiran dan pemahaman siswa akan berkembang dalam konteks kegiatan pembelajaran. Surya (2018) menjelaskan lebih dalam bahwa tujuan yang dimaksud adalah capaian pemahaman konsep matematika. Selanjutnya aktivitas belajar yang dimaksud adalah serangkaian tugas untuk mengetahui cara berpikir siswa. Hipotesis cara berpikir siswa yang dimaksudkan adalah alur berpikir siswa dalam memahami konsep pembelajaran. Clements & Sarama (2004), menyebutkan sebuah *hypothetical learning trajectory* yang lengkap terdiri dari tiga aspek: tujuan pembelajaran, perkembangan progresif, dan urutan instruksi tugas. Hal senada juga diungkapkan oleh Larson, Wawro, & Zandieh (2017) yang menjelaskan bahwa dalam mengelaborasi *HLT*, *HLT* dianggap sebagai alur cerita tentang pengajaran dan pembelajaran yang terjadi selama periode waktu yang panjang. Alur cerita memiliki empat aspek yang saling terkait: (1) Tujuan pembelajaran tentang penalaran siswa; (2) Urutan tugas pengajaran di mana siswa terlibat; (3) Pengembangan aktivitas matematika siswa; (4) Peran instruktur dalam mendukung pengembangan matematika siswa di seluruh urutan tugas. Dari ketiga pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa *hypothetical learning trajectory* secara umum memiliki tiga komponen utama yang terdiri dari tujuan pembelajaran, aktivitas belajar berupa serangkaian tugas terurut, dan hipotesis proses pembelajaran yang memprediksi alur perkembangan berpikir siswa.

Dalam pembelajaran matematika, *hypothetical learning trajectory* menurut Clements & Sarama (2004) merupakan gambaran pemikiran siswa saat proses pembelajaran yang berupa dugaan dan hipotesis dari serangkaian desain pembelajaran untuk mendorong perkembangan berpikir matematika siswa agar tujuan pembelajaran dapat tercapai sesuai dengan yang diharapkan. Menurut Fuadiah (2017), *HLT* disusun dengan memperhatikan tahap alur pikir siswa dan konsep materi yang harus dibangun oleh siswa. Kedua hal ini harus saling bersinergi agar aktivitas yang didesain sejalan dengan keduanya sehingga didapatkan suatu desain pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan belajar dan karakteristik siswa. Sejalan dengan itu, Suwanto dan Purnami (2018), mengemukakan bahwa untuk merancang proses pembelajaran dengan *HLT* dimulai dengan menemukan kesulitan belajar siswa (*learning obstacle*) melalui asesmen, kemudian menggunakan informasi dari asesmen untuk mengembangkan desain didaktik yang dapat membantu siswa mencapai tujuan pembelajaran. Desain didaktik ini dituangkan dalam RPP. Oleh karena itu, RPP seharusnya dibangun atas dasar hal-hal yang dipandang sulit bagi siswa. Jadi, *hypothetical learning trajectories* dalam pembelajaran matematika merupakan dugaan guru terhadap aktivitas pembelajaran matematika (interaksi dengan siswa) yang disusun berdasarkan pengetahuan awal

siswa, dan analisis letak kesulitan belajar siswa (*learning obstacle*) untuk membangun alur berpikir matematika siswa mencapai tujuan pembelajaran.

Contoh penerapan *hypothetical learning trajectory* dalam pembelajaran matematika lainnya yaitu contoh alur belajar hipotetik untuk pembelajaran konsep nilai tempat oleh Novita & Putra (2017). Alur belajar yang dihasilkan tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.1.



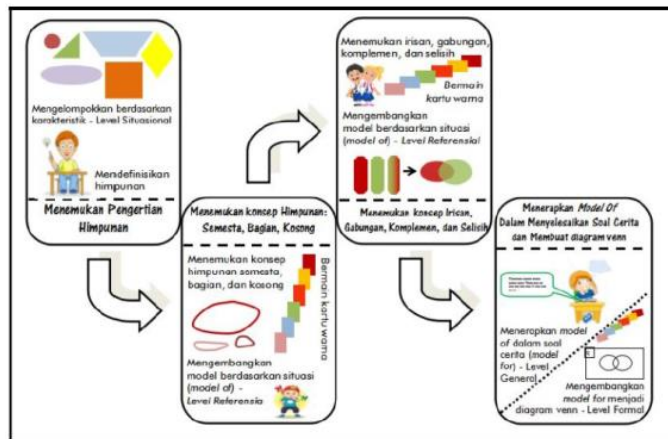
Gambar 1. *Hypothetical learning trajectory* pada materi nilai tempat

Pada *learning trajectory* yang disusun, pembelajaran diawali dengan sebuah masalah kontekstual yaitu membantu tukang es krim dalam menghitung banyaknya stik es krim yang tersisa. Setelah itu, guru berusaha mengarahkan siswa untuk menggunakan teknik *grouping* sepuluh dengan cara membandingkan mana yang lebih mudah cara menghitung satu persatu atau dengan mengelompokkannya menjadi sepuluh-sepuluh. Istilah "ikat stik" dan "kantong stik" diperkenalkan guru sebagai *non proposional* model dengan tujuan untuk mengarahkan siswa menemukan konsep nilai tempat ratusan, puluhan serta satuan. Selain itu, proses *grouping* dan *trading rules* ini juga diilustrasikan oleh guru melalui video animasi sebagai aktivitas menyimpulkan kegiatan yang telah dilakukan siswa.

Hasil Empirik

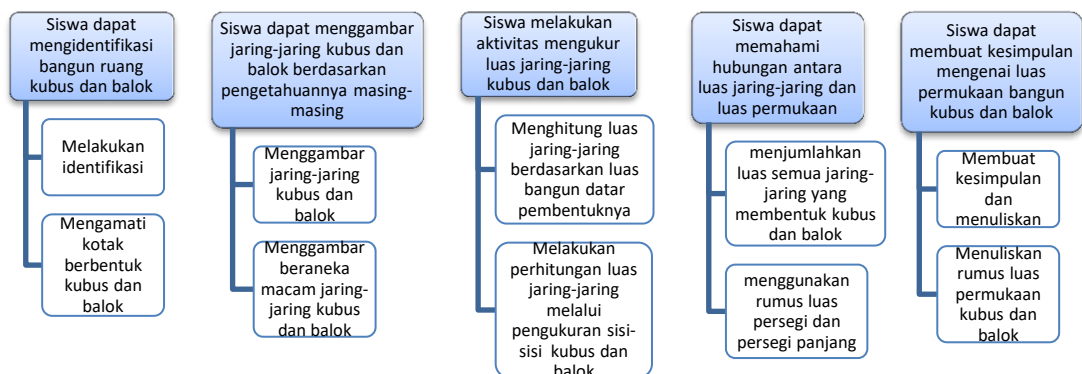
Hasil penelitian yang dilakukan oleh Manurung, Windria, & Arifin (2018) dalam jurnal yang berjudul "Desain Pembelajaran Materi Himpunan dengan Pendekatan Realistic Mathematics Education (RME) untuk Kelas VII" menghasilkan desain *hypothetical learning trajectory*. Berdasarkan wawancara tidak terstruktur bersama guru matematika yang mengajar siswa kelas VII di SMP tersebut, ditemukan bahwa siswa melakukan kesalahan pada saat penerapan konsep himpunan dalam penyelesaian soal cerita. Selain itu, siswa juga kurang memahami konsep operasi dan simbol-simbol dalam himpunan. Desain pembelajaran matematika pada materi himpunan dengan menggunakan pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) salah satunya adalah

dengan memanfaatkan kartu warna-warni yang penggunaannya dikondisikan dengan konsep himpunan yang mana yang akan dibawakan untuk siswa pelajari.



Gambar 2. HLT pada Materi Himpunan

Hasil penelitian yang dilakukan oleh Refianti & Adha (2018) dalam artikelnya yang berjudul “Learning Trajectory Pembelajaran Luas Permukaan Kubus dan Balok” menghasilkan *hypothetical learning trajectory* (HLT) berdasarkan diskusi bersama guru mata pelajaran dan beberapa siswaserta pengkajian literatur dan kurikulum yang digunakan. Hasil diskusi tersebut disimpulkan bahwa sebagian dari siswa menyenangi matematika dan menginginkan pembelajaran matematika yang menyenangkan, tidak hanya rumus dan contoh soal..



Gambar 3. HLT Pada Materi Luas Permukaan Kubus dan Balok

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah diuraikan, dapat disimpulkan bahwa penggunaan benda-benda konkret seperti kotak berbentuk kubus dan balok dapat membantu siswa memahami konsep luas permukaan kubus dan balok melalui aktivitas-aktivitas seperti mengidentifikasi bangun ruang kubus dan balok, menggambar jaring-jaring, menuliskan definisi luas permukaan hingga sampai pada level formal yakni menuliskan rumus luas permukaan kubus dan balok.

Pembahasan

Penelitian yang dilakukan oleh Manurung, Windria, & Arifin (2018) menghasilkan desain *learning trajectory* pada pembelajaran materi Himpunan dengan Pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) yang cukup mudah dan menarik untuk diterapkan guru-guru dalam pembelajaran himpunan di kelas. Namun, *learning trajectory* ini mencakup banyak aktivitas (permainan) sehingga membutuhkan manajemen waktu yang baik. Jika waktu yang digunakan kurang mencukupi, pembelajaran akan berlangsung buru-buru dan tidak seefektif jika waktu diberikan cukup.

Lintasan belajar yang dihasilkan dalam penelitian yang dilakukan oleh Refianti & Adha (2018) hanya menampilkan lintasan belajar terurut (*sequence*) dari segi materi yang dilalui siswa mulai dari mengidentifikasi bangun ruang kubus dan balok, menggambarkan jaring-jaring kubus dan balok, menyebutkan bangun datar apa saja yang terdapat pada kubus dan balok dan menemukan rumus luas permukaan kubus dan balok. Sedangkan dari aspek pedagogik sendiri, peneliti tidak memasukkannya ke dalam desain *learning trajectory*, yang seharusnya ada dan menjadi satu kesatuan dengan aspek keterurutan materi. HLT ini dapat digunakan pada materi yang sama dan dikembangkan lebih lagi untuk bangun ruang lainnya (prisma dan limas). Penulis memberikan hipotesis aspek pedagogik yang dapat digunakan sesuai dengan *sequence* materi yang sudah dijabarkan oleh peneliti di atas. Aktivitas yang dapat dilakukan untuk mengidentifikasi bangun ruang kubus dan balok adalah dengan menggunakan media belajar kardus, dadu, kotak pensil atau benda lainnya yang berbentuk kubus dan balok. Aktivitas yang dapat dilakukan agar siswa dapat menggambarkan jaring-jaring kubus dan balok adalah dengan menggunting/memotong kardus sesuai garisnya sehingga menunjukkan langsung bentuk jaring-jaring kubus dan balok. Aktivitas tersebut juga bisa sekaligus menjawab tujuan menyebutkan bangun datar apa saja yang terdapat pada kubus dan balok. Selanjutnya siswa diarahkan untuk menarik kesimpulan menemukan rumus luas permukaan kubus dan balok. Hipotesis ini dapat menjawab kesulitan belajar siswa karena pembelajaran yang dilakukan hanya menggunakan rumus-rumus saja yang ditemukan pada penelitian. Sehingga dapat dikembangkan lebih lanjut untuk diterapkan dalam pembelajaran.

Pembelajaran matematika di SMP dikelompokkan dalam empat lingkup materi, yaitu bilangan, aljabar, geometri dan pengukuran, serta statistika dan peluang. Secara umum, pada lingkup bilangan dan aljabar, siswa mengalami kesulitan belajar paling banyak ketika mengerjakan soal-soal penerapan pecahan dalam masalah kehidupan sehari-hari. Untuk aspek geometri, siswa kesulitan dalam memvisualisasi bentuk bangun datar atau bangun ruang yang diajarkan. Sedangkan pada bidang statistika dan peluang, siswa kesulitan dalam proses penarikan kesimpulan. Oleh

karena itu, guru atau peneliti dapat mendesain *learning trajectory* untuk mengatasi masalah-masalah tersebut.

KESIMPULAN

Berdasarkan teori-teori, hasil empirik, dan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa *learning trajectory* merupakan rangkaian aktivitas pembelajaran yang didesain dengan strategi pengajaran yang lebih efektif berdasarkan masalah yang dihadapi siswa untuk mendorong perkembangan berpikir siswa hingga mencapai tujuan pembelajaran. Sedangkan, *hypothetical learning trajectory* merupakan desain pembelajaran yang berupa dugaan terhadap aktivitas pembelajaran siswa berdasarkan pemahaman awal dan karakteristik siswa untuk mencapai pemahaman yang lebih tinggi. *Hypothetical learning trajectory* berfungsi sebagai pedoman bagi guru untuk memprediksi dan menyiapkan desain alur pembelajaran yang sesuai dengan tahapan berpikir siswa dan dapat memperbaiki hasil belajar siswa. Secara umum *hypothetical learning trajectory* memiliki tiga komponen utama yang terdiri dari tujuan pembelajaran, aktivitas belajar, dan hipotesis proses pembelajaran yang memprediksi alur perkembangan berpikir siswa.

Dalam pembelajaran matematika, *hypothetical learning trajectories* didesain dengan memperhatikan *learning obstacle* siswa, pengetahuan awal siswa, dan materi pembelajaran, sehingga aktivitas belajar yang akan dihipotesiskan untuk siswa mencapai tujuan pembelajaran dibangun berdasarkan hal-hal tersebut. Di tingkat SMP sendiri, pembelajaran matematika mengutamakan desain pembelajaran menggunakan contoh-contoh, ilustrasi, dan media pembelajaran yang menarik berdasarkan kehidupan sehari-hari siswa. Sudah banyak *hypothetical learning trajectory* yang didesain dan diterapkan dalam pembelajaran matematika, antara lain desain HLT pada pembelajaran konsep nilai tempat oleh Novita & Putra (2017), pada materi himpunan oleh Manurung, Windria, & Arifin (2018), dan pada pembelajaran Luas Permukaan Kubus dan Balok oleh Refianti & Adha (2018).

DAFTAR PUSTAKA

- Arnellis, Suherman, & Amalita. (2019). Implementasi *learning trajectory* kalkulus berbasis *realistic mathematics education* untuk meningkatkan kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi siswa SMA Kota Padang. *MENARA Ilmu*, 13(6), 11-18.
- Atsnan, M. F. (2016). Keterlaksanaan *learning trajectory* pada pembelajaran matematika. *LENTERA Jurnal Ilmiah Kependidikan*, 11(1), 57-63.
- Bakker, A., & Van Eerde, D. (2015). An introduction to design-based research with an example from statistics education. In *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 429-466). Springer, Dordrecht. Doi: 10.1007/978-94-017-9181-6_16
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking And Learning*, 6(2), 81-89.

- Confrey, J., Gianopulos, G., McGowan, W., Shah, M., & Belcher, M. (2017). Scaffolding learner-centered curricular coherence using learning maps and diagnostic assessments designed around mathematics learning trajectories. *ZDM Mathematics Education*. Springer. Doi: 10.1007/s11858-017-0869-1
- Dalziel, J. (2015). *The Art & Science of Learning Design*. In: Maina, M., Craft, B., and Mor, Y. (Eds.). *Reflections on the art and science of learning design and the larnaca declaration*, pp. 3-14. AWRotterdam: Sense Publishers.
- Ellis, A. B., Ozgur, Z., Kulow, T., Dogan, M. F., & Amidon, J. (2016). An exponential growth learning trajectory: students' emerging understanding of exponential growth through covariation. *Mathematical Thinking And Learning*, 18(3), 151-181.
- Fuadiah, N. F. (2017). *Hypothetical learning trajectory* pada pembelajaran bilangan negatif berdasarkan teori situasi didaktis di sekolah menengah. *Jurnal Mosharafa*, 6(1), 13-24.
- Isnawan, M., & Wicaksono, A. B. (2018). Model desain pembelajaran matematika. *Indonesian Journal of Mathematics Education*, 1(1), 47-52.
- Larson, C. A., Wawro, M., & Zandieh, M. (2017). A hypothetical learning trajectory for conceptualizing matrices as linear transformations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(6), 809-829.
- Manurung, M. M., Windria, H., & Arifin, S. (2018). Desain pembelajaran materi Himpunan dengan Pendekatan Realistic Mathematics Education (RME) untuk kelas VII. *Jurnal Derivat*, 5(1), 19-29.
- Novita, R., & Putra, M. (2017). Peran desain learning trajectory nilai tempat bilangan berbantuan video animasi terhadap pemahaman konsep nilai tempat siswa kelas II SD. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(1), 43-56.
- Nuraida, I., & Arman, A. (2019). Hypothetical learning trajectory in realistic mathematics education to improve the mathematical communication of junior high school students. *Journal of Mathematics Education*. 8(2), 247-258.
- Nurdin. (2011). Trajektori dalam Pembelajaran Matematika. *Edumatica*, 1(1), 1-7.
- Refianti, R., & Adha, I. (2018). Learning Trajectory Pembelajaran Luas Permukaan Kubus dan Balok. *Journal of Mathematics Science and Education*, 1(1), 24-37.
- Rezky, R. (2019). *Hypothetical learning trajectory (HLT)* dalam perspektif psikologi belajar matematika. *Ekspose: Jurnal Penelitian Hukum dan Pendidikan*, 18(1), 762-769
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Surya, A. (2018). Learning trajectory pada pembelajaran matematika sekolah dasar (SD). *Jurnal Pendidikan Ilmiah*, 4(2), 22-26.
- Suwarto, & Punarmi, A. S. (2018). Upaya meningkatkan pemahaman konsep matematika melalui hypothetical learning trajectory pada materi vektor. *Indonesia Mathematics Education*, 1(2), 69-76.
- Zaman, W. I., & Hunaifi, A. A. (2017). Learning trajectroy dalam mengembangkan kompetensi berfikir matematika. *Jurnal Pendidikan Surya Edukasi (JPSE)*, 3(2), 34-41.