

PENALARAN MATEMATIS DAN *MATHEMATICAL HABITS OF MIND* MELALUI PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH DAN PENEMUAN TERBIMBING

Marfi Ario

marfiario@gmail.com

Sekolah Pascasarjana Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung

ABSTRAK

Kemampuan penalaran matematis dan *mathematical habits of mind* (MHM) merupakan aspek penting dalam pembelajaran matematika. Upaya peningkatan kemampuan penalaran matematis dan MHM perlu dilakukan. Atas dasar itu, penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk menelaah peningkatan kemampuan penalaran matematis dan MHM siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah dan pembelajaran penemuan terbimbing. Penelitian ini merupakan penelitian *quasi experiment* dengan desain penelitian *the pretest-post-tes two treatment design*. Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas XI salah satu SMK di Pekanbaru, dengan sampel sebanyak 76 siswa yang berasal dari dua kelas. Pengambilan sampel menggunakan teknik *purposive sampling*. Instrumen yang digunakan berupa soal tes kemampuan penalaran matematis dan angket MHM. Temuan pada penelitian ini adalah: (1) peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah lebih baik daripada siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing; (2) terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa ditinjau dari kategori Kemampuan Awal Matematis (KAM) siswa; (3) tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran dan kategori KAM terhadap peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa; (4) tidak terdapat perbedaan MHM siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah dengan siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing.

Kata kunci: *penalaran matematis, pembelajaran berbasis masalah, pembelajaran penemuan terbimbing, kemampuan awal matematis.*

ABSTRACT

Mathematical reasoning ability and Mathematical Habits of Mind (MHM) are fundamental aspect in mathematic learning. Efforts to improve the ability of mathematical reasoning and MHM necessary. Based on that, this study was conducted to examine improvement of mathematical reasoning ability and MHM students who received problem-based learning and guided discovery learning. This study was a quasi experimental research with the pretest-post-tes two treatment design. The population in this study were the students in class XI from one of SMK in Pekanbaru. Samples in this study were 76 students from two classes using purposive sampling technique. Instrument that used in this study were the questions of mathematical reasoning ability test and MHM questionnaire. The finding in this study were: (1) improvement mathematical reasoning ability of students who received problem-based learning was better than students who received guided discovery learning; (2) there was differences in improvement of students' mathematical reasoning ability in terms of categories Early Mathematical Ability (EMA) students; (3) there was no interaction between learning models and categories of EMA to improving students' mathematical reasoning ability; (4) there was no differences MHM students who received problem-based learning with students who received guided discovery learning.

Keywords: *mathematical reasoning, problem-based learning, guided discovery learning, early mathematical ability.*

Pendahuluan

Tujuan umum pembelajaran matematika salah satunya adalah supaya siswa belajar bernalar matematis (NCTM, 1989). Selanjutnya NCTM (2000) menyatakan bahwa standar proses pembelajaran matematika terdiri dari pemecahan masalah, penalaran dan pembuktian, komunikasi, koneksi, dan representasi. Sejalan dengan itu, tujuan pembelajaran matematika yang dinyatakan oleh BSNP (2006) yaitu agar peserta didik memiliki kemampuan memahami konsep matematika, menggunakan penalaran pada pola dan sifat, memecahkan masalah matematis, mengkomunikasikan gagasan melalui berbagai representasi, dan memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan.

Baik di dalam NCTM maupun BSNP, penalaran merupakan salah satu kemampuan yang harus dicapai dalam pembelajaran matematika. Begitu pula yang disampaikan oleh Sumarmo (2013) bahwa pembelajaran matematika diarahkan untuk memenuhi kebutuhan masa kini dan masa datang. Visi masa datang mempunyai peran arti yang lebih luas, diantaranya yaitu mengembangkan kemampuan bernalar, berpikir sistematis, kritis dan cermat.

Penetapan kemampuan penalaran sebagai tujuan dan visi pembelajaran matematika merupakan sebuah bukti bahwa kemampuan penalaran sangat penting untuk dimiliki siswa. Hal ini diperkuat oleh pendapat Shadiq (2004) bahwa kemampuan penalaran sangat dibutuhkan oleh siswa dalam belajar matematika, karena pola berpikir yang dikembangkan dalam matematika sangat membutuhkan dan melibatkan pemikiran kritis, sistematis, logis, dan kreatif. Kemampuan penalaran sangat penting dan merupakan aspek fundamental untuk memahami matematika (Wahyudin, 2008; Turmudi, 2008; Sumarmo, 2013). Memperhatikan pendapat beberapa ahli tersebut, dapat kita simpulkan bahwa penalaran merupakan hal yang sangat

penting dalam belajar matematika. Oleh karena itu, sudah seharusnya siswa memiliki kemampuan penalaran matematis yang baik.

Penalaran adalah suatu proses berpikir untuk menarik kesimpulan dari fakta-fakta yang ada melalui berbagai cara yang diakui kebenarannya (Shadiq, 2004; Mikrayanti, 2012). Secara garis besar, penalaran matematis dapat digolongkan pada dua jenis, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran deduktif adalah proses penarikan kesimpulan yang dimulai dari kasus-kasus khusus hingga diperoleh kesimpulan yang berlaku umum. Sedangkan penalaran induktif adalah proses penarikan kesimpulan yang dimulai dari aturan yang berlaku umum hingga diperoleh kesimpulan yang berlaku khusus (Shadiq, 2004; Ramdani, 2012; Sumarmo, 2013).

Selain penalaran deduktif dan induktif, terdapat kategori ketiga dari penalaran, yaitu penalaran transformasional. Penalaran transformasional melibatkan tindakan visualisasi secara mental dan hasil dari tindakan. Sebagai contoh, di dalam geometri, hal ini dapat dimaknai dengan memvisualisasikan bagaimana perubahan sudut pada sebuah segitiga akan berakibat pada luas areanya (McGraw & Rubinstein-Avila, 2009).

Ditinjau dari sudut pandang lain, menurut Lithner (2012) terdapat dua jenis penalaran, yaitu *creative reasoning* dan *imitative reasoning*. Seorang siswa dikatakan melakukan *creative reasoning* apabila memenuhi kriteria *creativity*, *plausibility*, dan *anchoring*. Sedangkan *imitative reasoning*, yaitu apabila pemilihan strategi untuk menjawab suatu tugas diperoleh melalui ingatan, penulisan ulang atau menerapkan algoritma pada data.

Beberapa penalaran deduktif menurut Sumarmo (2013) diantaranya adalah: melakukan operasi hitung; menarik kesimpulan logis; memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan atau pola; mengajukan lawan contoh;

mengikuti aturan inferensi; memeriksa validitas argumen; menyusun argumen yang valid; merumuskan definisi; dan menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung, dan pembuktian dengan induksi matematik. Sedangkan yang termasuk pada penalaran induktif diantaranya adalah: penalaran analogi, generalisasi, estimasi atau memperkirakan jawaban dan proses solusi, dan menyusun konjektur.

Kemampuan penalaran matematis merupakan aspek kognitif yang menjadi salah satu tujuan pembelajaran matematika. Selain aspek kognitif, tujuan pembelajaran matematika juga harus mencakup aspek afektif. Menurut Mullis, dkk. (2012) terdapat hubungan yang positif antara sikap dengan prestasi matematika. Oleh karena itu, aspek afektif merupakan aspek yang harus dimiliki dan dikembangkan oleh setiap siswa.

Salah satu aspek afektif yang penting untuk dimiliki siswa adalah kebiasaan berpikir. Costa & Kallick (2008) menamakan perilaku cerdas dengan istilah *habits of mind* (kebiasaan berpikir). Kebiasaan berpikir dalam matematika dikenal dengan istilah *mathematical habits of mind*. Istilah *mathematical habits of mind* digunakan oleh matematikawan, para pendidik, dan para ahli untuk menggambarkan intisari dari makna *doing mathematics* dan *think matematically* (Seeley, 2014).

Mathematical habits of mind penting bagi siswa dalam belajar matematika. Hal ini dinyatakan oleh Mark, dkk. (2010: 505) bahwa “*developing mathematical habits of mind in the middle grades is essential for students who are making the critical transition from arithmetic to algebra*”. Hal ini menunjukkan bahwa pentingnya *mathematical habits of mind* dalam pembelajaran matematika.

Mengingat betapa pentingnya kemampuan penalaran dan *mathematical habits of mind* bagi siswa, maka perlu dilakukan upaya untuk mengembangkan kedua kemampuan tersebut. Upaya yang dapat dilakukan diantaranya adalah dengan

memperbaiki proses pembelajaran melalui pemilihan model pembelajaran yang digunakan. Beberapa model pembelajaran yang direkomendasikan oleh para ahli maupun peneliti adalah pembelajaran berbasis masalah (*problem-based learning*) dan pembelajaran penemuan (*discovery learning*).

Arends (2012) menyatakan Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) tidak dirancang untuk membantu guru menyampaikan informasi dalam jumlah besar kepada siswa seperti pada pembelajaran langsung dan ceramah. PBM dirancang terutama untuk membantu siswa mengembangkan keterampilan berpikir, keterampilan menyelesaikan masalah dan keterampilan intelektualnya, melalui pengorganisasian pelajaran di seputar situasi-situasi kehidupan nyata.

Langkah-langkah pembelajaran berbasis masalah adalah: a) mengorientasikan siswa kepada masalah; b) mengorganisasikan siswa untuk belajar; c) membimbing penyelidikan mandiri dan kelompok; d) mengembangkan dan menyajikan hasil karya serta memamerkannya; e) menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah (Nur, 2011; Arends, 2012; Ibrahim, 2012).

Pembelajaran penemuan menurut Wilcox (Hosnan, 2014) adalah suatu pembelajaran yang mendorong siswa untuk belajar sebagian besar melalui keterlibatan aktif mereka sendiri dengan konsep-konsep atau prinsip-prinsip, dan guru mendorong siswa untuk memiliki pengalaman dan melakukan percobaan yang memungkinkan siswa untuk menemukan konsep-konsep atau prinsip-prinsip bagi mereka sendiri. Pada penelitian ini, pembelajaran yang digunakan adalah pembelajaran penemuan terbimbing. Hal ini sebagaimana dikatakan oleh Markaban (2006) bahwa metode penemuan murni kurang tepat karena pada umumnya sebagian besar siswa masih membutuhkan konsep dasar untuk dapat menemukan sesuatu. Hal ini terkait erat dengan karakteristik pelajaran

matematika yang lebih merupakan *deductive reasoning* dalam perumusannya.

Langkah-langkah pembelajaran penemuan terbimbing adalah: a) merumuskan masalah yang akan dipaparkan kepada siswa dengan data secukupnya; b) siswa menyusun dan menambah data baru, memproses, mengorganisir, dan menganalisis data tersebut; c) siswa menyusun konjektur; d) siswa mengkaji konjektur yang mereka buat dan guru memeriksa konjektur siswa; e) guru memberikan soal latihan sebagai tambahan untuk memeriksa pemahaman siswa (Markaban, 2006; Shadiq, 2009).

Memperhatikan karakter dan langkah-langkah pembelajaran berbasis masalah dan penemuan terbimbing di atas dapat diketahui bahwa pembelajaran berbasis masalah maupun pembelajaran penemuan sama-sama menuntut siswa untuk aktif dalam membangun pengetahuannya sendiri. Dalam prakteknya, pada kedua model pembelajaran ini, siswa akan dikelompokkan untuk berdiskusi bersama teman-temannya dalam memecahkan masalah ataupun menemukan konsep. Siswa akan saling bertukar pendapat, menerimadanmembantah argumentemannya, menyusun konjektur, hingga bersepakat dalam membuat keputusan akhir sebagai hasil kerja kelompok. Proses pembelajaran seperti ini dapat menumbuhkan kemampuan penalaran matematis. Hal ini sesuai dengan yang disampaikan oleh Wahyudin (2008) bahwa ruang-ruang kelas dimana para siswa didorong untuk menyampaikan pemikiran mereka dan setiap orang berperan serta dengan saling mengevaluasi pemikiran mereka, akan memberikan lingkungan-lingkungan yang kaya untuk belajar bernalar matematis.

Proses pembelajaran berbasis masalah dan penemuan terbimbing sebagaimana yang disampaikan di atas juga dapat menumbuhkan *mathematical habits of mind* siswa. Hal ini berdasarkan pendapat Levasseur & Cuoco (2009) yang menyatakan bahwa siswa mengembangkan kebiasaan pikiran sebagai

produk sampingan dari pembelajaran matematika melalui pemecahan masalah.

Beberapa studi antara lain Herman (2007), Buhaerah (2011), Padmavathy & Mareesh (2013) dan Ajai, dkk. (2013), melaporkan keunggulan pembelajaran berbasis masalah daripada pembelajaran konvensional dalam mengembangkan beragam kemampuan matematis. Beberapa studi lain diantaranya: Effendi (2012), Nurcholis (2013), Purwatiningsi (2013), dan Hasibuan (2014), juga melaporkan keunggulan pembelajaran penemuan terbimbing daripada pembelajaran konvensional dalam mengembangkan beragam kemampuan matematis. Selain itu, beberapa studi dengan pembelajaran yang beragam diantaranya: Kramarski & Mevarech (2003), Rahmatudin (2013), Zakiah (2014), dan Setiawati (2014), melaporkan bahwa melalui beragam pendekatan pembelajaran inovatif siswa mencapai kemampuan penalaran dan memiliki *mathematical habits of mind* yang lebih baik dibandingkan siswa dengan pembelajaran konvensional.

Berdasarkan pemaparan mengenai pembelajaran berbasis masalah dan penemuan terbimbing beserta hasil temuan penelitian sebelumnya, diduga bahwa kemampuan penalaran matematis dan *mathematical habits of mind* siswa dapat dikembangkan melalui penerapan pembelajaran berbasis masalah dan penemuan terbimbing. Penelitian ini bertujuan untuk menelaah peningkatan kemampuan penalaran matematis dan *mathematical habits of mind* antara siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah dengan siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing. Selain itu, analisis dilakukan juga dengan melibatkan kategori Kemampuan Awal Matematis (KAM) siswa dengan tujuan untuk menelaah peningkatan kemampuan penalaran matematis antara siswa KAM tinggi, sedang, dan rendah, serta interaksi antara model pembelajaran dan kategori KAM siswa.

Metode

Penelitian ini merupakan *quasi experiment* dengan desain *the pretest-post-test two treatment design*, yaitu kelas eksperimen 1 menerima perlakuan 1 dan kelas eksperimen 2 menerima perlakuan 2 (Cohen, dkk., 2007). Pada penelitian ini, kelas eksperimen 1 diberikan pembelajaran berbasis masalah dan kelas eksperimen 2 diberikan pembelajaran penemuan terbimbing.

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas XI salah satu SMK swasta di Kota Pekanbaru tahun ajaran 2014/2015 yang terdiri dari enam kelas. Sampel pada penelitian ini adalah kelas XI.1 dan XI.4. Pengambilan sampel ini dilakukan dengan teknik *purposive sampling*.

Sampel di kedua kelas eksperimen masing-masing dibagi berdasarkan kategori Kemampuan Awal Matematis (KAM) siswa yaitu kelompok tinggi, sedang, dan rendah. Skor yang digunakan untuk menentukan kategori KAM siswa diperoleh dari beberapa nilai ulangan harian siswa. Pengelompokan siswa pada masing-masing kelas eksperimen disajikan pada Tabel 1.

Instrumen penelitian ini adalah tes berupa soal uraian untuk mengukur kemampuan penalaran matematis siswa dan angket untuk mengukur *mathematical habits of mind* siswa. Sebelum digunakan, tes dan angket diuji validitas dan reliabilitasnya terlebih dahulu. Validitas tes dan angket pada penelitian ini diukur menggunakan rumus korelasi *product moment pearson* dan derajat

reliabilitas dihitung dengan rumus *cronbach-alpha* (Arikunto, 2013). Setelah memenuhi syarat validitas dan reliabilitas, tes dan angket kemudian digunakan sebagai instrumen pada penelitian ini.

Kegiatan penelitian ini dilakukan melalui tahap-tahap berikut. Tahap persiapan meliputi: a) kajian teoritis berkenaan variabel yang akan diteliti yaitu kemampuan penalaran matematis dan *mathematical habits of mind*, pembelajaran berbasis masalah dan pembelajaran penemuan terbimbing, serta hasil penelitian yang relevan; b) menetapkan sampel dan tempat penelitian; c) menyusun instrumen dan bahan ajar; d) melakukan uji coba instrumen dan perbaikan instrumen. Tahap pelaksanaan meliputi: a) pelaksanaan pembelajaran dan pengumpulan data melalui tes kemampuan penalaran matematis dan angket *mathematical habits of mind*; b) menganalisis data dan melakukan pembahasan. Tahap penyusunan laporan meliputi: a) menyusun laporan hasil penelitian; b) bimbingan hasil penelitian dengan pembimbing; c) menyusun artikel untuk dimuat dalam jurnal terakreditasi.

Melalui penyesuaian dengan karakteristik kemampuan penalaran matematis, skala *mathematical habits of mind*, jenjang sekolah subjek dan konten matematika yang dibelajarkan, aspek yang diukur dalam penelitian ini adalah:

1. Kemampuan penalaran matematis yang meliputi: memeriksa validitas argumen; membuat analogi dan generalisasi;

Tabel 1.
Pengelompokan Siswa
Berdasarkan Kategori KAM

KAM	Kelas Eksperimen		Total
	I (PBM)	II (PT)	
Tinggi	6	6	12
Sedang	22	29	51
Rendah	10	3	13
Total	38	38	76

menarik kesimpulan logis; dan mengikuti aturan inferensi.

2. Skala *mathematical habits of mind* yang meliputi: menebak dengan alasan, memeriksa kebenaran solusi suatu permasalahan, mencari pola, menghemat memori, melihat kasus khusus, menggunakan representasi alternatif, dan berfikir aljabar.

Berikut ini disajikan beberapa contoh butir tes kemampuan penalaran matematis dan pernyataan angket *mathematical habits of mind* yang digunakan dalam penelitian ini.

Contoh Butir Tes Kemampuan Penalaran Matematis

1. Periksalah pernyataan di bawah ini.
 - a. “Setiap balok merupakan sebuah kubus”. Benar atau salah? Berikan alasanmu!
 - b. “Setiap tabung merupakan sebuah prisma”. Benar atau salah? Berikan alasanmu!
2. Andre membuat kotak berbentuk kubus yang terbuat dari karton dengan panjang rusuk 2 cm. Lalu, Andre ingin membuat kotak kubus dengan ukuran yang lebih besar. Jika kotak kubus besar ukuran rusuknya bertambah 1 cm dari kotak kubus kecil, maka luas karton yang diperlukan adalah 54 cm^2 .
 - a. Jika kotak kubus besar ukuran rusuknya bertambah 2 cm dari kotak kubus kecil, maka luas karton yang diperlukan Andre adalah...
 - b. Jika kotak kubus besar ukuran rusuknya bertambah n cm dari kotak kubus kecil, luas karton yang diperlukan Andre adalah...
3. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Tentukan mana yang merupakan sudut antara bidang ABCD dan bidang ABGH! Mengapa itu yang menjadi sudutnya? Berikan alasanmu!

Contoh pernyataan skala *mathematical habits of mind*

No	Kegiatan	TP	JR	KD	SR	SL
1.	Ketika ada soal matematika, saya memperkirakan dahulu jawabannya, baru kemudian mengerjakannya.					
2.	Saya memeriksa setiap langkah penyelesaian soal matematika yang saya kerjakan.					
3.	Saya mencari apakah terdapat keteraturan pada suatu pernyataan atau kondisi atau soal matematika.					
4.	Saya menghubungkan-hubungkan antara satu rumus matematika dengan rumus matematika lainnya.					
5.	Jika diberikan data dalam bentuk narasi atau cerita, saya mengubahnya dalam bentuk tabel atau bentuk lain yang mudah saya pahami.					
6.	Setelah menjawab suatu soal matematika, saya mempertanyakan “apakah ada cara lain untuk menyelesaikannya”?					

Keterangan: TP: Tidak Pernah JR: Jarang Sekali KD: Kadang-kadang
SR: Sering SL: Selalu

Hasil dan Pembahasan

1. Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis

Hasil penelitian tentang kemampuan penalaran matematis siswa diperoleh dari data hasil *pretes* dan *postes*. Dari hasil *pretes* dan *postes*, dihitung peningkatan (*N-gain*)

kemampuan penalaran matematis dengan rumus berikut (Meltzer, 2002):

N-gain ternormalisasi (*N-gain*) =

$$\frac{\text{skor postes} - \text{skor pretes}}{\text{skor ideal} - \text{skor pretes}}$$

Kriteria skor *N-gain* ditentukan sebagai berikut (Hake, 1999):
 Tinggi : *N-gain* > 0,7
 Sedang: 0,3 *N-gain* 0,7
 Rendah: *N-gain* 0,3

Statistik deskriptif mengenai skor pretes, postes, dan *N-gain* kemampuan penalaran matematis siswa pada kelas Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) dan kelas Pembelajaran Penemuan Terbimbing (PPT) dapat dilihat pada Tabel 2, Tabel 3, dan Tabel 4.

Tabel 2.
Statistik Deskriptif Skor *Pretes* Kemampuan Penalaran Matematis

Kelas	KAM	N			%	s	
PBM	Tinggi	6	2	12	5,00	18,52	3,69
	Sedang	22	1	16	4,64	17,17	3,81
	Rendah	10	1	6	2,80	10,37	1,62
	Keseluruhan	38	1	16	4,21	15,60	3,39
PPT	Tinggi	6	0	15	6,33	23,46	5,47
	Sedang	29	0	9	3,28	12,13	2,07
	Rendah	3	2	3	2,33	8,64	0,58
	Keseluruhan	38	0	15	3,68	13,65	2,95

Skor ideal *pretes* = 27; % = persentase terhadap skor ideal

Tabel 3.
Statistik Deskriptif Skor *Postes* Kemampuan Penalaran Matematis

Kelas	KAM	N			%	s	
PBM	Tinggi	6	13	27	22,5	83,33	5,24
	Sedang	22	15	26	21,36	79,12	3,40
	Rendah	10	6	22	14,80	54,81	5,73
	Keseluruhan	38	6	27	19,82	73,39	5,26
PPT	Tinggi	6	14	24	18,83	69,75	3,60
	Sedang	29	2	26	14,79	54,79	5,60
	Rendah	3	3	11	8,00	29,63	4,36
	Keseluruhan	38	2	26	14,89	55,17	5,74

Skor ideal *postes* = 27 ; % = persentase terhadap skor ideal

Tabel 4.
Statistik Deskriptif Skor *N-gain* Kemampuan Penalaran Matematis

Kelas	KAM	N			%	s	
PBM	Tinggi	6	0,44	1,00	0,81	81	0,21
	Sedang	22	0,45	0,95	0,75	75	0,15
	Rendah	10	0,09	0,78	0,50	50	0,23
	Keseluruhan	38	0,09	1,00	0,69	69	0,21
PPT	Tinggi	6	0,50	0,76	0,62	62	0,11
	Sedang	29	0,00	0,96	0,49	49	0,22
	Rendah	3	0,04	0,36	0,23	23	0,17
	Keseluruhan	38	0,00	0,96	0,49	49	0,22

Skor ideal *N-gain* = 1 % = persentase terhadap skor ideal

Analisis dilakukan terhadap skor pretes dan *N-gain* kemampuan penalaran matematis siswa. Hasil uji normalitas terhadap skor pretes diperoleh bahwa data sampel tidak berdistribusi normal. Oleh karena itu, uji perbedaan skor pretes dilakukan menggunakan uji non-parametrik Mann-Whitney. Menggunakan bantuan software SPSS 16 diperoleh nilai Sig. (2 tailed) = 0,460. Nilai ini lebih besar dari nilai $\alpha = 0,05$, sehingga H_0 diterima. Hal ini bermakna bahwa siswa dari kelas PBM dan kelas PPT memiliki kemampuan awal penalaran matematis yang sama.

Selanjutnya analisis dilakukan terhadap skor *N-gain*. Hasil uji normalitas dan homogenitas menunjukkan bahwa data sampel berdistribusi normal dan variansi kedua kelas homogen. Oleh karena itu, uji selanjutnya menggunakan uji Anova Dua-jalur. Hasil ujiannya dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5.
Hasil Uji Perbedaan Skor *N-gain*
Kemampuan Penalaran Matematis

Sumber	df1	F	Sig.	Keputusan
Model	1	16,102	0,000	Tolak H_0
Pembelajaran				
KAM	2	8,933	0,000	Tolak H_0
Model	2	0,136	0,873	Terima H_0
Pembelajaran				
*KAM				

Berdasarkan Tabel 4 dan Tabel 5., diperoleh hasil bahwa:

- 1) Peningkatan kemampuan penalaran matematis kedua kelas eksperimen masuk pada kategori sedang menurut kriteria dari Hake (1999). Peningkatan ini cukup baik. Hal ini dapat dipahami karena kedua model pembelajaran sama-sama berpaham konstruktivisme. Temuan ini serupa dengan temuan Herman (2007), Buhaerah (2011), Padmavathy & Mareesh (2013), Ajai, dkk. (2013), Effendi (2012), Nurcholis (2013), Purwatiningsi (2013) dan Hasibuan (2014), yang melaporkan bahwa pembelajaran berbasis masalah dan pembelajaran penemuan terbimbing

memberikan hasil yang baik terhadap beragam kemampuan matematis.

Jika dibandingkan, berdasarkan Tabel 5, peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa kelas PBM lebih baik daripada siswa kelas PPT dengan selisih skor rata-rata sebesar 20%. Perbedaan ini menurut peneliti disebabkan karena perbedaan proses pembelajaran antara PBM dan PPT. Pada pembelajaran berbasis masalah, siswa memulai pembelajaran dengan masalah yang diberikan guru. Masalah yang dimaksud disini adalah soal-soal matematika. Soal yang diberikan merupakan soal yang relatif sulit dan kontekstual. Dari soal yang diberikan ini, siswa menyelesaikan masalah dan menemukan konsep matematika terkait materi yang sedang dipelajari. Sedangkan pada pembelajaran penemuan terbimbing, siswa belajar melalui LKS. LKS ini berisi pernyataan dan pertanyaan terbimbing untuk siswa menemukan konsep. Lalu diakhir pembelajaran siswa mengerjakan soal latihan. Jadi, fokus pada pembelajaran berbasis masalah adalah memecahkan permasalahan berupa soal-soal matematis, sedangkan pada pembelajaran penemuan terbimbing lebih berfokus pada penemuan konsep. Dengan demikian, siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah lebih terbiasa dalam mengerjakan soal-soal, khususnya soal-soal yang relatif sulit. Sehingga ketika diberikan soal tes, siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah relatif merasa lebih mudah dibandingkan siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing. Hal inilah yang diduga menjadi penyebab mengapa kemampuan penalaran matematis siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah lebih baik dibandingkan kemampuan penalaran matematis siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing.

2) Terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran matematis ditinjau dari KAM siswa. Uji lanjutan menggunakan uji *Scheffe's* diperoleh hasil bahwa perbedaan yang signifikan terdapat antara siswa KAM rendah dengan siswa KAM sedang dan siswa KAM rendah dengan siswa KAM tinggi. Sementara itu, tidak terdapat perbedaan signifikan antara siswa KAM sedang dengan siswa KAM tinggi. Temuan ini serupa dengan temuan Ashari (2014) dan Aryanti (2015) yang melaporkan bahwa terdapat perbedaan peningkatan kemampuan matematis ditinjau dari KAM siswa.

Hasil penelitian yang menunjukkan terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran matematis ditinjau dari KAM siswa dapat dipahami karena suatu konsep dalam matematika terkait erat dengan konsep-konsep lainnya. Sehingga kemampuan awal matematis siswa sangat berpengaruh terhadap pemahaman siswa pada suatu konsep tertentu. Hal ini sesuai dengan yang dikatakan oleh Suherman, dkk. (2003) bahwa konsep-konsep dalam matematika tersusun secara hierarkis, terstruktur, logis, dan sistematis. Dalam matematika terdapat topik atau konsep prasyarat

sebagai dasar untuk memahami topik atau konsep selanjutnya. Berdasarkan pendapat Suherman, dkk. (2003) tersebut maka dapat dikatakan bahwa siswa yang memiliki konsep prasyarat yang baik akan memiliki pemahaman konsep selanjutnya yang lebih baik. Hal ini lah yang menyebabkan siswa KAM sedang dan KAM tinggi pada penelitian ini memiliki peningkatan kemampuan penalaran matematis yang lebih baik daripada siswa KAM rendah.

3) Tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran dan KAM siswa terhadap peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa. Hal ini bermakna bahwa faktor pembelajaran dan kategori KAM siswa tidak memiliki pengaruh bersama terhadap peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa.

2. *Mathematical Habits of Mind*

Data mengenai *mathematical habits of mind* (MHM) siswa diperoleh dari pengisian angket oleh siswa pada saat sebelum (pretes) dan setelah (postes) seluruh proses pembelajaran selesai. Karena data angket berupa skala ordinal, maka sebelum dilakukan pengolahan data, diubah terlebih dahulu ke skala interval menggunakan *Method of*

Tabel 6.
Statistik Deskriptif Skor MHM Siswa

Tes	Kelas	N	s			
Pretes	PBM	38	36,38	89,23	62,98	10,37
	PPT	38	33,07	86,61	62,78	12,08
Postes	PBM	38	38,46	89,82	66,78	10,89
	PPT	38	41,25	87,46	66,19	11,98

Catatan: Data yang disajikan adalah data setelah dikonversi ke skala interval.

Tabel 7.
Hasil Uji Perbedaan Skor Pretes dan Postes MHM Siswa

Kelas	<i>t-test for Equality of Means</i>				Keputusan
	Selisih rata-rata	df	Statistic	Sig.	
Pretes PBM >> PPT	0,19447	74	0,075	0,940	H ₀ diterima
Postes PBM >> PPT	0,58474	74	0,223	0,824	H ₀ diterima

Successive Interval (MSI). Statistik deskriptif mengenai MHM siswa pada kelas PBM dan PPT dapat dilihat pada Tabel 6.

Uji normalitas dan homogenitas terhadap skor pretes dan postes MHM, diperoleh hasil bahwa data sampel berdistribusi normal dan variansi kedua kelas homogen. Oleh karena itu, uji perbedaan skor pretes dan skor postes MHM menggunakan uji-t. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 7.

Berdasarkan Tabel 7, diperoleh hasil bahwa rata-rata skor pretes MHM siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah sama dengan rata-rata skor pretes MHM siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa siswa dari kedua kelas eksperimen memiliki *mathematical habits of mind* awal yang sama sebelum diberikan perlakuan.

Hasil berikutnya berdasarkan Tabel 7 adalah rata-rata skor postes MHM siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah sama dengan rata-rata skor postes MHM siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan *mathematical habits of mind* siswa yang mendapat pembelajaran berbasis masalah dengan siswa yang mendapat pembelajaran penemuan terbimbing.

Kesimpulan yang diperoleh ini kemungkinan disebabkan oleh dua hal. Pertama, karena kedua model pembelajaran yang digunakan merupakan model pembelajaran yang berpaham konstruktivisme yang menuntut siswa untuk membangun sendiri pemahamannya. Secara prinsip, kedua model pembelajaran ini sama. Tidak ada perbedaan yang prinsipil pada kedua pembelajaran ini (Hosnan, 2014). Hal ini didukung oleh pendapat Ibrahim (2012) yang menyatakan pembelajaran penemuan memiliki kaitan intelektual dengan pembelajaran berbasis masalah, karena pada kedua model ini guru menekankan keterlibatan siswa secara aktif, orientasi

induktif lebih ditekankan daripada deduktif, dan siswa menemukan dan mengkonstruksi pengetahuan mereka sendiri. Karena karakter kedua pembelajaran ini hampir sama, maka hasil yang didapatpun sama. Oleh karena itu, *mathematical habits of mind* siswa dari kedua kelas tidak berbeda signifikan.

Kemungkinan kedua, selama ini kedua kelas selalu mendapat pembelajaran yang sama dari guru matematika mereka. Sehingga kebiasaan berpikir yang terbentuk sesuai dengan pembelajaran yang biasa mereka terima. Kemudian, penelitian dilakukan dengan menerapkan model pembelajaran baru yang belum pernah mereka terima sebelumnya. Penelitian ini berlangsung selama 7 minggu. Waktu yang singkat ini peneliti rasa belum cukup kuat untuk mengubah kebiasaan yang sudah melekat pada siswa. Karena tidak terdapat perubahan pada kebiasaan berpikir siswa dari sebelumnya, maka *mathematical habits of mind* siswa dari kedua kelas tidak berbeda signifikan. Hal ini sesuai dengan pendapat Suherman (2003) bahwa pembentukan daerah afektif sebagai hasil belajar matematika relatif lebih lambat daripada pembentukan daerah kognitif dan psikomotorik, karena perubahan daerah afektif (sikap) memerlukan waktu yang lebih lama. Begitu juga yang dinyatakan oleh Gagne (Suherman, 2003) bahwa daerah afektif ini sebagai obyek matematika yang sifatnya tidak langsung, sedangkan daerah kognitif dan psikomotor sebagai obyek langsung, yang dapat secara langsung dimiliki dalam diri siswa setelah kegiatan belajar mengajar berlangsung.

3. Analisis kesulitan siswa

Kemampuan penalaran matematis pada penelitian ini diukur melalui 4 indikator, yaitu: memeriksa validitas argumen; membuat analogi dan generalisasi; menarik kesimpulan logis; dan mengikuti aturan inferensi. Analisis terhadap lembar jawaban siswa diperoleh beberapa temuan sebagai berikut:

- 1) Kesulitan siswa pada indikator “memeriksa validitas argumen” disebabkan oleh kurangnya pemahaman siswa terhadap konsep matematika. Kesulitan berikutnya adalah siswa sulit dalam mengungkapkan argumennya menggunakan bahasa tulis.
- 2) Kesulitan siswa pada indikator “membuat analogi dan generalisasi” adalah siswa sulit dalam melakukan perhitungan jika melibatkan suatu variabel. Sementara kemampuan generalisasi selalu melibatkan variabel.
- 3) Kesulitan siswa pada indikator “menarik kesimpulan logis” adalah karena siswa kurang banyak memiliki pemahaman konsep matematika. Sehingga siswa sulit menghubungkan antara satu konsep dengan konsep lainnya yang merupakan syarat untuk bisa menarik suatu kesimpulan.
- 4) Kesulitan siswa pada indikator “mengikuti aturan inferensi” adalah siswa sering lupa atau salah menggunakan rumus-rumus atau inferensi yang ada. Hal ini juga tidak terlepas dari kurangnya pemahaman siswa pada konsep yang terkait.

Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, beberapa kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah: 1) peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa yang memperoleh pembelajaran berbasis masalah lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran penemuan terbimbing; 2) terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa ditinjau dari kategori Kemampuan Awal Matematis (KAM) siswa; 3) tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran dengan KAM siswa terhadap peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa; 4) tidak terdapat perbedaan *mathematical habits of mind* siswa yang memperoleh pembelajaran berbasis masalah dengan siswa yang

memperoleh pembelajaran penemuan terbimbing. Kesimpulan lainnya adalah kemampuan penalaran matematis terkait erat dengan kemampuan pemahaman matematis. Kesulitan yang banyak dialami siswa disebabkan karena kurangnya pemahaman matematis siswa.

Berdasarkan temuan-temuan pada penelitian ini, beberapa saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut: 1) pembelajaran yang mengedepankan keaktifan siswa dalam membangun sendiri pengetahuannya sebaiknya lebih diutamakan dalam pembelajaran matematika; 2) peneliti berikutnya dapat menggunakan pembelajaran berbasis masalah dan penemuan terbimbing untuk meningkatkan kemampuan matematis yang lain seperti komunikasi matematis, koneksi matematis, pemecahan masalah matematis, dan sebagainya; 3) masalah yang sering dihadapi dalam proses pembelajaran adalah kurangnya keaktifan dan kerjasama siswa dalam berdiskusi. Peneliti berikutnya yang menggunakan model pembelajaran berbasis masalah ataupun penemuan terbimbing agar mencari solusi untuk hal ini. Misalnya dengan memberikan hadiah bagi kelompok yang aktif dan mampu bekerjasama dengan baik; 4) peneliti berikutnya yang ingin meneliti tentang *mathematical habits of mind*, sebaiknya mempertimbangkan untuk melakukan penelitian dengan durasi yang lebih lama.

Daftar Rujukan

- Ajai, J., T., Imoko, B., I., & O'kwu, E., I. (2013). Comparison of the learning effectiveness of problem-based learning (PBL) and conventional method of teaching algebra. *Journal of Education and Practice*, 4 (1), 131-136.
- Arends, R.I. (2012). *Learning to teach*. 9th Edition. New York: Mc Graw-Hill.
- Arikunto, S. (2013). *Dasar-dasar evaluasi pendidikan*. Edisi kedua. Jakarta: Bumi Aksara.

- Aryanti, A. (2015). Perbandingan kemampuan berpikir kritis matematis dan kemandirian belajar antara siswa yang memperoleh pembelajaran berbasis masalah dengan pembelajaran penemuan terbimbing. *Tesis*. Bandung: Sekolah Pascasarjana, Universitas Pendidikan Indonesia.
- Ashari, N.W. (2014). Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) untuk meningkatkan kemampuan analisis dan evaluasi matematika siswa SMP. *Tesis*. Bandung: Sekolah Pascasarjana, Universitas Pendidikan Indonesia.
- Badan Standar Nasional Pendidikan. (2006). *Standar isi*. Jakarta.
- Buhaerah. (2011). Pembelajaran berbasis masalah untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa SMP. *Gamatika*, 2 (1), 52-61.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. 6th Edition. London: Routledge.
- Costa, L. & Kallick, B. (2008). *Learning and leading with habits of mind: 16 essential characteristics for success*. Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).
- Effendi, L., A. (2012). Pembelajaran matematika dengan metode penemuan terbimbing untuk meningkatkan kemampuan representasi dan pemecahan masalah matematis siswa SMP. *Jurnal Penelitian Pendidikan*, 12 (2), 1-12.
- Hake, R., R. (1999). *Analyzing change/gain scores*. Diakses pada 19 Januari 2015. [Online]. Tersedia di <http://www.physics.indiana.edu/~sdi/AnalyzingChangeGain.pdf>.
- Hasibuan, H., Irwan., & Mirna. (2014). Penerapan metode penemuan terbimbing pada pembelajaran matematika kelas XI IPA SMAN 1 Lubuk Alung. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3 (1), 38-44.
- Herman, T. (2007). Pembelajaran berbasis masalah untuk meningkatkan kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi siswa sekolah menengah pertama. *Educationist*, 1 (1), 47-56.
- Hosnan, M. (2014). *Pendekatan saintifik dan kontekstual dalam pembelajaran abad 21*. Bogor: Ghalia Indonesia.
- Ibrahim, M. (2012). *Pembelajaran berdasarkan masalah*. Surabaya: UNESA University Press.
- Kramarski, B. & Mevarech, Z., R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40 (1), 281-310.
- Levasseur, K. & Cuoco, A. (2009). *Mathematical habits of mind*. Virginia: NCTM.
- Lithner, J. (2012, July). Learning mathematics by creative or imitative reasoning. Dalam *12th International Congress on Mathematical Education*, (pp. 8-15).
- Mark, J., dkk. (2010). Developing mathematical habits of mind. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1 (9), 505-509.
- Markaban. (2006). *Model pembelajaran matematika dengan pendekatan penemuan terbimbing*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional, Pusat Pengembangan dan Penataran Guru Matematika.
- McGraw, R. & Rubinstein-Ávila, E. (2009). Middle school immigrant students developing mathematical reasoning in Spanish and English. *Bilingual Research Journal*, 31(1-2), 147-173.
- Meltzer, D. E. (2002). The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gain in physics: A possible “hidden variable” in diagnostics pretest scores. *American Journal of Physics*, 70 (12), 1259-1268.
- Mikrayanti. (2012). Meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa sekolah menengah atas melalui pembelajaran berbasis masalah. *Tesis*. Bandung: Sekolah Pascasarjana, Universitas Pendidikan Indonesia.

- Mullis, I. V. S., dkk. (2012). *TIMSS 2011 intenational result in mathematics*. Netherlands: IEA.
- NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nur, M. (2011). *Model pembelajaran berdasarkan masalah*. Surabaya: Pusat Sains dan Matematika Sekolah UNESA.
- Nurcholis. (2013). Implementasi metode penemuan terbimbing untuk meningkatkan hasil belajar siswa pada penarikan kesimpulan logika matematika. *Jurnal Elektronik Pendidikan Matematika Tadulako*, 1 (1), 32-42.
- Padmavathy, R., D. & K., Mareesh. (2013). Effectiveness of problem based learning in mathematics. *International Multidisciplinary e-Journal*, 2 (1), 45-51.
- Purwatiningsi, S. (2013). Penerapan metode penemuan terbimbing untuk meningkatkan hasil belajar siswa pada materi luas permukaan dan volume balok. *Jurnal Elektronik Pendidikan Matematika Tadulako*, 1 (1), hlm. 53-63.
- Rahmatudin, Jajang. (2013). *Penerapan model pembelajaran search, solve, create, and share untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis dan self concept siswa SMP Negeri 1 Kedawung*. Tesis. Bandung: Sekolah Pascasarjana, Universitas Pendidikan Indonesia.
- Ramdani, Y. (2012). Pengembangan instrumen dan bahan ajar untuk meningkatkan kemampuan komunikasi, penalaran, dan koneksi matematis dalam konsep integral. *Jurnal Penelitian Pendidikan*, 13 (1), 44-52.
- Seeley, C., L. (2014). *Smarter than we think*. Diakses pada 10 Mei 2015. [Online]. Tersedia di http://www.mathsolutions.com/documents/message31_9781935099369_smarterthanwethink.pdf.
- Setiawati, E. (2014). Mengembangkan kemampuan berpikir logis, kreatif, dan habits of mind matematis melalui pembelajaran berbasis masalah. *Disertasi*. Bandung: Sekolah Pascasarjana, Universitas Pendidikan Indonesia.
- Shadiq, F. (2004). Pemecahan masalah, penalaran, dan komunikasi matematis. Makalah pada *Diklat Instruktur/ Pengembangan Matematika SMP Jenjang Dasar*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Shadiq, F. (2009). *Model-model pembelajaran matematika SMP*. Yogyakarta: P4TK Matematika.
- Suherman, E., dkk. (2003). *Strategi pembelajaran matematika kontemporer*. Bandung: JICA, Universitas Pendidikan Indonesia.
- Suherman, E. (2003). *Evaluasi pembelajaran matematika*. Bandung: JICA, Universitas Pendidikan Indonesia
- Sumarmo, U. (2013). *Kumpulan makalah: Berpikir dan disposisi matematik serta pembelajarannya*. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika, FPMIPA UPI.
- Turmudi. (2008). *Landasan filsafat dan teori pembelajaran matematika: Berparadigma eksploratif dan investigatif*. Jakarta: PT Leuser Cita Pustaka.
- Wahyudin. (2008). *Pembelajaran & model-model pembelajaran: Pelengkap untuk meningkatkan kompetensi pedagogis para guru dan calon guru profesional*. Bandung: Mandiri.
- Zakiah, N., E. (2014). Pembelajaran dengan pendekatan open-ended untuk meningkatkan kemampuan metakognitif dan mathematical habits of mind siswa SMP. *Tesis*. Bandung: Sekolah Pascasarjana, Universitas Pendidikan Indonesia.