

ANALISIS NUMERIK PENYEBARAN PANAS PADA KONSTRUKSI BETON MENGGUNAKAN SKEMA BEDA HINGGA

NUMERICAL ANALYSIS OF HEAT TRANSFER IN CONCRETE CONSTRUCTION WITH FINITE DIFFERENCE SCHEMES

Rofila El Maghfiroh^{1§}, Muhammad Badaruz Zaman^{2,3}

¹Jurusan Teknik Sipil, Politeknik Negeri Malang, Indonesia [Email: rofila.elma@gmail.com]

²Jurusan Teknik Elektro, Politeknik Negeri Malang, Indonesia [Email: muhbadaruzzaman@gmail.com]

³Jurusan Teknik Mesin, Universitas Yudharta Pasuruan, Indonesia [Email: muhbadaruzzaman@gmail.com]

[§]Corresponding Author

Received Mei 2020; Accepted Juni 2020; Published Juni 2020;

Abstrak

Beton sangat sering digunakan dalam bidang konstruksi. Ketahanan panas pada konstruksi beton sangat penting sebagai ketahanan struktur bangunan terhadap kebakaran. Salah satu cara untuk mengamati ketahanan panas pada konstruksi beton adalah dengan analisis numerik. Skema beda hingga merupakan salah satu metode numerik terbaik yang dapat digunakan untuk analisis penyebaran panas guna mengetahui ketahanan panas suatu bahan. Skema beda hingga pada metode Crank-Nicolson memberikan solusi numerik dengan tingkat ketelitian yang sangat baik.

Kata Kunci: analisis numerik, konstruksi beton, skema beda hingga

Abstract

Concrete is used extensively in the building industry. The heat resistance of concrete construction is very important as the structure of a building against fire. One way to observe concrete construction's heat resistance is by numerical analysis. Finite difference schemes are one of the best numerical methods that can be used to evaluate heat dispersion of material's heat resistance. Finite difference schemes with Crank-Nicolson method provides an excellent level of accuracy.

Keywords: numerical analysis, concrete construction, finite differences schemes

1. Pendahuluan

Beton merupakan campuran semen *Portland*, agregat halus, agregat kasar dan air. Air dan semen *Portland* bereaksi secara kimia membentuk pasta yang akan mengisi rongga-rongga diantara butir-butir pasir dan kerikil, sedangkan agregat kasar dan agregat halus tidak mengalami proses kimia karena hanya berfungsi

sebagai bahan pengisi yang diikat oleh pasta. Dalam perkembangannya digunakan berbagai bahan tambah (*admixture*) untuk campuran beton, dengan harapan dapat mengubah sifat dan meningkatkan mutu beton [1].

Pada pekerjaan konstruksi beton massa, sering kali dihadapkan dengan masalah-masalah

tertentu yang biasanya diakibatkan oleh kelalaian dalam pembuatan beton massa tersebut. Salah satunya adalah timbulnya *crack* pada permukaan beton massa. *Crack* ini biasanya diakibatkan oleh proses *curing* yang kurang tepat, ataupun pemakaian semen yang berlebih. Dimensinya yang besar juga dapat mengakibatkan bagian dalam beton sulit untuk melepaskan panas. Adanya perbedaan temperatur yang besar antara permukaan dan inti beton dapat menimbulkan tegangan yang mana dikhawatirkan akan melampaui kuat tarik beton, sehingga menimbulkan retak pada permukaan beton [2].

Dalam suhu tinggi beton akan kehilangan banyak kekuatannya dan bila sudah mendingin kembali, sisa kekuatannya lebih rendah [3]. Jadi, diperlukan analisis numerik penyebaran panas pada beton dengan tingkat ketelitian yang sangat tinggi, agar segala permasalahan yang dihadapi dalam suhu tinggi beton dapat segera teratasi.

Penyebaran panas pada beton merupakan salah satu contoh dari penyebaran panas konduksi, dimana perbedaan suhu pada benda padat terjadi dikarenakan panas yang mengalir dari daerah dengan suhu yang lebih tinggi ke daerah yang mempunyai suhu lebih rendah [4]. Penyebaran panas pada beton dapat diketahui dengan suatu metode numerik. Salah satu metode numerik yang digunakan adalah metode Crank-Nicolson dengan skema beda hingga pusat. Penggunaan metode tersebut diharapkan dapat menghasilkan analisis suhu penyebaran panas dengan tingkat ketelitian yang tinggi.

Terdapat penelitian terkait tentang penyebaran panas adalah solusi penyebaran panas

pada batang konduktor menggunakan metode Crank-Nicolson dengan syarat batas campuran memiliki keakuratan yang sama dengan solusi analitiknya [5]. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dibahas analisis numerik penyebaran panas dengan mengkombinasikan metode Crank-Nicolson dengan skema beda hingga yang diterapkan pada batangan beton 1-dimensi.

2. Landasan Teori

2.1 Beton

Beton adalah campuran dari semen, agregat kasar dan halus, air dengan komposisi tertentu. Beton banyak dipakai sebagai bahan struktur pemikul beban karena sifat kekuatannya yang tinggi. Namun beton tidak kuat menahan tarik sehingga untuk konstruksi diperkuat dengan tulangan baja [3].

Sifat yang umum pada adukan beton (*fresh concrete*) adalah kemampuan dikerjakan (*workability*), sifat tahan lama (*durability*) dan sifat kedap air (*permeability*). Beton mempunyai kelebihan dibanding kayu dan baja, antara lain disebabkan:

- a. harganya relatif lebih murah,
- b. tidak memerlukan biaya perawatan yang banyak,
- c. tahan lama, karena tidak membusuk atau berkarat,
- d. mudah dibentuk sesuai dengan keinginan [1].

2.2 Persamaan Konduksi Panas

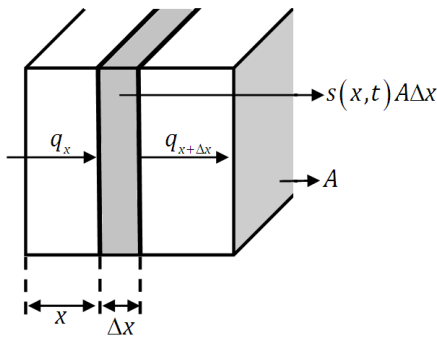
Dalam perpindahan panas konduksi, laju perpindahan panas per satuan luas permukaan benda sebanding dengan perbedaan suhu dalam

arah aliran panas yang disimbolkan sebagai berikut

$$\frac{q_x}{A} \sim \frac{\partial u}{\partial x}$$

dengan q_x adalah laju perpindahan panas konduksi, A adalah luas permukaan sistem dan perbedaan suhu dalam arah aliran panas dinyatakan sebagai $\frac{\partial u}{\partial x}$. Berikut merupakan

ilustrasi dari perpindahan konduksi panas 1-dimensi dengan asumsi suhu berubah terhadap waktu t dan terdapat sumber panas $s(x,t)$.



Gambar 1. Energi pada perpindahan panas konduksi

Berdasarkan Hukum Kestimbangan Energi berikut ini

$$q_x + q_{generated} = Q + q_{x+\Delta x}$$

diperoleh persamaan konduksi panas 1-dimensi dengan sumber panas sebagai berikut.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + s(x,t) \tag{1}$$

dengan k suatu konstanta konduktivitas termal [6].

Nilai konstanta konduktivitas termal suatu bahan sebagai berikut [7].

Tabel 1. Konstanta konduktivitas termal

	kcal/s.m.°C
METALS	
Aluminium	$4,9 \times 10^{-2}$
Brass	$2,6 \times 10^{-2}$
Copper	$9,2 \times 10^{-2}$

Lead	$8,3 \times 10^{-3}$
Silver	$9,9 \times 10^{-2}$
Steel	$1,1 \times 10^{-2}$
GASES	
Air	$5,7 \times 10^{-6}$
Hydrogen	$3,3 \times 10^{-5}$
Oxygen	$5,6 \times 10^{-6}$
OTHERS	
Asbestos	2×10^{-5}
Concrete	2×10^{-4}
Cork	4×10^{-5}
Glass	2×10^{-4}
Ice	4×10^{-4}
Wood	2×10^{-5}

2.3 Metode Crank-Nicolson

Diperhatikan persamaan panas 1-dimensi berikut ini [8].

$$U_t = U_{xx}$$

dengan syarat awal

$$u(x,0) = u_0(x)$$

dan syarat batas Dirichlet

$$u(x,0) = u(1,t) = 0$$

untuk menentukan solusi numerik dari persamaan panas tersebut, maka akan ditentukan skema pendekatan menggunakan metode Crank-Nicolson.

Turunan tingkat satu terhadap variabel waktu akan didekati dengan skema beda hingga pusat berorde dua sebagai berikut [9].

$$\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t_{n+\frac{1}{2}}} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \tag{2}$$

Turunan tingkat dua terhadap variabel ruang akan didekati dengan skema beda hingga pusat orde dua sebagai berikut [9].

$$u_i'' = \frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{h^2} + O(h^2) \tag{3}$$

Pada metode Crank-Nicolson, pendekatan turunan tingkat satu terhadap variabel waktu sesuai pada Persamaan (2), sedangkan pendekatan turunan tingkat dua terhadap variabel

ruang diperoleh dengan menentukan nilai rata-rata dari $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ di titik x_j saat waktu $t = t_n$ dan $t = t_{n+1}$. Sedemikian sehingga diperoleh suatu pendekatan untuk menentukan solusi numerik persamaan konduksi panas 1-dimensi dengan metode Crank-Nicolson sebagai berikut.

$$w^{(n+1)} = \left((I + \lambda A)^{-1} (I - \lambda A) \right) w^{(n)} \quad (4)$$

dengan I adalah matriks identitas, $\lambda = \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}$,

dan A adalah matriks berikut ini [9].

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & \\ & & & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Hasil Dan Pembahasan

Secara umum, batangan beton dengan panjang L memiliki luas penampang melintang yang sama di setiap titik, yaitu A , serta diasumsikan terdapat sumber panas dan sekeliling permukaan batangan diisolasi.

Oleh karena itu, diperhatikan persamaan konduksi panas 1-dimensi dengan syarat awal dan syarat batas berikut ini.

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + s(x,t)$$

dengan syarat awal

$$u(x,0) = f(x)$$

dan syarat batas Dirichlet

$$u(0,t) = u_A(t), u(L,t) = u_B(t)$$

atau syarat batas Neumann

$$u_x(0,t) = u_C(t), u_x(L,t) = u_D(t)$$

Suhu di titik x saat waktu t disimbolkan dengan $u(x,t)$, k adalah konstanta konduktivitas termal batangan dan $s(x,t)$ adalah sumber panas.

Untuk memverifikafikasi akurasi skema pendekatan Crank-Nicolson, maka akan skema akan diaplikasikan pada persamaan berikut [10].

$$u_t(x,t) = \frac{1}{16} u_{xx}(x,t) - t + 8x^2 \quad (5)$$

dengan syarat awal

$$u(x,0) = 2 \sin(2\pi x)$$

dan syarat batas Dirichlet sebagai berikut.

$$u(0,t) = 0, u(1,t) = 8t$$

Persamaan tersebut mempunyai solusi analitik sebagai berikut

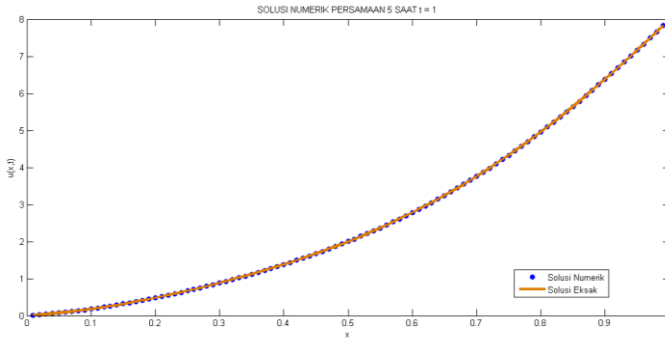
$$u(x,t) = 2e^{-\left(\frac{\pi^2}{4}\right)t} \sin(2\pi x) + 8x^2 t$$

Persamaan (5) mempunyai syarat batas Dirichlet tak nol dan terdapat sumber panas, sehingga skema pendekatan Crank-Nicolson pada Persamaan (4) harus dimodifikasi sesuai dengan syarat batas dan sumber panas. Skema pendekatan Crank-Nicolson yang akan digunakan sebagai berikut.

$$w^{(n+1)} = \left((I + \lambda A)^{-1} (I - \lambda A) \right) w^{(n)} - (I + \lambda A)^{-1} \lambda (SB^{(n)} + SB^{(n+1)}) + (I + \lambda A)^{-1} \frac{\Delta t}{2} (SP^{(n)} + SP^{(n+1)}) \quad (6)$$

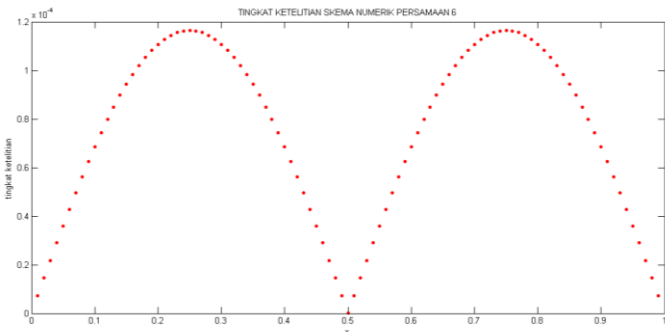
dengan $w^{(n)}$ adalah syarat awal, $SB^{(n)}$ syarat batas saat $t = t_0$ dan $SP^{(n)}$ sumber panas saat $t = t_0$.

Solusi numerik Persamaan (5) saat $t = 1$ jika dibandingkan dengan solusi analitiknya adalah sebagai berikut.



Gambar 2. Solusi numerik Persamaan (5) saat $t = 1$

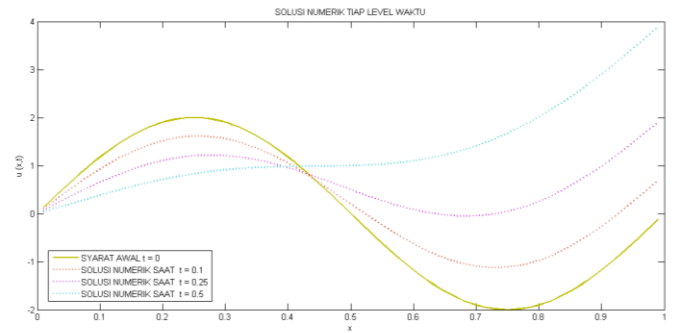
Berdasarkan Gambar 2, maka dapat dikatakan bahwa solusi numerik Persamaan (5) sangat mendekati solusi analitiknya dengan tingkat ketelitian skema pendekatan yang ditunjukkan pada gambar berikut.



Gambar 3. Tingkat ketelitian skema

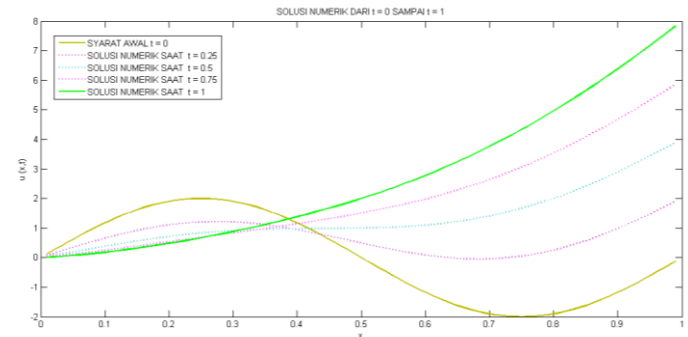
Berdasarkan Gambar 3, skema pendekatan bekerja dengan sangat baik dengan tingkat ketelitian yang sangat kecil dan hampir mencapai $1,2 \times 10^{-4}$. Akan tetapi pada ujung dan tengah batang tingkat ketelitian tidak sebaik pada bagian yang lain, hal ini dikarenakan penyebaran suhu pada ujung-ujung batang harus menyesuaikan dengan kondisi syarat batas yang ada.

Solusi numerik dari Persamaan (5) dari $t = 0$ sampai $t = 0,5$ adalah sebagai berikut.



Gambar 4. Solusi numerik Persamaan (5) dari $t = 0$ sampai $t = 0,5$

Dalam Gambar 4, terlihat penyebaran panas mulai dari syarat awal hingga saat $t = 0,5$. Dapat dikatakan penyebaran panas di tiap level waktunya tetap mempertahankan kondisi syarat batas yang ada. Solusi numerik dari Persamaan (5) tiap level waktu sebagai berikut.

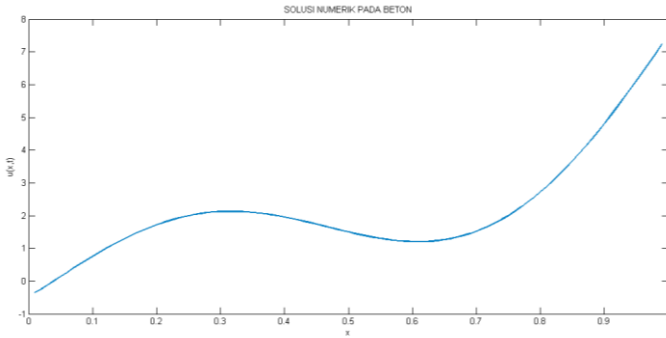


Gambar 5. Solusi numerik Persamaan (5) tiap level waktu

Penyebaran panas mulai dari syarat awal sampai $t = 1$ terlihat pada Gambar 5. Seperti pada gambar sebelumnya, penyebaran panas di tiap level waktu tetap mempertahankan kondisi syarat batas.

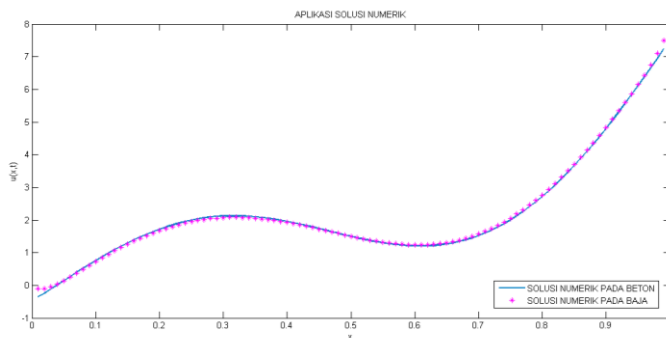
Pembahasan selanjutnya adalah aplikasi skema Crank-Nicolson pada Persamaan (6) yang diterapkan pada persamaan konduksi panas batangan beton 1-dimensi sesuai Persamaan (5). Berikut adalah solusi numerik Persamaan (5) yang diaplikasikan pada batangan beton dengan konstanta konduktivitas termal beton $k = 2 \times 10^{-4}$

(sesuai Tabel 1).



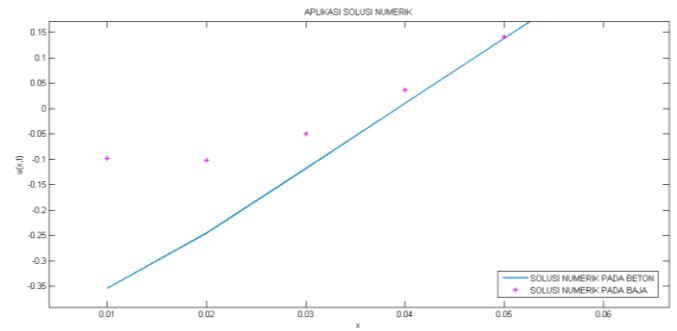
Gambar 6. Penyebaran panas pada batangan beton

Gambar 6 merupakan penyebaran panas pada batang beton saat $t = 1$. Gambar grafik pada Gambar 6 dipengaruhi oleh syarat awal yaitu fungsi sinus $u(x,0) = 2 \sin(2\pi x)$. Meskipun sudah mempertahankan kondisi syarat batas, tetapi pada ujung-ujung batang terlihat terdapat sedikit selisih dengan syarat batas. Hal ini dipengaruhi konstanta konduktivitas termal beton yang sangat kecil. Berbeda jika dibandingkan dengan material lain yaitu baja dengan konstanta konduktivitas termal baja yaitu $k = 1,1 \times 10^{-2}$, maka diperoleh hasil sebagai berikut.



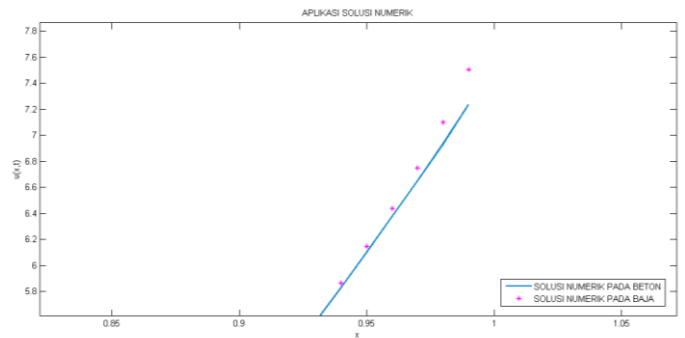
Gambar 7. Penyebaran panas pada batangan beton dan batangan baja

Terdapat perbedaan penyebaran panas pada beton dan baja sesuai Gambar 7. Berikut adalah perbesaran Gambar 7 pada ujung-ujung batang.



Gambar 8. Penyebaran panas pada batangan beton dan batangan baja di $x = 0,01$ sampai $x = 0,06$

Perbedaan penyebaran panas pada batangan beton dan batangan baja di $x = 0,01$ sampai $x = 0,06$ terlihat jelas pada Gambar 8.



Gambar 9. Penyebaran panas pada batangan beton dan batangan baja di $x = 0,9$ sampai $x = 1$

Pada Gambar 9, penyebaran panas pada batangan beton dan batangan baja di $x = 0,9$ sampai $x = 1$ terlihat perbedaannya.

Perbedaan penyebaran panas pada beton dan baja dipengaruhi konstanta konduktivitas termal yang berbeda, namun digunakan syarat awal, syarat batas dan sumber panas yang sama. Berdasarkan Gambar 7, pada ujung batang, penyebaran panas pada baja tetap mempertahankan kondisi syarat batas.

4. Kesimpulan Dan Saran

Skema pendekatan dengan menggunakan metode Crank-Nicolson memberikan solusi numerik dengan tingkat ketelitian yang sangat

baik. Solusi numerik pada persamaan panas yang diaplikasikan pada material beton sangat dipengaruhi oleh konstanta konduktivitas termal beton, syarat awal, syarat batas dan sumber panas yang ada.

Pada beberapa bagian, penyebaran panas pada batang beton berbeda dengan batang baja. Perbedaan semakin terlihat pada ujung-ujung batang. Perbedaan tersebut dipengaruhi oleh nilai konstanta konduktivitas termal berbeda, namun digunakan syarat awal, syarat batas dan sumber panas yang sama.

5. Ucapan Terima Kasih

Terima kasih disampaikan kepada Politeknik Negeri Malang dan Universitas Yudharta Pasuruan yang telah memfasilitasi keberlangsungan penelitian dalam artikel ini, serta terima kasih kepada Universitas Islam Negeri Imam Bonjol Padang yang telah bersedia memberikan ruang publikasi artikel kami.

Daftar Pustaka

- [1] Nurlina, S. 2011. *Teknologi Bahan I*. Bargie Media, Malang
- [2] Setiawan, B., Supartono, F.X. 2018. Analisis Heat Transfer Pda Beton Massa Menggunakan OPC Tipe I Dalam Hubungan Dengan Cara Curing. *Jurnal Mitra Teknik Sipil* 1(1), p.187-194.
- [3] Umiati, S. 2008. Ketahanan Material Baja Sebagai Struktur Bangunan Terhadap Kebakaran. *Teknik A* 1(29), p.9-12.
- [4] Kreith, F., et al. 2011. *Principles Of Heat Transfer, Seventh Edition*. Cengage Learning, Inc., USA.
- [5] Noviantri, V. 2012. Solusi Penyebaran Panas Pada Batang Konduktor Menggunakan Metode Crank-Nicolson. *Jurnal Mat.stat* 12(2), p.133-142.
- [6] Holman, J.,P. 2010. *Heat Transfer, Tenth Edition*. The Mc.Graw-Hill Companies, Inc., New York.
- [7] Halliday, D. and Resnick, R. 1978. *Physics Parts 1 and 2, Third Edition, Combined Edition*. John Wiley and Sons, Canada.
- [8] Morton, K.W. and Mayers, D. 2005. *Numerical Solution of Partial Differential Equations, Second Edition*. Cambridge University Press, New York.
- [9] Humi and Miller. 1992. *Boundary Value Problems and Partial Differential Equations*. PWS-KENT Publishing, Boston.
- [10] Bradie, B. 2006. *A Friendly Introduction to Numerical Analysis*. Pearson Education, Inc., Jersey.