

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

LAPISAN PEMAHAMAN KONSEP MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA DALAM MENYELESAIKAN SOAL LOGARITMA

Immanuel Gery Donuata¹, Fika Widya Pratama²

^{1,2} Universitas Kristen Satya Wacana, Salatiga, Indonesia

**Corresponding author.*

E-mail: 202017054@student.uksw.edu¹⁾
fika.pratama@uksw.edu²⁾

Received 29 April 2021; Received in revised form 08 September 2021; Accepted 25 September 2021

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal logaritma. Teori yang digunakan dalam mendeskripsikan lapisan pemahaman konsep adalah teori Pirie & Kieren yang terdiri dari delapan lapisan, antara lain *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, *inventising*. Jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Subjek pada penelitian ini dipilih menggunakan teknik *purposive sampling*, sehingga terpilih 3 mahasiswa aktif dengan IPK tertinggi pada angkatan 2018, 2019 dan 2020 program studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Kristen Satya Wacana, Salatiga. Instrumen penelitian ini adalah peneliti sendiri sebagai instrumen utama dan instrumen pendukung berupa soal tes dan pedoman wawancara. Metode tes berupa soal persamaan logaritma dan metode wawancara digunakan untuk memperoleh data penelitian. Teknik analisis data yang digunakan antara lain reduksi data, data dianalisis dengan teori Pirie-Kieren, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Uji keabsahan data menggunakan triangulasi teknik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek 1 dan subjek 2 telah mencapai lapisan kedelapan, yaitu *inventising*. Sedangkan subjek 3 mencapai lapisan ketujuh, yaitu *structuring*. Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan kedelapan, yaitu *inventising*.

Kata kunci: Lapisan pemahaman konsep; logaritma; mahasiswa calon guru matematika.

Abstract

This research aims to describe the layer of conceptual understanding of preservice mathematics teacher in solving logarithmic problems. The theory used in describing layers of conceptual understanding is Pirie-Kieren's theory which consists of eight layers, including primitive knowing, image making, image having, property noticing, formalizing, observing, structuring, inventising. This type of research is descriptive qualitative. The subjects in this research were selected using purposive sampling technique, so that 3 active students with the highest GPA were selected in the 2018, 2019 and 2020 Mathematics Education study programs, FKIP, Satya Wacana Christian University, Salatiga. The research instrument is the researcher himself as the main instrument and supporting instruments are the form of test questions and interview guides. The test method in the form of logarithmic equation questions and interview methods were used to obtain research data. Data analysis techniques used include data reduction, data analyzed by Pirie-Kieren theory, data presentation and conclusion drawing. Test the validity of the data using triangulation techniques. The results showed that subject 1 and subject 2 had reached the eighth layer, namely inventising. While subject 3 reaches the seventh layer, namely structuring. Based on research results, it can be concluded that preservice mathematics teacher have reached the eighth layer, namely inventising.

Keywords: Layer of conceptual understanding; logarithm; preservice mathematics teacher.



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

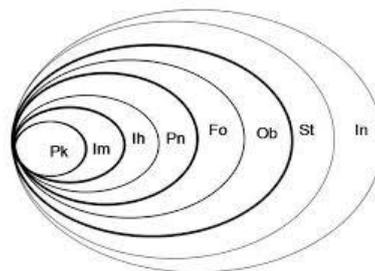
DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

PENDAHULUAN

Pemahaman konsep merupakan bagian penting dari pengetahuan, bersamaan dengan pengetahuan faktual dan prosedural. Siswa yang hanya menghafal secara faktual dan prosedural tanpa adanya pemahaman konsep akan ragu-ragu menggunakan apa yang sudah mereka ketahui (NCTM, 2000). Sejalan dengan hal tersebut, Manda & Putra (2012) mendefinisikan pemahaman konsep sebagai suatu pemahaman dimana pemahaman ini dibuktikan dengan siswa dapat menjelaskan dengan bahasanya sendiri materi yang diajarkan, bukan hanya sekedar menghafal. Berdasar hal tersebut, siswa yang memiliki pemahaman konsep yang baik tidak hanya menghafal pengetahuan secara faktual dan prosedural, tetapi juga dapat mengkomunikasikan pemahamannya dengan bahasa sendiri..

(Pirie & Kieren, 1994) mendefinisikan suatu pemahaman sebagai keseluruhan proses yang dinamis, bergerak melalui level atau tingkatan namun tidak linear dan terdapat proses rekursif di dalamnya. Hampir semua teori pemahaman konsep yang berkembang menganggap pemahaman konsep sebagai suatu proses linear (Muliawati, 2020). Namun teori pemahaman Pirie & Kieren merupakan teori yang menekankan bahwa pertumbuhan pemahaman tidak linear, tetapi sebaliknya proses pemahaman bersifat dinamis (Gülkılıka et al., 2015). Pirie & Kieren memodelkan pemahaman matematika menjadi delapan lapisan pemahaman. Delapan lapisan tersebut antara lain *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, *inventising*. Proses pemahaman Pirie & Kieren diilustrasikan seperti lapisan bawang yang berlapis-lapis (Safitri et al., 2018).

Sehingga pemahaman seseorang pada lapisan kedelapan atau *inventising* dapat menjadi *primitive knowing* untuk materi baru. Pirie & Kieren menggambarkan lapisan pemahaman seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Lapisan pemahaman konsep teori Pirie & Kieren (Sagala, 2017)

Pemahaman konsep sangat diperlukan dalam matematika. NCTM (2000) menyatakan bahwa siswa harus belajar matematika dengan pemahaman. Sejalan dengan hal itu, Mawaddah & Maryanti (2016) menegaskan bahwa dalam pembelajaran matematika, siswa harus memiliki pemahaman konsep sehingga dapat menerapkan konsep dengan efisien dan tepat. Suatu materi dengan materi lainnya dalam matematika saling berhubungan. Oleh sebab itu, siswa yang tidak memahami konsep suatu materi dalam matematika dapat menghambat penguasaan materi berikutnya (Puspitasari & Prihatnani, 2018).

Logaritma adalah salah satu materi matematika yang membutuhkan pemahaman konsep. Pada masalah logaritma, diperlukan minimal satu sifat logaritma untuk menyelesaikan masalah. Banyaknya sifat-sifat logaritma, membuat siswa cenderung hanya menghafal sifat-sifat logaritma tanpa memahami konsep dasar logaritma. Padahal memfokuskan pemahaman konsep dasar materi logaritma, dirasa sesuai untuk mempermudah siswa mempelajari logaritma (Supardi et al., 2019).

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

Beberapa penelitian terdahulu menunjukkan bahwa pemicu kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal logaritma adalah kurangnya pemahaman konsep siswa. Hasil penelitian Hananta & Ratu (2021) menyatakan bahwa salah satu pemicu kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal logaritma adalah siswa masih bingung dalam menggunakan sifat-sifat logaritma karena kurang memahami konsepnya. Kemudian hasil penelitian Angraini & Prahmana (2018) juga menunjukkan bahwa siswa tidak mampu menyelesaikan masalah logaritma karena tidak memahami konsep logaritma.

Pemahaman konsep siswa dipengaruhi oleh beberapa faktor, salah satunya adalah peran guru (Damayanti & Mayangsari, 2017). Peran guru tidak hanya sebagai validator atau yang menyatakan benar atau salah pekerjaan siswa, tetapi juga sebagai pembimbing yang menghargai setiap jawaban siswa. Menurut Mulyono & Hapizah (2018), dalam pembelajaran matematika, guru matematika harus memberikan kesempatan siswa untuk mengungkapkan pemahaman konsepnya. Seharusnya guru matematika tidak hanya mentransfer pengetahuan saja tetapi juga menggali pemahaman konsep siswa. Oleh sebab itu, guru matematika harus memiliki pemahaman konsep yang baik agar siswanya juga memiliki pemahaman konsep yang baik.

Elemen penting dari kompetensi profesional seorang guru adalah pemahaman konsep (Sagala, 2017). Oleh sebab itu, untuk melahirkan guru matematika yang profesional, pemahaman konsep perlu ditanamkan dengan benar sejak awal. Sehingga sebagai mahasiswa calon guru matematika, penting untuk memiliki pemahaman konsep yang baik (Pramasdyahsari & Rubowo, 2020).

Pada jenjang pendidikan tinggi, khususnya pada program studi pendidikan matematika, terdapat pula materi logaritma. Konsep logaritma digunakan pada beberapa mata kuliah di perguruan tinggi, seperti matematika dasar, kalkulus dan persamaan diferensial, sehingga konsep logaritma perlu dikuasai mahasiswa calon guru matematika. Selain itu, materi logaritma merupakan materi yang diajarkan pada jenjang pendidikan menengah. Menurut Ario (2017), mahasiswa calon guru matematika wajib menguasai semua materi yang diajarkan di sekolah dengan baik. Dengan pemahaman konsep logaritma yang baik, diharapkan pemahaman konsep yang sudah diperoleh di perguruan tinggi menjadi bekal mahasiswa ketika mengajar di sekolah.

Berdasarkan latar belakang di atas maka akan diteliti lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal logaritma. Menurut Sagala & Hatip (2018), mahasiswa calon guru matematika harus memenuhi seluruh lapisan pemahaman konsep, agar menjadi guru yang profesional. Mahasiswa calon guru matematika harus mampu mencapai lapisan kedelapan (*Inventising*), yaitu membuat pertanyaan atau soal baru dari pemahaman yang telah didapat pada lapisan sebelumnya. Hal ini berkaitan dengan tugas guru yang harus mampu membuat soal atau pertanyaan sendiri, yang nantinya diberikan kepada siswa. Oleh sebab itu penting untuk mengetahui sejauh mana lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal logaritma. Penelitian ini diharapkan dapat memberi informasi sejauh mana lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

menyelesaikan soal logaritma. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan evaluasi bagi mahasiswa dan juga dosen guna meningkatkan kualitas pembelajaran.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian ini dilakukan pada Januari 2020 sampai April 2021 di Universitas Kristen Satya Wacana. Subjek penelitian dipilih menggunakan teknik *purposive sampling* dengan ketentuan mahasiswa aktif dengan IPK tertinggi yang telah memperoleh atau mempelajari materi logaritma.

Berdasar ketentuan subjek di atas, terpilih 3 mahasiswa aktif Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, UKSW dengan IPK tertinggi pada angkatan 2018 sebagai subjek 1 (S1), angkatan 2019 sebagai subjek 2 (S2) dan angkatan 2020 sebagai subjek 3 (S3). Instrumen penelitian ini adalah peneliti sendiri sebagai instrumen utama dan instrumen pendukung yang berupa

soal tes, pedoman wawancara dan alat rekam.

Pengumpulan data penelitian dilakukan dengan menggunakan metode tes dan wawancara. Tes yaitu tes soal persamaan logaritma yang terdiri dari 3 soal essay dan wawancara yaitu wawancara semi terstruktur untuk memperoleh keterangan lebih dalam mengenai lapisan pemahaman konsep subjek.

Analisis data dimulai dari reduksi data, yaitu pemilihan data yang akan dianalisis dengan teori pemahaman Pirie-Kieren. Kemudian data disajikan berdasarkan analisis indikator pada tiap lapisan. Setelah itu, dilakukan penarikan kesimpulan dari data yang sudah diperoleh. Triangulasi teknik digunakan pada penelitian ini untuk memeriksa keabsahan data.

Berikut indikator yang digunakan untuk mengukur lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal logaritma. Indikator lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal logaritma dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Indikator lapisan pemahaman konsep logaritma

Lapisan	Indikator
<i>Primitive knowing</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mahasiswa dapat menjelaskan apa yang ditanyakan pada soal. 2. Mahasiswa dapat menjelaskan komponen pada soal yang harus diperhatikan sebagai penentu penyelesaian sesuai dengan istilah dalam logaritma. 3. Mahasiswa dapat menjelaskan syarat penyelesaian persamaan logaritma bentuk $f(x)\log g(x) = c$ dengan mengaitkan definisi logaritma.
<i>Image making</i>	Mahasiswa dapat mengaitkan soal dengan bentuk umum persamaan logaritma $f(x)\log g(x) = c$.
<i>Image having</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mahasiswa dapat menjelaskan gambaran langkah penyelesaian yang dilakukan. 2. Mahasiswa dapat menjelaskan tujuan langkah yang dilakukan.
<i>Property noticing</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mahasiswa dapat menyebutkan konsep atau materi apa saja yang digunakan dalam menyelesaikan masalah. 2. Mahasiswa dapat menggunakan sifat logaritma untuk menyelesaikan masalah.

Lapisan	Indikator
	3. Mahasiswa dapat menggunakan konsep bentuk pangkat untuk menyelesaikan masalah.
	4. Mahasiswa dapat menggunakan syarat persamaan logaritma dalam menyelesaikan masalah.
<i>Formalizing</i>	Mahasiswa dapat menemukan pola langkah pengerjaan soal persamaan logaritma dengan bentuk umum $f(x)\log g(x) = c$.
<i>Observing</i>	Mahasiswa dapat menggunakan pola langkah pengerjaan soal persamaan logaritma dengan bentuk umum $f(x)\log g(x) = c$ pada masalah serupa.
<i>Structuring</i>	1. Mahasiswa dapat menjelaskan teorema yang menggabungkan konsep logaritma dan bentuk pangkat dengan alasan yang logis. 2. Mahasiswa dapat menjelaskan hasil penyelesaian soal dengan alasan yang logis.
<i>Inventising</i>	Mahasiswa dapat membuat soal persamaan logaritma baru berdasarkan pemahaman saat mengerjakan soal sebelumnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasar analisis hasil tes dan wawancara ketiga subjek, diperoleh hasil dan pembahasan. Berikut hasil penelitian dan pembahasan lapisan pemahaman konsep mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan soal logaritma.

1) Lapisan *Primitive Knowing*

Ketika wawancara, S1, S2 dan S3 mengatakan bahwa yang dicari dari soal adalah himpunan penyelesaian. Kemudian ketiga subjek juga mengatakan bahwa yang dimaksud himpunan penyelesaian adalah mencari nilai x yang memenuhi persamaan. Hal ini menunjukkan bahwa ketiga subjek dapat menjelaskan apa yang ditanyakan pada soal persamaan logaritma. Sejalan dengan Safitri et al. (2018) yang menyatakan bahwa subjek mencapai lapisan *primitive knowing* karena dapat menyebutkan apa yang ditanyakan pada soal. Selanjutnya, ketika wawancara ketiga subjek dapat menyebutkan bagian mana pada soal yang merupakan basis, numerus dan hasil logaritma dengan tepat. Hal ini menunjukkan bahwa ketiga subjek dapat menjelaskan komponen-komponen pada soal yang harus diperhatikan sebagai penentu

penyelesaian sesuai dengan istilah-istilah dalam logaritma. Suindayati et al. (2019) menyatakan bahwa subjek dapat mencapai lapisan *primitive knowing* karena mampu menyebutkan dan menjelaskan definisi dari istilah-istilah pada soal. Selain itu, ketiga subjek dapat menjelaskan syarat penyelesaian persamaan logaritma bentuk $f(x)\log g(x) = c$ yang digunakan untuk menyelesaikan soal. Ketika wawancara, ketiga subjek mengatakan bahwa dalam soal persamaan logaritma terdapat syarat basis > 0 , basis $\neq 1$ dan numerus > 0 . Bahkan S2 dan S3 dapat mengaitkan syarat basis dan numerus dengan definisi logaritma. Sagala (2016) menjelaskan bahwa subjek memenuhi lapisan *primitive knowing* karena mampu memahami konsep yang diperlukan dalam menyelesaikan masalah.

Berdasar penjelasan di atas, S1, S2 dan S3 telah mampu memenuhi ketiga indikator pada lapisan *primitive knowing*. Oleh sebab itu, dapat dikatakan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan *primitive knowing*.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

Berdasarkan hasil jawaban tertulis soal tes dari ketiga subjek pada Gambar 2, Gambar 3 dan Gambar 4, ketiga subjek dapat menggunakan sifat-sifat logaritma, konsep bentuk pangkat (eksponen) dan syarat persamaan logaritma dalam menyelesaikan masalah dengan tepat. Setyawati & Ratu (2019) menyatakan bahwa pada lapisan *property noticing* subjek menghubungkan gambaran abstrak dengan konsep atau sifat-sifat. Ketika wawancara, ketiga subjek menyebutkan sifat-sifat dan syarat logaritma yang digunakan dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, S1, S2 dan S3 tidak hanya memakai konsep logaritma saja dalam menyelesaikan soal, tetapi juga memakai konsep lainnya dalam matematika. Ketika wawancara, ketiga subjek menyebutkan konsep atau materi apa saja yang dipakai dalam menyelesaikan soal tes. Pada lapisan *property noticing*, subjek menggabungkan dan menghubungkan beberapa teorema/ konsep (Cahyatia & Kriswandani, 2017).

Berdasarkan penjelasan di atas, S1, S2 dan S3 telah mampu memenuhi keempat indikator pada lapisan *property noticing*. Oleh sebab itu, dapat dikatakan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan *property noticing*.

5) Lapisan *Formalizing*

Ketika wawancara, S1, S2 dan S3 menjelaskan dengan tepat pola langkah penyelesaian yang akan dilakukan jika menemukan soal persamaan logaritma bentuk umum $f(x)\log g(x) = c$. Hal ini menunjukkan bahwa ketiga subjek telah menemukan pola langkah pengerjaan soal persamaan logaritma dengan bentuk umum $f(x)\log g(x) = c$ berdasarkan pemahaman masing-masing subjek setelah menyelesaikan soal tes awal. Sejalan dengan hal

tersebut, Pratama (2017) menjelaskan bahwa subjek mencapai lapisan *formalizing* karena telah memperoleh pengetahuan baru berdasarkan pemahaman atas aturan-aturan, sifat maupun cara yang digunakan dalam menyelesaikan soal. Muliawati (2020) juga menyatakan bahwa pada lapisan *formalizing* subjek mampu menemukan sendiri konsep untuk menyelesaikan masalah.

Berdasar penjelasan di atas, S1, S2 dan S3 telah mampu memenuhi indikator pada lapisan *formalizing*. Oleh sebab itu, dapat dikatakan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan *formalizing*.

6) Lapisan *Observing*

Pada lapisan ini, ketiga subjek diberikan 2 soal yang serupa dengan tes awal. Jawaban tertulis S1 dapat dilihat pada Gambar 5 dan 6, jawaban tertulis S2 pada Gambar 7 dan 8, serta jawaban tertulis S3 pada Gambar 9 dan 10.

$$\begin{aligned} (x+1) \log(x^2-1) &= 3 \\ (x+1)^3 &= (x^2-1) \\ (x+1)(x+1)(x+1) &= x^2-1 \\ (x^2+2x+1)(x+1) &= x^2-1 \\ x^3+x^2+2x^2+2x+x+1 &= x^2-1 \\ x^3+3x^2+3x+1 &= x^2-1 \\ x^3+2x^2+3x &= -2 \\ x(x^2+2x+3) &= -2 \end{aligned}$$

Gambar 5. Jawaban tertulis S1 pada soal *observing 1*

$$\begin{aligned} (x-1) \log(x^3-2x^2-x+1) &= 3 \\ (x-1)^3 &= x^3-2x^2-x+1 \\ x^3-3x^2+3x-1 &= x^3-2x^2-x+1 \\ 0 &= x^2-4x+2 \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{4 \cdot 2}}{2} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

HP = {2 + \sqrt{2}}

Gambar 6. Jawaban tertulis S1 pada soal *observing 2*

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

Gambar 5 dan Gambar 6 menunjukkan bahwa S1 hanya mampu memperoleh penyelesaian dari satu soal saja, yaitu soal *observing* 2. Ketika wawancara S1 mengatakan bahwa merasa kesulitan untuk memperoleh penyelesaian soal *observing* 1 karena lupa cara pemfaktoran polinomial. Meskipun demikian, S1 telah menggunakan pola langkah pengerjaan yang sudah didapat dari lapisan sebelumnya.

$$\begin{aligned} \text{(vii)} \quad & \log(x^2-1) = \frac{\log 2^6 \cdot \log 5^{\frac{1}{2}}}{\log 5} \\ \text{(viii)} \quad & \log(x^2-1) = 6 \frac{\log 2}{\log 5} + \frac{\log 5^{\frac{1}{2}}}{\log 5} \\ \text{(ix)} \quad & \log(x^2-1) = 6 \frac{\log 2}{\log 5} + \frac{\log 5^{\frac{1}{2}}}{\log 5} \\ \text{(x)} \quad & \log(x^2-1) = \frac{6 \log 2 + \log 5^{\frac{1}{2}}}{\log 5} \\ \text{(xi)} \quad & \log(x^2-1) = 3 \\ \text{(xii)} \quad & \log(x^2-1) = \log(x^2-1) \\ \text{(xiii)} \quad & (x^2-1) = (x^2-1) \\ \text{(xiv)} \quad & (x-1) = (x+1)(x+1) \dots \\ \text{(xv)} \quad & (x-1) = x^2 + 2x + 1 \\ \text{(xvi)} \quad & 0 = x^2 + 2x + 1 \\ \text{(xvii)} \quad & 0 = x^2 + x + 2 \end{aligned}$$

Gambar 7. Jawaban Tertulis S2 pada Soal *Observing* 1

$$\begin{aligned} \text{(xviii)} \quad & \log(x^2-2x^2-x+1) = 3 \\ \text{(xix)} \quad & \log(x^2-2x^2-x+1) = \log(x^2-2x^2-x+1) \\ \text{(xx)} \quad & x^2-2x^2-x+1 = (x-1)^3 \\ \text{(xxi)} \quad & x^2-2x^2-x+1 = x^3-3x^2+3x-1 \\ \text{(xxii)} \quad & 0 = x^3-3x^2+3x-1-x^2+2x^2+x-1 \\ \text{(xxiii)} \quad & 0 = -x^2+4x-2 \\ \text{(xxiv)} \quad & 0 = x^2-4x+2 \\ \text{(xxv)} \quad & \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-4(1)(2)}}{2(1)} \\ \text{(xxvi)} \quad & = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \\ \text{(xxvii)} \quad & = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} \\ \text{(xxviii)} \quad & = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ \text{(xxix)} \quad & = 2 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

Gambar 8. Jawaban Tertulis S2 pada Soal *Observing* 2

Gambar 7 dan Gambar 8 menunjukkan bahwa S2 mampu menyelesaikan dua soal dengan tepat. Selain itu, S2 juga telah menggunakan pola langkah pengerjaan yang sudah didapat dari lapisan sebelumnya.

$$\begin{aligned} \text{Jawaban:} \quad & \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2-4(1)(2)}}{2(1)} \\ \text{(i)} \quad & \log(x^2-1) = 3 \\ \text{(ii)} \quad & (x^2-1) = (x^2-1)^3 \\ \text{(iii)} \quad & (x^2-1)(x^2-1) = (x^2-1)^3 \\ \text{(iv)} \quad & (x^2-1) = (x^2-1)^2 \\ \text{(v)} \quad & 0 = x^2 + x + 2 \Rightarrow \text{Tidak bisa difaktorkan} \end{aligned}$$

Gambar 9. Jawaban Tertulis S3 pada Soal *Observing* 1

$$\begin{aligned} (x^2-2x^2-x+1) &= (x-1)^3 \\ (x^2-2x^2-x+1) &= (x-1)(x-1)^2 \\ (x^2-2x^2-x+1) &= (x-1)(x^2-2x+1) \\ (x^2-2x^2-x+1) &= (x^2-2x^2+x-x-x^2+2x-1) \\ x^2-2x^2-x+1 &= x^2-3x^2+3x-1 \\ x^2-4x+2 &= 0 \\ \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-4(1)(2)}}{2(1)} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ &= 2 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

Gambar 10. Jawaban Tertulis S3 pada Soal *Observing* 2

Gambar 9 dan Gambar 10 menunjukkan bahwa S3 mampu menyelesaikan kedua soal pada lapisan ini, tetapi tidak menuliskan himpunan penyelesaian dari kedua soal. Namun ketika wawancara, S3 mengatakan bahwa penyelesaian soal *observing* 1 adalah tidak ada, sedangkan penyelesaian soal *observing* 2 adalah $2 + \sqrt{2}$. Hal ini menunjukkan bahwa S3 telah mampu memperoleh penyelesaian dari kedua soal yang diberikan dan telah menggunakan pola langkah pengerjaan yang sudah didapat dari lapisan sebelumnya.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

Berdasarkan pembahasan dari jawaban tertulis ketiga subjek, ketiga subjek telah menggunakan pola langkah pengerjaan soal persamaan logaritma dengan bentuk umum $f(x) \log g(x) = c$ pada masalah serupa. Ketiga subjek menggunakan pola langkah pengerjaan yang sudah diperoleh dari lapisan *formalizing* untuk menyelesaikan 2 soal yang diberikan pada lapisan ini. Sependapat dengan hal tersebut, Asih et al. (2020) menjelaskan bahwa pada lapisan *observing* subjek mampu mengkoordinasikan aktivitas formal pada lapisan *formalizing* guna menyelesaikan masalah yang dihadapi. Setyawati & Ratu (2019) juga menjelaskan bahwa pada lapisan *observing* subjek mengaplikasikan konsep atau sifat yang diperoleh pada lapisan *formalizing*.

Berdasarkan penjelasan di atas, S1, S2 dan S3 telah mampu memenuhi indikator pada lapisan *observing*. Oleh sebab itu, dapat dikatakan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan *observing*.

7) Lapisan Structuring

Berdasarkan jawaban tertulis soal tes pada Gambar 2 dan Gambar 4, S1 dan S3 menggunakan teorema definisi logaritma yang menggabungkan konsep logaritma dan bentuk pangkat dalam menyelesaikan soal tes. Sedangkan pada Gambar 3, S2 tidak menggunakan teorema definisi logaritma. Namun ketika wawancara, ketiga subjek menyebutkan dan menjelaskan bagian-bagian langkah penyelesaian yang menggabungkan konsep logaritma dan bentuk pangkat (eksponen). Hal ini menunjukkan bahwa ketiga subjek telah mampu memenuhi indikator lapisan *structuring* karena mampu menggunakan dan menjelaskan langkah penyelesaian yang menggabungkan konsep

logaritma dan bentuk pangkat. Selain itu, ketika wawancara ketiga subjek mengatakan bahwa alasan hasil penyelesaian soal *observing* 1 tidak ada (himpunan kosong) karena saat melakukan pemfaktoran dengan rumus abc diperoleh nilai $\sqrt{-7}$. Sedangkan untuk soal *observing* 2, penyelesaiannya hanya $2 + \sqrt{2}$, karena $2 + \sqrt{2}$ yang memenuhi syarat basis dan numerus dalam persamaan logaritma. Hal ini menunjukkan bahwa ketiga subjek juga dapat menjelaskan hasil penyelesaian soal pada lapisan *observing* dengan alasan yang logis. Pada lapisan *structuring* subjek mampu menghubungkan beberapa teorema dan membuktikan dengan argumen yang logis (Asih et al., 2020; Suindayati et al., 2019; Syafri & Isran, 2016).

Berdasarkan penjelasan di atas, S1, S2 dan S3 telah mampu memenuhi indikator pada lapisan *structuring*. Oleh sebab itu, dapat dikatakan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan *structuring*.

8) Lapisan Inventising

Pada lapisan ini, ketiga subjek diminta untuk membuat soal baru yang serupa dengan soal *observing* 1 dengan syarat hanya boleh mengubah bagian numerus saja dan hasil penyelesaiannya harus bilangan real. Jawaban tertulis ketiga subjek dapat dilihat pada Gambar 11, Gambar 12 dan Gambar 13.

$$\begin{aligned} (x+1) \log (7x^2+1) &= \frac{{}^3\log 64 \cdot {}^2\log \sqrt{5}}{{}^3\log 5} \\ (x+1) \log (7x^2+1) &= 3 \\ (x+1)^3 &= 7x^2+1 \\ x^3 + 3x^2 + 3x + 1 &= 7x^2+1 \\ x^3 - 4x^2 + 3x &= 0 \\ x(x^2 - 4x + 3) &= 0 \\ x=0 &\vee x^2 - 4x + 3 = 0 \\ \text{TM} & \quad (x-3)(x-1) = 0 \\ & \quad x=3 \vee x=1 \\ & \quad \text{M} \quad \quad \text{TM} \\ \text{HP} &= \{3\} \end{aligned}$$

Gambar 11. Soal Baru S1

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

$$\begin{aligned} & \frac{(x+1)}{\log (2x^3+2x^2-2x-2)} = \frac{\frac{2}{\log 4} \cdot \frac{2}{\log 5}}{\frac{2}{\log 5}} \\ & \frac{(x+1)}{\log (2x^3+2x^2-2x-2)} = 3 \\ & \frac{(x+1)}{\log (2x^3+2x^2-2x-2)} = \frac{3}{\log (x+1)^3} \\ & (2x^3+2x^2-2x-2) = (x+1)^3 \\ & (x+1)(x+1)(2x-2) = (x+1)(x+1)(x+1) \\ & (2x-2) = (x+1) \\ & 2x-2 = x+1 \\ & 2x-x-2-1 = 0 \\ & x-3 = 0 \\ & x = 3 \end{aligned}$$

$KP = \{3\}$

Gambar 12. Soal Baru S2

$$\begin{aligned} & (u^2+2u+1) = (u+1)^2(u+1) \quad (u^2+2u+1) \\ & (u^2+2u+1) = (u^2+2u+1)(u+1) \quad (u^2+2u+1) \\ & 0 = u+1 \\ & u = -1 \\ & \log (u^2-u-2) = 3 \\ & u^2-u-2 = (u+1)^3 \\ & (u+1)(u-2) = (u+1)^3 \\ & (u-2) = (u+1)^2 \\ & 0 = (u^2+2u+1) \\ & \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{4-12}}{2} \\ & \log (u^2+6u-7) = \frac{3}{\log 10} \\ & u^2+6u-7 = (u-1)^3 \\ & (u-1)(u+7) = (u+1)^2 \\ & (u+7) = (u+1)^2 \\ & 0 = u^2 \end{aligned}$$

Gambar 13. Oret-oretan S3

Gambar 11 dan Gambar 12 menunjukkan bahwa S1 dan S2 telah mampu membuat soal persamaan logaritma baru sesuai dengan kriteria yang diminta peneliti. Namun S2 melakukan kesalahan di bagian lingkaran merah pada Gambar 12. Seharusnya basisnya $(x + 1)$, namun S2 menuliskan basisnya 3. Tetapi jika dilihat dari langkah selanjutnya, kesalahan tersebut tidak mempengaruhi hasil akhirnya. Jadi dapat dikatakan

bahwa S1 dan S2 telah mampu mencapai lapisan *inventising* karena dapat membuat soal persamaan logaritma baru. Sagala (2017) menjelaskan bahwa mahasiswa calon guru matematika memenuhi salah satu indikator lapisan *inventising* yaitu membuat pertanyaan baru dalam bentuk soal. Sedangkan pada Gambar 13, menunjukkan S3 sudah berusaha mencari soal baru yang sesuai dengan kriteria yang diminta, namun tidak mampu menemukan soal baru yang sesuai kriteria.

Ketika wawancara, S1 mengatakan bahwa alasan mengganti numerus soal dengan $(7x^2 + 1)$ agar bentuknya kembali ke soal tes awal dan hasil penyelesaiannya bilangan real. Hal ini menunjukkan bahwa S1 dapat membuat soal persamaan logaritma baru berdasarkan pemahaman yang diperoleh pada pengerjaan soal sebelumnya. S2 mengatakan telah mengganti numerus soal dengan $(2x^3 + 2x^2 - 2x - 2)$, karena dengan begitu, kedua ruas memiliki faktor $(x + 1)^2$ yang dapat disederhanakan. Safitri et al. (2018) menyatakan bahwa subjek mencapai lapisan *inventising* apabila subjek membuat pertanyaan baru yang berhubungan dengan soal yang sudah diberikan. Sedangkan S3, ketika wawancara, mengatakan bahwa merasa kesulitan dalam membuat soal baru dengan kriteria yang sudah ditentukan. Berikut hasil wawancara dengan S3.

- P38102 : Oke gimana?
S38102 : Susah, gak ketemu hehe
P38103 : Gak ketemu ya? Berarti belum bisa buat soal baru ya?
S38103 : Belum hehe

Berdasarkan penjelasan di atas, S1 dan S2 telah mampu memenuhi

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

indikator pada lapisan *inventising*, sedangkan S3 tidak mampu memenuhi indikator lapisan *inventising*.

Pembahasan hasil penelitian di atas menunjukkan bahwa S1 dan S2 telah memenuhi kedelapan lapisan, yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, *inventising*. Namun S3 hanya mampu memenuhi ketujuh lapisan, yaitu *primitive knowing*, *image making*, *image having*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*. Meskipun S3 tidak mencapai lapisan *inventising*, dapat dikatakan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan kedelapan, yaitu lapisan *inventising* karena S1 dan S2 telah memenuhi indikator lapisan *inventising*. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan evaluasi bagi mahasiswa untuk lebih meningkatkan pemahaman konsepnya terhadap materi logaritma, dan juga dapat menjadi bahan evaluasi bagi dosen untuk meningkatkan kualitas pembelajaran yang diberikan kepada mahasiswa khususnya pada mata kuliah yang menggunakan konsep logaritma.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasar dari hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa calon guru matematika telah mencapai lapisan kedelapan teori pemahaman Pirie-Kieren, yaitu *inventising*.

Adapun saran yang diberikan adalah diharapkan penelitian selanjutnya dapat memilih materi lain yang lebih menarik untuk diteliti dan memilih kriteria subjek yang lebih variatif agar hasil penelitian setiap subjek lebih bervariasi. Selain itu, diharapkan penelitian ini dijadikan acuan untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Angraini, P., & Prahmana, R. C. I. (2018). Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Pada Materi Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma di SMK. *Journal of Honai Math*, 1(1), 1. <https://doi.org/10.30862/jhm.v1i1.716>
- Ario, M. (2017). Profil Penguasaan Materi Matematika Sekolah Mahasiswa Pendidikan Matematika Semester VI. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 6(3), 385. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v6i3.1129>
- Asih, Rohman, N., & Utami, A. D. (2020). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Barisan dan Deret Berdasar Teori Pirie Kieren. *Jurnal Pendidikan Edutama*.
- Cahyatia, A. M. D., & Kriswandani. (2017). Lapisan Pemahaman Konsep Matematika Dalam Menyelesaikan Soal TIMSS Bagi Siswa SMP Kelas VIII. *Jurnal Inovasi Pendidikan Dan Pembelajaran Matematika*, 3(2), 83–97.
- Damayanti, N. W., & Mayangsari, S. N. (2017). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Pemahaman Konsep Operasi Hitung Pada Pecahan. *Edutic - Scientific Journal of Informatics Education*, 4(1), 1–7. <https://doi.org/10.21107/edutic.v4i1.3389>
- Gülkülka, H., Uğurlub, H. H., & Yürükc, N. (2015). Examining Students' Mathematical Understanding of Geometric Transformations Using the Pirie-Kieren Model. *Kuram ve Uygulamada Egitim Bilimleri*, 15(6), 1531–1548.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

- <https://doi.org/10.12738/estp.2015.6.0056>
- Habibie, R. K., & Turmudi, T. (2021). Assesment for Learning Dalam Model Pemahaman Pirie & Kieren. *Jurnal Cakrawala Pendas*, 7(1), 18–26. <https://doi.org/10.31949/jcp.v7i1.2237>
- Hakim, F. (2019). Analisis Pemahaman Mahasiswa PPS UNM Berpandu Teori Pirie-Kieren Dalam Menyelesaikan Masalah Pembuktian Pada Teori Grup Ditinjau dari Gaya Kognitif dan Adversity Quotient. *Journal on Pedagogical Mathematics*, 1(2), 86–101.
- Hananta, F. I., & Ratu, N. (2021). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Logaritma. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1), 542–550. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v5i1.507>
- Manda, T. G., & Putra, A. A. (2012). Pemahaman Konsep Luas dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Siswa Melalui Penggunaan Model Learning Cycle 5E Disertai Peta Konsep. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 27–32.
- Mawaddah, S., & Maryanti, R. (2016). Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa SMP dalam Pembelajaran Menggunakan Model Penemuan Terbimbing (Discovery Learning). *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 76–85. <https://doi.org/10.20527/edumat.v4i1.2292>
- Muliawati, N. (2020). Lapisan Pemahaman Mahasiswa Calon Guru Matematika Dengan Tipe Middle Ability Dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Grup Berdasarkan Teori Pirie-Kieren. *JEMS: Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 8(2), 157–164.
- Mulyono, B., & Hapizah, H. (2018). Pemahaman Konsep Dalam Pembelajaran Matematika. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 103–122. <https://doi.org/10.22236/kalamatika.vol3no2.2018pp103-122>
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics* (Vol. 148).
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How Can We Characterise It and How Can We Represent It? *Educational Studies in Mathematics*, 26(2–3), 165–190. <https://doi.org/10.1007/BF01273662>
- Pramasdyahsari, A. S., & Rubowo, M. R. (2020). Pemahaman Konsep Grup Mahasiswa Calon Guru Matematika dengan Kemampuan Matematika Tinggi. *Prismatika: Jurnal Pendidikan Dan Riset Matematika*, 2(2), 71–84. <https://doi.org/10.33503/prismatika.v2i2.681>
- Pratama, N. A. E. (2017). Perkembangan Pemahaman Matematis Siswa Sekolah Dasar Kelas V Berdasarkan Teori Pirie-Kieren Pada Topik Pecahan. *Sekolah Dasar: Kajian Teori Dan Praktik Pendidikan*, 26(1), 77–88. <https://doi.org/10.17977/um009v26i12017p077>
- Puspitasari, A. P., & Prihatnani, E. (2018). Deskripsi Pemahaman Konsep Kejadian Majemuk Siswa Kelas XI IPA SMA Negeri 3 Salatiga. *Jurnal Mitra Pendidikan (JMP Online)*, 2(1), 117–133.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3701>

- Putri, R. A. (2019). *Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) Berbasis Teori Pertumbuhan Pemahaman Matematis Pirie Kieren pada Materi Fungsi Linier Kelas X SMA/MA* [Universitas Negeri Malang]. <http://repository.um.ac.id/16176/>
- Safitri, R. I., Mulyani, S., & Ratu, N. (2018). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Siswa SMP Terkait Garis Tinggi Segitiga. *Jurnal Ilmiah Soulmath: Jurnal Edukasi Pendidikan Matematika*, 6(2), 65. <https://doi.org/10.25139/smj.v6i2.1141>
- Sagala, V. (2016). Profil Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi dan Bentuk Folding Back Mahasiswa Calon Guru Berkemampuan Matematika Tinggi Berdasarkan Gender. *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 1(2), 183. <https://doi.org/10.30651/must.v1i2.237>
- Sagala, V. (2017). Struktur Lapisan Pemahaman Konsep Turunan Fungsi Mahasiswa Calon Guru Matematika. *Jurnal Didaktik Matematika*, 4(2), 125–135. <https://doi.org/10.24815/jdm.v4i2.8384>
- Sagala, V., & Hatip, A. (2018). Peningkatan Lapisan Pemahaman Konsep Luas Bangun Datar Mahasiswa melalui Model Pembelajaran PRAKTAK. *Jurnal Didaktik Matematika*, 5(2), 30–39. <https://doi.org/10.24815/jdm.v5i2.11898>
- Setyawati, R. D., & Ratu, N. (2019). Lapisan Pemahaman Konsep Matematika Dalam Soal PISA Pada Siswa SMA. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 8(1), 193–204. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v8i1.1890>
- Suindayati, S., Nur Afifah, D. S., & Sukwatus Suja'i, I. (2019). Teori Pirie-Kieren: Lapisan Pemahaman Siswa SMP Berkemampuan Matematika Tinggi Dalam Menyelesaikan Soal Bangun Ruang. *MaPan: Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 7(2), 211–228. <https://doi.org/10.24252/mapan.2019v7n2a4>
- Supardi, A. A., Gusmania, Y., & Amelia, F. (2019). Pengembangan Modul Pembelajaran Matematika Berbasis Pendekatan Konstruktivisme Pada Materi Logaritma. *AKSIOMA: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 10(1), 80–92. <https://doi.org/10.26877/aks.v10i1.3744>
- Syafri, F. S., & Isran, D. (2016). Pembelajaran Matematika dengan Model Teori Pirie dan Kieren. *Edudikara*, 1(1), 42-50 (ISSN 2541-0261).