

PREDIKSI PELUANG KEMATIAN DAN KELAHIRAN MURNI PENDUDUK KABUPATEN MERAUKE MENGGUNAKAN METODE *BIRTH AND DEATH PROCESS*

Prediction of Probability Death and Pure Birth Population of Merauke District Using Method Birth and Death Process

Minuk Riyana^{1*}, Marius Agustinus Welliken K.²

¹ Prodi Pend. Guru PAUD Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Musamus

² Prodi Manajemen Sumber daya Perairan Fakultas Pertanian Universitas Musamus
Jl Kamizaun Mopah lama, Merauke, 99616, Indonesia

Corresponding author e-mail: ^{1*} minuk_fkip@unmus.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menduga peluang kelahiran dan kematian murni berdasarkan jenis kelamin dan data jumlah penduduk Kabupaten Merauke. Peluang Kelahiran dan Kematian akan digunakan untuk Pendugaan *life table* lansia dalam suatu populasi penduduk Kabupaten Merauke. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode birth and proses. Metode *Birth and death process* yang merupakan distribusi Poisson digunakan untuk memprediksi peluang kelahiran dan kematian pada waktu t . Apabila *birth and death process* tersebut memenuhi syarat linieritas, maka proses-proses itu disebut dengan proses Yule-Furry. Pada penelitian ini dibahas proses stokastik kelahiran-kematian murni dengan dua jenis kelamin pada proses Yule-Furry Proses. Dari data jumlah penduduk kabupaten Merauke yang dibagi berdasarkan jenis kelamin laki-laki dan perempuan menggunakan model kelahiran dan kematian murni diperoleh hasil perhitungan menunjukkan bahwa nilai peluang pada interval waktu $0 \leq t < 1$ jam, pada waktu awal $t = 0$ diperoleh peluang kelahiran individu pada jenis kelamin perempuan stasioner pada nilai 0,1762, sedangkan peluang kematian individu pada jenis kelamin perempuan, stasioner pada nilai 0,00154. Peluang kelahiran dan kematian pada individu berjenis kelamin laki-laki stasioner pada nilai 0,305034 dan 0, 059487.

Kata Kunci : *Birth and death process, Stokastik, Peluang kelahiran, Peluang kematian*

Abstract

This study aims to estimate the probability of birth and death purely based on gender and population data of Merauke City. The chance of birth and death will be used to estimate the life table of the elderly in a population of the City of Merauke. The method used in this research is the birth and process method. The Birth and death process method which is a Poisson distribution is used to predict the chances of birth and death at time t . If the birth and death process fulfills the linearity requirements, then the processes are called the Yule-Furry process. This research discusses the stochastic process of pure birth-death with two sexes in the Yule-Furry Process. From the data on the population of Merauke district which is divided based on the sex of men and women using the pure birth and death model, the calculation results show that the probability value at the time interval $0 \leq t < 1$ hour, at the initial time $t = 0$, the chance of individual birth at female sex is stationary at a value of 0.1762, while the chance of individual death for female sex is stationary at a value of 0.00154. The odds of birth and death in male individuals are stationary at a value of 0.305034 and 0, 059487.

Keywords: *Birth and death process, Stochastic, Chance of birth, Chance of death*

Article info:

Submitted: 15th November 2020

Accepted: 11th February 2021

How to cite this article:

M. Kiftiah, Yudhi, A. Yanitami, "METODE ALTERNATIF DALAM MENENTUKAN SOLUSI PARTIKULAR PERSAMAAN EULER-CAUCHY", *BAREKENG: J. Il. Mat. & Ter.*, vol. 15, no. 1, pp. 095-102, Mar. 2021.



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).
Copyright © 2021 Mariatul Kiftiah, Yudhi, Alvi Yanitami

1. PENDAHULUAN

Dewasa ini diseluruh dunia mengalami kenaikan populasi jumlah lansia, hal tersebut diperoleh berdasarkan hasil dari WHO. Adapun kenaikan tersebut terjadi pada Negara Indonesia menurut hasil dari Badan Pusat Statistik (BPS) Indonesia. Dimana kenaikan jumlah lansia di Indonesia tersebut diikuti oleh hampir semua kota yang berada di Indonesia dan diantaranya yaitu kota Merauke. Kenaikan jumlah lansia diseluruh dunia bahkan Negara Indonesia dan diikuti pula oleh kota Merauke menandakan bahwa taraf hidup masyarakatnya semakin meningkat. Dimana menurut pemerintah Indonesia seseorang dikatakan lansia apabila telah mencapai umur 60 tahun keatas [1]. Sejalan dengan itu menurut PBB dalam Albis dan Collard menyebutkan seseorang dikatakan lansia jika berumur 60 tahun ke atas [2]. Peningkatan taraf hidup masyarakat biasanya sejalan dengan peningkatan ekonomi masyarakat dan peningkatan bidang kesehatan di suatu daerah. Hal tersebut menandakan bahwa pendapatan masyarakat di suatu daerah tersebut semakin baik dan meningkat serta semakin baiknya penanganan suatu penyakit yang ada. Sehingga meningkatnya populasi lansia ini menyebabkan beberapa Negara membentuk program-program yang dikhususkan bagi lansia, hal tersebut bertujuan agar lansia memiliki kegiatan-kegiatan yang dapat mendukung produktifitas mereka serta tidak menjadi beban bagi usia produktif [3][4]. Untuk mengetahui berapa jumlah penduduk lansia di suatu daerah dibutuhkan suatu data yang dapat memperlihatkan data tersebut secara detail. Data jumlah penduduk lansia dapat diperoleh dari *life table*, dimana *life table* juga terdapat data tingkat kematian [5], angka harapan hidup lansia, peluang kematian dan masih banyak lagi [6]. *Life table* pun berisikan banyaknya jumlah lansia berdasarkan umur lansia. Sehingga untuk mengetahui banyaknya jumlah lansia di kota Merauke berdasarkan umur dapat dilihat berdasarkan table ini. Dimana *life table* dibedakan menjadi dua kategori yaitu *life table complete* artinya table yang berisikan data kematian berdasarkan interval umur 1 tahunan [6]. Sedangkan *abridged life table* artinya tabel yang berisikan data kematian dengan interval umur 5 tahunan atau 10 tahunan [7].

Kedua *life table* tersebut di Indonesia dan juga pada kota Merauke hanya berisikan data dari umur 0 hingga umur 75 tahun saja. Sehingga Negara Indonesia dan kota yang belum memiliki *life table complete* dapat melakukan interpolasi *abridged life table* untuk mendapatkan *life table complete* dengan menggunakan banyak model salah satunya yaitu model Heligman-Pollard. Dimana model ini merupakan model yang paling baik dalam menduga *life table complete* menurut badan pusat statistik dan beberapa penelitian dikarena model ini menjelaskan semua umur kematian [8]. Akan tetapi pada kabupaten Merauke badan pusat statistiknya tidak terdapat data *life table* baik *life table complete* ataupun *abridged life table* sehingga dilakukan bangun data peluang kelahiran dan kematian. Karena dalam pendugaan *Life table* lansia haruslah diketahui jumlah kematian dan jumlah kelahiran dalam suatu populasi penduduk. Jumlah Penduduk dari tahun ini ke tahun berikutnya merupakan akumulasi dari jumlah penduduk keseluruhan yang telah ditambahkan jumlah kelahiran dan dikurangi jumlah kematian penduduk. Metode *Birth and death process* digunakan untuk mengetahui peluang kelahiran dan kematian dalam waktu t . Setelah peluang kematian dan kelahiran dalam waktu t diperoleh, maka peluang kematian hingga usia 80 tahun dapat diprediksi. Dalam penelitian ini, berdasarkan data penduduk kabupaten Merauke, maka digunakan metode *Birth and death process* menggunakan distribusi Poisson untuk memprediksi peluang kelahiran dan kematian pada waktu t [9]. Peluang kelahiran dan kematian pada penelitian ini akan digunakan untuk pembuatan *life table* lansia dengan menggunakan metode *heligman pollard* pada penelitian selanjutnya.

2. METODE PENELITIAN

Proses stokastik yang banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah proses dengan ruang keadaan diskrit dan waktu kontinyu. Secara matematis proses seperti ini dinyatakan oleh proses Poisson yang sering pula disebut cacah. Salah satu perluasan dari proses Poisson adalah proses kelahiran murni (*pure birth process*) dimana kejadian pada waktu tertentu bergantung pada banyaknya kejadian pada waktu sebelumnya [10]. Kebalikan dari proses kelahiran murni ini adalah proses kematian murni (*pure death process*), sedangkan gabungan dari kedua proses ini disebut dengan proses kelahiran-kematian murni (*pure birth-death process*). Apabila proses tersebut memenuhi syarat linieritas, maka proses-proses itu disebut dengan proses Yule-Furry [11][12]. Setiap individu dapat dibedakan menurut jenis kelaminnya, yaitu wanita dan laki-laki. Oleh karena itu, pada makalah ini dibahas proses stokastik kelahiran-kematian murni dengan dua jenis kelamin pada proses Yule-Furry. Proses stokastik ini meliputi empat peristiwa yaitu terjadinya kelahiran wanita, kelahiran laki-laki, kematian wanita dan kematian laki-laki, sehingga diperoleh model proses Poisson dengan empat peristiwa tersebut. Model Kelahiran dan kematian Murni berdasarkan jenis

kelamin misalkan λ_j merupakan rata-rata kematian ke- j dan μ_j merupakan rata-rata kelahiran ke- j . Proses kelahiran-kematian dikatakan proses kematian murni jika $\lambda_j = 0$ yakni tidak terjadi kelahiran. $N(t)$ merupakan ukuran populasi pada waktu t , adalah proses kematian murni dengan $\mu_j = \lambda_j, j \geq 0$. Ini proses kematian murni yang disebut proses Yule [13][14]. M_j merupakan suatu barisan bilangan positif dan j menyatakan banyaknya individu yang mati. Dalam [15] diberikan beberapa sifat dari proses kematian dan kelahiran murni sebagai berikut:

$$P \{ N(t + \Delta t) - N(t) = j - 1 \} = \mu_j \Delta t + o(\Delta t), j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

$$P \{ N(t + \Delta t) - N(t) = j \} = 1 - \mu_j \Delta t + o(\Delta t), j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

$$P \{ N(t + \Delta t) - N(t) > j \} = 0, j = 0, 1, \dots, N \quad (3)$$

$$N(0) = N \quad (4)$$

Dari sifat diatas diperoleh persamaan differensial :

$$\frac{dP_j}{dt} = -\mu_j P_j(t) + \mu_{j+1} P_{j+1}(t) \quad (5)$$

Berdasarkan dari uraian pembahasan di atas maka diperoleh model kelahiran murni berdasarkan jenis kelamin adalah sebagai berikut:

$$P_i(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} - 1 - (\lambda_1 + \lambda_2)t(i - 1) \quad (6)$$

Dengan

$P_i(t)$: menyatakan peluang ke-ibanyaknya individu wanita maupun individu pria yang lahir selamat

λ_1 : menyatakan rata-rata kelahiran individu wanita selama waktu t

λ_2 : menyatakan rata-rata kelahiran individu pria selama waktu t

t : menyatakan waktu.

Selanjutnya untuk model kematian murni berdasarkan jenis kelamin diperoleh model sebagai berikut.

$$Q_j(t) = N_j(e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}(1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t})); \text{dimana } j = 0, 1, \dots, N \quad (7)$$

Dengan :

$Q_j(t)$: menyatakan peluang ke- j banyaknya individu laki-laki atau perempuan yang mati selama waktu t

λ_1 : menyatakan rata-rata kematian individu perempuan selama waktu t

λ_2 : menyatakan rata-rata kematian individu laki-laki selama waktu t

t : menyatakan waktu

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penerapan Fungsi *Birth and death process* dalam penentuan peluang kematian berdasarkan Jenis kelamin dengan Data jumlah Penduduk Kabupaten Merauke diperoleh Perempuan dan laki yang diperoleh sebagai berikut:

Tabel 1. Data Jumlah Penduduk kabupaten Merauke berdasarkan Jenis Kelamin

No	Jumlah Penduduk	Jenis Kelamin		No	Jumlah Penduduk	Jenis Kelamin	
		Laki-laki	Perempuan			Laki-laki	Perempuan
1	26991	13767	13224	9	13946	7167	6779
2	25664	12871	12793	10	11905	6123	5782
3	23889	12110	11779	11	9008	4701	4307
4	21989	11111	10878	12	6514	3504	3010
5	21591	11073	10518	13	4139	2252	1887
6	22087	11332	10755	14	2546	1457	1089
7	17650	8972	8678	15	1356	783	573
8	15102	7544	7558	16	1337	750	587

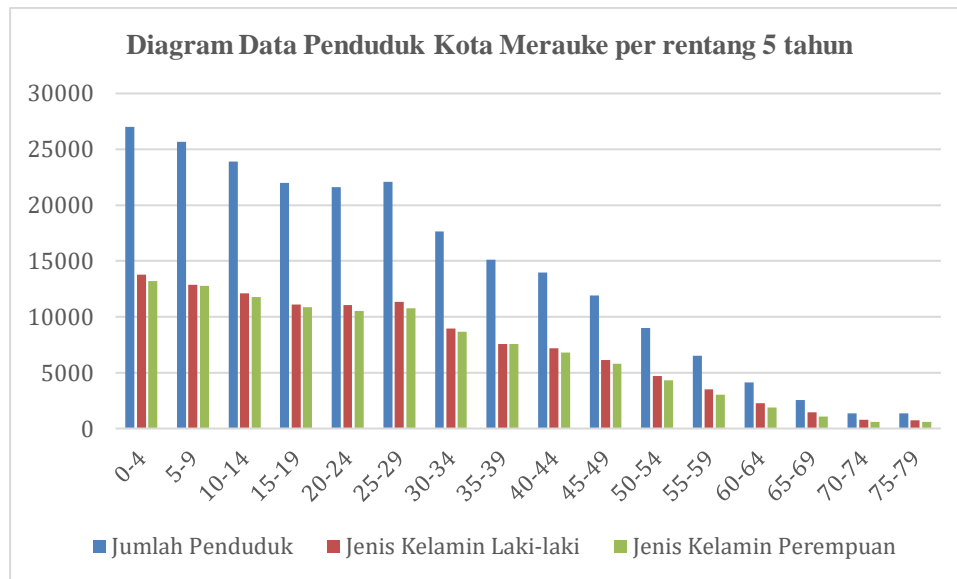


Diagram 1 . Diagram Data Penduduk Kota Merauke per rentang 5 tahun

Data tersebut dianalisis kedalam model kematian murni dan model kelahiran murni dan diperoleh Tabel 2, peluang kelahiran dan kematian murni berdasarkan jenis kelamin pada waktu t sebagai berikut:

Tabel 2. Peluang kelahiran berjenis kelamin Perempuan pada waktu t

T	Kelahiran $P_0(t)$	Kematian $Q_0(t)$
0	0.818304	0.096745
0,01	0.802459	0.087231
0,02	0.792543	0.083945
0,03	0.725912	0.050843
0,04	0.563005	0.046759
0,05	0,494401	0,048674
0,06	0,321587	0,036745
0,07	0,301965	0,034975
0,08	0,279021	0,019045
0,09	0,2389	0,017456
0,1	0,2107	0,010675
0,2	0,2107	0,008767
0,3	0,2107	0,005844
0,4	0,2107	0,003481
0,5	0,2107	0,003481
0,6	0,2005	0,003481
0,7	0,2005	0,00295
0,8	0,2005	0,00295
0,9	0,1956	0,00154
1	0,1762	0,00154

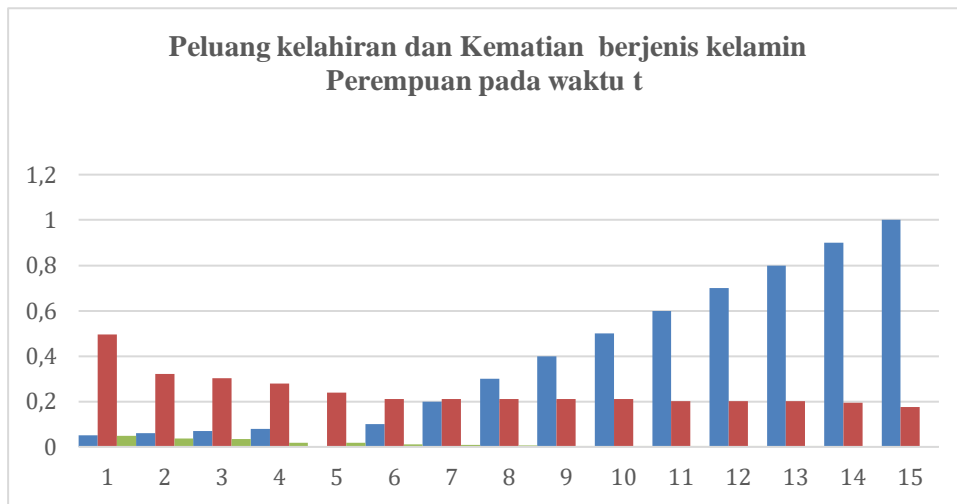


Diagram 2. Peluang kelahiran dan Kematian berjenis kelamin Perempuan pada waktu t

Diperoleh tabel peluang kelahiran dan kematian murni berdasarkan jenis kelamin laki-Laki pada waktu t, sebagai berikut:

Tabel 3. Peluang kelahiran dan kematian berjenis kelamin Laki-laki pada waktu t

t	Kelahiran $P_0(t)$	Kematian $Q_0(t)$
0	0.835688	0.090045
0,01	0.807584	0.086593
0,02	0.798393	0.081986
0,03	0.749686	0.076486
0,04	0.622546	0.046759
0,05	0,620589	0,027945
0,06	0,543861	0,005844
0,07	0,529756	0,003481
0,08	0,499672	0,003481
0,09	0,468591	0,003481
0,1	0,305034	0,056783
0,2	0,305034	0,059487
0,3	0,305034	0,059487
0,4	0,305034	0,059487
0,5	0,305034	0,059487
0,6	0,305034	0,059487
0,7	0,305034	0,059487
0,8	0,305034	0,059487
0,9	0,305034	0,059487
1	0,305034	0,059487

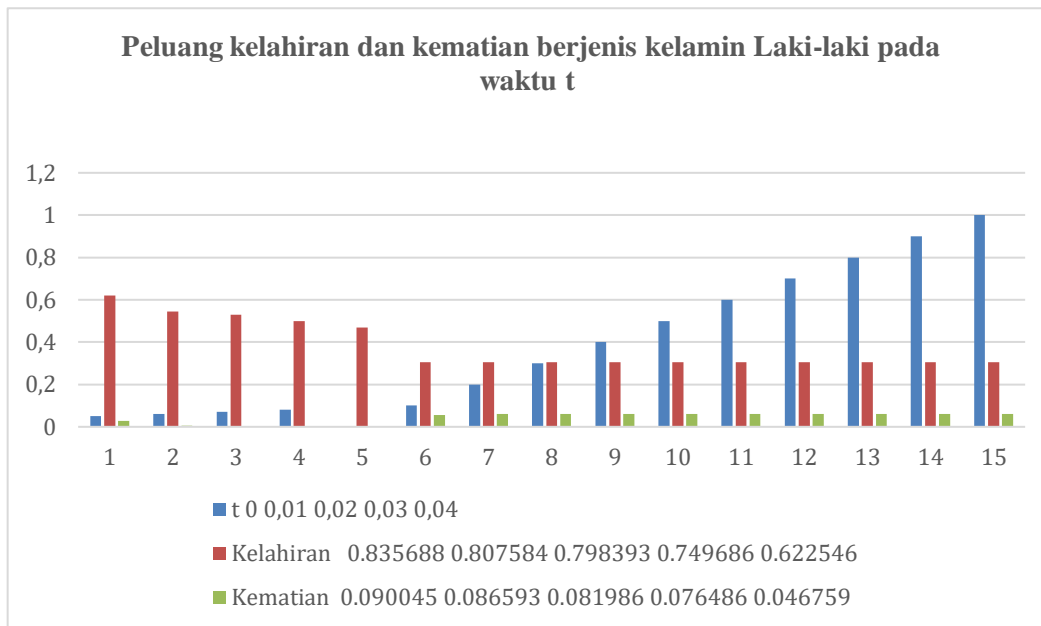


Diagram 3. Peluang kelahiran dan kematian berjenis kelamin Laki-laki pada waktu t

Dari data jumlah penduduk kabupaten Merauke yang dibagi berdasarkan jenis kelamin laki-laki dan perempuan menggunakan model kelahiran dan kematian murni diperoleh hasil perhitungan menunjukkan bahwa nilai peluang pada interval waktu $0 \leq t < 1$ jam, pada waktu awal $t = 0$ diperoleh Peluang Kelahiran individu pada jenis kelamin perempuan stasioner pada nilai 0,1762, sedangkan peluang kematian individu pada jenis kelamin perempuan, stasioner pada nilai 0,00154. Peluang Kelahiran dan Kematian pada individu berjenis kelamin laki-laki stasioner pada nilai 0,305034 dan 0,059487. Berdasarkan tabel kelahiran dan kematian murni (berjenis kelamin laki-laki) perjam, maka dapat dibandingkan dengan tabel peluang kelahiran dan kematian murni perhari berjenis kelamin laki-laki perempuan diperoleh nilai peluang kelahiran dan kematian laki-laki lebih besar dari nilai peluang kelahiran dan kematian perjam dari individu berjenis kelamin perempuan. Peluang kelahiran pada individu berjenis kelamin perempuan lebih besar dari peluang kematian perjam. Sedangkan peluang kelahiran individu berjenis kelamin laki-laki lebih kecil dari peluang kematian perjamnya.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan data jumlah penduduk kabupaten Merauke yang dibagi berdasarkan jenis kelamin laki-laki dan perempuan menggunakan model kelahiran dan kematian murni diperoleh hasil perhitungan menunjukkan bahwa nilai peluang pada interval waktu $0 \leq t < 1$ jam, pada waktu awal $t = 0$ diperoleh Peluang Kelahiran individu pada jenis kelamin perempuan stasioner pada nilai 0,1762, sedangkan peluang kematian individu pada jenis kelamin perempuan, stasioner pada nilai 0,00154. Peluang Kelahiran dan Kematian pada individu berjenis kelamin laki-laki stasioner pada nilai 0,305034 dan 0,059487. Diperoleh juga nilai peluang kelahiran pada individu perempuan lebih besar dari nilai peluang kematiannya. Sedangkan pada Individu laki-laki, nilai peluang Kelahiran lebih kecil dari nilai peluang kematiannya. Peluang kelahiran dan kematian pada penelitian ini akan digunakan untuk pembuatan life table lansia dengan menggunakan metode heligman pollar pada penelitian selanjutnya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Dibiayai Oleh Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat Deputi Bidang Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi/Badan Riset dan Inovasi Nasional Nomor DIPA: SP-DIPA-042.06.1.401516/2020, tanggal 12 November 2019 Sesuai Kontrak Penelitian Pemula Tahun Anggaran 2020 Nomor : 064.8/UN52.8/LT/2019.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] K. K. RI, *Buletin Jendela Data dan Informasi Kesehatan*. Jakarta: Bakti Husada., 2013.
- [2] H. d'Albis and F. Collard, "Age groups and the measure of population aging," *Demogr. Res.*, vol. 29, no. September, pp. 617–640, 2013, doi: 10.4054/demres.2013.29.23.
- [3] P. Penduduk and L. Usia, "Profil Penduduk Lanjut Usia 2009 25," 2009.
- [4] N. Sari, I. Mulyasari, and Dkk, *Statistika Penduduk Lanjut Usia*. Jakarta: Badan Pusat Statistik, 2020.
- [5] L. Németh and T. I. Missov, "Adequate life-expectancy reconstruction for adult human mortality data," *PLoS One*, vol. 13, no. 6, pp. 1–8, 2018, doi: 10.1371/journal.pone.0198485.
- [6] R. I. Ibrahim, "Estimating a Complete Life Table Using the Heligman-Pollard Model , Six-Point Lagrangian Interpolation and King ' S Osculatory Interpolation," pp. 10–15, 2016.
- [7] M. RIYANA, H. SUMARNO, and B. SUHARJO, "Penentuan Metode Terbaik Untuk Pendugaan Life Table Penduduk Lanjut Usia Di Indonesia," *J. Math. Its Appl.*, vol. 17, no. 1, p. 61, 2018, doi: 10.29244/jmap.17.1.61-74.
- [8] D. J. Sharrow, S. J. Clark, M. A. Collinson, K. Kahn, and S. M. Tollman, "The Age Pattern of Increases in Mortality Affected by HIV: Bayesian Fit of the Heligman-Pollard Model to Data from the Agincourt HDSS Field Site in Rural Northeast South Africa.," *Demogr. Res.*, vol. 29, pp. 1039–1096, 2013, doi: 10.4054/DemRes.2013.29.39.
- [9] P. R. Parthasarathy and R. Sudhesh, "Exact transient solution of a state-dependent birth-death process," *J. Appl. Math. Stoch. Anal.*, vol. 2006, no. October, 2006, doi: 10.1155/JAMSA/2006/97073.
- [10] A. Mitrofanova and C. Science, "Backward Kolmogorov for Poisson Process," 2007.
- [11] Ngudiantoro, "Model Persamaan Diferensial Proses Kelahiran Yule-Furry dengan Dua Jenis Kelamin." *Jurnal Penelitian Sains*, pp. 76-81., 2001, [Online]. Available: <https://media.neliti.com/media/publications/168123-ID-model-persamaan-diferensial-proses-kelah.pdf>.
- [12] E. Roflin, "Proses Stokastik Kelahiran-Kematian Murni," *Penelit. sains*, vol. 2, pp. 38–51, 2000.
- [13] W. A. Thompson, H. M. Taylor, and S. Karlin, *An Introduction to Stochastic Modeling.*, vol. 80, no. 390. 1985.
- [14] D. O. Cahoy and F. Polito, "Simulation and Estimation for the Fractional Yule Process," *Methodol. Comput. Appl. Probab.*, vol. 14, no. 2, pp. 383–403, 2012, doi: 10.1007/s11009-010-9207-6.
- [15] S. M. Ross, *Introduction to Probability Models*. 1993.

